

2016 年中学八年级上册全册数学教案人教版

第十二章 全等三角形

12.1 全等三角形

教学内容

本节课主要介绍全等三角形的概念和性质.

教学目标

1. 知识与技能

领会全等三角形对应边和对应角相等的有关概念.

2. 过程与方法

经历探索全等三角形性质的过程, 能在全等三角形中正确找出对应边、对应角.

3. 情感、态度与价值观

培养观察、操作、分析能力, 体会全等三角形的应用价值.

重、难点与关键

1. 重点: 会确定全等三角形的对应元素.

2. 难点: 掌握找对应边、对应角的方法.

3. 关键: 找对应边、对应角有下面两种方法: (1) 全等三角形对应角所对的边是对应边, 两个对应角所夹的边是对应边; (2) 对应边所对的角是对应角, 两条对应边所夹的角是对应角.

教具准备

四张大小一样的纸片、直尺、剪刀.

教学方法

采用“直观——感悟”的教学方法, 让学生自己举出形状、大小相同的实例, 加深认识.

教学过程

一、动手操作, 导入课题

1. 先在其中一张纸上画出任意一个多边形, 再用剪刀剪下, 思考得到的图形有何特点?

2. 重新在一张纸板上画出任意一个三角形, 再用剪刀剪下, 思考得到的图形有何特点?

【学生活动】动手操作、用脑思考、与同伴讨论, 得出结论.

【教师活动】指导学生用剪刀剪出重叠的两个多边形和三角形.

学生在操作过程中, 教师要让学生事先在纸上画出三角形, 然后固定重叠的两张纸, 注意整个过程要细心.

【互动交流】剪出的多边形和三角形, 可以看出: 形状、大小相同, 能够完全重合. 这样

的两个图形叫做全等形，用“ \cong ”表示。

概念：能够完全重合的两个三角形叫做全等三角形。

【教师活动】在纸版上任意剪下一个三角形，要求学生手拿一个三角形，做如下运动：平移、翻折、旋转，观察其运动前后的三角形会全等吗？

【学生活动】动手操作，实践感知，得出结论：两个三角形全等。

【教师活动】要求学生用字母表示出每个剪下的三角形，同时互相指出每个三角形的顶点、三个角、三条边、每条边的边角、每个角的对边。

【学生活动】把两个三角形按上述要求标上字母，并任意放置，与同桌交流：（1）何时能完全重在一起？（2）此时它们的顶点、边、角有何特点？

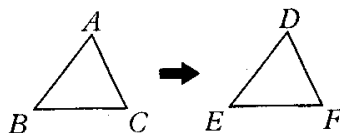
【交流讨论】通过同桌交流，实验得出下面结论：

1. 任意放置时，并不一定完全重合，只有当把相同的角旋转到一起时才能完全重合。
2. 这时它们的三个顶点、三条边和三个内角分别重合了。
3. 完全重合说明三条边对应相等，三个内角对应相等，对应顶点在相对应的位置。

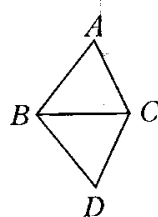
【教师活动】根据学生交流的情况，给予补充和语言上的规范。

1. 概念：把两个全等的三角形重合到一起，重合的顶点叫做对应顶点，重合的边叫做对应边，重合的角叫做对应角。

2. 证两个三角形全等时，通常把表示对应顶点的字母写在对应的位置上，如果本图 11.1—2 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBC$ 全等，点 A 和点 D，点 B 和点 B，点 C 和点 C 是对应顶点，记作 $\triangle ABC \cong \triangle DBC$ 。



课本图 11.1—1



课本图 11.1—2

【问题提出】， $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，对应边有什么关系？对应角呢？

【学生活动】经过观察得到下面性质：

1. 全等三角形对应边相等；
2. 全等三角形对应角相等。

二、随堂练习，巩固深化

课本练习。

【探研时空】

1. 如图 1 所示， $\triangle ACF \cong \triangle DBE$ ， $\angle E = \angle F$ ，若 $AD = 20\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，你能求出线段 AB 的长吗？
与同伴交流。（ $AB = 6$ ）

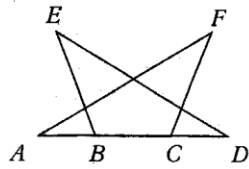


图 1

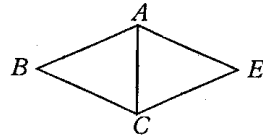


图 2

2. 如图 2 所示, $\triangle ABC \cong \triangle AEC$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle ACB = 85^\circ$, 求出 $\triangle AEC$ 各内角的度数. ($\angle AEC = 30^\circ$, $\angle EAC = 65^\circ$, $\angle ECA = 85^\circ$)

三、课堂总结, 发展潜能

1. 什么叫做全等三角形?
2. 全等三角形具有哪些性质?

四、布置作业, 专题突破

1. 课本习题第 1, 2, 3, 4 题.
2. 选用课时作业设计.

板书设计

把黑板分成左、中、右三部分, 左边板书本节课概念, 中间部分板书“思考”中的问题, 右边部分板书学生的练习.

疑难解析

由于两个三角形的位置关系不同, 在找对应边、对应角时, 可以针对两个三角形不同的位置关系, 寻找对应边、角的规律: (1) 有公共边的, 公共边一定是对应边; (2) 有公共角的, 公共角一定是对应角; (3) 有对顶角的, 对顶角一定是对应角; 两个全等三角形中一对最长的边 (或最大的角) 是对应边 (或角), 一对最短的边 (或最小的角) 是对应边 (或角).

12.2 三角形全等的判定（SSS）

教学内容

本节课主要内容是探索三角形全等的条件（SSS），及利用全等三角形进行证明.

教学目标

1. 知识与技能

了解三角形的稳定性，会应用“边边边”判定两个三角形全等.

2. 过程与方法

经历探索“边边边”判定全等三角形的过程，解决简单的问题.

3. 情感、态度与价值观

培养有条理的思考和表达能力，形成良好的合作意识.

重、难点与关键

1. 重点：掌握“边边边”判定两个三角形全等的方法.

2. 难点：理解证明的基本过程，学会综合分析法.

3. 关键：掌握图形特征，寻找适合条件的两个三角形.

教具准备

一块形状如图 1 所示的硬纸片，直尺，圆规.



(1)



(2)

教学方法

采用“操作——实验”的教学方法，让学生亲自动手，形成直观形象.

教学过程

一、设疑求解，操作感知

【教师活动】（出示教具）

问题提出：一块三角形的玻璃损坏后，只剩下如图 2 所示的残片，你对图中的残片作哪些测量，就可以割取符合规格的三角形玻璃，与同伴交流.

【学生活动】观察，思考，回答教师的问题. 方法如下：可以将图 1 的玻璃碎片放在一块纸板上，然后用直尺和铅笔或水笔画出一块完整的三角形. 如图 2，剪下模板就可去割玻璃了.

【理论认知】

如果 $\triangle ABC \cong \triangle A' B' C'$ ，那么它们的对应边相等，对应角相等。反之，如果 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A' B' C'$ 满足三条边对应相等，三个角对应相等，即 $AB=A' B'$ ， $BC=B' C'$ ， $CA=C' A'$ ， $\angle A=\angle A'$ ， $\angle B=\angle B'$ ， $\angle C=\angle C'$ 。

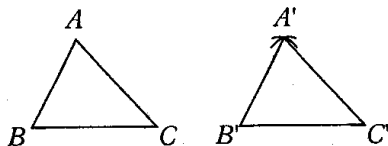
这六个条件，就能保证 $\triangle ABC \cong \triangle A' B' C'$ ，从刚才的实践我们可以发现：只要两个三角形三条对应边相等，就可以保证这两块三角形全等。

信不信？

【作图验证】（用直尺和圆规）

先任意画出一个 $\triangle ABC$ ，再画一个 $\triangle A' B' C'$ ，使 $A' B' =AB$ ， $B' C' =BC$ ， $C' A' =CA$ 。把画出的 $\triangle A' B' C'$ 剪下来，放在 $\triangle ABC$ 上，它们能完全重合吗？（即全等吗）

【学生活动】拿出直尺和圆规按上面的要求作图，并验证。（如课本图 11. 2-2 所示）



画一个 $\triangle A' B' C'$ ，使 $A' B' =AB$ ， $A' C' =AC$ ， $B' C' =BC$ ：

1. 画线段取 $B' C' =BC$ ；
2. 分别以 B' 、 C' 为圆心，线段 AB 、 AC 为半径画弧，两弧交于点 A' ；
3. 连接线段 $A' B'$ 、 $A' C'$ 。

【教师活动】巡视、指导，引入课题：“上述的生活实例和尺规作图的结果反映了什么规律？”

【学生活动】在思考、实践的基础上可以归纳出下面判定两个三角形全等的定理。

- (1) 判定方法：三边对应相等的两个三角形全等（简写成“边边边”或“SSS”）。
- (2) 判断两个三角形全等的推理过程，叫做证明三角形全等。

【评析】通过学生全过程的画图、观察、比较、交流等，逐步探索出最后的结论——边边边，在这个过程中，学生不仅得到了两个三角形全等的条件，同时增强了数学体验。

二、范例点击，应用所学

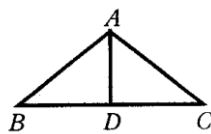
【例 1】如课本图所示， $\triangle ABC$ 是一个钢架， $AB=AC$ ， AD 是连接点 A 与 BC 中点 D 的支架，求证 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ 。（教师板书）

【教师活动】分析例 1，分析：要证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ ，可看这两个三角形的三条边是否对应相等。

证明： $\because D$ 是 BC 的中点，

$\therefore BD=CD$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 中



$$\begin{cases} AB = AC, \\ BD = CD, \\ AD = AD. \end{cases}$$

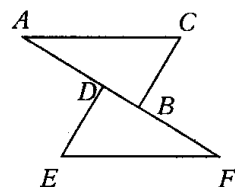
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$ (SSS).

【评析】符号“ \because ”表示“因为”，“ \therefore ”表示“所以”；从例1可以看出，证明是由题设（已知）出发，经过一步步的推理，最后推出结论（求证）正确的过程．书写中注意对应顶点要写在同一个位置上，哪个三角形先写，哪个三角形的边就先写．

三、实践应用，合作学习

【问题思考】

已知 $AC=FE$, $BC=DE$, 点 A 、 D 、 B 、 F 在直线上, $AD=FB$ (如图所示), 要用“边边边”证明 $\triangle ABC \cong \triangle FDE$, 除了已知中的 $AC=FE$, $BC=DE$ 以外, 还应该有什么条件? 怎样才能得到这个条件?



【教师活动】提出问题，巡视、引导学生，并请学生说说自己的想法．

【学生活动】先独立思考后，再发言：“还应该有什么条件，只要 $AD=FB$ 两边都加上 DB 即可得到 $AB=FD$ ．”

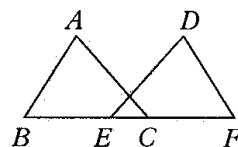
【教学形式】先独立思考，再合作交流，师生互动．

四、随堂练习，巩固深化

课本练习．

【探研时空】

如图所示, $AB=DF$, $AC=DE$, $BE=CF$, BC 与 EF 相等吗? 你能找到一对全等三角形吗? 说明你的理由. ($BC=EF$, $\triangle ABC \cong \triangle DFE$)



五、课堂总结，发展潜能

1. 全等三角形性质是什么?

2. 正确地判断出全等三角形的对应边、对应角，利用全等三角形处理问题的基础，你是怎样掌握判断对应边、对应角的方法?

3. “边边边”判定法告诉我们什么呢? (答: 只要一个三角形三边长度确定了, 则这个三角形的形状大小就完全确定了, 这就是三角形的稳定性)

六、布置作业，专题突破

1. 课本习题

2. 选用课时作业设计.

板书设计

把黑板平均分成三份，左边部分板书“边边边”判定法，中间部分板书例题，右边部分板书练习.

疑难解析

证明中的每一步推理都要有根据，不能“想当然”，这些根据，可以是已知条件，也可以是定义、公理、已学过的重要结论.

教学内容

本节课主要内容是探索三角形全等的条件（SAS），及利用全等三角形证明.

教学目标

1. 知识与技能 领会“边角边”判定两个三角形的方法.
2. 过程与方法 经历探究三角形全等的判定方法的过程，学会解决简单的推理问题.
3. 情感、态度与价值观 培养合情推理能力，感悟三角形全等的应用价值.

重、难点及关键

1. 重点：会用“边角边”证明两个三角形全等.
2. 难点：应用结合法的格式表达问题.
3. 关键：在实践、观察中正确选择判定三角形全等的方法.

教具准备 投影仪、直尺、圆规.

教学方法 采用“操作——实验”的教学方法，让学生有一个直观的感受.

教学过程

一、回顾交流，操作分析

【动手画图】

【投影】作一个角等于已知角.

【学生活动】动手用直尺、圆规画图.

已知： $\angle AOB$.

求作： $\angle A_1O_1B_1$ ，使 $\angle A_1O_1B_1 = \angle AOB$.

【作法】（1）作射线 O_1A_1 ；（2）以点 O 为圆心，以适当长为半径画弧，交 OA 于点 C ，交 OB 于点 D ；（3）以点 O_1 为圆心，以 OC 长为半径画弧，交 O_1A_1 于点 C_1 ；（4）以点 C_1 为圆心，以 CD 长为半径画弧，交前面的弧于点 D_1 ；（5）过点 D_1 作射线 O_1B_1 ， $\angle A_1O_1B_1$ 就是所求的角.

【导入课题】

教师叙述：请同学们连接 CD 、 C_1D_1 ，回忆作图过程，分析 $\triangle COD$ 和 $\triangle C_1O_1D_1$ 中相等的条件.

【学生活动】与同伴交流，发现下面的相等量：

$OD = O_1D_1$ ， $OC = O_1C_1$ ， $\angle COD = \angle C_1O_1D_1$ ， $\triangle COD \cong \triangle C_1O_1D_1$.

归纳出规律：

两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等（简写成“边角边”或“SAS”）.

【评析】通过让学生回忆基本作图，在作图过程中体会相等的条件，在直观的操作过程中

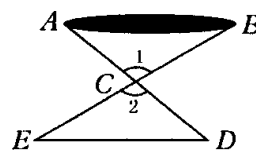
发现问题，获得新知，使学生的知识承上启下，开拓思维，发展探究新知的能力.

【媒体使用】投影显示作法.

【教学形式】操作感知，互动交流，形成共识.

二、范例点击，应用新知

【例 2】如课本图所示有一池塘，要测池塘两侧 A、B 的距离，可先在平地上取一个可以直接到达 A 和 B 的点，连接 AC 并延长到 D，使 $CD=CA$ ，连接 BC 并延长到 E，使 $CE=CB$ ，连接 DE，那么量出 DE 的长就是 A、B 的距离，为什么？



【教师活动】操作投影仪，显示例 2，分析：如果能够证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$ ，就可以得出 $AB=DE$. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中， $CA=CD$ ， $CB=CE$ ，如果能得出 $\angle 1=\angle 2$ ， $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 就全等了.

证明：在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$ 中

$$\begin{cases} CA = CD \\ \angle 1 = \angle 2 \\ CB = CE \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEC$ (SAS)

$\therefore AB=DE$

想一想： $\angle 1=\angle 2$ 的依据是什么？（对顶角相等） $AB=DE$ 的依据是什么？（全等三角形对应边相等）

【学生活动】参与教师的讲例之中，领悟“边角边”证明三角形全等的方法，学会分析推理和规范书写.

【媒体使用】投影显示例 2.

【教学形式】教师讲例，学生接受式学习但要积极参与.

【评析】证明分别属于两个三角形的线段相等或角相等的问题，常常通过证明这两个三角形全等来解决.

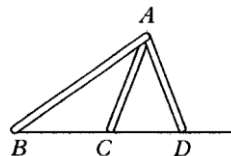
三、辨析理解，正确掌握

【问题探究】（投影显示）

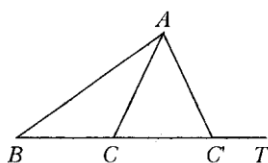
我们知道，两边和它们的夹角对应相等的两个三角形全等，由“两边及其中一边的对角对应相等”的条件能判定两个三角形全等吗？为什么？

【教师活动】拿出教具进行示范，让学生直观地感受到问题的本质.

操作教具：把一长一短两根细木棍的一端用螺钉铰合在一起，使长木棍的另一端与射线 BC 的端点 B 重合，适当调整好长木棍与射线 BC 所成的角后，固定住长木棍，把短木棍摆起来（课本图 11.2-7），出现一个现象： $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 满足两边及其中一边对角相等的条件，但 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 不全等。这说明，有两边和其中一边的对角对应相等的两个三角形不一定全等。



【学生活动】观察教师操作教具、发现问题、辨析理解，动手用直尺和圆规实验一次，做法如下：（如图 1 所示）



（1）画 $\angle ABT$ ；（2）以 A 为圆心，以适当长为半径，画弧，交 BT 于 C、C'；（3）连线 AC，AC'， $\triangle ABC$ 与 $\triangle AC'C$ 不全等。

【形成共识】“边边角”不能作为判定两个三角形全等的条件。

【教学形式】观察、操作、感知，互动交流。

四、随堂练习，巩固深化

课本练习。

五、课堂总结，发展潜能

1. 请你叙述“边角边”定理。

2. 证明两个三角形全等的思路是：首先分析条件，观察已经具备了什么条件；然后以已具备的条件为基础根据全等三角形的判定方法，来确定还需要证明哪些边或角对应相等，再设法证明这些边和角相等。

六、布置作业，专题突破

1. 课本习题

2. 选用课时作业设计。

板书设计

把黑板分成左、中、右三部分，其中右边部分板书“边角边”判定法，中间部分板书例题，右边部分板书练习题。

三角形全等判定（ASA）

教学内容

本节课主要内容是探索三角形全等的判定（ASA，AAS）， 及利用全等三角形的证明.

教学目标

1. 知识与技能

理解“角边角”、“角角边”判定三角形全等的方法.

2. 过程与方法

经历探索“角边角”、“角角边”判定三角形全等的过程，能运用已学三角形判定法解决实际问题.

3. 情感、态度与价值观

培养良好的几何推理意识，发展思维，感悟全等三角形的应用价值.

重、难点与关键

1. 重点：应用“角边角”、“角角边”判定三角形全等.

2. 难点：学会综合法解决几何推理问题.

3. 关键：把握综合分析法的思想，寻找问题的切入点.

教具准备

投影仪、幻灯片、直尺、圆规.

教学方法：采用“问题教学法”在情境问题中，激发学生的求知欲.

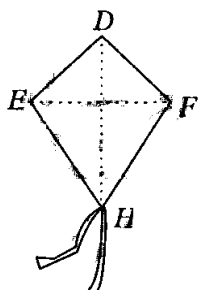
教学过程

一、回顾交流，巩固学习

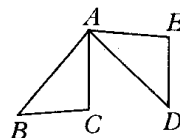
【知识回顾】（投影显示）

情境思考：

1. 小菁做了一个如图 1 所示的风筝，其中 $\angle EDH = \angle FDH$ ， $ED = FD$ ， 将上述条件注在图中，小明不用测量就能知道 $EH = FH$ 吗？与同伴交流.



(1)



(2)

[答案：能，因为根据“SAS”，可以得到 $\triangle EDH \cong \triangle FDH$ ，从而 $EH = FH$]

2. 如图 2， $AB = AD$ ， $AC = AE$ ，能添上一个条件证明出 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ 吗？[答案： $BC = DE$ (SSS) 或 $\angle BAC = \angle DAE$ (SAS)].

3. 如果两边及其中一边的对角对应相等，两个三角形一定会全等吗？试举例说明.

【教师活动】操作投影仪，提出问题，组织学生思考和提问.

【学生活动】通过情境思考，复习前面学过的知识，学会正确选择三角形全等的判定方法，小组交流，踊跃发言.

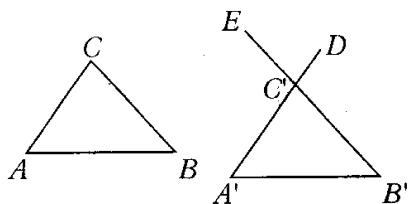
【教学形式】用问题牵引，辨析、巩固已学知识，在师生互动交流过程中，激发求知欲.

二、实践操作，导入课题

【动手动脑】（投影显示）

问题探究：先任意画一个 $\triangle ABC$ ，再画出一个 $\triangle A'B'C'$ ，使 $A'B'=AB$ ， $\angle A'=\angle A$ ， $\angle B'=\angle B$ （即使两角和它们的夹边对应相等），把画出的 $\triangle A'B'C'$ 剪下，放到 $\triangle ABC$ 上，它们全等吗？

【学生活动】动手操作，感知问题的规律，画图如下：



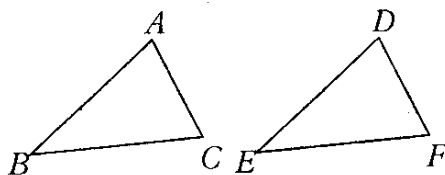
画一个 $\triangle A'B'C'$ ，使 $A'B'=AB$ ，
 $\angle A'=\angle A$ ， $\angle B'=\angle B$ ：
1. 画 $A'B'=AB$ ；
2. 在 $A'B'$ 的同旁画 $\angle DA'B'=\angle A$ ，
 $\angle EBA'=\angle B$ ， $A'D$ ， $B'E$ 交于点 C' 。

探究规律：两角和它们的夹边对应相等的两个三角形全等（简写成“角边角”或“ASA”）.

【知识铺垫】课本图 11. 2—8 中， $\angle A'=\angle A$ ， $\angle B'=\angle B$ ，那么 $\angle C=\angle C'$ 吗？为什么？

【学生回答】根据三角形内角和定理， $\angle C'=180^\circ-\angle A'-\angle B'$ ， $\angle C=180^\circ-\angle A-\angle B$ ，由于 $\angle A=\angle A'$ ， $\angle B=\angle B'$ ， $\therefore \angle C=\angle C'$ 。

【教师提问】在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ 中， $\angle A=\angle D$ ， $\angle B=\angle E$ ， $BC=EF$ （课本图 11. 2—9）， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等吗？



【学生活动】运用三角形内角和定理，以及“ASA”很快证出 $\triangle ABC \cong \triangle EFD$ ，并且归纳如下：

归纳规律：两个角和其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等（简与成 AAS）.

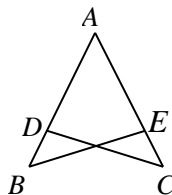
三、范例点击，应用所学

【例 3】如课本图 11. 2—10, D 在 AB 上, E 在 AC 上, $AB=AC$, $\angle B=\angle C$, 求证: $AD=AE$.

【教师活动】引导学生, 分析例 3. 关键是寻找到和已知条件有关的 $\triangle ACD$ 和 $\triangle ABE$, 再证它们全等, 从而得出 $AD=AE$.

证明: 在 $\triangle ACD$ 与 $\triangle ABE$ 中,

$$\begin{cases} \angle A = \angle A (\text{公共角}) \\ AC = AB \\ \angle C = \angle B \end{cases}$$



$\therefore \triangle ACD \cong \triangle ABE$ (ASA)

$\therefore AD=AE$

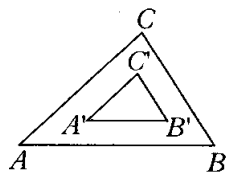
【学生活动】参与教师分析, 领会推理方法.

【媒体使用】投影显示例 3.

【教学形式】师生互动.

【教师提问】三角对应相等的两个三角形全等吗?

【学生活动】与同伴交流, 得到有三角对应相等的两个三角形不一定会全等, 拿出三角板进行说明, 如图 3, 下面这块三角形的内外边形成的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, $\angle A=\angle A'$, $\angle B=\angle B'$, $\angle C=\angle C'$, 但是它们不全等. (形状相同, 大小不等).



四、随堂练习, 巩固深化

课本练习

五、课堂总结, 发展潜能

1. 证明两个三角形全等有几种方法? 如何正确选择和应用这些方法?
2. 全等三角形性质可以用来证明哪些问题? 举例说明.
3. 你在本节课的探究过程中, 有什么感想?

六、布置作业, 专题突破

1. 课本习题.
2. 选用课时作业设计.

板书设计

把黑板分成三部分, 左边部分板书“角边角”、“角角边”判定法, 中间部分板书例题、画图, 右边部分板书练习.

三角形全等的判定（综合）

教学内容

本节课主要内容是三角形全等的判定的综合运用。

教学目标

1. 知识与技能

理解三角形全等的判定，并会运用它们解决实际问题.

2. 过程与方法

经历探索三角形全等的四种判定方法的过程，能进行合情推理.

3. 情感、态度与价值观

培养良好的几何思维，体会几何学的应用价值.

重、难点与关键

1. 重点：运用四个判定三角形全等的方法.

2. 难点：正确选择判定三角形全等的方法，充分应用“综合法”进行表达.

3. 关键：把握问题的因果关系，从中寻找思路.

教具准备

投影仪、幻灯片、直尺、圆规.

教学方法

采用“讲. 练”结合的教学法，让学生充分体会到几何的分析思想.

教学过程

一、分层练习，回顾反思

【课堂演练】

1. 已知 $\triangle ABC \cong \triangle A' B' C'$ ，且 $\angle A = 48^\circ$ ， $\angle B = 33^\circ$ ， $A' B' = 5\text{cm}$ ，求 $\angle C'$ 的度数与AB的长.

【教师活动】操作投影仪，组织学生练习，请一位学生上台演示.

【学生活动】先独立完成演练1，然后再与同伴交流，踊跃上台演示.

解：在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 99^\circ$$

$$\because \triangle ABC \cong \triangle A' B' C' , \angle C = \angle C' ,$$

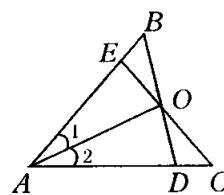
$$\therefore \angle C' = 99^\circ ,$$

$$\therefore AB = A' B' = 5\text{cm}.$$

【评析】表示两个全等三角形时，要把对应顶点的字母写在对应位置上，这时解题就很方便.

2. 已知：如图1，在AB、AC上各取一点E、D，使 $AE = AD$ ，
交于点O，连接AO， $\angle 1 = \angle 2$.

求证： $\angle B = \angle C$.



连接BD、CE相

【思路点拨】要证两个角相等，我们通常用的办法有：（1）两直线平行，同位角或内错角

相等；(2) 全等三角形对应角相等；(3) 等腰三角形两底角相等（待学）。

根据本题的图形，应考虑去证明三角形全等，由已知条件，可知 $AD=AE$ ， $\angle 1 = \angle 2$ ， AO 是公共边，叫 $\triangle ADO \cong \triangle AEO$ ，则可得到 $OD=OE$ ， $\angle AEO = \angle ADO$ ， $\angle EOA = \angle DOA$ ，而要证 $\angle B = \angle C$ 可以进一步考查 $\triangle OBE \cong \triangle OCD$ ，而由上可知 $OE=OD$ ， $\angle BOE = \angle COD$ （对顶角）， $\angle BEO = \angle CDO$ （等角的补角相等），则可证得 $\triangle OBE \cong \triangle OCD$ ，事实上，得到 $\angle AEO = \angle ADO$ 之后，又有 $\angle BOE = \angle COD$ ，由外角的关系，可得出 $\angle B = \angle C$ ，这样更进一步简化了思路。

【教师活动】操作投影仪，巡视、启发引导，关注“学困生”，请学生上台演示，然后评点。

【学生活动】小组合作交流，共同探讨，然后解答。

【媒体使用】投影显示演练题 2。

【教学形式】分组合作，互相交流。

【教师点评】在分析一道题目的条件时，尽量把条件分析透，如上题当证明 $\triangle ADO \cong \triangle AEO$ 之后，可以得到 $OD=OE$ ， $\angle AEO = \angle ADO$ ， $\angle EOA = \angle DOA$ ，这些结论虽然在进一步证明中并不一定都用到，但在分析时对图形中的等量及大小关系有了正确认识，有利于进一步思考。

证明 在 $\triangle AEO$ 与 $\triangle ADO$ 中，

$AE=AD$ ， $\angle 2 = \angle 1$ ， $AO=AO$ ，

$\therefore \triangle AEO \cong \triangle ADO$ (SAS)， $\therefore \angle AEO = \angle ADO$ 。

又 $\because \angle AEO = \angle EOB + \angle B$ ， $\angle AOD = \angle DOC + \angle C$ 。

又 $\because \angle EOB = \angle DOC$ （对应角）， $\therefore \angle B = \angle C$ 。

3. 如图 2，已知 $\angle BAC = \angle DAE$ ， $\angle ABD = \angle ACE$ ， $BD=CE$ 。求证： $AD=AE$ 。

【思路点拨】欲证相等的两条线段 AD 、 AE 分别在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中，由于 $BD=CE$ ， $\angle ABD = \angle ACE$ ，因此要证明 $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ ，则需证明 $\angle BAD = \angle CAE$ ，这由已知条件 $\angle BAC = \angle DAE$ 容易得到。

【教师活动】操作投影仪：引导学生思考问题。

【学生活动】分析、寻找证题思路，独立完成演练题 3。

证明： $\because \angle BAC = \angle DAE$

$\therefore \angle BAC - \angle DAC = \angle DAE - \angle DAC$ 即 $\angle BAD = \angle CAE$

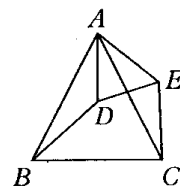


图 2

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中，

$\because BD=CE$ ， $\angle ABD = \angle ACE$ ， $\angle BAD = \angle CAE$ ，

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE$ (AAS)，

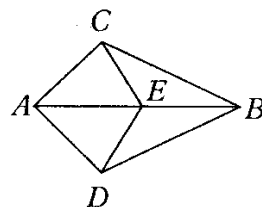
$\therefore AD=AE$ 。

【媒体使用】投影显示演练题 3.

【教学形式】讲练结合.

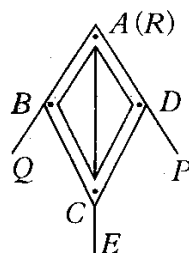
二、随堂练习，继续巩固

1. 如图 3, 点 E 在 AB 上, $AC=AD$, $\angle CAB=\angle DAB$, $\triangle ACE$ 与 $\triangle ADE$ 全等吗? $\triangle ACB$ 与 $\triangle ADB$ 呢? 请说明理由.



[答案: $\triangle ACE \cong \triangle ADE$, $\triangle ACB \cong \triangle ADB$, 根据 “SAS”.]

2. 如图 4, 仪器 ABCD 可以用来平分一个角, 其中 $AB=AD$, $BC=DC$, 将仪器上的点 A 与 $\angle PRQ$ 的顶点 R 重合, 调整 AB 和 AD, 使它们落在角的两边上, 沿 AC 画一条射线 AE, AE 就是 $\angle PRQ$ 的平分线, 你能说明其中道理吗?



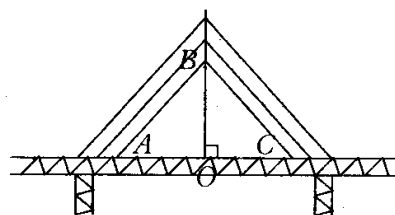
小明的思考过程如下:

$$\begin{cases} AB = AD \\ BC = DC \rightarrow \triangle ABC \cong \triangle ADC \rightarrow \angle QRE = \angle PRE \\ AC = AC \end{cases}$$

你能说出每一步的理由吗?

图 4

3. 如图 5, 斜拉桥的拉杆 AB, BC 的两端分别是 A, C, 它们到 O 的距离相等, 将条件标注在图中, 你能说明两条拉杆的长度相等吗?



答案: 相等, 因为 $\triangle ABO \cong \triangle CBO$ (SAS), 从而 $AB=CB$.

图 5

三、布置作业，专题突破

1. 课本习题

2. 选用课时作业设计.

板书设计

把黑板分成两份, 左边板书概念、例题, 右边板书练习.

直角三角形全等判定（HL）

教学内容

本节课主要内容是探究直角三角形的判定方法.

教学目标

1. 知识与技能

在操作、比较中理解直角三角形全等的过程，并能用于解决实际问题.

2. 过程与方法

经历探索直角三角形全等判定的过程，掌握数学方法，提高合情推理的能力.

3. 情感、态度与价值观

培养几何推理意识，激发学生求知欲，感悟几何思维的内涵.

重、难点与关键

1. 重点：理解利用“斜边、直角边”来判定直角三角形全等的方法.

2. 难点：培养有条理的思考能力，正确使用“综合法”表达.

3. 关键：判定两个三角形全等时，要注意这两个三角形中已经具有一对角相等的条件，只需找到另外两个条件即可.

教具准备

投影仪、幻灯片、直尺、圆规.

教学方法

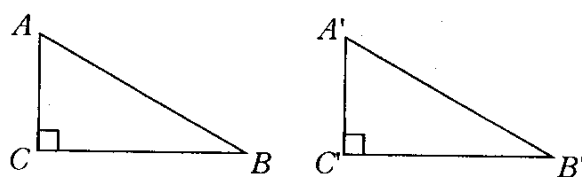
采用“问题探究”的教学方法，让学生在互动交流中领会知识.

教学过程

一、回顾交流，迁移拓展

【问题探究】

图 1 是两个直角三角形，除了直角相等的条件，还要满足几个条件，这两个直角三角形才能全等？



【教师活动】操作投影仪，提出“问题探究”，组织学生讨论.

【学生活动】小组讨论，发表意见：“由三角形全等条件可知，对于两个直角三角形，满足一边一锐角对应相等，或两直角边对应相等，这两个直角三角形就全等了.”

【媒体使用】投影显示“问题探究”.

【教学形式】分四人小组，合作、讨论.

【情境导入】如图 2 所示.



舞台背景的形状是两个直角三角形，工作人员想知道这两个直角三角形是否全等，但每个三角形都有一条直角边被花盆遮住无法测量。

(1) 你能帮他想个办法吗？

(2) 如果他只带了一个卷尺，能完成这个任务吗？

工作人员测量了每个三角形没有被遮住的直角边和斜边，发现它们分别对应相等，于是他就肯定“两个直角三角形是全等的”，你相信他的结论吗？

【思路点拨】(1) 学生可以回答去量斜边和一个锐角，或直角边和一个锐角，但对问题(2)学生难以回答。此时，教师可以引导学生对工作人员提出的办法及结论进行思考，并验证它们的方法，从而展开对直角三角形特殊条件的探索。

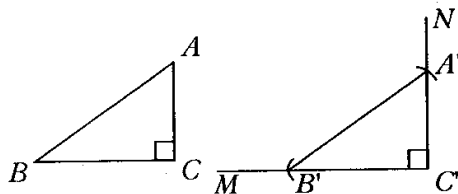
【教师活动】操作投影仪，提出问题，引导学生思考、验证。

【学生活动】思考问题，探究原理。

做一做如课本图：任意画出一个 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，使 $\angle C=90^\circ$ ，再画一个 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ ，使 $B'C'=BC$ ， $A'B'=AB$ ，把画好的 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ 剪下，放到 $\text{Rt}\triangle ABC$ 上，它们全等吗？

【学生活动】画图分析，寻找规律。如下：

规律：斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等（简写成“斜边、直角边”或“HL”）。



画一个 $\text{Rt}\triangle A'B'C'$ ，使 $B'C'=BC$ ， $AB=A'B'$ ；

1. 画 $\angle MC'N=90^\circ$ 。

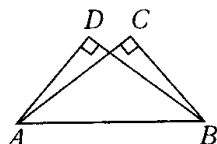
2. 在射线 $C'M$ 上取 $B'C'=BC$ 。

3. 以 B' 为圆心， AB 为半径画弧，交射线 $C'N$ 于点 A' 。

4. 连接 $A'B'$ 。

二、范例点击，应用所学

【例】如图， $AC \perp BC$ ， $BD \perp AD$ ， $AC=BD$ ，求证 $BC=AD$ 。



【思路点拨】欲证 $BC=AD$ ，首先应寻找和这两条线段有关的三角形，这里有 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BAC$ ， $\triangle ADO$ 和 $\triangle BCO$ ， O 为 DB 、 AC 的交点，经过条件的分析， $\triangle ABD$ 和 $\triangle BAC$ 具备全等的条件。

【教师活动】引导学生共同参与分析例 4。

证明： $\because AC \perp BC$ ， $BD \perp AD$ ，

$\therefore \angle C$ 与 $\angle D$ 都是直角。

在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle BAD$ 中，

$$\begin{cases} AB = BA, \\ AC = BD, \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle ABC \cong Rt\triangle BAD$ (HL)。

$\therefore BC=AD$ 。

【学生活动】参与教师分析，提出自己的见解。

【评析】在证明两个直角三角形全等时，要防止学生使用“SSA”来证明。

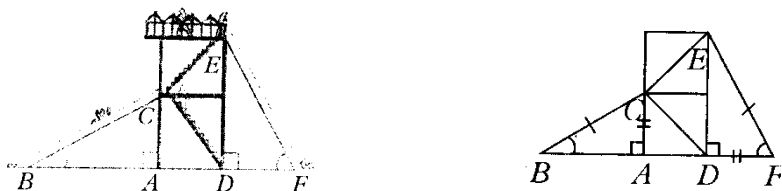
【媒体使用】投影显示例 4。

三、随堂练习，巩固深化

课本练习。

【探研时空】

如图 3，有两个长度相同的滑梯，左边滑梯的高度 AC 与右边滑梯水平方面的长度 DF 相等，两个滑梯的倾斜角 $\angle ABC$ 和 $\angle DEF$ 的大小有什么关系？



下面是三个同学的思考过程，你能明白他们的意思吗？（如图 4 所示）

$$\begin{cases} BC = EF, AC = DF \\ \angle CAB = \angle FDE = 90^\circ \end{cases} \rightarrow \triangle ABC \cong \triangle DEF \rightarrow \angle ABC = \angle DEF \rightarrow \angle ABC + \angle DEF = 90^\circ.$$

有一条直角边和斜边对应相等，所以 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 全等。这样 $\angle ABC = \angle DEF$ ，也就是 $\angle ABC + \angle DEF = 90^\circ$ 。

在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle DEF$ 中， $BC=EF$ ， $AC=DF$ ，因此这两个三角形是全等的，这样 $\angle ABC = \angle DEF$ ，所以 $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 是互余的。

【教学形式】这个问题涉及的推理比较复杂，可以通过全班讨论，共同解决这个问题，但不需要每个学生自己独立说明理由，只要求学生能看懂三位同学的思考过程就可以了。

四、课堂总结，发展潜能

本节课通过动手操作，在合作交流、比较中共同发现问题，培养直观发现问题的能力，在反思中发现新知，体会解决问题的方法。通过今天的学习和对前面三角形全等条件的探求，可知判定直角三角形全等有五种方法。（教师让学生讨论归纳）

五、布置作业，专题突破

1. 课本习题

板书设计

把黑板分成三份，重复使用，左边部分板书直角三角形判定定理等有关概念，中间部分板书“探究”，右边部分板书例题。

12.3 角的平分线的性质(1)

教学内容

本节课首先介绍作一个角的平分线的方法，然后用三角形全等证明角平分线的性质定理。

教学目标

1. 知识与技能

通过作图直观地理解角平分线的两个互逆定理.

2. 过程与方法

经历探究角的平分线的性质的过程, 领会其应用方法.

3. 情感、态度与价值观

激发学生的几何思维, 启迪他们的灵感, 使学生体会到几何的真正魅力.

重、难点与关键

1. 重点: 领会角的平分线的两个互逆定理.

2. 难点: 两个互逆定理的实际应用.

3. 关键: 可通过学生折纸活动得到角平分线上的点到角的两边的距离相等的结论. 利用全等来证明它的逆定理.

教具准备

投影仪、制作如课本图 11. 3—1 的教具.

教学方法

采用“问题解决”的教学方法, 让学生在实践探究中领会定

理.

教学过程

一、创设情境, 导入新课

【问题探究】(投影显示)

如课本图, 是一个平分角的仪器, 其中 $AB=AD$, $BC=DC$, 将点 A 放在角的顶点, AB 和 AD 沿着角的两边放下, 沿 AC 画一条射线 AE, AE 就是角平分线, 你能说明它的道理吗?

【教师活动】首先将“问题提出”, 然后运用教具直观地进行讲述, 提出探究的问题.

【学生活动】小组讨论后得出: 根据三角形全等条件“边边边”判定法, 可以说明这个仪器的制作原理.

【教师活动】

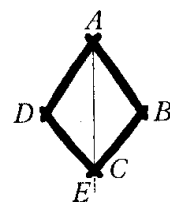
请同学们和老师一起完成下面的作图问题.

操作观察:

已知: $\angle AOB$.

求法: $\angle AOB$ 的平分线.

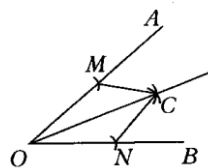
作法: (1) 以 O 为圆心, 适当长为半径作弧, 交 OA 于 M, 交 OB 于 N. (2) 分别以 M、N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧, 两弧在 $\angle AOB$ 的内部交于点 C. (3) 作射线 OC, 射线 OC 即为所求



【学生活动】动手制图（尺规），边画图边领会，认识角平分线的定义；同时在实践操作中感知。

【媒体使用】投影显示学生的“画图”。

【教学形式】小组合作交流。



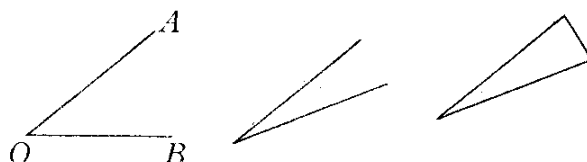
二、随堂练习，巩固深化

课本练习。

【学生活动】动手画图，从中得到：直线 CD 与直线 AB 是互相垂直的。

【探研时空】（投影显示）

如课本图，将 $\angle AOB$ 对折，再折出一个直角三角形（使第一条折痕为斜边），然后展开，观察两次折叠形成的三条折痕，你能得出什么结论？



【教师活动】操作投影仪，提出问题，提问学生。

【学生活动】实践感知，互动交流，得出结论，“从实践中可以看出，第一条折痕是 $\angle AOB$ 的平分线 OC，第二次折叠形成的两条折痕 PD、PE 是角的平分线上一点到 $\angle AOB$ 两边的距离，这两个距离相等。”

论证如下：

已知：OC 是 $\angle AOB$ 的平分线，点 P 在 OC 上， $PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$ ，垂足分别是 D、E（课本图 11.3—4）

求证：PD=PE.

证明： $\because PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$ ，

$\therefore \angle PDO = \angle PEO = 90^\circ$

在 $\triangle PDO$ 和 $\triangle PEO$ 中，

$$\begin{cases} \angle PDO = \angle PEO, \\ \angle AOC = \angle BOC, \\ OP = OP, \end{cases}$$

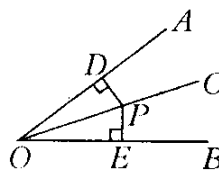
$\therefore \triangle PDO \cong \triangle PEO$ (AAS)

$\therefore PD = PE$

【归纳如下】

角的平分线上的点到角的两边的距离相等。

【教学形式】师生互动，生生互动，合作交流。



三、情境合一，优化思维

【问题思索】（投影显示）

如课本图，要在S区建一个集贸市场，使它到公路、铁路的距离相等，离公路与铁路交叉处500米，这个集贸市场应建于何处（在图上标出它的位置，比例尺为1：20 000）？



【学生活动】四人小组合作学习，动手操作探究，获得问题结论．从实践中可知：角平分线上的点到角的两边距离相等，将条件和结论互换：到角的两边的距离相等的点也在角的平分线上．

证明如下：

已知： $PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$ ，垂足分别是D、E， $PD=PE$ ．

求证：点P在 $\angle AOB$ 的平分线上．

证明：经过点P作射线OC．

$\because PD \perp OA$ ， $PE \perp OB$

$\therefore \angle PDO = \angle PEO = 90^\circ$

在 $Rt\triangle PDO$ 和 $Rt\triangle PEO$ 中，

$$\begin{cases} OP = OP, \\ PD = PE, \end{cases}$$

$\therefore Rt\triangle PDO \cong Rt\triangle PEO$ （HL）

$\therefore \angle AOC = \angle BOC$ ，

$\therefore OC$ 是 $\angle AOB$ 的平分线．

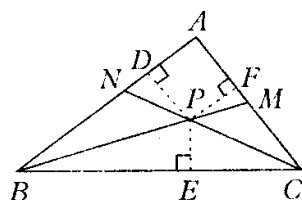
【教师活动】启发、引导学生；组织小组之间的交流、讨论；帮助“学困生”．

【归纳】到角的两边的距离相等的点在角的平分线上．

【教学形式】自主、合作、交流，在教师的引导下，比较上述两个结论，弄清其条件和结论，加深认识．

四、范例点击，应用所学

【例】如课本图， $\triangle ABC$ 的角平分线BM，CN相交于点P，求证：点P到三边AB，BC，CA的距离相等．



【思路点拨】因为已知、求证中都没有具体说明哪些线段是距离，而证明它们相等必须标出它们。所以这一段话要在证明中写出，同辅助线一样处理。如果已知中写明点 P 到三边的距离是哪些线段，那么图中画实线，在证明中就可以不写。

【教师活动】操作投影仪，显示例子，分析例子，引导学生参与。

证明：过点 P 作 PD、PE、PF 分别垂直于 AB、BC、CA，垂足为 D、E、F。

\therefore BM 是 $\triangle ABC$ 的角平分线，点 P 在 BM 上。

\therefore PD=PE

同理 PE=PF

\therefore PD=PE=PF

即点 P 到边 AB、BC、CA 的距离相等。

【评析】在几何里，如果证明的过程完全一样，只是字母不同，可以用“同理”二字概括，省略详细证明过程。

【学生活动】参与教师分析，主动探究学习。

五、随堂练习，巩固深化

课本练习。

六、课堂总结，发展潜能

1. 学生自行小结角平分线性质的逆定理，和它们的区别。
2. 说明本节例子实际上是证明三角形三条角平分线相交于一点的问题，说明这一点是三角形的内切圆的圆心（为以后学习设伏）。

七、布置作业，专题突破

1. 课本习题
2. 选用课时作业设计。

板书设计

把黑板分成三部分，左边部分板书概念、定理等，中间部分板书探究，右边部分板书例题，重复使用时，中间部分和右边部分板书练习题。

第十三章 轴对称

13.1 轴对称（一）

教学目标

1. 在生活实例中认识轴对称图.
2. 分析轴对称图形, 理解轴对称的概念.

教学重点: 轴对称图形的概念.

教学难点: 能够识别轴对称图形并找出它的对称轴.

教学过程

I. 创设情境, 引入新课

我们生活在一个充满对称的世界中, 许多建筑物都设计成对称形, 艺术作品的创作往往也从对称角度考虑, 自然界的许多动植物也按对称形生长, 中国的方块字中些也具有对称性……对称给我们带来多少美的感受! 初步掌握对称的奥妙, 不仅可以帮助我们发现一些图形的特征, 还可以使我们感受到自然界的美与和谐.

轴对称是对称中重要的一种, 从这节课开始, 我们来学习第十二章: 轴对称. 今天我们来研究第一节, 认识什么是轴对称图形, 什么是对称轴.

II. 导入新课

出示课本的图片, 观察它们都有些什么共同特征.

这些图形都是对称的. 这些图形从中间分开后, 左右两部分能够完全重合.

小结: 对称现象无处不在, 从自然景观到分子结构, 从建筑物到艺术作品, 甚至日常生活用品, 人们都可以找到对称的例子. 现在同学们就从我们生活周围的事物中来找一些具有对称特征的例子.

我们的黑板、课桌、椅子等.

我们的身体, 还有飞机、汽车、枫叶等都是对称的.

如课本的图, 把一张纸对折, 剪出一个图案 (折痕处不要完全剪断), 再打开这张对折的纸, 就剪出了美丽的窗花. 观察得到的窗花和图中的图形, 你能发现它们有什么共同的特点吗?

窗花可以沿折痕对折, 使折痕两旁的部分完全重合. 不仅窗花可以沿一条直线对折, 使直线两旁重合, 上面图中的图形也可以沿一条直线对折, 使直线两旁的部分重合.

结论: 如果一个图形沿一直线折叠, 直线两旁的部分能够互相重合, 这个图形就叫做轴对称图形, 这条直线就是它的对称轴. 这时, 我们也说这个图形关于这条直线 (成轴) 对称.

了解了轴对称图形及其对称轴的概念后, 我们来做一做.

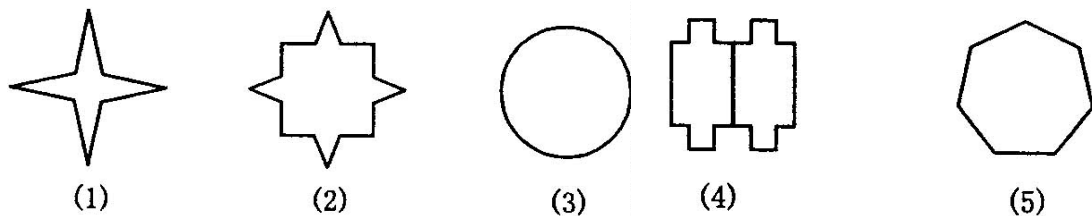
取一张质地较硬的纸, 将纸对折, 并用小刀在纸的中央随意刻出一个图案, 将纸打开后铺平, 你得到两个成轴对称的图案了吗? 与同伴进行交流.

结论: 位于折痕两侧的图案是对称的, 它们可以互相重合.

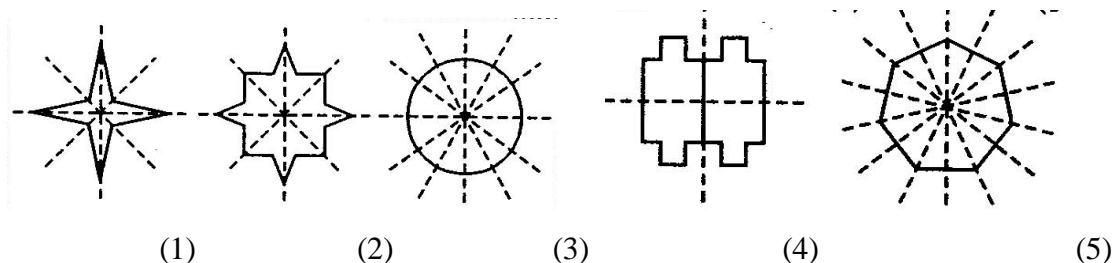
由此可以得到轴对称图形的特征：一个图形沿一条直线折叠后，折痕两侧的图形完全重合。

接下来我们来探讨一个有关对称轴的问题。有些轴对称图形的对称轴只有一条，但有的轴对称图形的对称轴却不止一条，有的轴对称图形的对称轴甚至有无数条。

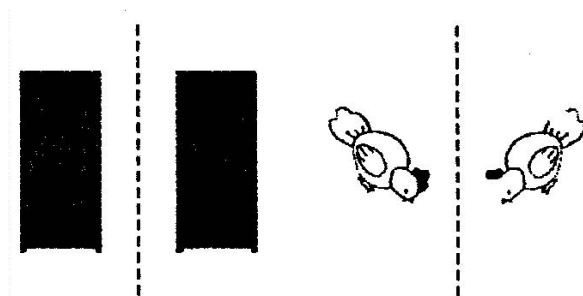
下列各图，你能找出它们的对称轴吗？



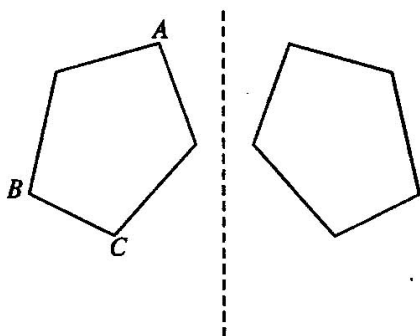
结果：图（1）有四条对称轴；图（2）有四条对称轴；图（3）有无数条对称轴；图（4）有两条对称轴；图（5）有七条对称轴。



展示挂图，大家想一想，你发现了什么？



像这样，把一个图形沿着某一条直线折叠，如果它能够与另一个图形重合，那么就说这两个图形关于这条直线对称，这条直线叫做对称轴，折叠后重合的点是对应点，叫做对称点。



III. 随堂练习：课本练习

IV. 课时小结

这节课我们主要认识了轴对称图形，了解了轴对称图形及有关概念，进一步探讨了轴对称

的特点，区分了轴对称图形和两个图形成轴对称.

V. 作业：课本习题

VI. 活动与探究：思考.

成轴对称的两个图形全等吗？如果把一个轴对称图形沿对称轴分成两个图形，那么这两个图形全等吗？这两个图形对称吗？

过程：在硬纸板上画两个成轴对称的图形，再用剪刀将这两个图形剪下来看是否重合. 再在硬纸板上画出一个轴对称图形，然后将该图形剪下来，再沿对称轴剪开，看两部分是否能够完全重合.

结论：成轴对称的两个图形全等. 如果把一个轴对称图形沿对称轴分成两个图形，这两个图形全等，并且也是成轴对称的.

轴对称是说两个图形的位置关系，而轴对称图形是说一个具有特殊形状的图形.

轴对称的两个图形和轴对称图形，都要沿某一条直线折叠后重合；如果把轴对称图形沿对称轴分成两部分，那么这两个图形就关于这条直线成轴对称；反过来，如果把两个成轴对称的图形看成一个整体，那么它就是一个轴对称图形.

板书设计

轴对称（一）

一、轴对称：如果一个图形沿一条直线折叠后，直线两旁的部分能够完全重合，这个图形就叫轴对称图形，这条直线叫对称轴.

二、两个图形成轴对称：把一个图形沿着某一条直线折叠，如果它能够与另一个图形重合，那么就说这两个图形关于这条直线对称.

13. 1 轴对称（二）

教学目标

1. 了解两个图形成轴对称性的性质，了解轴对称图形的性质.

2. 探究线段垂直平分线的性质.

3. 经历探索轴对称图形性质的过程, 进一步体验轴对称的特点, 发展空间观察.

教学重点; 1. 轴对称的性质. 2. 线段垂直平分线的性质.

教学难点: 体验轴对称的特征.

教学过程

I. 创设情境, 引入新课

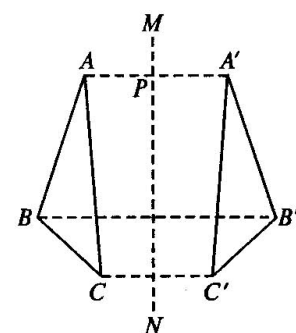
上节课我们共同探讨了轴对称图形, 知道现实生活中由于有轴对称图形, 而使得世界非常美丽. 那么大家想一想, 什么样的图形是轴对称图形呢?

今天继续来研究轴对称的性质.

II. 导入新课: 观看投影并思考.

如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 MN 对称, 点 A' 、 B' 、 C' 分别是点 A 、 B 、 C 的对称点, 线段 AA' 、 BB' 、 CC' 与直线 MN 有什么关系?

图中 A 、 A' 是对称点, AA' 与 MN 垂直, BB' 和 CC' 也与 MN 垂直.



AA' 、 BB' 和 CC' 与 MN 除了垂直以外还有什么关系吗?

$\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 关于直线 MN 对称, 点 A' 、 B' 、 C' 分别是点 A 、 B 、 C 的对称点, 设 AA' 交对称轴 MN 于点 P , 将 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 沿 MN 对折后, 点 A 与 A' 重合, 于是有 $AP=A'P$, $\angle MPA=\angle MPA'=90^\circ$. 所以 AA' 、 BB' 和 CC' 与 MN 除了垂直以外, MN 还经过线段 AA' 、 BB' 和 CC' 的中点.

对称轴所在直线经过对称点所连线段的中点, 并且垂直于这条线段. 我们把经过线段中点并且垂直于这条线段的直线, 叫做这条线段的垂直平分线.

自己动手画一个轴对称图形, 并找出两对称点, 看一下对称轴和两对称点连线的关系.

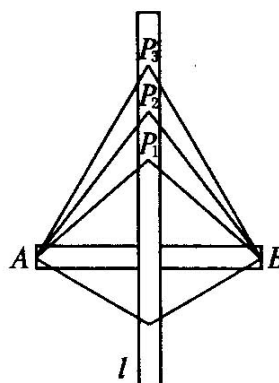
我们可以看出轴对称图形与两个图形关于直线对称一样, 对称轴所在直线经过对称点所连线段的中点, 并且垂直于这条线段.

归纳图形轴对称的性质:

如果两个图形关于某条直线对称, 那么对称轴是任何一对对称点所连线段的垂直平分线. 类似地, 轴对称图形的对称轴是任何一对对称点所连线段的垂直平分线.

下面我们来探究线段垂直平分线的性质.

[探究 1]



如下图. 木条 L 与 AB 钉在一起, L 垂直平分 AB , P_1, P_2, P_3, \dots 是 L 上的点, 分别量一量点 P_1, P_2, P_3, \dots 到 A 与 B 的距离, 你有什么发现?

1. 用平面图将上述问题进行转化, 先作出线段 AB , 过 AB 中点作 AB 的垂直平分线 L , 在 L 上取 P_1, P_2, P_3, \dots , 连结 $AP_1, AP_2, BP_1, BP_2, CP_1, CP_2, \dots$

2. 作好图后, 用直尺量出 $AP_1, AP_2, BP_1, BP_2, CP_1, CP_2, \dots$ 讨论发现什么样的规律.

探究结果:

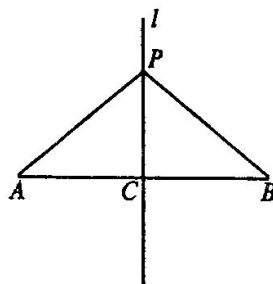
线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等. 即 $AP_1=BP_1, AP_2=BP_2, \dots$

证明.

证法一: 利用判定两个三角形全等.

如下图, 在 $\triangle APC$ 和 $\triangle BPC$ 中,

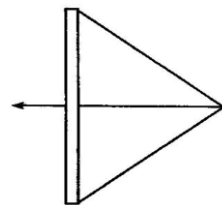
$$\begin{cases} PC = PC \\ \angle PCA = \angle PCB = 90^\circ \\ AC = BC \end{cases}$$



$$\Rightarrow \triangle APC \cong \triangle BPC \Rightarrow PA = PB.$$

证法二: 利用轴对称性质.

由于点 C 是线段 AB 的中点, 将线段 AB 沿直线 L 对折, 线段 PA 与 PB 是重合的, 因此它们也是相等的. 带着探究 1 的结论我们来看下面的问题.

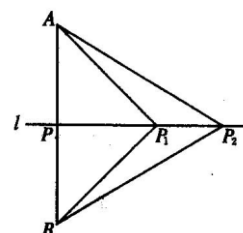
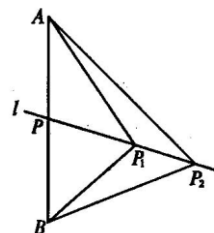


[探究 2]

如右图. 用一根木棒和一根弹性均匀的橡皮筋, 做一个简易的“弓”, “箭”通过木棒中央的孔射出去, 怎样才能保持出箭的方向与木棒垂直呢? 为什么?

活动: 1. 用平面图形将上述问题进行转化. 作线段 AB , 取其中点 P , 过 P 作 L , 在 L 上取点 P_1, P_2 , 连结 AP_1, AP_2, BP_1, BP_2 . 会有以下两种可能.

2. 讨论: 要使 L 与 AB 垂直, AP_1, AP_2, BP_1, BP_2 应满足什么条件?



探究过程:

1. 如上图甲, 若 $AP_1 \neq BP_1$, 那么沿 L 将图形折叠后, A 与 B 不可能重合, 也就是 $\angle APP_1 \neq \angle BPP_1$, 即 L 与 AB 不垂直.

2. 如上图乙, 若 $AP_1 = BP_1$, 那么沿 L 将图形折叠后, A 与 B 恰好重合, 就有 $\angle APP_1 = \angle BPP_1$, 即 L 与 AB 重合. 当 $AP_2 = BP_2$ 时, 亦然.

探究结论:

与一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上．也就是说在[探究 2]图中，只要使箭端到弓两端的端点的距离相等，就能保持射出箭的方向与木棒垂直．

[师]上述两个探究问题的结果就给出了线段垂直平分线的性质，即：线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等；反过来，与这条线段两个端点距离相等的点都在它的垂直平分线上．所以线段的垂直平分线可以看成是与线段两端点距离相等的所有点的集合．

III. 随堂练习： 课本练习．

IV. 课时小结

这节课通过探索轴对称图形对称性的过程，了解了线段的垂直平分线的有关性质，同学们应灵活运用这些性质来解决问题．

V. 课后作业： 课本习题

板书设计

轴对称（二）

一、复习：轴对称图形．

二、线段垂直平分线的定义：经过线段中点并且垂直于这条线段的直线，叫做线段的垂直平分线．

三、图形轴对称的性质：如果两个图形关于某条直线对称，那么对称轴是任何一对对称点所连线段的垂直平分线．类似地，轴对称图形的对称轴是任何一对对称点所连线段的垂直平分线．

四、线段垂直平分线的性质：线段垂直平分线的点到这条线段两个端点的距离相等；反过来，与这条线段两个端点距离相等的点都在它的垂直平分线上．

13. 2 画轴对称图形

教学目标

1. 通过实际操作，了解什么叫做轴对称变换．
2. 如何作出一个图形关于一条直线的轴对称图形．

教学重点

1. 轴对称变换的定义. 2. 能够按要求作出简单平面图形经过轴对称后的图形.

教学难点

1. 作出简单平面图形关于直线的轴对称图形. 2. 利用轴对称进行一些图案设计.

教学过程

I. 设置情境，引入新课

在前一个章节，我们学习了轴对称图形以及轴对称图形的一些相关的性质问题. 在上节课的作业中，我们有个要求，让同学们自己思考一种作轴对称图形的方法，现在来看一下同学们完成的怎么样.

将一张纸对折后，用针尖在纸上扎出一个图案，将纸打开后铺平，得到的两个图案是关于折痕成轴对称的图形.

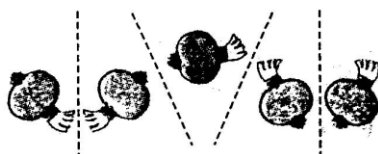
准备一张质地较软，吸水性能好的纸或报纸，在纸的一侧上滴上一滴墨水，将纸迅速对折，压平，并且手指压出清晰的折痕. 再将纸打开后铺平，位于折痕两侧的墨迹图案也是对称的. 这节课我们就是来作简单平面图形经过轴对称后的图形.

II. 导入新课

由我们已经学过的知识知道，连结任意一对对应点的线段被对称轴垂直平分.

类似地，我们也可以由一个图形得到与它成轴对称的另一个图形，重复这个过程，可以得到美丽的图案.

对称轴方向和位置发生变化时，得到的图形的方向和位置也会发生变化. 大家看大屏幕，从电脑演示的图案变化中找出对称轴的方向和位置，体会对称轴方向和位置的变化在图案设计中的奇妙用途.



下面，同学们自己动手在一张纸上画一个图形，将这张纸折叠描图，再打开看看，得到了什么？改变折痕的位置并重复几次，又得到了什么？同学们互相交流一下.

结论：由一个平面图形可以得到它关于一条直线 l 对称的图形，这个图形与原图形的形状、大小完全相同；新图形上的每一点，都是原图形上的某一点关于直线 l 的对称点；连结任意一对对应点的线段被对称轴垂直平分.

我们把上面由一个平面图形得到它的轴对称图形叫做轴对称变换.

成轴对称的两个图形中的任何一个可以看作由另一个图形经过轴对称变换后得到. 一个轴对称图形也可以看作以它的一部分为基础，经轴对称变换扩展而成的.

取一张长 30 厘米，宽 6 厘米的纸条，将它每 3 厘米一段，一正一反像“手风琴”那样折

叠起来，并在折叠好的纸上画上字母 E，用小刀把画出的字母 E 挖去，拉开“手风琴”，你就可以得到以字母 E 为图案的花边。回答下列问题。

(1) 在你所得的花边中，相邻两个图案有什么关系？相间的两个图案又有什么关系？说说你的理由。

(2) 如果以相邻两个图案为一组，每一组图案之间有什么关系？三个图案为一组呢？为什么？

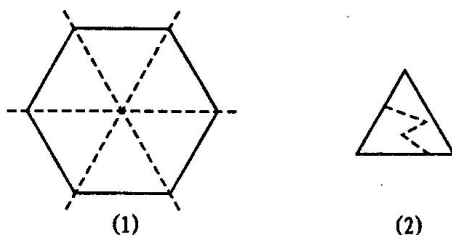
(3) 在上面的活动中，如果先将纸条纵向对折，再折成“手风琴”，然后继续上面的步骤，此时会得到怎样的花边？它是轴对称图形吗？先猜一猜，再做一做。

注：为了保证剪开后的纸条保持连结，画出的图案应与折叠线稍远一些。

III. 随堂练习：练习

(二) 如图 (1)，将一张正六边形纸沿虚线对折折 3 次，得到一个多层的 60° 角形纸，用剪刀在折叠好的纸上随意剪出一条线，如图 (2)。

(1) 猜一猜，将纸打开后，你会得到怎样的图形？



(2) 这个图形有几条对称轴？

(3) 如果想得到一个含有 5 条对称轴的图形，你应取什么形状的纸？应如何折叠？

答案：(1) 轴对称图形。

(2) 这个图形至少有 3 条对称轴。

(3) 取一个正十边形的纸，沿它通过中心的五条对角线折叠五次，得到一个多层的 36° 角形纸，用剪刀在叠好的纸上任意剪出一条线，打开即可得到一个至少含有 5 条对称轴的轴对称图形。

(三) 回顾本节课内容，然后小结。

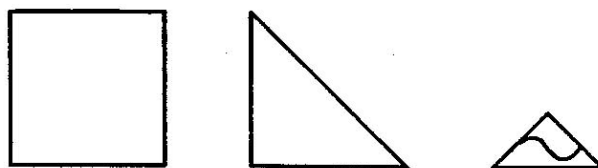
IV. 课时小结

本节课我们主要学习了如何通过轴对称变换来作出一个图形的轴对称图形，并且利用轴对称变换来设计一些美丽的图案。在利用轴对称变换设计图案时，要注意运用对称轴位置和方向的变化，使我们设计出更新颖独特的美丽图案。

V. 动手并思考

(一) 如下图所示，取一张薄的正方形纸，沿对角线对折后，得到一个等腰直角三角形，

再沿斜边上的高线对折，将得到的角形沿黑色线剪开，去掉含 90° 角的部分，拆开折叠的纸，并将其铺平。



(1) 你会得怎样的图案？先猜一猜，再做一做。

(2) 你能说明为什么会得到这样的图案吗？应用学过的轴对称的知识试一试。

(3) 如果将正方形纸按上面方式折 3 次，然后再沿圆弧剪开，去掉较小部分，展开后结果又会怎样？为什么？

(4) 当纸对折 2 次后，剪出的图案至少有几条对称轴？3 次呢？

答案：(1) 得到一个有 2 条对称轴的图形。

(2) 按照上面的做法，实际上相当于折出了正方形的 2 条对称轴；因此 (1) 中的图案一定有 2 条对称轴。

(3) 按题中的方式将正方形对折 3 次，相当于折出了正方形的 4 条对称轴，因此得到的图案一定有 4 条对称轴。

(4) 当纸对折 2 次，剪出的图案至少有 2 条对称轴；当纸对折 3 次，剪出的图案至少有 4 条对称轴。

(二) 自己设计并制作一个花边。

作业：习题

板书设计

作轴对称图形

一. 如何由一个平面图形得到它的轴对称图形. 二. 利用轴对称设计图案

用坐标表示轴对称

教学目标

在平面直角坐标系中，确定轴对称变换前后两个图形中特殊点的位置关系，再利用轴对称的性质作出成轴对称的图形

教学重点：用坐标表示轴对称

教学难点：利用转化的思想，确定能代表轴对称图形的关键点

教学过程:

一、复习轴对称图形的有关性质

二、新授: 1. 学生探索:

点 (x,y) 关于 x 轴对称的点的坐标 $(x,-y)$; 点 (x,y) 关于 y 轴对称的点的坐标 $(-x,y)$; 点 (x,y) 关于原点对称的点的坐标 $(-x,-y)$

2. 例 3 四边形 $ABCD$ 的四个顶点的坐标分别为 $A(-5,1)$ 、 $B(-2,1)$ 、 $C(-2,5)$ 、 $D(-5,4)$, 分别作出与四边形 $ABCD$ 关于 x 轴和 y 轴对称的图形.

(1) 归纳: 与已知点关于 y 轴或 x 轴对称的点的坐标的规律;

(2) 学生画图

(3) 对于这类问题, 只要先求出已知图形中的一些特殊点的对应点的坐标, 描出并顺次连接这些特殊点, 就可以得到这个图形的轴对称图形.

3、探究问题

分别作出 $\triangle PQR$ 关于直线 $x=1$ (记为 m)和直线 $y=-1$ (记为 n)对称的图形, 你能发现它们的对应点的坐标之间分别有什么关系吗?

(1) 学生画图, 由具体的数据, 发现它们的对应点的坐标之间的关系

(2) 若 $\triangle P_1Q_1R_1$ 中 $P_1(x_1,y_1)$ 关于 $x=1$ (记为 m)轴对称的点的坐标 $P_2(x_2,y_2)$,

$$\text{则 } \frac{x_1 + x_2}{2} = m, y_1 = y_2.$$

若 $\triangle P_1Q_1R_1$ 中 $P_1(x_1,y_1)$ 关于 $y=-1$ (记为 n)轴对称的点的坐标 $P_2(x_2,y_2)$,

$$\text{则 } x_1 = x_2, \frac{y_1 + y_2}{2} = -1.$$

三、练习: 课本

四、四、作业: 课本

13. 3. 等腰三角形 (一)

教学目标

1. 等腰三角形的概念. 2. 等腰三角形的性质. 3. 等腰三角形的概念及性质的应用.

教学重点: 1. 等腰三角形的概念及性质. 2. 等腰三角形性质的应用.

教学难点: 等腰三角形三线合一的性质的理解及其应用.

教学过程

I. 提出问题, 创设情境

在前面的学习中，我们认识了轴对称图形，探究了轴对称的性质，并且能够作出一个简单平面图形关于某一直线的轴对称图形，还能够通过轴对称变换来设计一些美丽的图案。这节课我们就是从轴对称的角度来认识一些我们熟悉的几何图形。来研究：①三角形是轴对称图形吗？②什么样的三角形是轴对称图形？

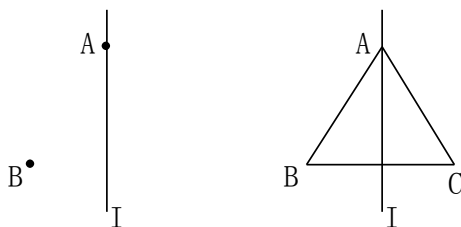
有的三角形是轴对称图形，有的三角形不是。

问题：那什么样的三角形是轴对称图形？

满足轴对称的条件的三角形就是轴对称图形，也就是将三角形沿某一条直线对折后两部分能够完全重合的就是轴对称图形。

我们这节课就来认识一种成轴对称图形的三角形——等腰三角形。

II. 导入新课： 要求学生通过自己的思考来做一个等腰三角形。



作一条直线 l ，在 l 上取点 A ，在 l 外取点 B ，作出点 B 关于直线 l 的对称点 C ，连结 AB 、 BC 、 CA ，则可得到一个等腰三角形。

等腰三角形的定义：有两条边相等的三角形叫做等腰三角形。相等的两边叫做腰，另一边叫做底边，两腰所夹的角叫做顶角，底边与腰的夹角叫底角。同学们在自己作出的等腰三角形中，注明它的腰、底边、顶角和底角。

思考：

1. 等腰三角形是轴对称图形吗？请找出它的对称轴。
2. 等腰三角形的两底角有什么关系？
3. 顶角的平分线所在的直线是等腰三角形的对称轴吗？
4. 底边上的中线所在的直线是等腰三角形的对称轴吗？底边上的高所在的直线呢？

结论：等腰三角形是轴对称图形。它的对称轴是顶角的平分线所在的直线。因为等腰三角形的两腰相等，所以把这两条腰重合对折三角形便知：等腰三角形是轴对称图形，它的对称轴是顶角的平分线所在的直线。

要求学生把自己做的等腰三角形进行折叠，找出它的对称轴，并看它的两个底角有什么关系。

沿等腰三角形的顶角的平分线对折，发现它两旁的部分互相重合，由此可知这个等腰三角形的两个底角相等，而且还可以知道顶角的平分线既是底边上的中线，也是底边上的高。

由此可以得到等腰三角形的性质：

1. 等腰三角形的两个底角相等（简写成“等边对等角”）。
2. 等腰三角形的顶角平分线，底边上的中线、底边上的高互相重合（通常称作“三线合一”）。

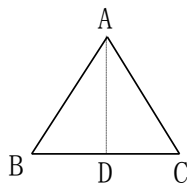
由上面折叠的过程获得启发，我们可以通过作出等腰三角形的对称轴，得到两个全等的三角形，从而利用三角形的全等来证明这些性质。同学们现在就动手来写出这些证明过程）。

如右图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，作底边 BC 的中线 AD ，因为

$$\begin{cases} AB=AC \\ BD=CD \\ AD=AD \end{cases}$$

所以 $\triangle BAD \cong \triangle CAD$ (SSS).

所以 $\angle B = \angle C$.

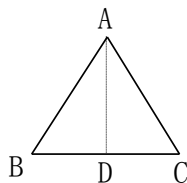


如右图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，作顶角 $\angle BAC$ 的角平分线 AD ，因为

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle BAD = \angle CAD \\ AD=AD \end{cases}$$

所以 $\triangle BAD \cong \triangle CAD$.

所以 $BD=CD$, $\angle BDA = \angle CDA = \frac{1}{2} \angle BDC = 90^\circ$.



[例 1]如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，点 D 在 AC 上，且 $BD=BC=AD$ ，

求： $\triangle ABC$ 各角的度数。

分析：根据等边对等角的性质，我们可以得到

$$\angle A = \angle ABD, \quad \angle ABC = \angle C = \angle BDC,$$

再由 $\angle BDC = \angle A + \angle ABD$ ，就可得到 $\angle ABC = \angle C = \angle BDC = 2\angle A$ 。

再由三角形内角和为 180° ，就可求出 $\triangle ABC$ 的三个内角。

把 $\angle A$ 设为 x 的话，那么 $\angle ABC$ 、 $\angle C$ 都可以用 x 来表示，这样过程就更简捷。

解：因为 $AB=AC$, $BD=BC=AD$,

所以 $\angle ABC = \angle C = \angle BDC$ 。

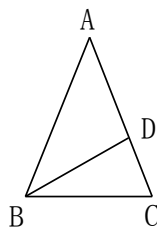
$\angle A = \angle ABD$ （等边对等角）。

设 $\angle A = x$ ，则 $\angle BDC = \angle A + \angle ABD = 2x$,

从而 $\angle ABC = \angle C = \angle BDC = 2x$ 。

于是在 $\triangle ABC$ 中，有

$$\angle A + \angle ABC + \angle C = x + 2x + 2x = 180^\circ,$$



解得 $x=36^\circ$. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=35^\circ$, $\angle ABC=\angle C=72^\circ$.

[师]下面我们通过练习来巩固这节课所学的知识.

Ⅲ. 随堂练习: 1、课本练习、 2. 阅读课本, 然后小结.

Ⅳ. 课时小结

这节课我们主要探讨了等腰三角形的性质, 并对性质作了简单的应用. 等腰三角形是轴对称图形, 它的两个底角相等(等边对等角), 等腰三角形的对称轴是它顶角的平分线, 并且它的顶角平分线既是底边上的中线, 又是底边上的高.

我们通过这节课的学习, 首先就是要理解并掌握这些性质, 并且能够灵活应用它们.

V. 作业: 课本习题

板书设计

等腰三角形

一、设计方案作出一个等腰三角形

二、等腰三角形性质: 1. 等边对等角 2. 三线合一

13. 3 等腰三角形 (二)

教学目标

- 1、理解并掌握等腰三角形的判定定理及推论
- 2、能利用其性质与判定证明线段或角的相等关系.

教学重点: 等腰三角形的判定定理及推论的运用

教学难点: 正确区分等腰三角形的判定与性质, 能够利用等腰三角形的判定定理证明线段的相等关系.

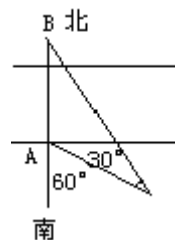
教学过程:

一、复习等腰三角形的性质

二、新授：

I 提出问题，创设情境

出示投影片．某地质专家为估测一条东西流向河流的宽度，选择河流北岸上一棵树(B 点)为 B 标，然后在这棵树的正南方(南岸 A 点抽一小旗作标志)沿南偏东 60° 方向走一段距离到 C 处时，测得 $\angle ACB$ 为 30° ，这时，地质专家测得 AC 的长度就可知河流宽度．



学生们很想知道，这样估测河流宽度的根据是什么？带着这个问题，引导学生学习“等腰三角形的判定”．

II 引入新课

1. 由性质定理的题设和结论的变化，引出研究的内容——在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle B = \angle C$ ，则 $AB = AC$ 吗？

作一个两个角相等的三角形，然后观察两等角所对的边有什么关系？

2. 引导学生根据图形，写出已知、求证．

2、小结，通过论证，这个命题是真命题，即“等腰三角形的判定定理”(板书定理名称)．

强调此定理是在一个三角形中把角的相等关系转化成边的相等关系的重要依据，类似于性质定理可简称“等角对等边”．

4. 引导学生说出引例中地质专家的测量方法的根据．

III 例题与练习

1. 如图 2

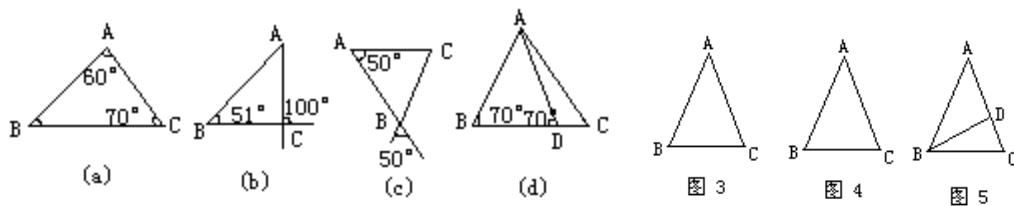


图 2

其中 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的是 []

2. ①如图 3，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle A = 36^\circ$ ，则 $\angle C$ _____ (根据什么？)．

②如图 4，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 36^\circ$ ， $\angle C = 72^\circ$ ， $\triangle ABC$ 是 _____ 三角形(根据什么？)．

③若已知 $\angle A = 36^\circ$ ， $\angle C = 72^\circ$ ，BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于 D，判断图 5 中等腰三角形有 _____．

④若已知 $AD = 4\text{cm}$ ，则 BC _____ cm．

3. 以问题形式引出推论 1 _____．

4. 以问题形式引出推论 2 _____．

例： 如果三角形一个外角的平分线平行于三角形的一边，求证这个三角形是等腰三角形．

分析： 引导学生根据题意作出图形，写出已知、求证，并分析证明．

练习：5. (1)如图 6，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 的平分线相交于点 F ，过 F 作 $DE\parallel BC$ ，交 AB 于点 D ，交 AC 于点 E ．问图中哪些三角形是等腰三角形？

(2)上题中，若去掉条件 $AB=AC$ ，其他条件不变，图 6 中还有等腰三角形吗？

练习： 书中 1、2、3。

IV 课堂小结

1. 判定一个三角形是等腰三角形有几种方法？
2. 判定一个三角形是等边三角形有几种方法？
3. 等腰三角形的性质定理与判定定理有何关系？
4. 现在证明线段相等问题，一般应从几方面考虑？

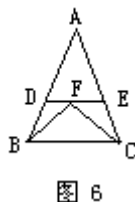


图 6

V 布置作业习题

等边三角形(一)

教学目的

1. 使学生熟练地运用等腰三角形的性质求等腰三角形内角的角度。
2. 熟识等边三角形的性质及判定。
2. 通过例题教学，帮助学生总结代数法求几何角度，线段长度的方法。

教学重点： 等腰三角形的性质及其应用。

教学难点： 简洁的逻辑推理。

教学过程

一、复习巩固

1. 叙述等腰三角形的性质，它是怎么得到的？

等腰三角形的两个底角相等，也可以简称“等边对等角”。把等腰三角形对折，折叠两部分是互相重合的，即 AB 与 AC 重合，点 B 与点 C 重合，线段 BD 与 CD 也重合，所以 $\angle B = \angle C$ 。

等腰三角形的顶角平分线，底边上的中线和底边上的高线互相重合，简称“三线合一”。由于 AD 为等腰三角形的对称轴，所以 $BD = CD$ ， AD 为底边上的中线； $\angle BAD = \angle CAD$ ， AD 为顶角平分线， $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$ ， AD 又为底边上的高，因此“三线合一”。

2. 若等腰三角形的两边长为 3 和 4，则其周长为多少？

二、新课

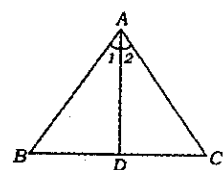
在等腰三角形中，有一种特殊的情况，就是底边与腰相等，这时，三角形三边都相等。我们把三条边都相等的三角形叫做等边三角形。

等边三角形具有什么性质呢？

1. 请同学们画一个等边三角形，用量角器量出各个内角的度数，并提出猜想。

2. 你能否用已知的知识，通过推理得到你的猜想是正确的？

等边三角形是特殊的等腰三角形，由等腰三角形等边对等角的性质得到 $\angle A = \angle B = \angle C$ ，又由 $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ ，从而推出 $\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ 。



图(1)

3. 上面的条件和结论如何叙述？

等边三角形的各角都相等，并且每一个角都等于 60° 。

等边三角形是轴对称图形吗？如果是，有几条对称轴？

等边三角形也称为正三角形。

例 1. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 BC 边上的中点， $\angle B = 30^\circ$ ，求 $\angle 1$ 和 $\angle ADC$ 的度数。

分析：由 $AB = AC$ ， D 为 BC 的中点，可知 AD 为 BC 底边上的中线，由“三线合一”可知 AD 是 $\triangle ABC$ 的顶角平分线，底边上的高，从而 $\angle ADC = 90^\circ$ ， $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle BAC$ ，由于 $\angle C = \angle B = 30^\circ$ ， $\angle BAC$ 可求，所以 $\angle 1$ 可求。

问题 1：本题若将 D 是 BC 边上的中点这一条件改为 AD 为等腰三角形顶角平分线或底边 BC 上的高线，其它条件不变，计算的结果是否一样？

问题 2：求 $\angle 1$ 是否还有其它方法？

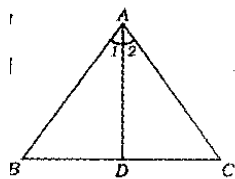
三、练习巩固

1. 判断下列命题，对的打“√”，错的打“×”。

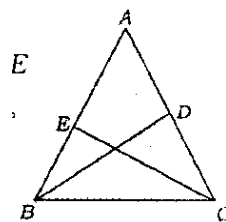
a. 等腰三角形的角平分线，中线和高三线互相重合()

b. 有一个角是 60° 的等腰三角形，其它两个内角也为 60° ()

2. 如图(2)，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = AC$ ， AD 为 $\angle BAC$ 的平分线，且 $\angle 2 = 25^\circ$ ，求 $\angle ADB$ 和 $\angle B$ 的度数。



图(2)



图(3)

3. P54 练习 1、2。

四、小结

由等腰三角形的性质可以推出等边三角形的各角相等，且都为 60° 。“三线合一”性质在实际应用中，只要推出其中一个结论成立，其他两个结论一样成立，所以关键是寻找其中一个结论成立的条件。

五、作业： 1. 课本

2、补充：如图(3)， $\triangle ABC$ 是等边三角形，BD、CE 是中线，求 $\angle CBD$ ， $\angle BOE$ ， $\angle BOC$ ， $\angle EOD$ 的度数。

等边三角形（二）

教学目标

1. 掌握等边三角形的性质和判定方法.
2. 培养分析问题、解决问题的能力.

教学重点：等边三角形的性质和判定方法.

教学难点：等边三角形性质的应用

教学过程

I 创设情境，提出问题

回顾上节课讲过的等边三角形的有关知识

1. 等边三角形是轴对称图形，它有三条对称轴.
2. 等边三角形每一个角相等，都等于 60°

3. 三个角都相等的三角形是等边三角形.

4. 有一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形.

其中 1、2 是等边三角形的性质；3、4 的等边三角形的判断方法.

II 例题与练习

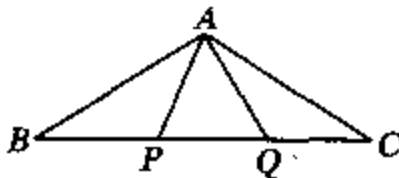
1. $\triangle ABC$ 是等边三角形，以下三种方法分别得到的 $\triangle ADE$ 都是等边三角形吗，为什么？

①在边 AB 、 AC 上分别截取 $AD=AE$.

②作 $\angle ADE=60^\circ$ ， D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上.

③过边 AB 上 D 点作 $DE \parallel BC$ ，交边 AC 于 E 点.

2. 已知：如右图， P 、 Q 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的两点，，并且 $PB=PQ=QC=AP=AQ$.求 $\angle BAC$ 的大小.



分析：由已知显然可知三角形 APQ 是等边三角形，每个角都是 60° . 又知 $\triangle APB$ 与 $\triangle AQC$ 都是等腰三角形，两底角相等，由三角形外角性质即可推得 $\angle PAB=30^\circ$.

3. P56 页练习 1、2

III 课堂小结： 1. 等腰三角形和性质；等腰三角形的条件

V 布置作业： 1. 习题.

2. 已知等边 $\triangle ABC$ ，求平面内一点 P ，满足 A ， B ， C ， P 四点中的任意三点连线都构成等腰三角形. 这样的点有多少个？

等边三角形（三）

教学过程

一、 复习等腰三角形的判定与性质

二、 新授：

1. 等边三角形的性质：三边相等；三角都是 60° ；三边上的中线、高、角平分线相等

2. 等边三角形的判定：

三个角都相等的三角形是等边三角形；有一个角是 60° 的等腰三角形是等边三角形；

在直角三角形中，如果一个锐角等于 30° ，那么它所对的直角边等于斜边的一半

注意：推论 1 是判定一个三角形为等边三角形的一个重要方法.推论 2 说明在等腰三角形中，

只要有一个角是 60° ，不论这个角是顶角还是底角，就可以判定这个三角形是等边三角形。推论 3 反映的是直角三角形中边与角之间的关系。

3. 由学生解答课本 148 页的例子；

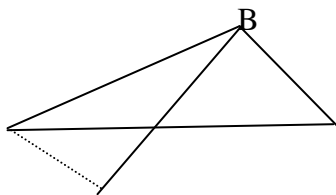
4. 补充：已知如图所示，在 $\triangle ABC$ 中， BD 是 AC 边上的中线， $DB \perp BC$ 于 B ， $\angle ABC = 120^\circ$ ，求证： $AB = 2BC$

分析 由已知条件可得 $\angle ABD = 30^\circ$ ，如能构造有一个锐角是 30° 的直角三角形，斜边是 AB ， 30° 角所对的边是与 BC 相等的线段，问题就得到解决了。

证明：过 A 作 $AE \parallel BC$ 交 BD 的延长线于 E

$\because DB \perp BC$ (已知)

$\therefore \angle AED = 90^\circ$ (两直线平行内错角相等)



在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDB$ 中

$$\begin{cases} \angle E = \angle CBD \text{ (已证)} \\ \angle ADE = \angle BDC \text{ (对顶角相等)} \\ AD = CD \text{ (已知)} \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDB$ (AAS)

$\therefore AE = CB$ (全等三角形的对应边相等)

$\because \angle ABC = 120^\circ, DB \perp BC$ (已知) $\therefore \angle ABD = 30^\circ$

在 $Rt\triangle ABE$ 中， $\angle ABD = 30^\circ$

$\therefore AE = \frac{1}{2} AB$ (在直角三角形中，如果一个锐角等于 30° ，

那么它所对的直角边等于斜边的一半)

$\therefore BC = \frac{1}{2} AB$ 即 $AB = 2BC$

点评 本题还可过 C 作 $CE \parallel AB$

5、训练：如图所示，在等边 $\triangle ABC$ 的边的延长线上取一点 E ，以 CE 为边作等边 $\triangle CDE$ ，使它与 $\triangle ABC$ 位于直线 AE 的同一侧，点 M 为线段 AD 的中点，点 N 为线段 BE 的中点，求证： $\triangle CNM$ 是等边三角形。

分析 由已知易证明 $\triangle ADC \cong \triangle BEC$ ，得 $BE = AD$ ， $\angle EBC = \angle DAE$ ，而 M 、 N 分别为 BE 、 AD 的中点，于是有 $BN = AM$ ，要证明 $\triangle CNM$ 是等边三角形，只须证 $MC = CN$ ， $\angle MCN = 60^\circ$ ，所以要证 $\triangle NBC \cong \triangle MAC$ ，由上述已推出的结论，根据边角边公理，可证得 $\triangle NBC \cong \triangle MAC$

证明： \because 等边 $\triangle ABC$ 和等边 $\triangle DCE$ ，

$\therefore BC = AC$ ， $CD = CE$ ，(等边三角形的边相等)

$\angle BCA = \angle DCE = 60^\circ$ (等边三角形的每个角都是 60°)

$\therefore \angle BCE = \angle DCA \quad \therefore \triangle BCE \cong \triangle ACD \text{ (SAS)}$

$\therefore \angle EBC = \angle DAC$ (全等三角形的对应角相等)

$BE = AD$ (全等三角形的对应边相等)

又 $\because BN = \frac{1}{2} BE, AM = \frac{1}{2} AD$ (中点定义)

$\therefore BN = AM \quad \therefore \triangle NBC \cong \triangle MAC \text{ (SAS)}$

$\therefore CM = CN$ (全等三角形的对应边相等) $\angle ACM = \angle BCN$ (全等三角形的对应角相等)

$\therefore \angle MCN = \angle ACB = 60^\circ$

$\therefore \triangle MCN$ 为等边三角形 (有一个角等于 60° 的等腰三角形是等边三角形)

解题小结

1. 本题通过将分析法和综合法并用进行分析,得到了本题的证题思路,较复杂的几何问题经常用这种方法进行分析
2. 本题反复利用等边三角形的性质,证得了两对三角形全等,从而证得 $\triangle MCN$ 是一个含 60° 角的等腰三角形,在较复杂的图形中,如何准确地找到所需要的全等三角形是证题的关键.

三、小结本节知识

四、作业

第十四章 整式的乘法与因式分解

14.1 整式的乘法 (一)

同底数幂的乘法

教学目标

1. 知识与技能

在推理判断中得出同底数幂乘法的运算法则,并掌握“法则”的应用.

2. 过程与方法

经历探索同底数幂的乘法运算性质的过程,感受幂的意义,发展推理能力和表达能力,提高计算能力.

3. 情感、态度与价值观

在小组合作交流中,培养协作精神、探究精神,增强学习信心.

重、难点与关键

1. 重点：同底数幂乘法运算性质的推导和应用.

2. 难点：同底数幂的乘法的法则的应用.

3. 关键：幂的运算中的同底数幂的乘法教学，要突破这个难点，必须引导学生，循序渐进，合作交流，获得各种运算的感性认识，进而上各项到理性上来，提醒学生注意 $-a^2$ 与 $(-a)^2$ 的区别.

教学方法

采用“情境导入——探究提升”的方法，让学生从生活实际出发，认识同底数幂的运算法则.

教学过程

一、创设情境，故事引入

【情境导入】

“盘古开天辟地”的故事：公元前一百万年，没有天没有地，整个宇宙是混沌的一团，突然间窜出来一个巨人，他的名字叫盘古，他手握一把巨斧，用力一劈，把混沌的宇宙劈成两半，上面是天，下面是地，从此宇宙有了天地之分，盘古完成了这样一个壮举，累死了，他的左眼变成了太阳，右眼变成了月亮，毛发变成了森林和草原，骨头变成了高山和高原，肌肉变成了平原与谷地，血液变成了河流.

【教师提问】盘古的左眼变成了太阳，那么，太阳离我们多远呢？你可以计算一下，太阳到地球的距离是多少？

光的速度为 3×10^5 千米/秒，太阳光照射到地球大约需要 5×10^2 秒，你能计算出地球距离太阳大约有多远呢？

【学生活动】开始动笔计算，大部分学生可以列出算式：

$$3 \times 10^5 \times 5 \times 10^2 = 15 \times 10^5 \times 10^2 = 15 \times ? \quad (\text{引入课题})$$

【教师提问】到底 $10^5 \times 10^2 = ?$ 同学们根据幂的意义自己推导一下，现在分四人小组讨论.

【学生活动】分四人小组讨论、交流，举手发言，上台演示.

$$\text{计算过程：} 10^5 \times 10^2 = (10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10)$$

$$= 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$$

$$= 10^7$$

【教师活动】下面引例.

1. 请同学们计算并探索规律.

$$(1) 2^3 \times 2^4 = (2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = 2^{(\quad)};$$

$$(2) 5^3 \times 5^4 = \underline{\hspace{2cm}} = 5^{(\quad)};$$

$$(3) (-3)^7 \times (-3)^6 = \underline{\hspace{2cm}} = (-3)^{(\quad)};$$

$$(4) \left(\frac{1}{10}\right)^3 \times \left(\frac{1}{10}\right) = \underline{\hspace{2cm}} = \left(\frac{1}{10}\right)^{(\quad)};$$

$$(5) a^3 \cdot a^4 = \underline{\hspace{2cm}} a^{(\quad)}.$$

提出问题：①这几道题目有什么共同特点？

②请同学们看一看自己的计算结果，想一想，这些结果有什么规律？

【学生活动】独立完成，并在黑板上演算。

【教师拓展】计算 $a \cdot a = ?$ 请同学们想一想。

【学生总结】 $a \cdot a = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a)}_{m \text{ 个 } a} \cdot \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a)}_{n \text{ 个 } a} = \underbrace{(a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a)}_{(m+n) \text{ 个 } a} = a^{m+n}$

这样就探究出了同底数幂的乘法法则。

二、范例学习，应用所学

【例】计算：

$$(1) 10^3 \times 10^4; \quad (2) a \cdot a^3; \quad (3) a \cdot a^3 \cdot a^5; \quad (4) x \cdot x^2 + x^2 \cdot x$$

【思路点拨】(1) 计算结果可以用幂的形式表示。如 $(1) 10^3 \times 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$ ，但是如果计算较简单时也可以计算出得数。(2) 注意 a 是 a 的一次方，提醒学生不要漏掉这个指数 1， $x^3 + x^3$ 得 $2x^3$ ，提醒学生应该用合并同类项。(3) 上述例题的探究，目的是使学生理解法则，运用法则，解题时不要简化计算过程，要让学生反复叙述法则。

【教师活动】投影显示例题，指导学生学习。

【学生活动】参与教师讲例，应用所学知识解决问题。

三、随堂练习，巩固深化

课本练习题。

【探研时空】

据不完全统计，每个人每年最少要用去 10^6 立方米的水，1 立方米的水中约含有 3.34×10^{19} 个水分子，那么，每个人每年要用去多少个水分子？

四、课堂总结，发展潜能

1. 同底数幂的乘法，使用范围是两个幂的底数相同，且是相乘关系，使用方法：乘积中，幂的底数不变，指数相加。

2. 应用时可以拓展，例如含有三个或三个以上的同底数幂相乘，仍成立，底数和指数，它既可以取一个或几个具体数，由可取单项式或多项式。

3. 运用幂的乘法运算性质注意不能与整式的加减混淆。

五、布置作业，专题突破

板书设计

同底数幂的乘法

1、同底数幂的乘法法则

例：

练习：

(二) 幂的乘方

教学目标

1. 知识与技能

理解幂的乘方的运算性质，进一步体会和巩固幂的意义；通过推理得出幂的乘方的运算性质，并且掌握这个性质。

2. 过程与方法

经历一系列探索过程，发展学生的合情推理能力和有条理的表达能力，通过情境教学，培养学生应用能力。

3. 情感、态度与价值观

培养学生合作交流意义和探索精神，让学生体会数学的应用价值。

重、难点与关键

1. 重点：幂的乘方法则。

2. 难点：幂的乘方法则的推导过程及灵活应用。

3. 关键：要突破这个难点，在引导这个推导过程时，步步深入，层层引导，要求对性质深入地理解。

教学方法

采用“探讨、交流、合作”的教学方法，让学生在互动交流中，认识幂的乘方法则。

教学过程

一、创设情境，导入新知

【情境导入】

大家知道太阳，木星和月亮的体积的大致比例吗？我可以告诉你，木星的半径是地球半径的 10^2 倍，太阳的半径是地球半径的 10^3 倍，假如地球的半径为 r ，那么，请同学们计算一下太阳和木星的体积是多少？（球的体积公式为 $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ ）

【学生活动】进行计算，并在黑板上演算。

解：设地球的半径为 1，则木星的半径就是 10^2 ，因此，木星的体积为

$$V_{\text{木星}} = \frac{4}{3} \pi \cdot (10^2)^3 = ? \quad (\text{引入课题}).$$

【教师引导】 $(10^2)^3 = ?$ 利用幂的意义来推导。

【学生活动】有些同学这时无从下手。

【教师启发】请同学们思考一下 a^3 代表什么？ $(10^2)^3$ 呢？

【学生回答】 $a^3 = a \times a \times a$ ，指 3 个 a 相乘。 $(10^2)^3 = 10^2 \times 10^2 \times 10^2$ ，就变成了同底数幂乘法运算，根据同底数幂乘法运算法则，底数不变，指数相加， $10^2 \times 10^2 \times 10^2 = 10^{2+2+2} = 10^6$ ，因此 $(10^2)^3 = 10^6$ 。

【教师活动】下面有问题：

利用刚才的推导方法推导下面几个题目：

$$(1) (a^2)^3; (2) (2^4)^3; (3) (b^n)^3; (4) -(x^2)^2.$$

【学生活动】推导上面的问题，个别同学上讲台演示。

【教师推进】请同学们根据所推导的几个题目，推导一下 (a) 的结果是多少？

【学生活动】归纳总结并进行小组讨论，最后得出结论：

$$(a^m)^n = \underbrace{(a^m \cdot a^m \cdot \cdots \cdot a^m)}_{n \text{ 个 } a^m} = a^{\overbrace{m+m+\cdots+m}^{n \text{ 个 } m}} = a^{mn}.$$

评析：通过问题的提出，再依据“问题推进”所导出的规律，利用乘方的意义和幂的乘法法则，让学生自己主动建构，获取新知：幂的乘方，底数不变，指数相乘。

二、范例学习，应用所学

【例】计算：

$$(1) (10^3)^5; (2) (b^3)^4; (3) (x^n)^3; (4) -(x^7)^7.$$

【思路点拨】要充分理解幂的乘方法则，准确地运用幂的乘方法则进行计算。

【教师活动】启发学生共同完成例题。

【学生活动】在教师启发下，完成例题的问题：并进一步理解幂的乘方法则：

$$\begin{aligned} \text{解：} (1) (10^3)^5 &= 10^{3 \times 5} = 10^{15}; & (3) (x^n)^3 &= x^{n \times 3} = x^{3n}; \\ (2) (b^3)^4 &= b^{3 \times 4} = b^{12}; & (4) -(x^7)^7 &= -x^{7 \times 7} = -x^{49}. \end{aligned}$$

三、随堂练习，巩固练习

课本练习.

【探研时空】

计算： $-x^2 \cdot x^2 \cdot (x^2)^3 + x^{10}$.

【教师活动】巡视、关注中等、中下的学生，媒体显示练习题.

【学生活动】书面练习、板演.

四、课堂总结，发展潜能

1. 幂的乘方 $(a^m)^n = a^{mn}$ (m, n 都是正整数) 使用范围：幂的乘方. 方法：底数不变，指数相乘.

2. 知识拓展：这里的底数、指数可以是数，可以是字母，也可以是单项式或多项式.

3. 幂的乘方法则与同底数幂的乘法法则区别在于，一个是“指数相乘”，一个是“指数相加”.

五、布置作业，专题突破

板书设计

幂的乘方		
1、幂的乘方的乘法法则	例：	
		练习：

(三) 积的乘方

教学目标

1. 知识与技能

通过探索积的乘方的运算性质，进一步体会和巩固幂的意义，在推理得出积的乘方的运算性质的过程中，领会这个性质.

2. 过程与方法

经历探索积的乘方的过程，发展学生的推理能力和有条理的表达能力，培养学生的综合能力.

3. 情感、态度与价值观

通过小组合作与交流，培养学生团结协作的精神和探索精神，有助于塑造他们挑战困难，挑战生活的勇气和信心.

重、难点与关键

1. 重点：积的乘方的运算.

2. 难点：积的乘方的推导过程的理解和灵活运用.

3. 关键：要突破这个难点，教师应该在引导这个推导过程时，步步深入，层层引导，而

不该强硬地死记公式，只有在理解的情况下，才可以对积的乘方的运算性质灵活地应用。

教学方法

采用“探究——交流——合作”的方法，让学生在互动中掌握知识。

教学过程

一、回顾交流，导入新知

【教师活动】提问学生在前面学过的同底数幂的运算法则；幂的乘方运算法则的内容以及区别。

【学生活动】踊跃举手发言，解说老师的提问。

【课堂演练】

计算：(1) $(x^4)^3$ (2) $a \cdot a^5$ (3) $x^7 \cdot x^9 (x^2)^3$

【学生活动】完成上面的演练题，并从中领会这两个幂的运算法则。

【教师活动】巡视，关注学生的练习，并请3位学生上台演示，然后再提出下面的问题。同学们思考怎样计算 $(2a^3)^4$ ，每一步的根据是什么？

【学生活动】先独立完成上面的问题，再小组讨论。

$$\begin{aligned}(2a^3)^4 &= (2a^3) \cdot (2a^3) \cdot (2a^3) \cdot (2a^3) \text{ (乘方的含义)} \\ &= (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (a^3 \cdot a^3 \cdot a^3 \cdot a^3) \text{ (乘法交换律、结合律)} \\ &= 2^4 \cdot a^{12} \text{ (乘方的意义与同底数幂的乘法运算)} \\ &= 16a^{12}\end{aligned}$$

【教师活动】提出应用以上分析问题的过程，再计算 $(ab)^4$ ，说出每一步的根据是什么？

【学生活动】独立思考之后，再与同学交流。

$$\begin{aligned}(ab)^4 &= (ab) \cdot (ab) \cdot (ab) \cdot (ab) \text{ (乘方的含义)} \\ &= (aaaa) \cdot (bbbb) \text{ (交换律、结合律)} \\ &= a^4 \cdot b^4 \text{ (乘方的含义)}\end{aligned}$$

【教师提问】(1) 请同学们通过计算，观察乘方结果之后，你能得出什么规律？(2) 如果设 n 为正整数，将上式的指数改成 n ，即： $(ab)^n$ ，其结果是什么？

【学生活动】回答出 $(ab)^n = a^n b^n$ 。

【师生共识】我们得到了积的乘方法则： $(ab)^n = a^n b^n$ (n 为正整数)，这就是说，积的乘方等于积的每个因式分别乘方，再把所得的幂相乘。

$$(ab)^n = \underbrace{(ab)(ab)\cdots(ab)}_{n\text{个}} = \underbrace{(aaaa\cdots a)}_{n\text{个}} \underbrace{(bbbb\cdots b)}_{n\text{个}} = a^n b^n$$

【教师活动】拓展训练：三个或三个以上的积的乘方，如 $(abc)^n$ ，

【学生活动】回答出结果是 $(abc)^n = a^n b^n c^n$ 。

二、范例学习，应用所学

【例】计算：

(1) $(2b)^3$ ；(2) $(2 \times a^3)^2$ ；(3) $(-a)^3$ ；(4) $(-3x)^4$ 。

【教师活动】组织、讲例、提问。

【学生活动】踊跃抢答。

三、随堂练习，巩固深化

课本练习.

【探研时空】

计算下列各式:

$$(1) \left(-\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right)^3; \quad (2) (a-b)^3 \cdot (a-b)^4;$$

$$(3) (-a^5)^5; \quad (4) (-2xy)^4;$$

$$(5) (3a^2)^n; \quad (6) (xy^{3n})^2 - [(2x)^2]^3;$$

$$(7) (x^4)^6 - (x^3)^8; \quad (8) -p \cdot (-p)^4;$$

$$(9) (t^m)^2 \cdot t; \quad (10) (a^2)^3 \cdot (a^3)^2.$$

四、课堂总结，发展潜能

本节课注重课堂引入，激发学生兴趣，“良好开端等于成功一半”.

1. 积的乘方 $(ab)^n = a^n b^n$ (n 是正整数), 使用范围: 底数是积的乘方. 方法: 把积的每一个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘.

2. 在运用幂的运算法则时, 注意知识拓展, 底数和指数可以是数, 也可以是整式, 对三个以上因式的积也适用.

3. 要注意运算过程, 注意每一步依据, 还应防止符号上的错误.

4. 在建构新的法则时应注意前面学过的法则与新法则的区别和联系.

五、布置作业，专题突破

1. 课本习题

板书设计

积的乘方

1、积的乘方的乘法法则

例:

练习:

(四) 单项式乘以单项式

教学目标

1. 知识与技能

理解整式运算的算理，会进行简单的整式乘法运算.

2. 过程与方法

经历探索单项式乘以单项式的过程，体会乘法结合律的作用和转化的思想，发展有条理的思考及语言表达能力.

3. 情感、态度与价值观

培养学生推理能力、计算能力，通过小组合作与交流，增强协作精神.

重、难点与关键

1. 重点：单项式乘法运算法则的推导与应用.

2. 难点：单项式乘法运算法则的推导与应用.

3. 关键：通过创设一定的问题情境，推导出单项式与单项式相乘的运算法则，可以采用循序渐进的方法突破难点.

教学方法

采用“情境——探究”的教学方法，让学生在创设的情境之中自然地领悟知识.

教学过程

一、创设情境，操作导入

【手工比赛】

让学生在课前准备一张自己最满意的照片，自己制作一个美丽的像框。上课之后，首先来做游戏，“才艺大献”，把自己的照片加一个美丽的像框，看谁在 10 分钟之内，可以装饰出美丽的照片，谁的最好，老师就送他个好礼物。

【教师活动】组织学生参加“才艺比赛”。

【学生活动】完成上述手工制作，与同伴交流。

【教师引导】在学生完成之后，教师拿出一张美丽的风景照片，提出问题：你们看这幅美丽的风景图片，如何装饰它会更漂亮？

【学生回答】加一个美丽的像框。

【引入课题】假如要加一个美丽的像框，需要知道这幅图片的大小，现在告诉你，图片的长为 mx ，宽为 x ，你能计算出图片的面积吗？

【学生活动】动手列式，图片的面积为 $mx \cdot x = ?$

【教师提问】对于 $mx \cdot x = ?$ 的问题，前面我们已学习了乘法的运算律以及幂的运算法则，现在请你运用已学知识推导出它的结果。

【学生活动】先独立思考，再与同伴交流。

实际上 $mx \cdot x = m(x \cdot x) = m \cdot x^2 = mx^2$ 。

【拓展延伸】请同学们继续计算 $mx \cdot \frac{5}{4}x = ?$

【学生活动】先独立完成，再与同伴交流，踊跃上台演示。

$$mx \cdot \frac{5}{4}x = m \cdot \frac{5}{4}x \cdot x = m \cdot \frac{5}{4}x^2 = \frac{5}{4}mx^2.$$

【教师活动】请部分学生上台演示，然后大家共同讨论。

【继续探究】计算：（1） $x \cdot mx$ ；（2） $2a^2b \cdot 3ab^3$ ；（3） $(abc) \cdot b^2c$ 。

【学生活动】独立完成，再与同学交流。

【教师活动】总结新知：我们根据自己做的题目的原则，得到单项式与单项式相乘的运算法则：单项式与单项式相乘，把它们的系数、相同字母的幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，放在积的因式中。

二、范例学习，应用所学

【例 1】计算。

$$(1) 3x^2y \cdot (-2xy^3) \quad (2) (-5a^2b^3) \cdot (-4b^2c)$$

【思路点拨】例 1 的两个小题，可先利用乘法交换律、结合律变形成数与数相乘，同底数幂与同底数幂相乘的形式，单独一个字母照抄。

【例 2】卫星绕地球运动的速度（即第一宇宙速度）约为 7.9×10^3 米/秒，则卫星运行 3×10^2 秒所走的路程约是多少？

【教师活动】：引导学生参与到例 1，例 2 的解决之中。

【学生活动】参与到教师的讲例之中，巩固新知。

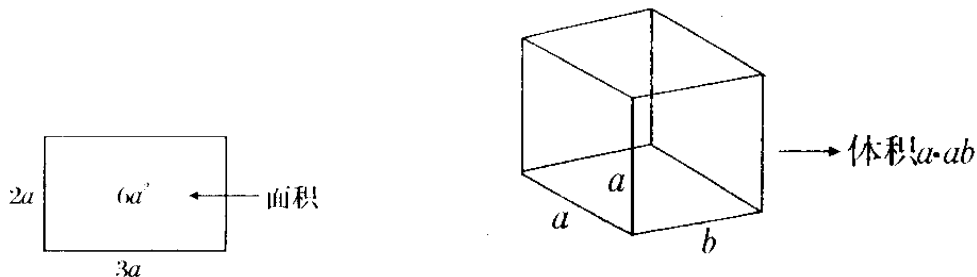
三、问题讨论，加深理解

【问题牵引】

1. $a \cdot a$ 可以看作是边长为 a 的正方形的面积, $a \cdot ab$ 又怎样理解呢?
2. 想一想, 你会说明 $a \cdot b$, $3a \cdot 2a$ 以及 $3a \cdot 5ab$ 的几何意义吗?

【教师活动】问题牵引, 引导学生思考, 提问个别学生.

【学生活动】分四人小组, 合作学习.



四、随堂练习, 巩固深化

课本练习.

五、课堂总结, 发展潜能

本节内容是单项式乘以单项式, 重点是放在对运算法则的理解和应用上.

提问: (1) 请同学们归纳出单项式乘以单项式的运算法则.

(2) 在应用单项式乘以单项式运算法则时应注意些什么?

六、布置作业, 专题突破

1. 课本习题
2. 选用课时作业设计.

板书设计

单项式乘以单项式

1、单项式乘以单项式的乘法法则

例:

练习:

（五）单项式与多项式相乘

教学目标

1. 知识与技能

让学生通过适当尝试，获得一些直接的经验，体验单项式与多项式的乘法运算法则，会进行简单的整式乘法运算.

2. 过程与方法

经历探索单项式与多项式相乘的运算过程，体会乘法分配律的作用和转化思想，发展有条理地思考及语言表达能力.

3. 情感、态度与价值观

培养良好的探究意识与合作交流的能力，体会整式运算的应用价值.

重、难点与关键

1. 重点：单项式与多项式相乘的法则.

2. 难点：整式乘法法则的推导与应用.

3. 关键：应用乘法分配律把单项式与多项式相乘转化到单项式与单项式相乘上来，注意知识迁移.

教学方法

采用“情境——探究”教学方法，让学生直观地理解单项式与多项式相乘的法则.

教学过程

一、回顾交流，课堂演练

1. 口述单项式乘以单项式法则.

2. 口述乘法分配律.

3. 课堂演练, 计算:

$$(1) (-5x) \cdot (3x)^2$$

$$(2) (-3x) \cdot (-x)$$

$$(3) \frac{1}{3}xy \cdot \frac{2}{3}xy^2$$

$$(4) -5m^2 \cdot (-\frac{1}{3}mn)$$

$$(5) -\frac{1}{5}x^4y^6 - 2x^2y \cdot (-\frac{1}{2}x^2y^5)$$

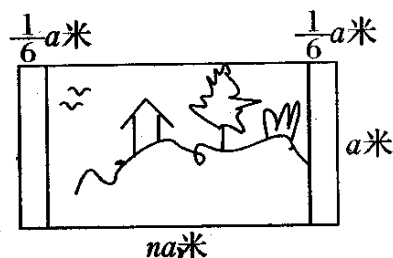
【教师活动】组织练习, 关注中下水平的学生.

【学生活动】先独立完成上述“演练题”, 再相互交流, 部分学生上台演示.

二、创设情境, 引入新课

小明作了一幅水彩画, 所用纸的大小如图 1, 她在纸的左右两边各留了 $\frac{1}{6}a$ 米的空白, 请同学们列出这幅画的画面面积是多少?

【学生活动】小组合作, 讨论.



【教师活动】在学生讨论的基础上, 提问个别学生.

【情境问题 2】夏天将要来临, 有 3 家超市以相同价格 n (单位: 元/台) 销售 A 牌空调, 他们在一年内的销售量 (单位: 台) 分别是 x, y, z , 请你采用不同的方法计算他们在这一年内销售这种空调的总收入.

【学生活动】分四人小组, 与同伴交流, 寻求不同的表示方法.

方法一: 首先计算出这三家超市销售 A 牌空调的总量 (单位: 台), 再计算出总的收入 (单位: 元).

即: $n(x+y+z)$.

方法二: 采用分别计算出三家超市销售 A 牌空调的收入, 然后再计算出他们的总收入 (单位: 元).

即: $nx+ny+nz$. 由此可得: $n(x+y+z)=nx+ny+nz$.

【教师活动】引导学生在不同的代数式呈现中, 找到规律: 单项式与多项式相乘, 就是用单项式去乘多项式中的每一项, 再把所得的积相加.

三、范例学习, 应用所学

【例 1】计算: $(-2a^2) \cdot (3ab^2 - 5ab^3)$.

解: 原式 $= (-2a^2)(3ab^2) - (-2a^2) \cdot (5ab^3)$
 $= -6a^3b^2 + 10a^3b^3$

【例 2】化简: $-3x^2 \cdot (\frac{1}{3}xy - y^2) - 10x \cdot (x^2y - xy^2)$

解：原式 $=-x^3y+3x^2y^2-10x^3y+10x^2y^2$
 $=-11x^3y+13x^2y^2$

【例 3】解方程： $8x(5-x)=19-2x(4x-3)$

$$40x-8x^2=19-8x^2+6x$$

$$40x-6x=19$$

$$34x=19$$

$$x=\frac{19}{34}$$

四、随堂练习，巩固深化

课本练习.

【探研时空】

计算：(1) $5x^2(2x^2-3x^3+8)$ (2) $-16x(x^2-3y)$

(3) $-2a^2(\frac{1}{2}ab^2+b^4)$ (4) $(\frac{2}{3}x^2y^3-16xy)\cdot\frac{1}{2}xy^2$

【教师活动】巡视，关注中差生.

五、课堂总结，发展潜能

1. 单项式与多项式相乘法则：单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.

2. 单项式与多项式相乘，应注意 (1) “不漏乘”；(2) 注意“符号”.

六、布置作业，专题突破

课本习题.

板书设计

单项式乘以多项式

1、单项式乘以多项式的乘法法则

例：

练习：

（六）多项式与多项式相乘

教学目标

1. 知识与技能

让学生理解多项式乘以多项式的运算法则，能够按多项式乘法步骤进行简单的乘法运算.

2. 过程与方法

经历探索多项式与多项式相乘的运算法则的推理过程，体会其运算的算理.

3. 情感、态度与价值观

通过推理，培养学生计算能力，发展有条理的思考，逐步形成主动探索的习惯.

重、难点与关键

1. 重点：多项式与多项式的乘法法则的理解及应用.

2. 难点：多项式与多项式的乘法法则的应用.

3. 关键：多项式的乘法应先转化为单项式与多项式相乘而后再应用已学过的运算法则解决.

教学方法

采用“情境——探索”教学方法，让学生在设置的情境中，通过操作感知多项式与多项式乘法的内涵.

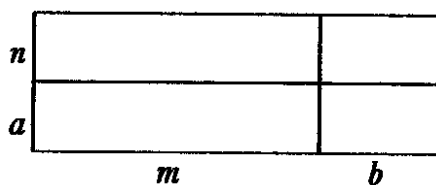
教学过程

一、创设情境，操作感知

【动手操作】

首先，在你的硬纸板上用直尺画出一个矩形，并且分成如下图 1 所示的四部分，标上字母.

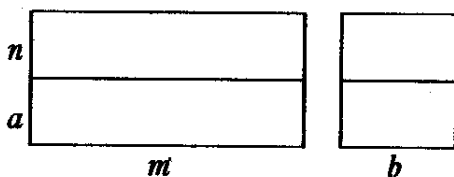
【学生活动】拿出准备好的硬纸板，画出上图 1，并标上字母.



【教师活动】要求学生根据图中的数据，求一下这个矩形的面积.

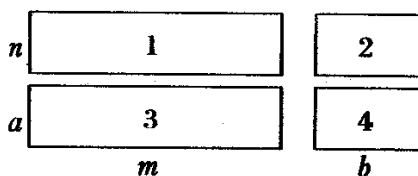
【学生活动】与同伴交流，计算出它的面积为： $(m+b) \times (n+a)$.

【教师引导】请同学们将纸板上的矩形沿你所画竖着的线段将它剪开，分成如下图两部分，如图 2. 剪开之后，分别求一下这两部分的面积，再求一下它们的和.



【学生活动】分四人小组，合作探究，求出第一块的面积为 $m(n+a)$ ，第二块的面积为 $b(n+a)$ ，它们的和为 $m(n+a) + b(n+a)$.

【教师活动】组织学生继续沿着横的线段剪开，将图形分成四部分，如图 3，然后再求这四块长方形的面积.



【学生活动】分四人小组合作学习，求出 $S_1=mn$; $S_2=nb$; $S_3=am$; $S_4=ab$ ，它们的和为 $S=mn+nb+am+ab$.

【教师提问】依据上面的操作，求得的图形面积，探索 $(m+b)(n+a)$ 应该等于什么?

【学生活动】分四人小组讨论，并交流自己的看法.

$(m+b) \times (n+a) = m(n+a) + b(n+a) = mn+nb+am+ab$ ，因为我们三次计算是按照不同的方法对同一个矩形的面积进行了计算，那么，两次的计算结果应该是相同的，所以 $(m+b) \times (n+a) = m(n+a) + b(n+a) = mn+nb+am+ab$.

【师生共识】多项式与多项式相乘，用第一个多项式的每一项乘以另一个多项式的每一项，再把所得的结果相加.

字母呈现： $(m+n)(a+b) = ma+mb+na+nb$.

二、范例学习，应用所学

【例 1】计算：

(1) $(x+2)(x-3)$ (2) $(3x-1)(2x+1)$

【例 2】计算：

(1) $(x-3y)(x+7y)$ (2) $(2x+5y)(3x-2y)$

【例 3】先化简，再求值：

$(a-3b)^2 + (3a+b)^2 - (a+5b)^2 + (a-5b)^2$ ，其中 $a=-8$ ， $b=-6$.

【教师活动】例 1~例 3，启发学生参与到例题所设置的计算问题中去.

【学生活动】参与其中，领会多项式乘法的运用方法以及注意的问题.

三、随堂练习，巩固新知

课本练习.

【探究时空】

一块长 m 米，宽 n 米的玻璃，长宽各裁掉 a 米后恰好能铺盖一张办公桌台面（玻璃与台面一样大小），问台面面积是多少？

四、课堂总结，发展潜能

1. 多项式与多项式相乘，应充分结合导图中的问题来理解多项式与多项式相乘的结果，利用乘法分配律来理解 $(m+n)$ 与 $(a+b)$ 相乘的结果，导出多项式乘法的法则。

2. 多项式与多项式相乘，第一步要先进行整理，在用一个多项式的每一项去乘另一个多项式的每一项时，要“依次”进行，不重复，不遗漏，且各个多项式中的项不能自乘，多项式是几个单项式的和，每一项都包括前面的符号，在计算时要正确确定积中各项的符号。

五、布置作业，专题突破

课本习题

板书设计

多项式乘以多项式

1、多项式乘以多项式的乘法法则

例：

练习：

14.2 乘法公式

14.2.1 平方差公式（一）

教学目标

1. 知识与技能

会推导平方差公式，并且懂得运用平方差公式进行简单计算.

2. 过程与方法

经历探索特殊形式的多项式乘法的过程，发展学生的符号感和推理能力，使学生逐渐掌握平方差公式.

3. 情感、态度与价值观

通过合作学习，体会在解决具体问题过程中与他人合作的重合性，体验数学活动充满着探索性和创造性.

重、难点与关键

1. 重点：平方差公式的推导和运用，以及对平方差公式的几何背景的了解.

2. 难点：平方差公式的应用.

3. 关键：对于平方差公式的推导，我们可以通过教师引导，学生观察、总结、猜想，然后得出结论来突破；抓住平方差公式的本质特征，是正确应用公式来计算的关键.

教学方法

采用“情境——探究”的教学方法，让学生在观察、猜想中总结出平方差公式.

教学过程

一、创设情境，故事引入

【情境设置】

教师请一位学生讲一讲《狗熊掰棒子》的故事

【学生活动】1位学生有声有色地讲述着《狗熊掰棒子》的故事，其他学生认真听着，不时补充.

【教师归纳】听了这则故事之后，同学们应该懂得这么一个道理，学习千万不能像狗熊掰棒子一样，前面学，后面忘，那么，上节课我们学习了什么呢？还记得吗？

【学生回答】多项式乘以多项式.

【教师激发】大家是不是已经掌握呢？还是早扔掉了呢？和小狗熊犯了同样的错误呢？下

面我们就来做这几道题，看看你是否掌握了以前的知识.

【问题牵引】 计算:

- (1) $(x+2)(x-2)$; (2) $(1+3a)(1-3a)$;
(3) $(x+5y)(x-5y)$; (4) $(y+3z)(y-3z)$.

做完之后，观察以上算式及运算结果，你能发现什么规律？再举两个例子验证你的发现.

【学生活动】 分四人小组，合作学习，获得以下结果:

- (1) $(x+2)(x-2) = x^2 - 4$;
(2) $(1+3a)(1-3a) = 1 - 9a^2$;
(3) $(x+5y)(x-5y) = x^2 - 25y^2$;
(4) $(y+3z)(y-3z) = y^2 - 9z^2$.

【教师活动】 请一位学生上台演示，然后引导学生仔细观察以上算式及其运算结果，寻找规律.

【学生活动】 讨论

【教师引导】 刚才同学们从上述算式中找到了这一组整式乘法的结果的规律，这些是一类特殊的多项式相乘，那么如何用字母来表现刚才同学们所归纳出来的特殊多项式相乘的规律呢？

【学生回答】 可以用 $(a+b)(a-b)$ 表示左边，那么右边就可以表示成 $a^2 - b^2$ 了，即 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

用语言描述就是：两个数的和与这两个数的差的积，等于这两个数的平方差.

【教师活动】 表扬学生的探索精神，引出课题——平方差，并说明这是一个平方差公式和公式中的字母含义.

二、范例学习，应用所学

【教师讲述】

平方差公式的运用，关键是正确寻找公式中的 a 和 b ，只有正确找到 a 和 b ，一切就变得容易了. 现在大家来看看下面几个例子，从中得到启发.

【例 1】 运用平方差公式计算:

- (1) $(2x+3)(2x-3)$;
(2) $(b+3a)(3a-b)$;
(3) $(-m+n)(-m-n)$.

填表:

$(a+b)(a-b)$	a	b	$a^2 - b^2$	结果
$(2x+3)(2x-3)$	2x	3	$(2x)^2 - 3^2$	
$(b+3a)(3a-b)$				
$(-m+n)(-m-n)$				

【例 2】计算：

(1) 103×97

(2) $(3x-y)(3y-x) - (x-y)(x+y)$

通过做题，应该总结出：在两个因式中，符号相同的一项作 a，符号不同的一项作 b.

三、随堂练习，巩固新知

课本练习.

四、课堂总结，发展潜能

本节课的内容是两数和与这两数差的积，公式指出了具有特殊关系的两个二项式积的性质. 运用平方差公式应满足两点：一是找出公式中的第一个数 a，第二个数 b；二是两数和乘以这两数差，这也是判断能否运用平方差公式的方法.

五、布置作业，专题突破

课本.

板书设计

平方差公式（一）

1、平方差公式

例：

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

练习：

14.2.1 平方差公式（二）

教学目标

1. 知识与技能

探究平方差公式的应用，熟练地应用于多项式乘法之中.

2. 过程与方法

经历平方差公式的运用过程，体会平方差公式的内涵.

3. 情感、态度与价值观

培养良好的运算能力，以及观察事物的特征的能力，感受到学习数学知识的实际价值.

重、难点与关键

1. 重点：运用平方差公式进行整式计算.

2. 难点：准确把握运用平方差公式的特征.

3. 关键：弄清平方差公式的结构特点，左边：（1）两个二项式的积；（2）两个二项式中一项相同，另一项互为相反数. 右边：（1）二项式；（2）两个因式中相同项平方减去互为相反数的项的平方.

教学方法

采用“精讲·精练”分层递推的教学方法，让学生在训练中，熟练掌握平方差的特征.

教学过程

一、回顾交流，课堂演练

1. 用平方差公式计算：

$$(1) (-9x-2y)(-9x+2y) \quad (2) (-0.5y+0.3x)(0.5y+0.3x)$$

$$(3) (8a^2b-1)(1+8a^2b) \quad (4) 2008^2-2009 \times 2007$$

$$2. \text{ 计算: } (a+\frac{1}{2}b)(a-\frac{1}{2}b) - (3a-2b)(3a+2b)$$

【教师活动】请部分学生上讲台“板演”，然后组织学生交流.

【学生活动】先独立完成课堂演练，再与同学交流.

二、范例学习，巩固深化

【例 1】计算：

$$(1) (\frac{3}{4}y+2\frac{1}{2}x)(2\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}y);$$

$$(2) \left(-\frac{5}{6}x - 0.7a^2b\right) \left(\frac{5}{6}x - 0.7a^2b\right);$$

$$(3) (2a-3b)(2a+3b)(4a^2+9b^2)(16a^4+81b^4).$$

$$\text{解: (1) 原式} = \left(\frac{5}{2}x + \frac{3}{4}y\right) \left(\frac{5}{2}x - \frac{3}{4}y\right) = \frac{25}{4}x^2 - \frac{9}{16}y^2$$

$$(2) \text{原式} = \left(-0.7a^2b - \frac{5}{6}x\right) \left(-0.7a^2b + \frac{5}{6}x\right) \\ = (-0.7a^2b)^2 - \left(\frac{5}{6}x\right)^2 = 0.49a^4b^2 - \frac{25}{36}x^2$$

$$(3) \text{原式} = (4a^2-9b^2)(4a^2+9b^2)(16a^4+81b^4) \\ = (16a^4-81b^4)(16a^4+81b^4) \\ = 256a^8 - 6561b^8$$

【例 2】运用乘法公式计算: $7\frac{3}{4} \times 8\frac{1}{4}$

【思路点拨】因为 $7\frac{3}{4}$ 可改写为 $8 - \frac{1}{4}$, $8\frac{1}{4}$ 可改写成 $8 + \frac{1}{4}$, 这样可用平方差公式计算.

$$\text{解: } 7\frac{3}{4} \times 8\frac{1}{4} = \left(8 - \frac{1}{4}\right) \left(8 + \frac{1}{4}\right) = 8^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 64 - \frac{1}{16} = 63\frac{15}{16}.$$

【教师活动】边讲例边引导学生学会应用平方差公式.

【学生活动】参与到例 1~2 的学习中去.

三、课堂演练, 拓展思维

【演练题 1】想一想: (1) 计算下列各组算式, 并观察它们的共同特征.

$$\begin{cases} 6 \times 8 = ? \\ 7 \times 7 = ? \end{cases} \begin{cases} 13 \times 15 = ? \\ 14 \times 14 = ? \end{cases} \begin{cases} 61 \times 63 = ? \\ 62 \times 62 = ? \end{cases} \begin{cases} 59 \times 61 = ? \\ 60 \times 60 = ? \end{cases}$$

(2) 从以上的过程中, 你能寻找出什么规律?

(3) 请你用字母表现你所发现的规律, 并得出结论.

【演练题 2】

1. 计算: (1) 118×122 (2) 105×95 (3) 1007×993

2. 求 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1) \cdots (2^{32}+1)+1$ 的个位数字.

【教师活动】组织学生进行课堂演练, 并适时归纳.

【学生活动】先独立完成上面的演练题, 再与同伴交流.

四、随堂练习, 巩固提升

【探研时空】

1. 计算: $[2a^2 - (a+b)(a-b)][(-a-b)(-a+b) + 2b^2]$;

2. 解不等式: $(3x+4)(3x-4) < 9(x-2)(x+3)$;

3. 利用平方差公式计算: 1.97×2.03 ;

4. 化简求值: $x^4 - (1-x)(1+x)(1+x^2)$ 其中 $x=-2$.

【教师活动】引导学生通过探究, 领会平方差公式的真正意义.

【学生活动】分四人小组合作学习, 互相交流.

五、课堂总结，发展潜能

提问式总结：

1. 什么叫做平方差公式？它有什么特征？
2. 你在应用过程中有什么感想？
3. 在应用平方差公式时，应注意什么？举例说明。

六、布置作业，专题突破

选用补充作业。

板书设计

14.2.1 平方差公式（二）

1、平方差公式

例：

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

练习：

14.2.2 完全平方公式（一）

教学目标

1. 知识与技能

会推导完全平方公式，并能运用公式进行简单的运算，形成推理能力.

2. 过程与方法

利用多项式与多项式的乘法以及幂的意义，推导出完全平方公式. 掌握完全平方公式的计算方法.

3. 情感、态度与价值观

培养学生观察、类比、发现的能力，体验数学活动充满着探索性和创造性.

重、难点与关键

1. 重点：完全平方公式的推导和应用.

2. 难点：完全平方公式的应用.

3. 关键：从多项式与多项式相乘入手，推导出完全平方公式，利用几何模和割补面积的方法来验证公式的正确性.

教具准备

制作边长为 a 和 b 的正方形以及长为 a 宽为 b 的纸板.

教学方法

采用“情境——探究”教学方法，让学生在所创设的情境中领会完全平方公式的内涵.

教学过程

一、创设情境，导入新知

【激趣辅垫】

寓言故事：请一位学生讲一讲《滥竽充数》的寓言故事.

【学生活动】由一位学生上讲台讲《滥竽充数》的寓言故事，其他学生补充.

【教师活动】提出：你们从故事中学到了什么道理？（寓德于教）【学生发言】比喻没有真才实学的人，混在行家里充数，或以次货充好货.

【教师引导】对！所以我们在以后的学习和工作中，千万别滥竽充数，一定要有真才实学. 好. 今天同学们喊得很响亮，我要看看有没有南郭先生，请同学们完成下面的几道题：

$$(1) (2x-3)^2; \quad (2) (x+y)^2; \quad (3) (m+2n)^2; \quad (4) (2x-4)^2.$$

【学生活动】先独立完成以上练习，再争取上讲台演练，

$$(1) (2x-3)^2=4x^2-12x+9; \quad (2) (x+y)^2=x^2+2xy+y^2;$$

$$(3) (m+2n)^2=m^2+4mn+4n^2; \quad (4) (2x-4)^2=4x^2-16x+16.$$

【教师活动】组织学生通过上面的运算结果中的每一项，观察、猜测它们的共同特点.

【学生活动】分四人小组，讨论。观察，探讨，发现规律如下：（1）右边第一项是左边第一项的平方，右边最后一项是左边第二项的平方，中间一项是它们两个乘积的2倍。（2）左边如果为“+”号，右边全是“+”号，左边如果为“-”号，它们两个乘积的2倍就为“-”号，其余都为“+”号。

【教师提问】那我们就利用简单的 $(a+b)^2$ 与 $(a-b)^2$ 进行验证，请同学们利用多项式乘法以及幂的意义进行计算。

【学生活动】计算出 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ ； $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ ，完成后，一位学生上讲台板演。

【教师活动】利用学生的板演内容，引出本节课的教学内容——完全平方公式。

归纳：完全平方公式：

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2;$$

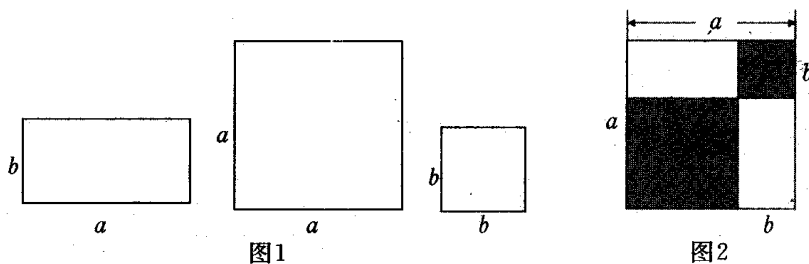
$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2.$$

语言叙述：两数和（或差）的平方，等于它们的平方和，加（或减）它们的积的2倍。

为了让学生直观理解公式，可做下面的拼图游戏。

【拼图游戏】

解释：（1）现有图1所示的三种规格的硬纸片各若干张，请你根据二次三项式 $a^2+2ab+b^2$ ，选取相应种类和数量的硬纸片，拼出一个正方形，并探究所拼出的正方形的代数意义。



（2）你能根据图2，谈一谈 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ 吗？

【课堂活动】第（1）题由小组合作，在互动中完成拼图游戏，比一比，哪个四人小组快？第（2）题，可以借助多媒体课件，直观地演示面积的变化，帮助学生联想到

$$(a-b)^2=a^2-b^2-2b(a-b)=a^2-2ab+b^2.$$

二、范例学习，应用所学

【例1】运用完全平方公式计算：

$$(1) (-x-y)^2; \quad (2) \left(2y-\frac{1}{3}\right)^2$$

$$\begin{aligned} (1) \text{ 解法一: } (-x-y)^2 &= [(-x) + (-y)]^2 \\ &= (-x)^2 + 2(-x)(-y) + (-y)^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2; \end{aligned}$$

$$\text{解法二: } (-x-y)^2 = [-(x+y)]^2 = (x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2.$$

$$(2) \text{ 解法一: } \left(2y-\frac{1}{3}\right)^2 = (2y)^2 - 2 \cdot 2y \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$=4y^2 - \frac{4}{3}y + \frac{1}{9}.$$

$$\text{解法二: } (2y - \frac{1}{3})^2 = [2y + (-\frac{1}{3})]^2$$

$$= (2y)^2 + 2 \cdot 2y \cdot (-\frac{1}{3}) + (-\frac{1}{3})^2$$

$$=4y^2 - \frac{4}{3}y + \frac{1}{9}.$$

【例 2】运用乘法公式计算 9999^2 .

$$\text{解: } 9999^2 = (10^4 - 1)^2 = 10^8 - 2 \times 10^4 + 1$$

$$= 100000000 - 20000 + 1$$

$$= 99980001.$$

三、随堂练习，巩固新知

【基础训练】

$$(1) (\frac{a}{3} - \frac{b}{2})^2; \quad (2) (2xy + 3)^2;$$

$$(3) (-ab + \frac{1}{3})^2; \quad (4) (7ab + 2)^2.$$

【拓展训练】

$$(1) (-2x - 3)^2; \quad (2) (2x + 3)^2;$$

$$(3) (2x - 3)^2; \quad (4) (3 - 2x)^2.$$

【教师活动】在学生完成“拓展训练”之后，让学生观察一下结果，看看有什么规律.

【学生活动】分四人小组合作交流，寻找规律如下：把以上所有的题目都看作两个数的和的完全平方（把减去一个数看作加上一个负数），如果两个数是相同的符号，则结果中的每一项都是正的，如果两个数具有不同的符号，则它们乘积的 2 倍这一项就是负的.

【探研时空】

已知： $x + y = -2$ ， $xy = 3$ ，求 $x^2 + y^2$.

四、课堂总结，发展潜能

本节课学习了 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，两个乘法公式，在应用时，（1）要了解公式的结构和特征. 记住每一个公式左右两边的形式特征，记准指数和系数的符号；（2）掌握公式的几何意义；（3）弄清公式的变化形式；（4）注意公式在应用中的条件；（5）应灵活地应用公式来解题.

五、布置作业，专题突破

课本习题

板书设计

14.2.2 完全平方公式（一）

1、完全平方公式

例：

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

练习：

14.2.2 完全平方公式（二）

教学目标

1. 知识与技能

引导学生通过观察、分析使他们掌握每一个乘法公式的结构特征及公式的含义，会正确地运用这些公式.

2. 过程与方法

通过探索和理解乘法公式，感受乘法公式从一般到特殊的认知过程，拓展思维空间.

3. 情感、态度与价值观

培养良好的分析思想和与人合作的习惯，体会到数学算理的重要价值.

重、难点与关键

1. 重点：正确应用乘法公式（平方差公式，完全平方公式）.

2. 难点：对乘法公式的结构特征以及内涵的理解.

3. 关键：对公式的结构特征进行具体的分析，从中感悟公式的特点并加以概括.

教学方法

采用“精讲. 精练”的教学方法，增强教学的有效性.

教学过程

一、回顾交流，拓展延伸

【教师提问】

1. 请同学们说一说平方差公式与完全平方公式的内容.

2. 这两个公式有什么区别？如何使用？

【学生活动】踊跃发言.

平方差公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

完全平方公式： $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

这里的字母 a 、 b 可以是数、单项式、多项式.

二、范例学习，拓展知识

【例 1】计算 $(2a-3b-4)(2a+3b+4)$

该题关键在于正确的分组，一般规律是：把完全相同的项分为一组，符合相反、绝对值相等的项分为另一组.

【例 2】例 $a=-1$, $b=2$ 时, 求代数式 $[(\frac{1}{2}a+b)^2 + (\frac{1}{2}a-b)^2](\frac{1}{2}a^2-2b^2)$ 的值.

【例 3】已知 $a+b=-2$, $ab=-15$, 求 a^2+b^2 的值.

解: $\because (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, 变形后可有 $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$.

把 $a+b=-2$, $ab=-15$ 代入上式, 则

$$a^2 + b^2 = (-2)^2 - 2 \times (-15) = 34.$$

三、随堂练习, 巩固深化

【课堂演练】

演练题 1: 应用乘法公式计算: $1995^2 - 1994 \times 1996$.

演练题 2: 已知 $a+b=-6$, $ab=8$, 求 (1) a^2+b^2 ; (2) $(a-b)^2$.

四、课堂总结, 发展潜能

1. 本节课应理解乘法公式是一种特殊形式的乘法, 注意平方差公式与完全平方公式的区别.

2. 在乘法计算中, 能用公式简便计算的应该使用公式, 要注意公式的应用条件, 记住公式的模样, 在此前提下对具体题目进行细致观察, 想办法将题目调整或变形, 使之能使用公式, 当然, 有些不能使用公式的整式乘法计算就只能运用一般的多项式乘法来进行了.

五、布置作业, 专题突破

课本

板书设计

14.2.2 完全平方公式 (二)

1、完全平方公式

例:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

练习:

同底数幂的除法

教学目标

1. 知识与技能

了解同底数幂的除法的运算性质，并会用其解决实际问题.

2. 过程与方法

经历探究同底数幂的除法的运算性质的过程，进一步体会幂的意义，发展推理能力和有条件的表达能力.

3. 情感、态度与价值观

感受数学法则、公式的简洁美、和谐美.

重、难点与关关键

1. 重点：同底数幂的除法法则.

2. 难点：同底数幂的除法法则的推导.

3. 关键：采用数学类比的方法，引入幂的除法法则.

教学方法

采用“问题解决”教学方法.

教学过程

一、创设情境，导入新知

【情境引入】教科书 P159 问题：

一种数码照片的文件大小是 2^8K ，一个存储量为 2^6M ($1\text{M}=2^{10}\text{K}$) 的移动存储器能存储多少张这样的数码照片？你是如何计算的？

【教师活动】组织学生独立思考完成，然后先组内交流（4 人小组），接着再全班交流，鼓励学生积极探索，应用数学转化的思想化陌生为熟悉，鼓励学生算法多样化，同样强调算理的叙述.

【学生活动】完成课本 P159 “问题”，踊跃发言，利用除法与乘法的互逆关系，求出 $2^{16} \div 2^8 = 2^8 = 256$.

【继续探究】根据除法的意义填空，并观察计算结果，寻找规律：

(1) $7^7 \div 7^2 = 7^{(\quad)}$;

(2) $10^{12} \div 10^7 = 10^{(\quad)}$;

(3) $x^7 \div x^3 = x^{(\quad)}$.

【归纳法则】一般地，我们有 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

($a \neq 0$, m, n 都是正整数, $m > n$).

文字叙述: 同底数的幂相除, 底数不变, 指数相减.

【教师活动】组织学生讨论为什么规定 $a \neq 0$?

二、范例学习, 应用所学

【例 1】计算:

(1) $x^9 \div x^3$; (2) $m^7 \div m$;

(3) $(xy)^7 \div (xy)^2$; (4) $(m-n)^8 \div (m-n)^4$.

【特殊性质】探究课本 P160 “探究” 题.

根据除法的意义填空, 并观察结果的规律:

(1) $7^2 \div 7^2 = (\quad)$; (2) $100^5 \div 100^5 = (\quad)$

(3) $a^n \div a^n = (\quad)$ ($a \neq 0$)

【课堂活动】在学生完成上面的填空题之后, 教师引导学生观察结论: (1) $7^2 \div 7^2 = 7^{2-2} = 7^0$;

(2) $100^5 \div 100^5 = 100^{5-5} = 100^0$;

(3) $a^n \div a^n = a^{n-n} = a^0$ ($a \neq 0$)

规定 $a^0 = 1$ ($a \neq 0$), 文字叙述如下:

任何不等于 0 的数的 0 次幂都等于 1.

【法则拓展】一般, 我们有 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

($a \neq 0$, m, n 都是正整数, 并且 $m \geq n$), 即文字叙述为:

同底数幂相除, 底数不变, 指数相减.

三、随堂练习, 巩固深化

课本练习.

【探研时空】

下列计算是否正确? 如果不正确, 应如何改正?

(1) $(-xy)^6 \div (-xy)^2 = -x^4 y^4$;

(2) $6^{2m+1} \div 6^m = 6^3 = 216$;

(3) $x^{10} \div x^2 \div x = x^{10} \div x = 10^{10}$.

四、课堂总结, 发展潜能

教师提问式总结:

1. 同底数幂的除法法则?

2. $a^0 = 1$ ($a \neq 0$) 意义?

3. 到目前为止, 我们学习了哪些幂的运算法则? 谈谈它们的异同点.

五、布置作业, 专题突破

课本习题.

板书设计

同底数幂的除法

1、同底数幂的除法法则

例：

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

练习：

($a \neq 0$, m, n 都是正整数, $m > n$)

单项式除以单项式

教学目标

1. 知识与技能

会进行单项式除以单项式运算，理解整式除法运算的算理，发展有条理的思考及语言表达能力.

2. 过程与方法

经历整式乘法的逆运算或约分的思想推理出单项式除以单项式的运算法则的过程，掌握整式除法运算.

3. 情感、态度与价值观

培养学生探索的勇气和信念，增强挑战困难的勇气和信心.

重、难点与关键

1. 重点：单项式除以单项式的运算法则.

2. 难点：理解单项式除以单项式的法则并应用其法则计算.

3. 关键：运用类比数的运算方法切入到整式乘法的单项式乘以单项式运算法则的理解之中.

教学方法

采用“引导——发现”法进行教学.

教学过程

一、创设情境，导入新知

【激趣引入】

问题提出：林宁今年刚刚 3 岁，是幼儿园里最聪明的孩子，李老师教他做算术，告诉他 $5 \times 6 = 30$ 后，他马就知道 $30 \div 5 = 6$ ，你说他是怎样计算的呢？

【学生活动】回答上述问题：林宁利用了除法是乘法的逆运算得出的结果.

【教师活动】提出话题：我们前几天学习了整式的乘法，现在，不用老师讲解，你们能开始解决整式的除法运算吗？谁可以告诉我单项式与单项式相除的法则？

【学生活动】思考回答：把它们的系数先相除，然后再把相同字母的幂相除，其他的字母连同它的指数不变，作为商的因式.

【教师活动】引入课题，引导学生运用单项式除以单项式的法则计算下列几道题目.

【课堂演练】计算：

$$(1) (x^5y) \div x^3; \quad (2) (16m^2n^2) \div (2m^2n);$$

$$(3) (x^4y^2z) \div (3x^2y)$$

【学生活动】开始计算，然后总结归纳，上台演示，引入课题.

【归纳法则】

单项式相除，把系数与同底数幂分别相除作为商的因式，对于只在被除式里含有的字母，则连同它的指数作为商的一个因式.

二、范例学习，应用所学

【例】计算：

$$(1) 63x^7y^3 \div 7x^3y^2; \quad (2) -25a^6b^4c \div 10a^4b.$$

三、随堂练习，巩固深化

课本练习

【探研时空】

已知 $10^m=5$, $10^n=4$, 求 10^{2m-3n} 的值.

四、课堂总结，发展潜能

单项式除以单项式运算时，要注意：

1. 系数相除与同底数的幂相除的区别：后者运算时是将指数相减，然而前者是有理数的除法.

2. 对于单项式除以单项式，仅仅考虑整除的情况.

五、布置作业，专题突破

课本习题 板书设计

单项式除以单项式

1、单项式除以单项式的除法法则

例：

练习：

多项式除以单项式

教学目标

1. 知识与技能

要求学生能够进行多项式除以单项式的运算，并且理解除法运算的算理，发展思维能力和表达能力。

2. 过程与方法

利用整式除法的逆运算或者约分的方法推理出多项式除以单项式的运算法则，掌握整式除法的运算。

3. 情感、态度与价值观

通过分组讨论学习，体会在解决具体问题的过程中与他人合作的重要性，培养学生的团结协作精神，使学生获得合作交流的学习方式。

重、难点与关键

1. 重点：多项式除以单项式的运算法则的推导，以及法则的正确使用。

2. 难点：多项式除以单项式的运算法则的熟练应用。

3. 关键：从逆运算入手，利用单项式与单项式相除的除法法则和分配律总结、归纳出多项式除以单项式的法则。

教学方法

采用“激趣——导学”的教学法。

教学过程

一、小组合作，激趣导学

【课堂演练】

1. $(-4a^2b)^2 \div (2ab^2)$

2. $-16(x^3y^4)^3 \div (-\frac{1}{2}x^4y^5)^2$;

3. $(2xy)^2 \cdot (-\frac{1}{5}x^5y^3z^2) \div (-2x^3y^2z)^4$;

4. $18xy^2 \div (-3xy) - 4x^2y \div (-2xy)$.

【教师提问】“(6xy+8y) ÷ (2y)”如何计算？

【学生活动】相互讨论，大多数学生没有找到计算思路。

【教师活动】铺垫一道题目：计算 $(ad+bd) \div d$,

计算：

(1) $(x^3y^2+4xy) \div x$ (2) $(xy^3-2xy) \div (xy)$

【学生活动】分四人小组完成并讨论多项式除以单项式的法则：多项式与单项式相除可以用分配律将它转化为单项式与单项式相除，再利用单项式与单项式相除的法则进行计算。

【师生共识】多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项除以单项式，再把所得的商相加。

二、范例学习，应用所学

【例】计算：

$$(1) (18x^4 - 4x^2 - 2x) \div 2x$$

$$(2) (36x^4y^3 - 14x^3y^2 - 7x^2y^2) \div (-7x^2y)$$

$$(3) [(m-n)^2 - n(2m+n) - 8m] \div 2m$$

三、随堂练习，巩固深化

课本练习题。

【探研时空】下列计算是否正确？如不正确，应怎样改正？

$$(1) -4ab^2 \div 2ab = 2b$$

$$(2) (14a^3 - 2a^2 + a) \div a = 14a^2 - 2a.$$

四、课堂总结，发展潜能

多项式除以单项式时应注意运算中的问题：一是所除的商要写成省略括号的代数和，二是除式与被除式不能交换，还要注意运算顺序，应灵活地运用有关运算公式。

五、布置作业，专题突破

课本习题

板书设计

多项式除以单项式

1、多项式除以单项式的除法法则

例：

练习：

14.3 因式分解

教学目标

1. 知识与技能

了解因式分解的意义，以及它与整式乘法的关系.

2. 过程与方法

经历从分解因数到分解因式的类比过程，掌握因式分解的概念，感受因式分解在解决问题中的作用.

3. 情感、态度与价值观

在探索因式分解的方法的活动中，培养学生有条理的思考、表达与交流的能力，培养积极的进取意识，体会数学知识的内在含义与价值.

重、难点与关键

1. 重点：了解因式分解的意义，感受其作用.

2. 难点：整式乘法与因式分解之间的关系.

3. 关键：通过分解因数引入到分解因式，并进行类比，加深理解.

教学方法

采用“激趣导学”的教学方法.

教学过程

一、创设情境，激趣导入

【问题牵引】

请同学们探究下面的2个问题：

问题1：720能被哪些数整除？谈谈你的想法.

问题2：当 $a=102$ ， $b=98$ 时，求 a^2-b^2 的值.

二、丰富联想，展示思维

探索：你会做下面的填空吗？

1. $ma+mb+mc=(\quad)(\quad)$;

2. $x^2-4=(\quad)(\quad)$;

3. $x^2-2xy+y^2=(\quad)^2$.

【师生共识】把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫做把这个多项式因式分解，也叫分解因式.

三、小组活动，共同探究

【问题牵引】

(1) 下列各式从左到右的变形是否为因式分解：

① $(x+1)(x-1)=x^2-1$;

$$\textcircled{2} a^2 - 1 + b^2 = (a+1)(a-1) + b^2;$$

$$\textcircled{3} 7x - 7 = 7(x-1).$$

(2) 在下列括号里，填上适当的项，使等式成立.

$$\textcircled{1} 9x^2 (\quad) + y^2 = (3x+y)(\quad);$$

$$\textcircled{2} x^2 - 4xy + (\quad) = (x - \quad)^2.$$

四、随堂练习，巩固深化

课本练习.

【探研时空】计算： $99^3 - 99$ 能被 100 整除吗？

五、课堂总结，发展潜能

由学生自己进行小结，教师提出如下纲目：

1. 什么叫因式分解？
2. 因式分解与整式运算有何区别？

六、布置作业，专题突破

选用补充作业.

板书设计

因式分解

1、因式分解

例：

练习：

14.3.1 提公因式法

教学目标

1. 知识与技能

能确定多项式各项的公因式，会用提公因式法把多项式分解因式。

2. 过程与方法

使学生经历探索多项式各项公因式的过程，依据数学化归思想方法进行因式分解。

3. 情感、态度与价值观

培养学生分析、类比以及化归的思想，增进学生的合作交流意识，主动积极地积累确定公因式的初步经验，体会其应用价值。

重、难点与关键

1. 重点：掌握用提公因式法把多项式分解因式。

2. 难点：正确地确定多项式的最大公因式。

3. 关键：提公因式法关键是如何找公因式。方法是：一看系数、二看字母。公因式的系数取各项系数的最大公约数；字母取各项相同的字母，并且各字母的指数取最低次幂。

教学方法

采用“启发式”教学方法。

教学过程

一、回顾交流，导入新知

【复习交流】

下列从左到右的变形是否是因式分解，为什么？

$$(1) 2x^2+4=2(x^2+2); \quad (2) 2t^2-3t+1=\frac{1}{t}(2t^3-3t^2+t);$$

$$(3) x^2+4xy-y^2=x(x+4y)-y^2; \quad (4) m(x+y)=mx+my;$$

$$(5) x^2-2xy+y^2=(x-y)^2.$$

问题：

1. 多项式 $mn+mb$ 中各项含有相同因式吗？

2. 多项式 $4x^2-x$ 和 xy^2-yz-y 呢？

请将上述多项式分别写成两个因式的乘积的形式，并说明理由。

【教师归纳】我们把多项式中各项都有的公共的因式叫做这个多项式的公因式，如在 $mn+mb$ 中的公因式是 m ，在 $4x^2-x$ 中的公因式是 x ，在 xy^2-yz-y 中的公因式是 y 。

概念：如果一个多项式的各项含有公因式，那么就可以把这个公因式提出来，从而将多项式化成两个因式乘积形式，这种分解因式的方法叫做提公因式法。

二、小组合作，探究方法

【教师提问】多项式 $4x^2-8x^6$ ， $16a^3b^2-4a^3b^2-8ab^4$ 各项的公因式是什么？

【师生共识】提公因式的方法是先确定各项的公因式再将多项式除以这个公因式得到另一个因式，找公因式一看系数、二看字母，公因式的系数取各项系数的最大公约数；字母取各项

相同的字母，并且各字母的指数取最低次幂.

三、范例学习，应用所学

【例 1】把 $-4x^2yz-12xy^2z+4xyz$ 分解因式.

$$\begin{aligned} & \text{解: } -4x^2yz-12xy^2z+4xyz \\ &= -(4x^2yz+12xy^2z-4xyz) \\ &= -4xyz(x+3y-1) \end{aligned}$$

【例 2】分解因式， $3a^2(x-y)^3-4b^2(y-x)^2$

【思路点拨】观察所给多项式可以找出公因式 $(y-x)^2$ 或 $(x-y)^2$ ，于是有两种变形， $(x-y)^3=-(y-x)^3$ 和 $(x-y)^2=(y-x)^2$ ，从而得到下面两种分解方法.

$$\begin{aligned} \text{解法 1: } & 3a^2(x-y)^3-4b^2(y-x)^2 \\ &= -3a^2(y-x)^3-4b^2(y-x)^2 \\ &= -[(y-x)^2 \cdot 3a^2(y-x)+4b^2(y-x)^2] \\ &= -(y-x)^2[3a^2(y-x)+4b^2] \\ &= -(y-x)^2(3a^2y-3a^2x+4b^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{解法 2: } & 3a^2(x-y)^3-4b^2(y-x)^2 \\ &= (x-y)^2 \cdot 3a^2(x-y)-4b^2(x-y)^2 \\ &= (x-y)^2[3a^2(x-y)-4b^2] \\ &= (x-y)^2(3a^2x-3a^2y-4b^2) \end{aligned}$$

【例 3】用简便的方法计算： $0.84 \times 12 + 12 \times 0.6 - 0.44 \times 12$.

【教师活动】引导学生观察并分析怎样计算更为简便.

$$\begin{aligned} & \text{解: } 0.84 \times 12 + 12 \times 0.6 - 0.44 \times 12 \\ &= 12 \times (0.84 + 0.6 - 0.44) \\ &= 12 \times 1 = 12. \end{aligned}$$

【教师活动】在学生完全例 3 之后，指出例 3 是因式分解在计算中的应用，提出比较例 1，例 2，例 3 的公因式有什么不同？

四、随堂练习，巩固深化

课本练习

【探研时空】

利用提公因式法计算：

$$0.582 \times 8.69 + 1.236 \times 8.69 + 2.478 \times 8.69 + 5.704 \times 8.69$$

五、课堂总结，发展潜能

1. 利用提公因式法因式分解，关键是找准最大公因式。在找最大公因式时应注意：(1) 系数要找最大公约数；(2) 字母要找各项都有的；(3) 指数要找最低次幂。
2. 因式分解应注意分解彻底，也就是说，分解到不能再分解为止。

六、布置作业，专题突破

课本习题

板书设计

14.3.1 提公因式法

1、提公因式法

例：

练习：

14.3.2 公式法（一）

教学目标

1. 知识与技能

会应用平方差公式进行因式分解，发展学生推理能力.

2. 过程与方法

经历探索利用平方差公式进行因式分解的过程，发展学生的逆向思维，感受数学知识的完整性.

3. 情感、态度与价值观

培养学生良好的互动交流的习惯，体会数学在实际问题中的应用价值.

重、难点与关键

1. 重点：利用平方差公式分解因式.

2. 难点：领会因式分解的解题步骤和分解因式的彻底性.

3. 关键：应用逆向思维的方向，演绎出平方差公式，对公式的应用首先要注意其特征，其次要做好式的变形，把问题转化成能够应用公式的方面上来.

教学方法

采用“问题解决”的教学方法，让学生在问题的牵引下，推进自己的思维.

教学过程

一、观察探讨，体验新知

【问题牵引】

请同学们计算下列各式.

$$(1) (a+5)(a-5); \quad (2) (4m+3n)(4m-3n).$$

【学生活动】动笔计算出上面的两道题，并踊跃上台板演.

$$(1) (a+5)(a-5) = a^2 - 5^2 = a^2 - 25;$$

$$(2) (4m+3n)(4m-3n) = (4m)^2 - (3n)^2 = 16m^2 - 9n^2.$$

【教师活动】引导学生完成下面的两道题目，并运用数学“互逆”的思想，寻找因式分解的规律.

$$1. \text{ 分解因式: } a^2 - 25; \quad 2. \text{ 分解因式 } 16m^2 - 9n.$$

【学生活动】从逆向思维入手，很快得到下面答案:

$$(1) a^2 - 25 = a^2 - 5^2 = (a+5)(a-5).$$

$$(2) 16m^2 - 9n^2 = (4m)^2 - (3n)^2 = (4m+3n)(4m-3n).$$

【教师活动】引导学生完成 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ 的同时，导出课题：用平方差公式因式分解.

$$\text{平方差公式: } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b).$$

评析：平方差公式中的字母 a 、 b ，教学中还要强调一下，可以表示数、含字母的代数式（单项式、多项式）.

二、范例学习，应用所学

【例 1】把下列各式分解因式：（投影显示或板书）

$$(1) x^2 - 9y^2;$$

$$(2) 16x^4 - y^4;$$

(3) $12a^2x^2 - 27b^2y^2$; (4) $(x+2y)^2 - (x-3y)^2$;

(5) $m^2(16x-y) + n^2(y-16x)$.

【思路点拨】在观察中发现 1~5 题均满足平方差公式的特征，可以使用平方差公式因式分解.

【教师活动】启发学生从平方差公式的角度进行因式分解，请 5 位学生上讲台板演.

【学生活动】分四人小组，合作探究.

解：(1) $x^2 - 9y^2 = (x+3y)(x-3y)$;

(2) $16x^4 - y^4 = (4x^2 + y^2)(4x^2 - y^2) = (4x^2 + y^2)(2x+y)(2x-y)$;

(3) $12a^2x^2 - 27b^2y^2 = 3(4a^2x^2 - 9b^2y^2) = 3(2ax+3by)(2ax-3by)$;

(4) $(x+2y)^2 - (x-3y)^2 = [(x+2y) + (x-3y)][(x+2y) - (x-3y)] = 5y(2x-y)$;

(5) $m^2(16x-y) + n^2(y-16x)$

$= (16x-y)(m^2 - n^2) = (16x-y)(m+n)(m-n)$.

三、随堂练习，巩固深化

课本练习

【探研时空】

1. 求证：当 n 是正整数时， $n^3 - n$ 的值一定是 6 的倍数.

2. 试证两个连续偶数的平方差能被一个奇数整除. 连续偶数的平方差能被一个奇数整除.

四、课堂总结，发展潜能

运用平方差公式因式分解，首先应注意每个公式的特征. 分析多项式的次数和项数，然后再确定公式. 如果多项式是二项式，通常考虑应用平方差公式；如果多项式中有公因式可提，应先提取公因式，而且还要“提”得彻底，最后应注意两点：一是每个因式要化简，二是分解因式时，每个因式都要分解彻底.

五、布置作业，专题突破

课本习题

板书设计

14.3.2 公式法（一）

1、平方差公式：

例：

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

练习：

14.3.2 公式法（二）

教学目标

1. 知识与技能

领会运用完全平方公式进行因式分解的方法，发展推理能力.

2. 过程与方法

经历探索利用完全平方公式进行因式分解的过程，感受逆向思维的意义，掌握因式分解的基本步骤.

3. 情感、态度与价值观

培养良好的推理能力，体会“化归”与“换元”的思想方法，形成灵活的应用能力.

重、难点与关键

1. 重点：理解完全平方公式因式分解，并学会应用.

2. 难点：灵活地应用公式法进行因式分解.

3. 关键：应用“化归”、“换元”的思想方法，把问题进行形式上的转化，达到能应用公式法分解因式的目的.

教学方法

采用“自主探究”教学方法，在教师适当指导下完成本节课内容.

教学过程

一、回顾交流，导入新知

【问题牵引】

1. 分解因式：

$$(1) -9x^2+4y^2; \quad (2) (x+3y)^2 - (x-3y)^2;$$

$$(3) \frac{9}{49}x^2 - 0.01y^2.$$

【知识迁移】

2. 计算下列各式：

$$(1) (m-4n)^2; \quad (2) (m+4n)^2;$$

$$(3) (a+b)^2; \quad (4) (a-b)^2.$$

【教师活动】引导学生完成下面两道题，并运用数学“互逆”的思想，寻找因式分解的规律.

3. 分解因式：

$$(1) m^2-8mn+16n^2 \quad (2) m^2+8mn+16n^2;$$

$$(3) a^2+2ab+b^2; \quad (4) a^2-2ab+b^2.$$

【学生活动】从逆向思维的角度入手，很快得到下面答案：

解：(1) $m^2-8mn+16n^2 = (m-4n)^2$ ； (2) $m^2+8mn+16n^2 = (m+4n)^2$ ；

$$(3) a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2; \quad (4) a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2.$$

【归纳公式】完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

二、范例学习，应用所学

【例 1】把下列各式分解因式：

$$(1) -4a^2b+12ab^2-9b^3;$$

$$(2) 8a-4a^2-4;$$

$$(3) (x+y)^2-14(x+y)+49;$$

$$(4) \frac{m^2n^2}{9} + \frac{2mn^3}{3} + n^4.$$

【例2】如果 $x^2+axy+16y^2$ 是完全平方，求 a 的值.

【思路点拨】根据完全平方式的定义，解此题时应分两种情况，即两数和的平方或者两数差的平方，由此相应求出 a 的值，即可求出 a^3 .

三、随堂练习，巩固深化

课本练习

【探研时空】

1. 已知 $x+y=7$, $xy=10$, 求下列各式的值.

(1) x^2+y^2 ; (2) $(x-y)^2$

2. 已知 $x+\frac{1}{x}=-3$, 求 $x^4+\frac{1}{x^4}$ 的值.

四、课堂总结，发展潜能

由于多项式的因式分解与整式乘法正好相反，因此把整式乘法公式反过来写，就得到多项式因式分解的公式，主要的有以下三个：

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b);$$

$$a^2\pm ab+b^2=(a\pm b)^2.$$

在运用公式因式分解时，要注意：

(1) 每个公式的形式与特点，通过对多项式的项数、次数等的总体分析来确定，是否可以用公式分解以及用哪个公式分解，通常是，当多项式是二项式时，考虑用平方差公式分解；当多项式是三项时，应考虑用完全平方公式分解；(2) 在有些情况下，多项式不一定能直接用公式，需要进行适当的组合、变形、代换后，再使用公式法分解；(3) 当多项式各项有公因式时，应该首先考虑提公因式，然后再运用公式分解.

五、布置作业，专题突破

课本习题.

板书设计

公式法（二）

1、完全平方公式：

例：

$$a^2\pm 2ab+b^2=(a\pm b)^2$$

练习：