

## 摘要

拉伸性能是机织物最主要的机械性能之一。然而，在实际产品设计的过程中往往不是通过预测织物的强度，而是根据经验来进行设计，即对设计样品进行破坏性测试，获得数据并以此来指导生产。这种设计模式费时费力并受到试样制作精度的影响。因此建立机织物拉伸性能的预测模型，直接以纱线的拉伸性能来预测织物的拉伸性能，从而更有效地提高产品性能，提高生产率并降低成本，是一项十分有意义的课题。

本课题的研究目标是，建立能模拟机织物拉伸断裂过程并预测机织物拉伸断裂强力的一维束链模型和二维束链模型。为此，首先通过对纱线强度的测试结果进行统计分析，确定其强度分布概率函数并建立试样长度与测试强度的转换关系；然后根据机织物的结构类型和纱线的结构类型提出机织物临界长度的定义，并建立计算模型，在此基础上建立机织物拉伸断裂束链模型。该模型与 Monte Carlo 方法相结合，借助计算机模拟织物的断裂过程，进而预测机织物的断裂强度。

本课题首先从纱线的强度离散性入手，对机织物组分纱线的强力进行测试，利用 Weibull 分布函数对其进行统计分析，确定其强力概率分布函数及其参数值。分析表明，所测试 12 种机织物组分纱线的强度均符合二参数 Weibull 分布。

通过对不同测试夹距下纱线强度结果的统计分析，提出了不同试样长度下强力测试结果之间的转换关系。研究发现，该转换关系除了与试样长度有关外，还与 Weibull 分布的形状参数有关。另外，试样长度对纱线测试强度的影响程度也与该形状参数有关，形状参数越大，试样长度对测试强度的影响程度越低，即试样强度离散越小，试样长度对测试结果的影响就越小。

在对机织物组分纱线的强度进行分析以后，提出了机织物临界长度的概念，并据此分析研究了机织物拉伸断裂过程中几何结构的变化，

建立了机织物临界长度的几何模型和力学模型。定量地分析研究了织物及其组分纱线的参数对临界长度的影响。研究表明,影响机织物临界长度的因素有:织物中纱线参数(包括纱线细度、捻度、强度及模量等)、织物参数(织物的密度、织物交织点处两组纱线间的摩擦系数)等。

机织物临界长度决定了机织物纵向(拉伸方向)的应力分配,而负荷分配法则用于解决机织物横向(截面)的应力集中问题。根据计算所得到的临界长度和确定的负荷分配法则(局部分配法则或剪滞法则),建立了旨在对机织物拉伸断裂过程进行模拟以及对机织物强度进行预测的机织物束链模型。应用该模型可以进行一维和二维断裂过程模拟和强度预测。两种模型的根本区别在于,在一维模型中假设承力纱线的断裂发生在织物中某一特定截面上,而二维模型中纱线的断裂位置可以在织物长度范围内跨越不同的临界长度。因而,二维模拟更接近实际的织物断裂特征。

在机织物束链模型建立的基础上,用 Monte Carlo 方法进行断裂过程的模拟和强度预测。模拟和预测结果表明,由于局部负荷分配法则过分强调了拉伸过程中的应力集中现象,所以其预测的结果与实际测试结果差异较大;而采用剪滞负荷分配法则得到的机织物拉伸断裂过程和强力预测结果(强力概率分布及强力值)均与实际测试结果接近。两种模拟方法(一维和二维束链模型)使用剪滞法则均能得到较好的模拟效果,其模拟数据与实际测试数据均比较接近,但是二维模拟得到的机织物拉伸断裂过程与实际状况更为接近。

通过对机织物临界长度对预测结果影响的分析可知,机织物临界长度反映了机织物强力与组分纱线强力总和的比值的大小,即织物强力较纱线强力的增强程度。临界长度越短,同样强力的纱线组成的织物的强力就越高,这就是临界长度的实际意义。

本课题建立的机织物强度预测新模型为机织物强度预报提供了理论基础,本课题的成果对其它类型的纺织品(如针织物,非织造布等)的强度预测有借鉴意义。

关键词：机织物，拉伸断裂过程模拟，强度预测，临界长度，束链模型，负荷分配法则，应力集中因子，Monte Carlo 模拟。

## ABSTRACT

Tensile strength is one of the most important properties of woven fabrics. However, during product design processes, it is practically decided from experiences rather than prediction models, namely, it is obtained by time-consuming tests on real fabrics. Therefore it is essential to establish a model to predict tensile properties of fabrics directly from those of yarns, which is of low cost and high efficiency.

The objective of this thesis is to develop a chain-of-bundles model, both one- and two-dimensional, for prediction of tensile strengths of woven fabrics. For this reason, the tested tensile strength data of yarns are firstly analyzed and fitted statistically to decide strength probability distribution and the relationship between the length of specimen and test strength is determined. Then fabric critical length is defined and calculated according to different types of yarn and fabric structures. Furthermore, a chain-of-bundles model is established that is combined with Monte Carlo method to predict tensile strength of fabrics.

The study begins with the analysis of the dispersibility of yarn strength. The tensile strength of the constituent yarns of woven fabric is tested and the results are fitted by Weibull distribution functions. The analysis shows that the strength distributions of all the tested yarns are fitted in two-parameter Weibull type.

The transfer relationship among tested results of different specimen lengths is decided based on statistical analysis of yarn strengths. It is found that, in addition to specimen length, such relationship is relative to the shape parameter of the Weibull distribution. The influence of specimen length on the tested strength shows some relation to the shape parameter. the greater the shape parameter, the smaller the effect. In

another word, the smaller the dispersibility of the specimen tensile strength, the smaller the influence of its length on the tested value.

The concept of woven fabric critical length is defined subsequently and geometrical and mechanical models are presented according to fabric structural changes during tensile testing process. The effect of the constituent yarn and fabric parameters on critical length is studied quantitatively. Results show that the factors influencing woven fabric critical length include yarn parameters (such as yarn count, twist, tensile strength and young's modulus, etc.) and fabric parameters (such as the density of yarns of the fabric, friction of yarns at interlacing points, etc.).

The critical length determines the stress distribution in the loading direction of woven fabrics, while, as we know, the load distribution rule deals with the stress concentration problem in transverse direction. A chain-of-bundles model for woven fabric is proposed in terms of the critical length and load distribution rule (the Local Load Sharing rule or the Shear-Lag Analysis principle) and is used to simulate one- and two-dimensional stretching and breaking process as well as fabric strength prediction. The fundamental difference between both models is that in the one-dimension case the break of yarns in fabric is assumed to occur at a certain cross-section, while in the two-dimension case, the break position are allowed to occur within different critical lengths covering the whole range of the specimen length.

The chain-of-bundles model is combined with a Monte Carlo method on a computer for simulation. It is found that because of the over-concentration effect of the Local Load Sharing rule, both the two models with this rule give a result which is far from the tested results, while with the Shear-Lag Analysis principle the simulation results from both models (one- and two-dimension) agree well with the test ones. So

in both cases the Shear-Lag Analysis principle seems to be a better choice as compared to the local distribution one.

Woven fabric critical length reflects the ratio of tensile strength of yarn to the fabric. The shorter the critical length, the higher the effective strength of the fabric comprised of yarns with same strength, in which lies the practical significance of the concept of the critical length.

The proposed model here offers theoretical basis of prediction of woven fabric tensile strength. The conclusions in this thesis could further be applied to other kinds of textiles such as knitting fabrics and nonwovens.

**Keywords:** woven fabric, breaking progress simulation, strength prediction, critical length, chain-of-bundles model, stress redistribution rule, stress concentration factor, Monte Carlo simulation.

# 东华大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名： 

日期： 2006 年 4 月 22 日

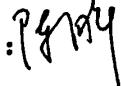
# 东华大学学位论文版权使用授权书

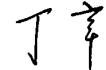
学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权东华大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ，在 \_\_\_\_ 年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 。

学位论文作者签名: 

指导教师签名: 

日期: 2016年5月1日

日期: 2016年5月11日

# 第一章 引言

## 1.1 研究背景

纺织工业是我国国民经济的重要部门，纺织品是重要的生活必需品，是体现国家经济发展和人民生活水平的重要指标之一。随着科技与社会的进步，纺织生产技术和纺织品品质不断得到提高和发展，人们对织物的服用性能也提出了更高的要求。而织物的拉伸、耐磨、撕裂、悬垂等各项性能直接影响到织物的服用性能。

作为最终用途的织物（包括机织物、针织物以及各种非织造布等）的损坏因素很多，其中最基本的就是拉伸、弯曲、撕裂、顶破等损伤，而弯曲、撕裂、顶破等损伤归根到底还是纤维和纱线的拉伸断裂。因此研究纺织材料，包括纤维、纱线、织物的拉伸断裂强度对纺织产品的优化设计和提高纺织品品质有着重要意义。

由于组成织物的纤维和纱线本身的性能存在离散性，使得织物中纱线的断裂也存在离散性，其过程非常复杂，目前对此还没有一个确切的分析方法，而只能采用破坏性试验的方法进行强力测试，这就需要几百上千根才能准确得出，既费时费力又浪费原材料。所以，纱线强度及其离散与织物强度相互关系的确立，以及以此为前提进行的最终织物强度预测就成为一个重要的课题。

虽然目前也有一些理论模型对织物的拉伸断裂强度进行了预测，但这些预测方法绝大部分是把纱线的强度视为均匀一致的，即使考虑了组分纱线强度的离散，也仅仅从简单的参数关系出发，没有经过对所有参数的细致研究，因此适用性就受到很大的限制。

为了进一步完善机织物强度预测方法，本课题从纱线强度的测试数据出发，通过统计分析和概率分布拟合，得到织物组分纱线的强度概率分布，建立试样长度和测试强度关系的理论模型，并以此为基础，对不同夹距纱线强度进行了转换。通过分析织物拉伸过程中的结构相

变化,建立相适应的模型,利用计算机模拟织物断裂过程并预测织物的强度,为纺织产品设计提供理论和方法的基础。

## 1.2 研究意义

由于纱线性能本身的离散性,因此,在进行机织物强度预测时,考虑纱线的随机分布特征是十分必要的。另外,由纱线组合成的织物性能也存在随机性,所以织物的断裂过程是非常复杂的,并影响到织物的最终性能。只有在计算机技术日益发达的今天,利用计算机的快捷、方便才可以解决这类问题。通过计算机的模拟,可以提供给设计人员以快捷便利的设计工具。

由于实验室是通过破坏性的织物拉伸断裂实验来测定织物的强度,试验的过程无法再现。因此,如何找到一种简单、有效、准确、快速的方法来表示织物的断裂过程并预测织物的拉伸断裂强度,使拉伸过程直观生动,强度预测准确可信,是一项十分有意义的课题。在无损的情况下,利用纱线的特征参数(纱线细度、捻度、纱线的强度、模量、以及纱线的表面性能等)和织物的规格参数(织物组织、密度等),借助于织物和纱线的断裂模型,用计算机技术来模拟织物断裂过程和预测织物断裂强度,而不必再把纱线织成织物后进行实验测定,避免了不必要的物力和时间的浪费并减少了实验复杂性。这对于机织物的产品设计和生产实践有着重要的实际意义。

用计算机模拟机织物的拉伸断裂强度是在实验室测试织物强度的基础上的一种尝试,用计算机模拟机织物拉伸断裂过程并预测织物的拉伸断裂强度为纺织厂和实验室进行快速测定和研究织物性能、设计并测试织物的强度、开发符合要求的新品种机织物、合理地运用原材料性能等提供了直接的理论依据和便捷的计算工具。

本课题的研究工作包括对纱线强度的测试和统计分析,确定纱线强度的分布规律,估计纱线强度概率分布的参数,得到试样长度对纱线强度测试值的影响规律,进而分析和计算机织物的临界长度,确定

机织物的拉伸断裂负荷分配法则，并以此为基础建立织物拉伸断裂模型，模拟并预测织物强度及其影响因素。通过对机织物强度的各种影响因素的分析讨论，了解机织物的设计参数并加以利用。本课题的研究成果可以为机织物强度提供一种快捷便利的设计工具，并为其他纺织品的强度预测提供理论基础和预测依据。

### 1.3 研究目标

通过对纱线强度的测试数据进行统计分析和分布拟合，确定其强度的概率分布函数并进行参数估计，得到试样长度与强度测试值的转换关系；根据机织物的结构类型和组分纱线的结构类型进行分析，确立机织物临界长度的定义和计算模型；在此基础上建立拉伸过程中机织物的束链模型，并用 Monte Carlo 方法，借助计算机模拟织物的断裂过程，进而对织物的断裂强度进行预测。最后达到在已知纱线强度分布的前提下，预测织物的拉伸断裂强度的目的。

### 1.4 研究内容及研究方法

本课题研究纱线强度的概率分布、试样长度和纱线测试强度的关系，考虑机织物的临界长度以及织物截面的应力集中现象后建立机织物拉伸断裂模型，用计算机模拟机织物的拉伸断裂过程，从而给出织物的强度预测，并确定织物强度概率分布函数，对织物强度作详尽描述。在分析过程中给出机织物临界长度的概念，建立机织物的临界长度计算模型，并据此分析临界长度与织物及其组分纱线规格参数之间的关系，为各种类型的机织物的强度模拟奠定基础。具体内容体现在以下几个方面：

#### 1. 织物组分纱线强度概率分布的拟合确定

通过对织物组分纱线的强度测试结果进行的统计分析和拟合确定，证明和确定纱线强度的概率分布和参数估计。对试样长度影响测

试结果的现象进行理论探讨和测试计算, 找到试样长度与试样强度的关系, 为不同夹距时试样强度的测试值建立了换算关系。

## 2. 给出机织物临界长度的概念和计算模型

根据机织物的结构和拉伸过程中组分纱线的断裂特征提出机织物临界长度的概念。分析机织物拉伸过程中交织点处纱线几何形状的变化、所受应力的变化, 以及这些因素对交织点摩擦力的影响, 建立织物断裂时交织点的几何模型和力学模型。通过对模型的分析, 求出机织物的临界长度, 并分析织物规格、结构及纱线参数对临界长度的影响。

## 3. 建立机织物拉伸断裂的束链模型

根据所计算的临界长度, 考虑一个临界长度中纱线的断裂对剩余纱线负荷的影响规律, 确定负荷分配法则, 即应力集中因子的计算方法。最后建立机织物拉伸断裂过程的束链模型。根据预计的断裂情况, 用一维模型和二维模型来实现对机织物断裂过程的模拟及机织物断裂强力的预测。

## 4. 束链模型的 Monte Carlo 模拟及结果分析

对所建立的机织物拉伸断裂的束链模型用 Monte Carlo 方法进行断裂过程的模拟, 得到织物拉伸断裂时的纱线断裂顺序和预测强度值。通过对多次模拟数值的统计分析, 可以得到织物强度的概率分布函数, 其期望值即为强度预测值。在结果的分析过程中, 对照机织物强力测试值对一维和二维模型的适用性、负荷分配法则的适用性进行分析, 讨论临界长度对强度预测结果的影响。

## 5. 纤维强度的概率分布的确定

为了确定不同天然纤维和常用化学纤维的强度概率分布, 测试了羊毛、棉、绢丝、亚麻、腈纶、涤纶、芳纶、玻璃纤维、碳纤维等 9 种典型纤维的强度。证明了棉、涤纶、芳纶、玻璃纤维、碳纤维的强度符合二参数的 Weibull 分布, 而羊毛、绢丝、亚麻的强度符合三参数 Weibull 分布。由于该部分的研究结果仅属于本文主要内容的前期准备工作, 与本文的预测模型没有直接的逻辑关系, 因此未将此部分

内容纳入正文，而是置于附录中，作为参考。

## 1.5 研究的创新点

1. 确定了组分纱线的强度概率分布函数。利用可信的测试手段，采用可靠的统计分析方法对织物组分纱线的强度进行了详尽分析研究，以此为基础进行了机织物强度模拟和预测。

2. 对机织物临界长度作了系统的定义与分析，确定了计算方法，并分析了影响临界长度的因素。根据机织物拉伸过程中结构的变化，分析交织点处的相互作用，计算其摩擦力，确定了临界长度的计算方法和影响临界长度的因素。

3. 建立了机织物束链模型，据此对机织物拉伸断裂过程进行模拟并进行强度预测。束链模型用于机织物断裂过程的模拟，不仅考虑了不同类型和规格织物的临界长度的不同，而且还分析研究了纱线断裂不一致所造成的应力集中现象，所预测的结果和实际情况相符合。

## 1.6 论文章节安排

论文的第一章总体阐述了课题的研究背景和意义，研究目标，研究内容及研究方法，研究的创新点，并对论文的整体结构安排作了说明。

论文的第二章总结了国内外与本课题相关的研究成果，对前人的研究结果进行了评价，指出了本课题研究的方向。

第三章对织物组分纱线的强度概率分布进行了拟合确定。用统计的方法对纱线的强度进行了测试及分布拟合，并确定了试样长度对测试结果的影响，对不同夹距的纱线进行了强度换算，为机织物拉伸断裂过程的模拟和强度预测做了数据上的准备。

第四章确立了机织物临界长度的定义，研究了机织物在拉伸断裂过程中的交织点处几何结构的变化，并根据临界长度的定义以及机织

物拉伸过程中组分纱线几何结构的变化，确定机织物临界长度的计算模型，并据此分析影响织物临界长度的因素。

机织物拉伸断裂过程的束链模型在第五章中建立。在得到临界长度的基础上，根据机织物的拉伸断裂过程及其断裂点的扩散特点，确定负荷分配法则，建立机织物拉伸断裂过程的一维和二维束链模型。

论文第六章对断裂过程模拟和强度预测结果进行了讨论。根据第五章所建立的束链模型编制计算机程序，用窗口的形式直观地进行断裂过程先后次序模拟，并根据所加负荷预测织物强度。与实验结果相比，证明方法的准确性和可行性。

在前六章研究的基础上，第七章给出了本文研究的结论，并提出进一步工作的方向。

## 第二章 文献综述

随着人们对纺织品要求的提高，对纺织品性能的研究就显得越来越重要，其中织物的力学性能尤为重要，而织物拉伸性能是其它许多性能（如弯曲、撕裂、耐磨等）的基础，因此对织物拉伸性能的研究吸引了相当多的关注。由于纤维本身的性能总有一定离散，而纱线和织物作为纤维集合体，其性能同样会有离散。织物由纱线组成，因此纱线的离散性能必然对织物的性能产生极大影响。在一定的场合中，有时为了分析问题方便起见，可以考虑将其性能当成是一致的、均匀的。但是在某些场合，这种假设会带来不小的误差。因此要对织物拉伸性能进行精确研究，就必须对纤维、纱线、织物等纺织材料的力学性能离散性进行研究，并以此为基础对织物拉伸性能进行研究。

### 2.1 以 Pierce 模型为基础的分析预测方法

这些研究主要围绕着 Pierce 在 1937 年提出的平纹机织物几何结构原始模型<sup>[1]</sup>展开。在该模型中，Pierce 假设组成织物的纱线截面总是圆形，纱线的抗弯刚度忽略不计，并且内应力为零，在受力时不产生伸长。Pierce 原始结构模型及其改进模型作为研究平纹织物剪切、拉伸性能等方面是比较成功的<sup>[2-6]</sup>，但在分析织物的非线性拉伸性能和断裂则比较麻烦，且模型不能用来分析织物力学行为的内部应力松弛效应。

上述模型是在纯几何的、理想圆形截面纱线、以及纱线强度均匀的前提导出的，它们在讨论织物经纬纱线的交织结构、理解织物的结构相和形态结构参数均有帮助，但是这与机织物拉伸过程中的实际的应力—应变、扁形截面、纱线强度不均匀等情况有很大出入。由于织物受力时纱线会变形，在织物的紧度较大、织造张力较大或纱线捻度较小的时候，纱线的几何形态会发生很大变化，结果会存在较大的误

差。因此 Pierce 模型几经修正,包括将纱线的圆截面修正成椭圆形<sup>[7-9]</sup>、跑道形<sup>[10,11]</sup>、透镜形<sup>[12]</sup>以及正弦曲线形<sup>[13,14]</sup>,向着精确研究织物拉伸断裂性能方面前进了一大步。

力法研究也是从 Peirce 模型入手<sup>[15-31]</sup>,从交织点处的受力情况来分析织物的变形。但在整个推导过程中,都是从弹性力学角度来分析织物,讨论小变形及线弹性范围内的几何形状(即织物的屈曲结构)的变化,且仅限于简单平面变形。力法研究只能在局部解决问题,不能总体上反映织物力学性能,即使求解出来,也仅局限在线性范围内,与大变形、非线性的织物拉伸行为差距甚远。虽然也可通过将此类拉伸变形区域划分为众多线性区域来进行分析讨论,但要用此类模型来预测织物的拉伸行为还有很多工作要做。

能量法<sup>[32-41]</sup>所存在的问题主要是实用化程度不高。它虽可较成功地反映织物结构力学,但它仍停留在理论探讨的层面上,离实用化还有一定距离。主要是因为:(1)假设条件不合理,如不能反映织物细观结构;(2)假设参数太多,使实用性及数值化实现很困难;(3)在反映织物内部的细观力学等方面,如纱线间的相互作用等方面,该方法仍不能完善;(4)边界条件确定困难。

## 2.2 经验模型法

经验模型法是通过实验的方式建立模型来预测织物的特征和性能。这种模型是在严格控制的条件下<sup>[42]</sup>,通过做大量实验并运用统计方法(如曲线模拟和回归分析)得出的,在使用时受到限制,主要是因为:(1)试样与样本容量的确定一直受到成本和时间因素的限制,因而选择的原料和工艺参数仅能在较窄的范围里考虑;(2)现存的统计方法不能精确地模拟织物形成过程中复杂的非线性关系。

此外,一些学者利用神经网络法对织物性能进行预测<sup>[43-48]</sup>。神经网络是利用所采集的标准的样本数据来训练网络,通过对网络的反复训练,不断修改神经网络中的权值<sup>[49]</sup>,待到网络的误差控制在允许的

范围以内的时候，可以把网络的状态固定下来，也就是内部的各个权系数确定了，网络内部各个神经元之间的结构关系就确定了。如果对网络进行深入的研究可以确定它们之间的数学关系，一旦网络稳定了，就可以按照规定格式，向网络输入数据，网络就会输出相应的结果。因此，可以用神经网络来解决织物强度方面的问题，开始用一部分的标准的织物的拉伸断裂强度样本数据来训练网络，待到训练完成以后可以用来测试织物的拉伸断裂强度。

该方法特点是在处理解决问题时，不需要对象的精确数学模型，而是通过其结构的可变性，逐步适应外部环境各种因素的作用，不断挖掘出研究对象之间内在的因果关系，以达到最终解决问题的目的。这种因果关系，不表现为一种精确的数学解析式描述，而是表现为一种“黑箱”的输入输出关系<sup>[50]</sup>。

这种方法的最终结果可能会对织物的测试非常简单方便，但是在建立神经网络的过程中，所采集的数据的代表性、复杂性、数量大的特征有时会使其结果本身存在偏差，这样的结果会使其在应用性上存在很大限制。

以上两类方法在机织物的结构分析、产品设计、力学性能分析、强度预测等均起到了积极的意义。但是可以看出，上述方法要么不考虑纤维和纱线的性能本身的离散性，而把它们看成是均匀的、一致的；要么方法本身非常复杂，样本代表性难以保证结果的准确性。所以采用一种既能考虑纱线性能的离散性，又能简单准确地建立模型，才是织物断裂强度预测的研究方向。

### 2.3 纱线强度概率分布

通常所说的强度，一般是指纤维、纱线和织物等纺织材料的平均强度，但是纱线强度有一定离散的现象是显而易见的。早期在对织物性能的研究中都经常予以忽略。随着研究的深入，这个问题越来越受到重视。织物由纱线组成，纱线的强力在很大程度上影响着织物的强

力。因此对纱线强力进行详尽的分析研究, 得到与之相适应的概率分布模型, 利用模型中的参数对纱线强力进行准确描述就显得十分重要。目前在材料强度概率分布的研究中, Weibull 分布模型是最常用的。

Weibull<sup>[51]</sup>从弱环理论的串联模型出发, 得到了一个广泛适用的数学概率模型, 即 Weibull 分布模型。Weibull 分布是以脆性材料的最弱连接为基础的, 也就是以弱环定理为基础的, 它的基本内容是: 只要整个分子链中有一个链节断了, 整个分子链就断了, 也就是说最弱的链节决定了整个链条的寿命<sup>[52]</sup>。Weibull 分布模型在研究材料寿命和材料强度方面作出了很大的贡献。实验证明, 脆性材料的强度大都服从概率函数 Weibull 分布, 材料的寿命与材料的强度之间有着密切关系。

在把 Weibull 分布用于纤维强度概率分布研究方面, 起始于高性能纤维的兴起。最早利用 Weibull 分布模型对纤维强度分布进行研究的是 Coleman<sup>[53]</sup>, 证实了脆性单纤维的强度分布函数符合以弱环理论为基础的二参数 Weibull 分布:

$$P(x_f) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x_f}{\eta_f}\right)^{\beta_f}\right] \quad (2.1)$$

或写成:

$$P(x_f) = 1 - \exp(-L_f \eta_f x_f^{\beta_f}) \quad (2.2)$$

其中,  $P(x_f)$  为单纤维强度概率分布函数,  $L_f$  为试样长度,  $x_f$  为单纤维强度,  $\beta_f$  为形状参数,  $\eta_f$  为尺度参数。 $\beta_f$  与  $\eta_f$  均由单纤维拉伸试验得出。

断裂强度的期望  $E(x_f)$  与方差  $S(x_f)$  分别为:

$$E(x_f) = \eta_f \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta_f}\right) \quad (2.3)$$

$$S(x_f) = \eta_f^2 \left\{ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta_f}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta_f}\right)^2 \right\} \quad (2.4)$$

随着科学技术的发展, 新的材料不断涌现, 对新材料的寿命研究愈来愈多。过去材料寿命模型多采用疲劳累聚假说, 但近来人们越来

越重视用随机模型来研究材料寿命和材料的强度<sup>[54,55]</sup>。

后来的很多研究都证实了芳纶、碳纤维等高性能纤维的强力都符合 Weibull 分布<sup>[56-63]</sup>。

由性能离散的纤维组成的纱线的性能也一定是离散的。Daniels<sup>[64]</sup>根据 Peirce<sup>[65]</sup>的弱环理论，在考虑纤维强度离散性的基础上对松散结构的束纤维强度进行了分析，指出若不考虑纤维之间的相互作用，这种纤维组成的纤维束中，若一根纤维断裂，则其负荷由剩余纤维共同承担；随着负荷的增加，第二根纤维也将断裂，然后负荷再重新分配。这个过程一直持续下去，直至导致强度最大的纤维也发生断裂，这时纤维束整体才发生断裂，所对应的临界负荷  $x_b$  即为纤维束的强度。其值可以表示为：

$$x_b = x_n = \max\{x_1, \left(\frac{n-1}{n}\right)x_2, \dots, \left(\frac{1}{n}\right)x_n\} \quad (2.5)$$

其中  $x_1, x_2, \dots, x_n$  为具有相同分布的随机变量。利用极值统计学原理，Daniels 证明了当  $n \rightarrow \infty$  时，纤维束的强度分布趋于正态分布：

$$H(x_b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Theta_b} \exp\left[-\frac{(x_b - \bar{x}_b)^2}{2\Theta_b^2}\right] \quad (2.6)$$

其中， $\bar{x}_b$  为束纤维强度的期望值，可以由纤维的参数来定义：

$$\bar{x}_b = (L_f \alpha_f \beta_f)^{\frac{1}{\beta_f}} \exp\left(-\frac{1}{\beta_f}\right) \quad (2.7)$$

$\Theta_b$  为强度标准差：

$$\Theta_b^2 = (L_f \alpha_f \beta_f)^{\frac{2}{\beta_f}} \left[ \exp\left(-\frac{1}{\beta_f}\right) \right] \left[ 1 - \exp\left(-\frac{1}{\beta_f}\right) \right] n_f^{-1} \quad (2.8)$$

其中， $n_f$  为纤维束中的纤维根数。

这种分析方法由于没有考虑纤维之间的相互作用，特别是加捻以后纤维之间的抱合作用，因而低估了纱线的强度。

Kelly<sup>[66]</sup>和 Chou<sup>[67]</sup>以及 Van Der Zwang<sup>[68]</sup>对于纱线的强度分布进行了拟合，并认为纱线强度符合 Weibull 分布。郭会清<sup>[69]</sup>等根据 Kelly 和 Chou 的研究分析了试样长度对纱线强度的影响，证实了试样长度增加，纱线强度降低的规律。

由于纤维和纱线的强度并非恒定值，机织物的拉伸过程中他们不可能同时断裂，由此所造成的强度差值是不可忽略的。另外，在纤维或纱线之间存在摩擦或抱合（剪切力）的情况下，当一根纤维断裂后，其负荷的重新分布在长度方向上并不会影响到整个长度方向上的纤维或纱线，而只影响到其中的一段长度，而在垂直于加载方向的截面上也不会影响到截面上的所有纤维或纱线。因此后人研究提出了临界长度和负荷分配法则的概念，并建立了适合于纤维或纱线之间存在摩擦作用（剪切力）的情况下的束链模型。

## 2.4 束链模型

束链模型(chain-of-bundles model) 是一种考虑了离散的组分所导致的断裂不同时性引起的在负荷方向和横向进行负荷重新分配的一种分析模型，早期应用在脆性材料学领域。

### 2.4.1 束链模型的应用

Gucer 和 Gurland<sup>[70]</sup>早期建立了一个束链模型，用于研究脆性复合材料的拉伸性能。这个模型将材料沿拉伸方向分成若干个( $n$ 个)单位长度的链段，如图 2.1 所示。根据弱坏理论，他们用单位长度链段的强度对整个材料的强度进行了预测。根据 Daniels 的理论，若每个链段的强度符合正态分布  $G_m(x)$ ，而整个含有  $n$  个链段的长链的强度则为最弱链段的分布：

$$H_{mn}(x)=1-[1-G_m(x)]^n \quad (2.9)$$

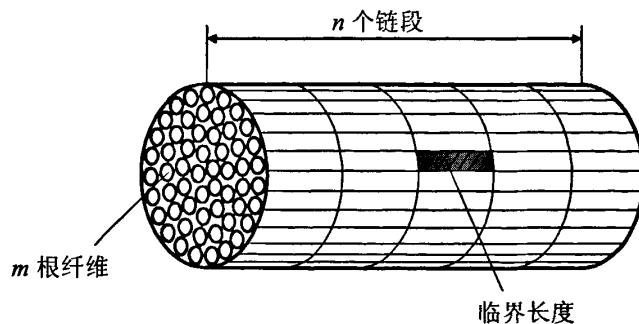


图 2.1 束链模型

Rosen<sup>[71]</sup>在单向复合材料的研究中同样使用这种束链模型对单向纤维增强复合材料进行划分，应用 Daniels 的理论进行分析。但是在划分时，将每个单位长度修改为临界长度，提出了临界长度(*ineffective length* 或 *critical length*)的概念。如图 2.1 所示。当单向复合材料经受拉伸时，由于增强纤维强度的离散性，纤维断裂有了先后顺序。若一根纤维断裂以后，它所承担的负荷在断口处变为零，这个负荷要在其它纤维中重新分布。但是由于有基体剪切力的存在，断裂的纤维从断口处开始，所受的应力又开始增加；当这根纤维所受应力增加到外加负荷时，它原先的断裂对材料的性能就没有影响了。所以断裂纤维在断裂后，只会影响到材料的一段长度，超过这段长度，纤维的断裂就不再有影响。这段长度就是材料的临界长度。也就是断裂纤维在其长度方向上影响到其它纤维负荷发生变化的长度。可见，临界长度与基体的剪切力有关。这个时候在垂直于拉伸方向的截面内，断裂纤维的负荷就由剩余的所有纤维共同承担。

束链模型在机织物中的应用研究还刚刚起步。如果组成织物的经纬纱线之间有摩擦力，则参考上述临界长度的定义，由于摩擦力的作用，纱线的断裂只影响到相邻一段距离内的纤维。Shahpuewala 和 Schwartz<sup>[72]</sup>在用平行排列着的纱线束模拟平纹机织物的强度时，利用 Daniels 的束纤维强度理论来预测织物的拉伸强度。结果表明，所获得的预测值总比实际值低，而且有一个较固定的系数，即 0.67。所以他们用此值，建立织物的束链模型对织物的临界长度作了反推，发现临

界长度范围根据织物类型不同取值为 6.0-18.7mm, 较拉伸试验中夹头隔距小得多。他们把这种现象的原因归结为交织点处的相互作用。由此 Pan 和 Yoon 等<sup>[73,74]</sup>在对机织物的结构与性能研究中就将临界长度的概念用于机织物强度预测中, 认为这种临界长度的效果是由于经纬纱之间的相互作用而产生的。在他们的研究中, 考虑了织物中经纬纱之间存在着相互作用 (摩擦力与抱合力), 并以 Daniels 的理论, 将织物看成是由很多根纱线组成的束, 按式(2.7)计算纱线束的强度以代替织物强度, 所得结果较接近实际的织物强度值。Pan 和 Yoon 的研究主要是对双向拉伸机织物的强度进行预测, 对于单向拉伸的情况仅做了简单的变换, 没有考虑单向拉伸和双向拉伸织物中纱线的几何结构及其应力的区别。Boyce<sup>[75]</sup> 等用束链模型以及 Monte Carlo 方法对机织物的拉伸断裂过程进行了模拟, 简单地讨论了影响纱线性能向织物性能的转变的因素。他们的工作集中在三个主要方面: 纱线的强度概率分布, 轴向恢复长度 (the Axial Recovery Length), 以及局部分配法则。他们的研究并没有考虑到相邻纱线间的摩擦造成的远近纱线的应力分配差异, 也没有考虑到拉伸过程中纱线在织物中的屈曲状态的变化。

以上几种机织物的束链模型的应用均使用了 Daniels 的理论, 但是如果采用 Daniels 的理论来预测机织物的强度, 根据统计的要求需要材料截面内纤维或纱线根数很多。由于在纱线中的纤维及织物中的纱线根数是有限的, 所以其强度分布与正态分布还有一定的差距。另外在拉伸过程中, 织物的几何结构变化非常大, 这就会引起交织点处的相互作用以及摩擦力的变化, 这在分析模拟过程中必须加以考虑。

## 2.4.2 临界长度的计算

临界长度对织物强度的预测起着举足轻重的作用, 因此许多人也曾对临界长度的计算进行过多方面的研究。

在三根纤维排列的简单模型中, 由剪滞理论得出的临界长度为<sup>[76]</sup>:

$$\delta \approx 2.3 \times \left( \frac{Eh}{3Gd} \right)^{\frac{1}{2}}$$

其中  $E$  和  $G$  分别为纤维的杨氏模量及基体的剪切模量,  $h$  为基体厚度,  $d$  为纤维直径。

Phonix<sup>[77-79]</sup>等还对临界长度与拉伸时间的关系作了研究, 提出如下关系:

$$\delta(t) = \delta_0 \sqrt{1 + (t/t_0)^\theta} \quad (2.10)$$

式中,  $\delta(t)$  和  $\delta_0$  分别为拉伸  $t$  时刻和开始拉伸时的临界长度,  $\theta$  为系数。

在 Hutchinson<sup>[80]</sup>等的研究中, 认为临界长度应当由纤维与基体界面摩擦情况来确定, 将纤维与基体的摩擦视为普通的、在压力作用下的圆柱摩擦, 并用数学方法进行了分析, 得到了与众不同的摩擦方式及计算方法, 因而也就得到了与剪滞理论不同的结果。

另外, 范赋群等<sup>[81]</sup>在“单向纤维增强复合材料的随机扩大临界核理论”中对断裂纤维根数的影响作了描述, 并得到了断裂纤维根数  $i$  对临界长度  $\delta_i$  的影响公式:

$$\delta_i = \frac{i \sigma A_f}{h \tau_s} \quad (2.11)$$

其中  $A_f$  为纤维截面面积,  $\tau_s$  为基体剪切力,  $h$  为纤维间距。

根据这个理论, 曾庆敦等<sup>[82,83]</sup>研究了承受单向拉伸破坏的单向复合材料的强度与界面强度的关系。可见, 临界长度在束链模型中起到了决定性的作用, 它的大小直接影响到材料的强度预测值。

上述各种计算方法都是建立在理想的前提下, 即: (1)纤维和基体结合完好; (2)纤维承担负荷, 基体只传递剪应力; (3)纤维不会弯曲。而实际上临界长度会比计算值大, 因而预测的强度值将比实际值大。

临界长度在纺织材料的应用方面, 目前还只有 Pan 和 Yoon<sup>[73]</sup>等对双向拉伸机织物的临界长度进行了计算。文中把单向拉伸的临界长度简单地用双向拉伸的数值进行折算, 而且没有考虑拉伸过程中纱线的伸长和变形。

### 2.4.3 负荷分配法则

虽然临界长度的引进使纤维之间的摩擦作用得到了考虑，但因为 Rosen<sup>[71]</sup>模型未考虑材料的局部应力集中，也就是忽略了材料截面内负荷传递的作用，因此所得到的预测值较实际值高得多。实际情况是，如一根纤维断裂后，其负荷不会分配给本截面内的所有的其它纤维，而仅局限于周围较临近的纤维。这种现象实际上是一种应力集中现象。因此，在随后的研究中又提出了负荷分配法则的概念。

负荷分配法则的意义在于，将组分材料的不同时断裂造成的应力集中现象用应力集中因子表达出来，应力集中因子越大，造成的应力集中现象越严重，材料强度就越低。对于负荷分配法则，存在着多种假设，主要有以下几种：

#### 1. 等负荷分配法则(Equal Load-Sharing Rule)

Rosen<sup>[71]</sup>模型中用到的 Daniels 的理论是以等负荷分配法则为基础的，即若一束纤维中的一根纤维断裂后，其负荷由其余纤维共同均匀承担。这在松散纤维束的情况下是成立的，而在纤维之间有摩擦的情况下，特别是在紧密排列着的纱线、织物和复合材料中，这种假设与实际情况差异较大，因此所得结果也就与实际有一定的距离。

等负荷分配法则的应力集中因子的计算如图 2.2 所示。图中的涂黑的圆圈代表断裂纤维，未涂黑的圆圈为未断纤维。

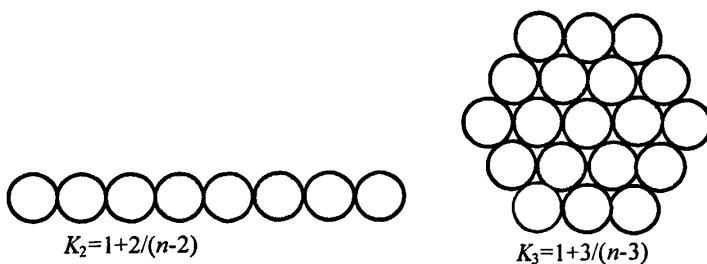


图 2.2 等负荷分配法则的应力集中因子

应力集中因子计算如下：

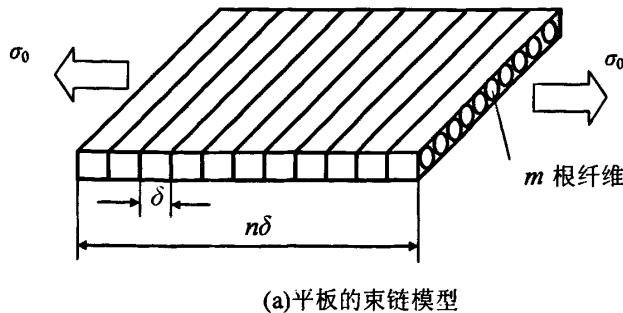
$$K_r = 1 + \frac{r}{n-r} \quad (2.12)$$

其中， $K$  为纤维或纱线的应力集中因子， $n$  为纤维或纱线的总根数， $r$  为断裂纤维或纱线根数。

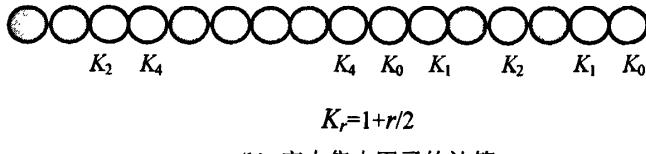
可见，在  $n$  较大时， $K$  值很小。即组成纱线的纤维或组成织物的纱线根数越多，应力集中越小，强力越高。

## 2. 局部分配法则(Local Load-Sharing Rule)

Harlow 和 Phoenix<sup>[84,85]</sup>首先引进了局部分配法则作为对 Rosen 模型的修正，并将其应用于单向复合材料薄板。这种负荷分配法则考虑了复合材料中的局部应力集中作用，因此比较符合实际。根据局部负荷分配法则，单向复合材料薄板的断裂机理应为：沿拉伸方向将平面薄板分成若干个长度为临界长度的链段，见图 2.3(a)。在负荷  $\sigma_0$  下，当一根纤维断裂时，其负荷只能传递给断裂点附近、临界长度内的、并与之近邻的未断纤维。图中的涂黑的圆圈代表断裂纤维，未涂黑的圆圈为未断纤维。如果一根断裂纤维的两侧均为未断纤维，则这两根未断纤维各分配到  $(1/2)\sigma_0$  的负荷，即它们所承受的负荷成为  $\sigma_0(1+1/2)$ ，它们的应力集中系数  $K_r$  为  $(1+1/2)$ 。由此可以推广到任意根纤维断裂的情形，以便计算每根未断纤维的应力集中因子（如图 2.3(b) 所示，其中  $r$  为与未断纤维相邻的连续断裂纤维根数。在判断纤维是否断裂时，只要将  $K_r\sigma_0$  与纤维的随机强度值比较即可。此方法在计算二维复合材料的应力增强因子时只考虑近邻纤维的应力集中，因此所得的数值较大，所以计算的强度值较低。



(a) 平板的束链模型



(b) 应力集中因子的计算

图 2.3 平面应力集中因子的局部分配法则

Lienkamp 等<sup>[86]</sup>将局部负荷分配法则引申到了三维的情形。该模型是由断面内含七根纤维的六边形排列的复合材料组成, 见图 2.4(a)。当其中一根纤维断裂时, 其近邻的六根纤维的应力增强因子为:  $K_r=1+1/6$ 。但若有多根纤维断裂, 则其分配法则如图 2.4(b)所示。断裂纤维的负荷由近邻纤维承担, 但如果断裂纤维没有近邻纤维, 则其负荷由截面内所有其它未断纤维平均分担, 为图 2.4(c)所示。

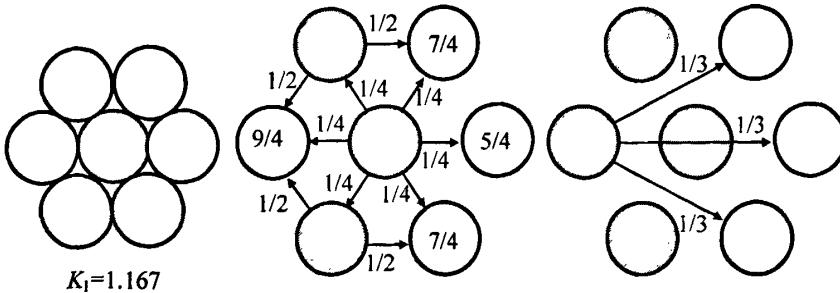


图 2.4 七根纤维的局部分配法则

Wada 等<sup>[87]</sup>将这种法则用于截面有 19、37……91 根纤维的三维六边形排列的模型中, 其应力集中因子的计算如图 2.5 所示, 此种法则

被称为准局部负荷分配法则。当纤维 1 断裂时，其负荷由紧邻的未断纤维 A, B, 2, F, G, H 共同承担，而纤维 2 接着断裂时，它的 1.166 倍的负荷则由 B, C, D, E, F 共同承担，而不是将连续断裂的纤维的负荷向相邻纤维分配，即它的断裂对 A, G, H 无影响。

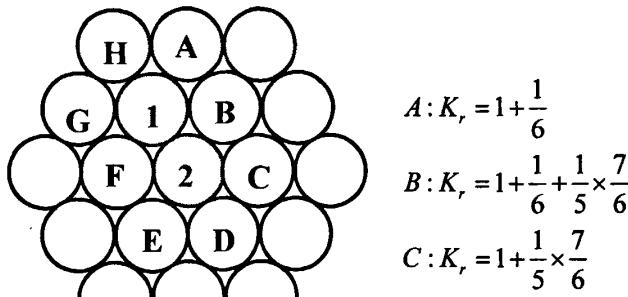


图 2.5 准负荷分配法则的应力集中因子

### 3. 剪滞法则 (Share-Lag Analysis)

Hedgepeth<sup>[88]</sup> 和 Zewben<sup>[89]</sup> 等用剪滞法则也计算了平面薄板的应力集中因子。根据剪滞理论，不仅近邻纤维存在应力集中，而且次邻纤维也存在应力集中现象，只是次邻纤维的应力集中因子较小，如式(2.13)所示。图 2.6 表示了式(2.13) 中的  $i$  和  $j$  的意义。

$$K_i^j = (i+2j-1) \frac{2j(2j+2)(2j+4)\cdots(2j+2i-2)}{(2j-1)(2j+1)(2j+3)\cdots(2j+2i-3)(2j+2i-1)} \quad (2.13)$$

式中， $i$  为连续断裂的纤维根数， $j$  为离开断裂纤维的距离 (第  $j$  根)。

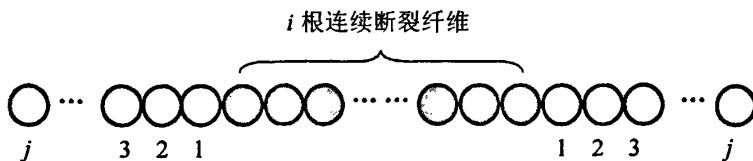


图 2.6 平面薄板的纤维排列状况

Hedgepeth 等<sup>[90]</sup> 用剪滞法则计算了三维六边形排列模型的应力集中因子，其模型如图 2.7(a) 所示，应力集中因子的计算值如图 2.7(b)

所示。可见，离断裂纤维越近，则应力集中因子越大。在 Wada 等<sup>[87]</sup>的研究中，分别用准负荷分配法则和剪滞法则进行了分析，得到了强度的上、下限。结果表明，用准负荷分配法则所得结果介于 Rosen 的等负荷分配法则模型与 Zweben 的剪滞法则模型之间，与实际更加接近。

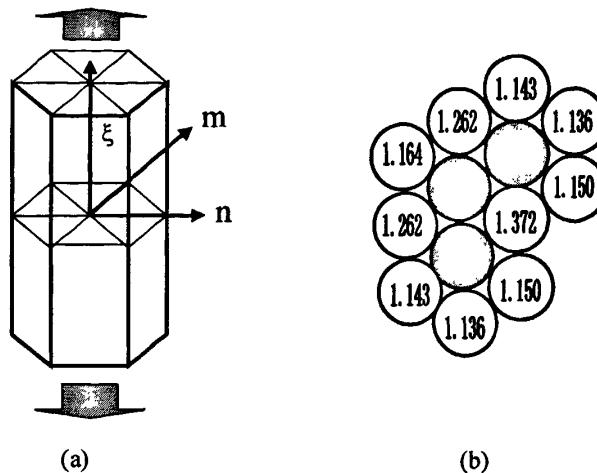


图 2.7 剪滞法则的应力集中因子

在机织物强度预测的研究中，Pan<sup>[73]</sup> 和 Shahpuewala 等<sup>[72]</sup>均采用等负荷分配法则，而 Boyce<sup>[75]</sup> 则采用了等负荷分配法则和局部分配法则。而以往的研究<sup>[84,85]</sup>已经证明，等负荷分配法则的预测结果不够准确。

## 2.5 Monte Carlo 模拟

Monte Carlo 方法属于试验数学的一个分支。Monte Carlo 方法的基本思想是首先建立一个概率模型，使所求问题的解正好是该模型的参数或其它有关的特征量；然后通过模拟一个统计试验，即多次随机抽样试验（确定  $m$  和  $n$ ），统计出某事件发生的百分比。只要试验次数很大，该百分比便近似于事件发生的概率。这种方法利用建立的概率模型，求出要估计的参数<sup>[91]</sup>。

Wada<sup>[87]</sup>等用准负荷分配法则及剪滞法则计算应力集中因子后, 利用 Monte Carlo 模拟了截面有 19、37……91 根纤维的六边形排列的模型的强度的上下限值。在 Monte Carlo 模拟时, 为了模拟服从 Weibull 分布的纤维强度, 需要在 0 至 1 之间产生随机数  $F(x_f)$  并带入式(2.1), 解得  $x_f$  的值, 产生一个纤维强度符合 Weibull 分布的随机强度值。

在模拟过程中, 假设断裂纤维的长度局限于一个临界长度  $\delta$  内, 而应力集中则仅限于相邻纤维。断裂过程的基本思想是当一个临界长度内的所有纤维都断裂时, 试样才断裂。首先, 在截面有  $m$  根纤维、长度为  $n\delta$  的模型中, 纤维段的总个数为  $m \times n$  个; 然后将每个 Weibull 随机数分配给每个纤维段, 代表每个纤维段的强度, 记为  $x(i, j)$ ; 纤维段的应力集中因子记为  $SCF(i, j)$ , 其初始值赋为 1。

具有最小的  $x(i, j)/SCF(i, j)$  的纤维段被认为在  $x(i, j)/SCF(i, j)$  应力下断裂。如果这个纤维段断裂, 则发生应力重新分配, 使各相邻纤维段的  $SCF(i, j)$  值发生了变化了。根据负荷分配法则计算相应的  $SCF(i, j)$  值, 这样可以找到未断纤维中的最小的  $x(i, j)/SCF(i, j)$  的纤维段, 此即为下一个将发生断裂的纤维段。如此不断循环就可以模拟纤维的断裂过程, 从而找到纤维束的强度。那么在整个试样长度中, 最小强度的纤维段的强度值即为整个材料的强度值。

## 2.6 本章小结

早期的机织物强度分析预测方法不考虑纱线性能本身的离散性, 而把它们看成是均匀的、一致的。而实际上这样的前提不可避免会造成计算或模拟的误差。要想更好地对织物强度进行分析预测, 就必须对纱线的强度进行分析研究, 并在机织物强度预报时加以考虑。

束链模型作为研究机织物强度概率分布的手段是比较合理的。以往的针对单向增强复合材料的强度的研究已经证明, 只要确定了准确的临界长度和合适的负荷分配法则, 束链模型在单向纤维增强复合材料的强度预测中是符合实际的。同样, 在机织物的强度预测中, 只要

确定合适的负荷分配法则，并根据织物结构在拉伸过程中的变化确定机织物临界长度的计算方法，就可以建立机织物束链模型，并进行断裂过程模拟和强度预测。

在以往的机织物临界长度的计算方法的研究中，都没有考虑纱线截面形状以及纱线的屈曲状态在受力过程中的变化，这就不可避免地会出现误差。因此考虑到拉伸过程中机织物几何结构的变化在机织物临界长度的计算乃至强度预测中是非常必要的。

对束链模型的另一个重要参数——负荷分配法则的选择的研究还仅限于单向增强复合材料中。在机织物强度预测中仅使用了等负荷分配法则和简单的局部分配法则。因此通过模拟结果分析确定机织物束链模型中的负荷分配法则是对机织物进行精确强度预测的前提。

Monte Carlo 模拟方法已经广泛应用于统计分析的各个领域。考虑纱线的强度离散，以及根据织物结构参数建立模型，利用计算机的快速处理数据的能力，用 Monte Carlo 模拟方法可以迅速计算得到直观的织物拉伸断裂过程，确定织物强度值及其强度分布。

本文将首先对纱线的强度进行测试、统计分析，确定其概率分布，以及试样长度对强度测试结果的影响，确定不同纱线和织物强力测试夹距下的强力的转换关系。然后对机织物在拉伸过程中的几何结构的变化进行分析，确定机织物临界长度的计算方法及其影响因素。建立机织物的束链模型，并对其使用两种负荷分配法则——局部分配法则和剪滞法则。用 Monte Carlo 方法进行断裂过程模拟、强度预测以及强度分布确定，并对机织物强度的影响因素进行分析讨论。

本文将提供一种简单、易操作的机织物强度预测方法。根据这种方法，纺织科研人员可以根据实际需要的织物拉伸断裂强度，来对织物的组织、密度、纱线的强度、细度和密度等进行预先的设计或者选择，从而改变以往的产品设计人员依照相似织物的经验数据来确定织物的结构参数这一弊病，杜绝产品试织过程中带有的相当程度的随机性和盲目性等缺点，并为以后研究其它类型织物的机械性能，尤其是拉伸断裂性能提供了可供借鉴的方法和思路。

# 第三章 纱线强度的 Weibull 分布拟合

机织物由经纬纱线交织而成，而纱线本身强度具有离散性，这种离散性对织物拉伸强度起着决定性的影响。因此要对机织物的强度进行模拟预测，就需要对纱线的强度离散性做精确描述，如它们的强度概率分布函数所代表的分布特征等，为以后的机织物强度预测做数据上的准备。

## 3.1 纱线强度的 Weibull 分布拟合

本节将对机织物试样中的纱线进行强度测试和分布拟合，力求找到最适合这些纱线强度分布的描述函数，以便更准确地进行机织物的性能预测。

因为强度和强力的分布规律相同，为简便起见，本节仅对强力值进行分析。

### 3.1.1 Weibull 分布的拟合原理

三参数 Weibull 分布的形式如下：

$$P(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x-\gamma}{\eta}\right)^\beta\right] \quad (3.1)$$

其中， $\eta$ 为尺度参数， $\beta$ 为形状参数， $\gamma$ 为位置参数。

当  $\gamma=0$  时，上式蜕变为二参数 Weibull 分布：

$$P(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta\right] \quad (3.2)$$

对于二参数 Weibull 分布，如将测试所得强力值  $x_i (i=1,2,\dots,n)$  从小到大按顺序排列成：

$$(x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots)$$

对式 (3.2) 按如下形式进行变换：

$$P(x) = \frac{i}{n+1} , \quad i=1, 2, 3, 4, \dots, n$$

$$1 - P(x) = \frac{1}{e^{\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta}}$$

两边取倒数和对数后得到：

$$\ln e^{\left(\frac{x}{\eta}\right)^\beta} = \ln \left[ \frac{1}{1 - P(x)} \right]$$

化简得到：

$$\beta \ln(x) - \beta \ln \eta = \ln \ln \frac{1}{1 - P(x)}$$

$$\text{令: } Y_i = \ln \ln \frac{1}{1 - P(x)}, \quad X_i = \ln(x), \quad D = -\beta \ln \eta$$

则由上式得到：

$$Y_i = \beta X_i + D \quad (3.3)$$

式(3.3)为一直线，若用试验值估计上式的参数，即为 Weibull 概率图。因此对于二参数 Weibull 分布，如果在概率图上  $X_i$  和  $Y_i$  的关系可回归为一直线，且相关系数  $R$  接近 1，则表明符合二参数 Weibull 分布。反之，则认为不符合二参数 Weibull 分布。

### 3.1.2 纱线强力的测试及分布拟合

本节针对 6 种纯棉环锭纱机织物试样中的纱线进行测试与统计分析，确定并证明其强度概率分布的描述函数。

#### 1. 试验方案

实验仪器：YG061 电子强力仪

实验标准：GB/T 3916-1997

拉伸断裂速度：500mm/min

试样长度：500mm

纱线分别由六种机织物试样中取出，每种织物中经纬纱各取 50 根进行测试。纱线均在标准大气条件下平衡至少 24 小时后进行测试，

试验在标准大气条件下进行。

## 2. 纱线的 Weibull 分布拟合

表 3.1 为六种织物 12 种纱线的测试数据及变换后回归直线拟合的相关系数  $R$  值。从表中可以看出所有 12 种纱线的  $R$  值均非常接近 1，因此可以断定这 12 种纱线的强力可以用二参数 Weibull 分布来描述。根据上节的拟合方法可以得到这 12 种纱线的 Weibull 尺度参数和形状参数，其值也列于表 3.1 中。

表 3.1 纱线强力测试统计参数

		线密度 (tex)	平均强力 (N)	捻度 (捻/10cm)	相关系数 $R$	尺度参数 $\eta(N)$	形状参数 $\beta$
1	经	16.7	1.386	108.84	0.9889	1.467	10.11
	纬	16.7	1.398	123.02	0.9901	1.506	11.21
2	经	33.3	2.658	68.02	0.9923	2.775	9.57
	纬	33.3	2.835	88.82	0.9899	2.920	10.70
3	经	29.4	3.381	71.40	0.9978	3.503	15.56
	纬	29.4	3.182	84.84	0.9936	3.299	10.85
4	经	16.7	3.299	72.82	0.9797	3.454	10.85
	纬	16.7	3.325	80.36	0.9956	3.443	12.30
5	经	14.8	1.496	79.38	0.9862	1.598	8.90
	纬	20.4	1.432	83.40	0.9869	1.565	4.68
6	经	23.2	2.784	71.52	0.9829	2.926	9.59
	纬	17.8	1.697	78.52	0.9956	1.789	7.75

图 3.1-图 3.6 分别为 6 种织物 12 种纱线的二参数 Weibull 概率图。可见，其概率图与直线拟合较好，因此各种纱线的强力均可用二参数 Weibull 来描述。

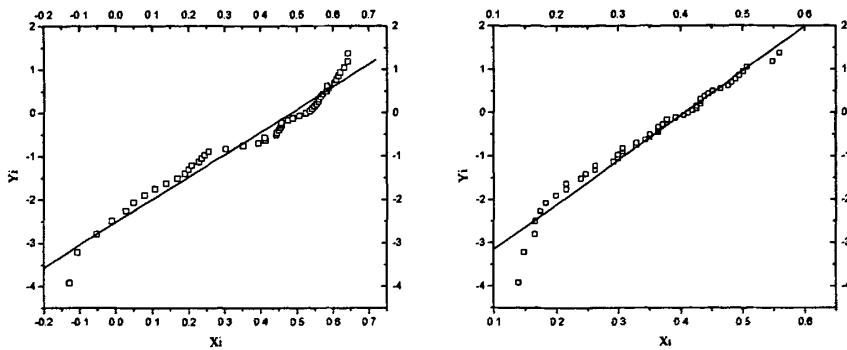


图 3.1 织物 1 经纬纱强力的二参数 Weibull 概率图

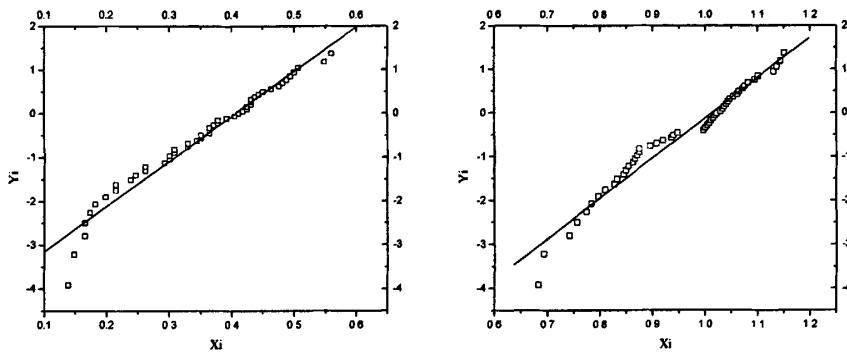


图 3.2 织物 2 经纬纱强力的二参数 Weibull 概率图

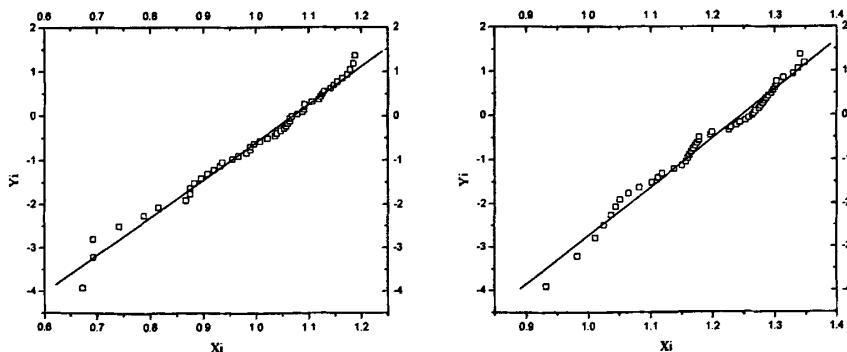


图 3.3 织物 3 经纬纱强力的二参数 Weibull 概率图

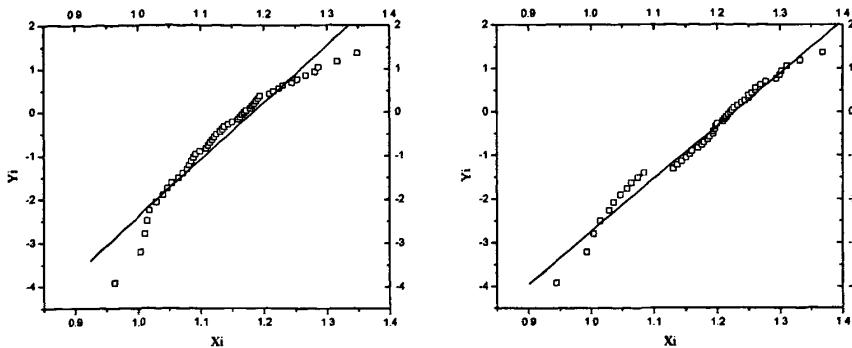


图 3.4 织物 4 经纬纱强力的二参数 Weibull 概率图

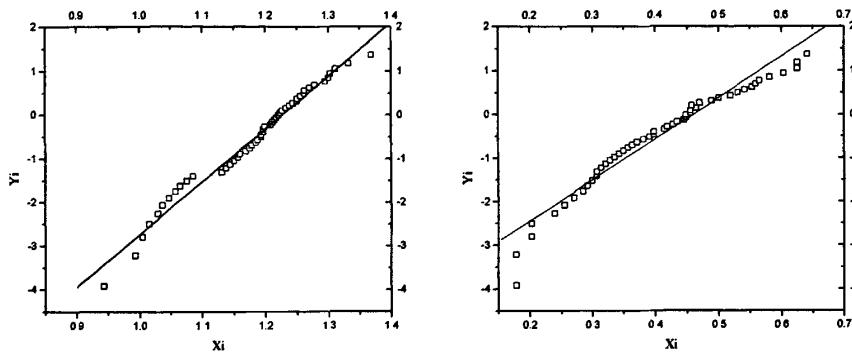


图 3.5 织物 5 经纬纱强力的二参数 Weibull 概率图

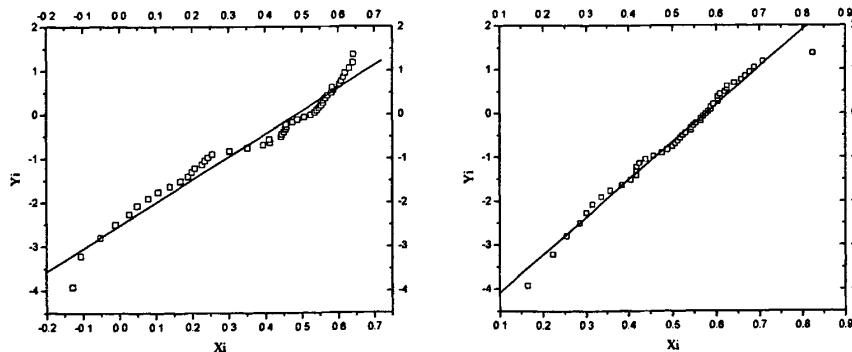


图 3.6 织物 6 经纬纱强力的二参数 Weibull 概率图

根据 Weibull 分布的性质可知,  $\eta$  叫做特征寿命, 或尺度参数, 与纱线的拉伸断裂强力的期望值意义相似, 但不相等。 $\eta$  值越大, 表示要分析的材料的拉伸断裂强力值越大,  $\eta$  值大说明材料的平均强力较

大。 $\beta$  叫做 Weibull 模量，或形状参数，其值代表拉伸断裂强力概率分布累积函数的形状。 $\beta$  值越大表示要分析的材料的拉伸断裂强力值的离散性越小，其拉伸断裂强力的均匀性和可靠性越高。

## 3.2 试样长度对拟合结果的影响

试样长度是指试样被夹在上下夹头之间的直接参加实验的部分长度。一般而言，试样强力仪测试的结果并不是夹持长度内部的各处强力的平均值，而是这段试样强力的最低值，也就是说试样的断裂发生在试样强力的最弱处，这就是弱环理论。随着夹持长度的增加，试样的薄弱环节出现的概率增加，试样的强度会随着长度的增加而降低。因此，不同的试样长度可以测试得到不同的试样强力，试样的长度对试样的强力有显著的影响。

### 3.2.1 不同试样长度的强度分布规律

试样长度的影响可以根据 Weibull 分布的性质进行确定。设累积断裂概率  $P(x)$ ，即大量试样中在等于或低于负荷  $x$  下断裂的试样分数为：

$$P(x) = 1 - \exp[-V(\frac{x-\gamma}{\eta})^\beta]$$

其中  $V$  是试样的体积。该公式即为考虑了试样尺寸的三参数 Weibull 分布函数。

假定试样的截面积都相同，这样可以用试样长度  $L$  代替式中的  $V$ ：

$$P(x) = 1 - \exp[-L(\frac{x-\gamma}{\eta})^\beta]$$

若位置参数  $\gamma$  等于零，那么上式也就成为考虑试样长度的二参数 Weibull 分布函数：

$$P(x) = 1 - \exp[-L(\frac{x}{\eta})^\beta]$$

试样的平均强度可以通过下式求得：

$$\bar{x}_L = \frac{\eta}{L^\beta} \Gamma(1 + \frac{1}{\beta}) \quad (3.4)$$

其中  $\Gamma(1 + \frac{1}{\beta})$  可查表得知。 $\bar{x}_L$  就是在  $L$  长度下的试样的平均强度。由公

式(3.4)可见， $L$  越大， $\bar{x}$  越小。由此可以对不同长度下的平均强度进行转换：

$$\frac{\bar{x}_{L_1}}{\bar{x}_{L_2}} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^{\frac{1}{\beta}} \quad (3.5)$$

由上式可见，试样的强度与试样长度有关。试样长度越长，试样强度越低。另外从式中还可以看出，不同的试样之间还会因为不同的形状参数而有不同的影响结果。形状参数越大，即试样强度离散越小，则试样长度的影响就小，反之亦然。

### 3.2.2 不同试样长度下强度的测试结果

为了确定试样长度对测试结果的影响，对织物 3 中的经纱分别采用五种夹距进行测试。测试结果列于表 3.2 中。为了验证式(3.5)的正确性，以 500mm 试样长度为基准，按照式(3.5)得到试样长度为 200mm, 250mm, 300mm, 350mm, 400mm, 450mm 和 500mm 的纱线强力进行计算，结果也列于表中。

表 3.2 不同试样长度下的棉纱强力

试样长度(mm)	200	250	300	350	400	450	500
测试值(N)	3.670	3.590	3.520	3.490	3.430	3.400	3.380
计算值(N)	3.697	3.618	3.554	3.501	3.455	3.416	3.381
误差 (%)	0.74	0.78	0.96	0.32	0.73	0.47	0.00

从表 3.2 可见，试样长度越长，强度越低。将纱线各个长度的理论强度计算值的比较如图 3.7 所示。从图中可以明显看出测试结果与式(3.5)的理论值是符合的。

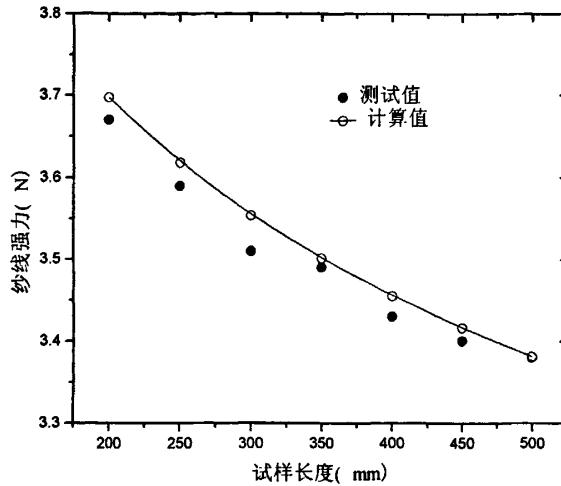


图 3.7 棉纱强力实测结果与理论计算值的比较

为了证明形状参数对试样长度—测试强力关系的影响程度，分别测试了形状参数相差较多的棉纱、毛纱和腈纶纱的强力，测试结果列于表 3.3 中。

表 3.3 不同形状系数下的纱线试样长度与测试强力

	$\beta$	250	300	350	400	450	500
毛纱	8.03	228.59	226.69	222.35	216.97	214.33	210.26
棉纱	15.56	352.18	348.22	344.52	341.97	340.50	338.10
腈纶纱	19.85	695.084	689.35	685.59	679.97	677.32	672.20

将表 3.3 中的各试样长度下的测试强力与 500mm 长度试样的测试强力相比，计算其强力差异率，计算方法如下：

$$c_{\left(\frac{L_1}{500}\right)} = \left( \frac{x_{L_1} - x_{500}}{x_{500}} \right) \times 100\%$$

例如，计算 250mm 测试强力和 500mm 测试强力的差异率，可以如下式计算：

$$c_{\left(\frac{250}{500}\right)} = \left( \frac{x_{250} - x_{500}}{x_{500}} \right) \times 100\% = \left( \frac{228.59 - 210.26}{210.26} \right) \times 100\% = 8.71778\%$$

三种纱线的强力差异率如表 3.4 所示，形状参数对测试强力差异

率的影响直观表示于图 3.8。可见，腈纶纱的形状系数  $\beta$  最大，差异率最小，曲线最平缓；羊毛纱的形状参数最小，差异率最大，曲线最陡。这说明形状参数越大，其强力分布较均匀，试样长度的增加也就不会太多影响测试强力。反之，若形状参数越小，其强力分布较分散，试样长度的增加就会使强力降低很多。

表 3.4 形状参数对试样长度—测试强力关系的影响

	$\beta$	c(250/500)	c(300/500)	c(350/500)	c(400/500)	c(450/500)
毛纱	8.03	8.717778	7.814135	5.750024	3.191287	1.935699
棉纱	15.56	4.164448	2.993197	1.898846	1.144632	0.709849
腈纶纱	19.85	3.404344	2.551324	1.991967	1.155906	0.761678

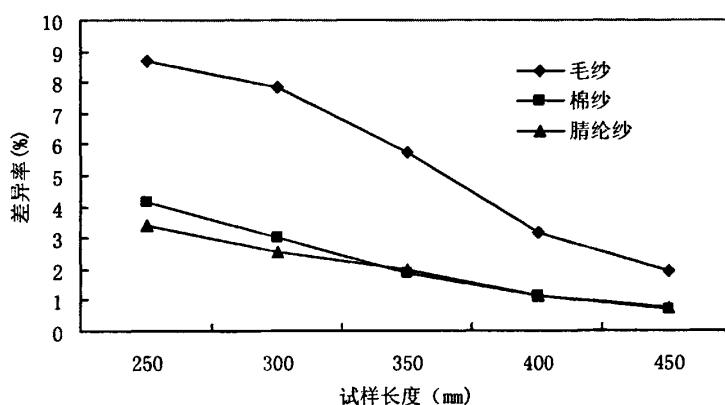


图 3.8 形状参数对测试强力差异率的影响

通过上述分析可知，由于测试夹距不同，会造成测试结果的差异。所以在本课题的进行中，由于纱线测试标准和织物测试标准中规定的试样长度不同，就应该在织物强度模拟预测过程中对其按式(3.5)进行转换。本课题中的六个试样 12 种纱线的转换关系如表 3.5 所示。

表 3.5 纱线和织物测试夹距不同的纱线强力转换

	织物 1		织物 2		织物 3		织物 4		织物 5		织物 6	
	经	纬	经	纬	经	纬	经	纬	经	纬	经	纬
A(N)	1.38	1.40	2.66	2.84	3.38	3.18	3.30	3.32	1.50	1.43	2.78	1.70
B(N)	1.52	1.55	2.90	3.04	3.67	3.41	3.59	3.56	1.65	1.73	3.05	1.87
(B/A)	1.10	1.11	1.09	1.07	1.08	1.07	1.09	1.07	1.10	1.21	1.10	1.09

注：A 为 500mm 的强力；B 为 200mm 的强力，B/A 为 200mm/500mm 强力比值。

### 3.3 本章小结

所有测试的纱线强度根据其统计结果，其强力均符合二参数 Weibull 分布，在估计织物性能时应予以考虑。

试样长度对强度测试结果有较大影响。由于测试纱线和织物的强度时所用的夹距不同，因此在对织物强度的模拟预测中需要对不同试样长度的强度值进行转换。

试样长度对测试强度的影响程度还与试样的形状参数有关，形状参数越大，试样长度对测试强度的影响程度越低。即试样强度离散越小，试样长度对测试结果的影响就越小。

## 第四章 机织物的临界长度

当机织物在强力机上拉伸时，试样中承受拉伸作用的纱线（以下称为承力纱线）同时受到拉伸作用，而另一系统纱线（以下称为横向纱线）则起着阻止承力纱线沿受力方向产生抽拔运动的摩擦作用。当拉伸负荷作用到承力纱线上时，承力纱线由弯曲状态逐渐伸直，从而导致横向纱线对承力纱线在交织点处包围角的增加。当某根承力纱线断裂时，由于交织点纱线间摩擦力的作用，使得断裂纱线的负荷不会传递到该纱线的整个长度上，这就形成了机织物临界长度的概念。

### 4.1 机织物的临界长度

在机织物拉伸断裂过程中，纱线不是同时断裂的，而是有先有后。若在应力增加过程中某根承力纱线断裂，则该纱线有相对于横向纱线向两端运动的趋势。由于该根纱线受到交织点处横向纱线的摩擦力的作用，该纱线从断头处（此处应力在断裂瞬间降至 0）开始，纱线所受应力沿纱线长度方向向断头处两端逐渐增加。在离开断头处的某个位置，断裂纱线的应力与相邻纱线应力值相同时，该纱线的断裂实际上已不再影响相邻纱线所承受的负荷，该纱线将继续承受拉伸负荷，而该位置离开断头处的长度就是在此负荷下的机织物临界长度。而当外加负荷增加到织物的断裂强力（相当于纱线名义强力）时，这个长度即为断裂负荷下的机织物临界长度，这是在预测机织物拉伸断裂强力时要用到的临界长度值。

根据机织物临界长度的概念可见，织物中承力纱线断裂以后，它所承担的负荷，不会在纱线整个长度方向上分配，而只是局限在临界长度以内。在临界长度以外，这根纱线又承担起与其它纱线一样的负荷。可见如果纱线之间有相互作用，就有临界长度的存在，纱线的断裂就只会影响到这一段临界长度内的其它纱线，超过了临界长度，该

根纱线的断裂对其它纱线的负荷分配就没有影响。因此，研究机织物临界长度内的纱线的断裂顺序，就可以了解这种机织物的断裂情况，并以此来预测机织物的强度。

要确定机织物的临界长度，必须分析交织点处纱线的几何形状、受力状态，然后确定交织点处横向纱线对承力纱线的摩擦力。当每个交织点处的摩擦力累积到承力纱线断裂强力时，就得到了机织物的临界长度。

#### 4.1.1 机织物拉伸过程中纱线几何形状的变化

观察机织物拉伸试验过程可知(见附录 2)，随着拉伸负荷的增加，试样中所出现的变形主要由承力系统纱线从弯曲转向伸直引起的。在承力纱线的伸直过程中，横向纱线被挤压，弯曲增加。在拉伸的初始阶段，横向纱线的弯曲使得织物产生横向收缩，织物横向收缩成为“束腰形”。在拉伸的后阶段，随着承力纱线的持续拉直，横向纱线持续增大的弯曲要靠自身变形来完成，这个变形就在横向纱线中产生了应力。这个应力可以增加承力纱线和横向纱线之间的相互作用，也就影响了机织物的临界长度。

根据拉伸实验观察可知，在织物松弛状态下，承力纱线和横向纱线都应该采用扁圆形截面来模拟；而在拉伸过程中，承力纱线受轴向拉伸作用，其截面会向圆形转化。当拉伸进行到一定程度，承力纱线的截面可以认为是圆形。而横向纱线则被挤扁，因而横向纱线采用圆型截面的假设就可能产生较大误差。本课题的重点在于研究织物断裂时的情况，因而可将承力纱线截面假定为圆形，而将横向纱线的截面形状假定为两个弓形组成的扁圆形，如图 4.1 所示，其长轴与短轴的比例假定为 1.4:1<sup>[74]</sup>。

根据机织物的结构特点，同时也是为了分析方便，将机织物的结构特征作如下假设：

(1) 纱线在拉伸前没有伸长，也没有残余内应力；

(2)假设在整个夹距内机织物的临界长度是一致的；  
 (3)织物拉伸至断裂前后承力纱线截面一直保持圆形，横向纱线截面则被压扁成两个弓形组成的扁圆形。

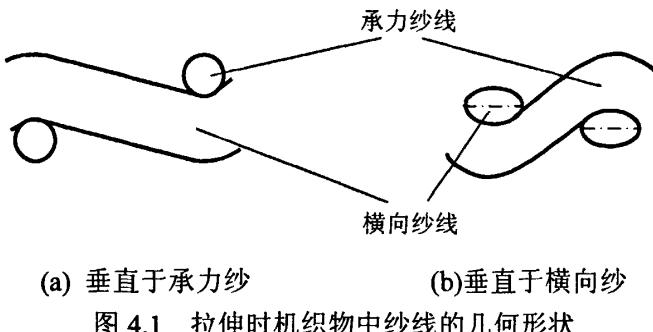


图 4.1 拉伸时机织物中纱线的几何形状

## 4.1.2 机织物拉伸过程中摩擦力的形成

根据机织物临界长度的定义，织物拉伸断裂过程中，断裂纱线所受摩擦力决定了临界长度的大小。由于织物密度不同，拉伸时横向纱线的几何形态变化不同，交织点处纱线的受力状态也不同。为了进一步确定机织物临界长度，并分析影响因素，就有必要根据不同规格织物的结构参数，分析织物的拉伸过程中纱线的变化并研究其受力状态。

### 4.1.2.1 机织物的拉伸过程

机织物拉伸过程中，承力纱线和横向纱线的截面均发生变化。承力纱线的截面由扁圆形逐渐转变成圆形，而横向纱线的截面只会更扁。另外，承力纱线屈曲变小，横向纱线屈曲增加。

图 4.2 为一平纹机织物拉伸前后垂直于承力纱线的截面图。其中， $d_L$  为承力纱线的直径( $\text{mm}$ )。 $b_C$  为横向纱线截面的短轴( $\text{mm}$ )。 $n_L$  为织物承力纱线密度( $\text{根}/\text{mm}$ )， $L$  为交织点间横向纱线的直线长度。

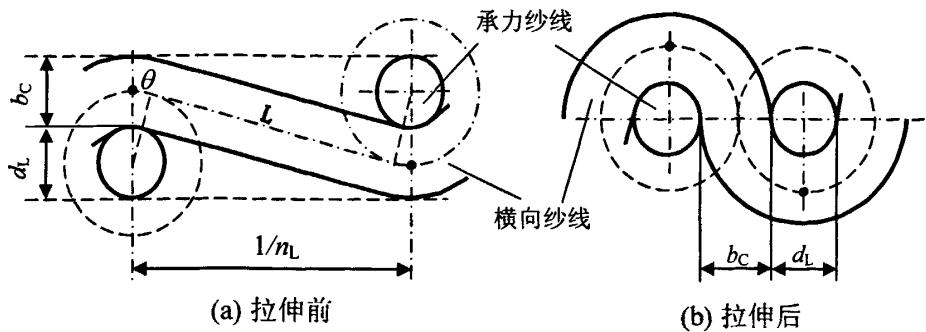


图 4.2 拉伸前后垂直于承力纱线的截面

拉伸过程可以描述如下：

拉伸的第一阶段：承力纱线逐步被拉直，横向纱线屈曲增大。假设在该阶段横向纱线没有拉伸变形产生，则横向纱线弯曲的增加使承力纱线距离减小，即受力方向纱线密度增加，织物出现横向收缩。

拉伸的第二阶段：承力纱线继续被拉直并继续相互挤紧，横向纱线屈曲增大，且产生拉伸变形。

拉伸的第三阶段：承力纱线负荷增加到其断裂负荷，这时承力纱线基本被拉直，横向纱线不再伸长。横向纱线伸长造成的应力是交织点处正压力形成的主要原因。

#### 4.1.2.2 横向纱线的伸长及应力

如图 4.2 所示，假设在拉伸前平纹机织物相邻两交织点间横向纱线的长度为  $l_1$ ：

$$l_1 = (d_L + b_C)\theta + L$$

假设在承力纱线拉伸断裂前，由于横向纱线的屈曲变形增加，织物横向产生收缩，呈图 4.2(b)所示的挤紧状态，由于横向纱线的拉伸变形，相应长度由  $l_1$  变化到  $l_2$ ：

$$l_2 = \frac{\pi}{2}(d_L + b_C)$$

其中， $\theta$  是横向纱线的屈曲角(弧度)，见图 4.2(a)。

横向纱线在上述拉伸过程中的伸长为：

$$\Delta = l_2 - l_1 = (d_L + b_C) \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) - L \quad (4.1)$$

横向纱线的应变为：

$$\varepsilon = \frac{l_2 - l_1}{l_1} \times 100\% = \frac{(d_L + b_C) \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) - L}{(d_L + b_C) \theta + L} \times 100\% \quad (4.2)$$

假定横向纱线的伸长较小，可以认为其符合虎克定律：

$$\sigma_\varepsilon = E\varepsilon \quad (4.3)$$

其中  $\varepsilon$  是横向纱线的应变， $\sigma_\varepsilon$  是横向纱线在应变  $\varepsilon$  下的应力 (N/tex)， $E$  为横向纱线的杨氏模量 (N/tex)。

#### 4.1.2.3 交织点处摩擦力的计算

图 4.3 所示为承力纱线受力伸直时横向纱线由于屈曲变形而引起的应力。图中  $T$  表示横向纱线由于伸长而产生的应力，其大小为  $T = \sigma \cdot N_{tc}$  ( $N_{tc}$  是横向纱线的细度)。当横向纱线产生拉伸应力时，它就会在交织点处对承力纱线产生正压力。假定承力纱线在拉伸断裂时已成为圆形截面，那么在交织点处的圆弧面上任取一微段，对应的角度  $d\varphi$  在此微段上的正应力可以由欧拉公式确定：

$$T = \sigma_\varepsilon N_{tc} e^{-\mu\varphi}$$

而正压力则可以计算为：

$$dN \cong 2T \sin \frac{d\varphi}{2} \cong 2\sigma_\varepsilon N_{tc} e^{-\mu\varphi} \frac{d\varphi}{2} = \sigma_\varepsilon \cdot N_{tc} e^{-\mu\varphi} d\varphi$$

式中， $dN$  为微段上所受正压力(N)， $\sigma_\varepsilon$  是横向纱线在应变  $\varepsilon$  下的应力 (N/tex)， $\mu$  为两组纱线间的摩擦系数。

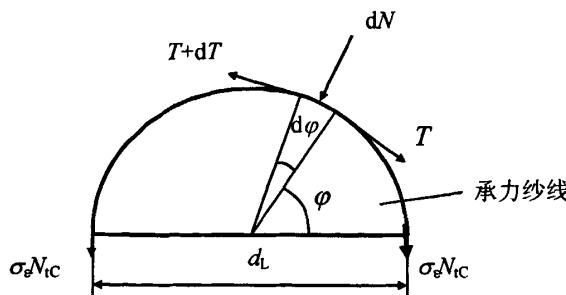


图 4.3 交织点处的力 (垂直于承力纱线)

当承力纱线在拉伸力的作用下相对于横向纱线产生移动时, 横向纱线在承力纱线圆周方向上的摩擦力为:

$$F = 2 \int_0^{\pi/2} dF = 2 \int_0^{\pi/2} \mu dN = 2 \sigma_e N_{cC} (1 - e^{-\frac{\pi}{2}\mu}) \quad (4.4)$$

式中  $F$  是横向纱线在承力纱线圆周方向上的摩擦力( $N$ ), 其方向沿着承力纱线 (垂直于图 4.3 所示截面)。

### 4.1.3 临界长度的计算模型

按照织物临界长度的概念, 如果每个交织点处横向纱线对承力纱线的摩擦力为  $F(N)$ , 那么织物的临界长度  $\delta_b$  就可以如下计算:

$$\delta_b = 2 \times \frac{\bar{\sigma}_b N_{cC}}{F} \frac{1}{n_c} \quad (4.5)$$

式中,  $\bar{\sigma}_b$  为织物的名义强度 ( $N/Tex$ ), 即织物断裂时, 每根纱线平均承担的负荷;  $N_{cC}$  为承力纱线的细度( $tex$ );  $n_c$  为织物横向纱线的密度 (根/ $mm$ )。

将式(4.4)带入式(4.5)得:

$$\delta_b = \frac{\bar{\sigma}_b N_{cC}}{\sigma_e (1 - e^{-\frac{\pi}{2}\mu}) N_{cC} n_c} = \frac{\bar{\sigma}_b N_{cC}}{\sigma_e (1 - e^{-\frac{\pi}{2}\mu}) N_{cC} n_c} \quad (4.6)$$

可见, 织物的临界长度与织物的结构参数及纱线参数关系密切。由于织物的结构参数是千变万化的, 结构参数的不同决定了拉伸过程

中经纬纱线相互挤压所形成的纱线截面参数的不同。不同的截面形状，影响纱线的长短轴之比，影响了纱线的摩擦力，从而得到不同的临界长度。

## 4.2 机织物临界长度的测试

根据机织物临界长度的概念，用抽拔法进行试验。试验原理如下：

机织物按拉伸试验的扯边纱条样法标准制样，在试样上随机取一根纱线，在 a 点处将纱切断，另一端将该纱线拆出到 b 点为止（为了使张力钳能握持住纱线），如图 4.4 所示。每个试样经纬向拉伸时各取 5 根纱线，共测 6 只试样共 30 根纱线测量取平均值。

将六种机织物分别按经纬不同方向在强力机上拉伸试验，直至断裂伸长附近（此长度由实验预先得出），停机，用张力钳将剪断的纱线抽出，记录其拉伸力  $P$ （见图 4.4）。数出 ab 段内横向纱线根数  $n$ ，这时拉出纱线所用的力  $P$  除以  $n$  即为每个交织点所产生的摩擦力。

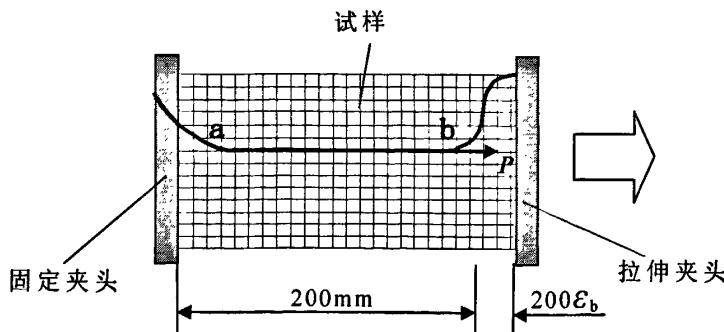


图 4.4 测试试样制作

设纱线强力为  $\sigma_b$ ，则机织物临界长度应为：

$$\delta_b = \frac{\sigma_b}{P} \cdot \frac{n}{n_L} \chi_2 \quad (4.7)$$

为了试验顺利进行，应注意如下问题：

(1) 每只测试试样中所选剪断纱线根数不能太多，否则会影响整个试样的抗拉伸能力。所选剪断纱线距离不能太近，以免相互影响。本

实验中试样宽度为 50mm, 共测试 6 只试样, 每个试样中取 5 根纱线剪断, 测试纱线间隔约 8mm, 测试抽拔力并取其平均值。

(2) 由于实验要在织物将断而未断时进行, 即在织物产生断裂的瞬间进行测试, 实验条件很难控制, 因此, 为了使实验能够顺利地开展, 本课题采用的织物试样伸长长度要比实际断裂伸长稍小。为了统一数据采样, 织物伸长长度均比织物断裂伸长小 10%。

### 4.3 机织物临界长度的计算

结合式(4.2)、(4.3)和(4.6), 临界长度的计算需要知道纱线截面参数。对于承力纱线, 由节 4.1.1 的假设 3 可知, 机织物拉伸时其截面可假设为圆形, 而横向纱线则被压扁呈扁圆形 (假设由两段圆弧线合并组成), 见图 4.5。

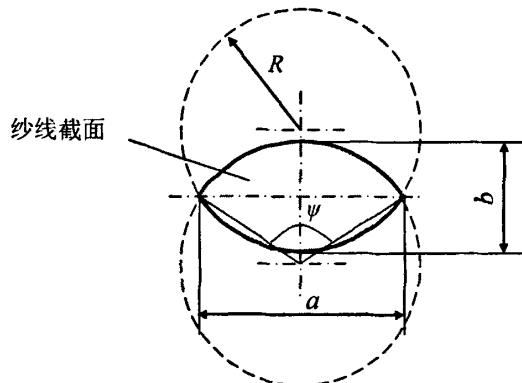


图 4.5 纱线的扁圆截面尺寸

如果纱线截面积不因形状改变而发生变化, 则有:

$$\pi\left(\frac{d_y}{2}\right)^2 = R^2\psi - a(R - \frac{b}{2}) \quad (4.8)$$

式中,  $d_y$  为纱线为圆形截面时的直径,  $a$  和  $b$  分别为截面的长轴和短轴;  $R$  为圆弧半径;  $\psi$  为圆弧中心角。

根据弓形性质有:

$$R = \frac{a^2 + b^2}{4b}; \quad \psi = 4\arctg \frac{b}{a}$$

式(4.8)中只要  $a$ 、 $b$  间关系确定，即可求得纱线截面形状。 $a$ 、 $b$  之间的关系可用式  $a=\kappa b$  表示，其中  $\kappa$  值为大于 1 的数，随纱线紧密度的不同而不同：当纱线捻度较高，纱线较紧密时， $\kappa$  值较小，如一般服用织物用纱；而当捻度较小，纱线较松散时， $\kappa$  值较大，对于无捻长丝， $\kappa$  值可以很大。另外纱线截面形状还与织物密度及织造参数有关。织物密度小而织造张力大，则  $\kappa$  值大，反之则  $\kappa$  值小。在棉织物中  $\kappa$  的取值在 1 和 2 之间<sup>[74]</sup>。根据纺织材料学的理论<sup>[92]</sup>，承力纱线和横向纱线的圆形截面直径由下式得出：

$$d_y = 0.03568 \sqrt{\frac{N_c}{\rho_f v_f}} \quad (4.9)$$

其中， $\rho_f$  为纤维体积密度， $v_f$  为纱线内纤维体积分数。结合式(4.8)、(4.9)可推出：

$$b = 0.06324 \sqrt{\frac{N_c}{k' \rho_f v_f}} \quad (4.10)$$

其中：  $\kappa' = (\kappa^2 + 1)^2 \operatorname{arctg} \frac{1}{\kappa} - \kappa(\kappa^2 - 1)$

本模型中采用文献[74]所用的纤维比重及纤维体积分数，即棉纤维密度  $1.51 \text{ g/cm}^3$ ，纱线的纤维体积分数均取 0.628， $\kappa$  取 1.4。

在本课题中， $d_L$  和  $b_C$  分别由式(4.9)和式(4.10)按照承力纱线和横向纱线的参数来计算。

根据上述可知，织物的强度实际上由长度为  $\delta_b$  的纱线强度决定。在相同的纱线强度下，织物强度随  $\delta_b$  增大而减小。根据式(4.10)得到的常用织物中的纱线截面形状，然后从式(4.2)、(4.3)和(4.6)就可以推导出机织物的临界长度：

$$\delta_b = \frac{\bar{\sigma}_b N_L}{\frac{(d_L + b_C)(\frac{\pi}{2} - \theta) - L}{\Sigma \frac{(d_L + b_C)\theta + L}{(d_L + b_C)\theta + L} (1 - e^{\frac{\pi}{2}\mu})} N_c n_c} \quad (4.11)$$

可见，机织物临界长度与承力纱线强度  $\bar{\sigma}_b$ ，纱线细度，纱线间摩擦系数，纱线截面形状，织物屈曲波高，织物密度等因素有关。

从临界长度的定义可以看出, 临界长度为沿着承力纱线方向上、交织点处的摩擦力累积到织物中纱线强度时的长度。因此它的大小取决于: (1)交织点处摩擦力的大小; (2)织物内纱线的强度。在后面的分析中, 各个影响因素对临界长度的影响均可归结为这两个方面。

表 4.1 为几种织物分别在经纬方向根据式(4.11)计算的临界长度值和以节 4.2 所述方法得到的测试值, 在不同织物的不同方向之间, 临界长度的最低值和最高值之间可以有 10 倍的差异。从表中可以看出, 临界长度的测试值和计算值基本相符。

表 4.1 临界长度的计算值和测试值

		纱线强力(cN)	纱线模量(cN/tex)	织物密度(根/10cm)	纱线特数(tex)	纱线捻度(捻/10cm)	$\delta_b$ 计算值(mm)	$\delta_b$ 测试值(mm)
1	经	138.60	8.314	489	16.67	108.84	1.22	1.4
	纬	139.80	8.386	524	16.67	123.02	1.31	1.53
2	经	265.75	7.980	268	33.33	68.02	2.81	2.92
	纬	283.55	8.515	276	33.33	88.82	1.75	1.88
3	经	338.10	11.50	516	29.40	71.40	4.75	4.91
	纬	318.21	10.82	287	29.40	84.84	1.33	2.01
4	经	329.90	19.79	318	16.67	72.82	4.31	5
	纬	332.45	19.94	271	16.67	80.36	3.00	3.5
5	经	149.55	10.11	120	14.80	79.38	7.53	7.66
	纬	142.98	7.01	101	20.40	83.40	15.37	18.3
6	经	287.54	12.39	151	23.20	71.52	7.74	8.59
	纬	169.72	9.535	126	17.8	78.52	8.93	10.01

根据式(4.11)所示的临界长度计算模型可知若纱线其它参数相同, 则横向纱线细度对临界长度的影响首先是呈反比关系, 其次表现在纱线直径上。从式(4.11)可以看出, 由于纱线特数高, 纱线直径就大, 而且直线距离  $L$  就小, 交织点处纱线摩擦力增大, 临界长度减小较多。如织物 3 纬向和织物 4 经向相比的结果。

虽然式(4.11)中没有捻度参数, 但是捻度对临界长度有比较复杂的影响。因为捻度可以影响式(4.11)中的多个参数。例如, 纱线捻度的增

大会使纱线直径减小，纱线强力增加，这些使临界长度增加，但是捻度增加势必会使纱线模量增加，又会使临界长度减小。

承力纱线强度越大，交织点处摩擦力累积到纱线强度时的长度就长，临界长度增加。从织物 1 经纬向参数和织物 4 经纬向参数可见纱线强力的影响。与摩擦系数的影响相近，承力纱线强度的提高造成的临界长度增大，降低了织物对纱线强度的利用率，是织物设计成本中应该考虑的一个问题。

纱线的模量越大，纱线变形需要的力就越大，横向纱线同样变形所产生的应力、造成的正压力、摩擦力就越大，因此临界长度就越小。所以刚度大的纱线的临界长度短。

机织物中交织点处纱线的摩擦为交叉摩擦。摩擦系数对临界长度的影响直接表现在对摩擦力的影响。不同的原料会有不同的摩擦系数，因而也就有不同的临界长度，显示出不同的强度增强系数（织物强度与纱线强度总和的比值）。

从式(4.11)中可以看出，织物横向纱线密度的影响较大，而承力纱线密度的影响较小。显而易见，在同样的纱线参数条件下，织物横向纱线密度与临界长度呈反比例的关系。即横向纱线密度越大，临界长度越小。这是因为横向纱线密度大，单位长度内的交织点数多，摩擦力累积达到外加负荷的长度就短。对此，织物 3 经纬向拉伸参数相比表现明显。

织物承力纱线密度的影响表现在对织物结构中的  $L$  的影响。承力纱线的密度越大， $L$  越小，从式(4.11)可以看出，临界长度就越小。因此在机织物设计中，要保持一定织物强度，对于特数较小、捻度较大的纱线，就应该采用较大的密度。

实际生产中以上几种因素又是相互制约的，例如，一般来说，在纺织中使用的机织物，纱线特数大，设计的捻度会较小，纱线直径大，临界长度小，织物强度就高。但是这样的织物一般经纬密度较小，又会使临界长度增加。反之亦然。

## 4.4 本章小结

机织物承力纱线承担负荷，而横向纱线屈曲造成的变形应力会对承力纱线起到摩擦作用，这个摩擦作用可以用临界长度来代表。根据机织物临界长度的概念，通过所建立的机织物几何模型和力学模型可以计算机织物的临界长度。此模型的计算结果与测试结果基本符合。

根据模型参数可知，织物的临界长度受织物密度、织物中纱线参数(包括纱线细度、捻度、强度等)、交织点纱线间摩擦系数等的影响，其中织物密度对临界长度的影响较大，而织物横向纱线的密度影响最大。织物中纱线密度越大，临界长度越小；纱线特数越大，临界长度越小；纱线强度越高，临界长度越大；纱线模量大，临界长度小；摩擦系数大，临界长度小。捻度的影响则比较复杂。

# 第五章 机织物拉伸断裂过程建模

根据第四章对临界长度的描述可知，在机织物拉伸过程中，一旦某根纱线断裂，这根断裂纱线所影响到的承力纱线方向上的长度就是临界长度。超过了临界长度，断裂纱线又承担起外加负荷，这根纱线的断裂对机织物其它部位的拉伸就没有影响了。所以在机织物拉伸断裂过程中，在承力纱线方向上只要考虑临界长度内的纱线断裂过程就可以了。而要考虑临界长度内纱线的断裂过程，就必须确定断裂纱线的负荷分配法则，即断裂纱线所承受的负荷在剩余纱线中的分配方法，这实际上就是考虑织物中纱线断裂时的应力集中现象。本章将对临界长度内纱线断裂过程的负荷分配进行讨论，确定适当的机织物负荷分配法则，并根据所得到的临界长度和负荷分配法则建立机织物拉伸断裂模型。

## 5.1 机织物中的纱线负荷分配法则

平纹机织物的两个系统纱线靠交织点处的摩擦力来固定其位置。当一个系统纱线承受拉伸时，另一系统纱线就会对其产生作用。这种作用的性质类似于单向纤维增强复合材料的纤维与基体的界面作用，只是在机织物中这种“界面”的作用要弱得多。因此应用于单向纤维增强复合材料断裂过程模拟的建模思路，也应该适应于机织物拉伸断裂过程的建模。

在机织物拉伸断裂过程中，由于纱线强力的离散性，临界长度内的纱线不会同时断裂。当临界长度内某一纱线断裂时，其所承担的负荷将根据适当的负荷分配法则传递到某些未断纱线上。由第二章的分析可见，应用于单向纤维增强复合材料的负荷分配法则有三种：等负荷分配法则、局部负荷分配法则和剪滞法则。最简单的负荷分配法则是等负荷分配法则，即按照 Daniels<sup>[64]</sup> 的松散结构的束纤维强度理

论, 不考虑纤维之间的相互作用。这种纤维组成的纤维束中, 若一根纤维断裂, 则其负荷由剩余纤维共同承担。但是, 等负荷分配法则已经被证明是不符合实际情况的<sup>[84,85]</sup>。在结构紧密的机织物中, 若一根纱线断裂, 由于纱线间摩擦力的作用, 其负荷不会由所有剩余纱线承担, 而是由近邻的部分纱线承担。因此, 本课题将局部分配法则和剪滞法则用于机织物断裂模型中, 分析两者对机织物断裂过程的适应性。

### 5.1.1 负荷分配的局部法则

局部分配法则(Local Load Sharing Rule—LLS)是指一根纱线断裂后, 这根纱线承担的负荷在其近邻的两根纱线上平均分配。如果近邻的纱线已经断裂, 则顺延到下一根。由于经纬纱线的交织, 所产生的摩擦作用使断裂纱线的负荷传递范围有限, 即不会传递给所有的未断纱线。所以局部分配法则与实际情况较为接近。断裂纱线的负荷分配实际上是未断纱线产生的应力集中现象, 这样由局部分配法则可以计算近邻的未断纱线的应力集中因子。图 5.1 为按照局部分配法则的应力集中因子的图例, 在图中, 涂黑的圆圈表示已经断裂的纱线, 未涂色的圆圈表示未断纱线。应力集中因子用  $K_r$  表示:

$$K_r = 1 + \frac{r}{2}, \quad (5.1)$$

式中:  $K_r$ —纱线的应力因子;  $r$ —连续断裂纱线根数,  $r = 0, 1, 2, 3 \dots$ 。

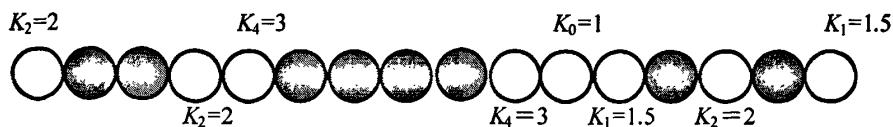


图 5.1 局部分配法则的示意图

但是局部应力分配法则过分强调了近邻两根纱线的作用, 忽略了次邻纱线的作用, 因而有些情况下也会造成较大误差。

### 5.1.2 负荷分配的剪滞法则

剪滞法(Shear-Lag Analysis——SLA)认为应力集中不止局限在近邻的两根纱线上，而是呈一定的规律在所有未断纱线上重新分配。离开断裂点愈远，所分配到的负荷值愈小。其应力集中因子可以写成：

$$K^j_i = (i+2j-1) \frac{2j(2j+2)(2j+4)\cdots(2j+2i-2)}{(2j-1)(2j+1)(2j+3)\cdots(2j+2i-3)(2j+2i-1)} \quad (5.2)$$

$K^j_i$ —第  $j$  根纱线的应力因子； $i$ —连续断裂纱线的根数； $j$ —离连续断裂纱线边缘的第  $j$  根纱线。图 5.2 为依据剪滞法则计算纱线应力集中因子的图示说明。

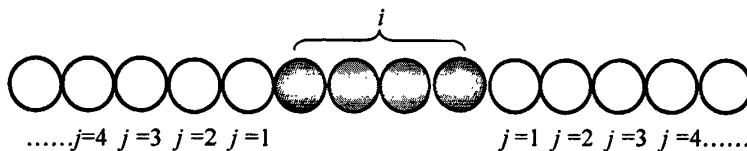


图 5.2 剪滞分配法的示意图

以上两种负荷分配法则将被应用于本课题的机织物拉伸断裂模型中，根据模拟和试验结果确定其适用性。

## 5.2 机织物的束链模型

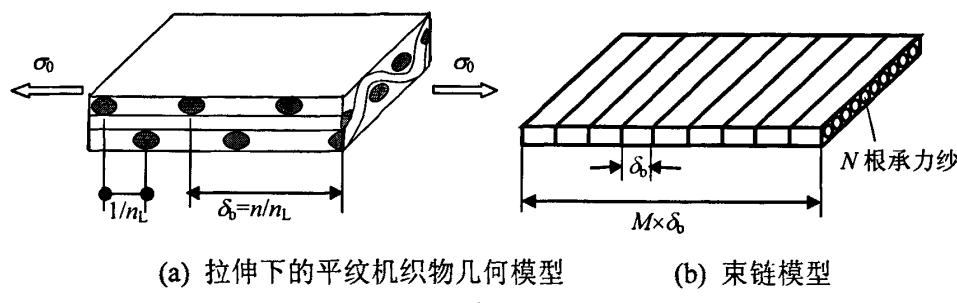
模型的建立基于如下假设：

1. 在第一根纱线断裂之前，所有的纱线都承担同样的负荷；
2. 纱线截面积在拉伸过程中保持不变；
3. 在拉伸前，织物中纱线没有内应力和伸长。

### 5.2.1 机织物束链模型的建立

当机织物经受单向拉伸时，承力纱线（不论是经纱还是纬纱），承受拉伸负荷，而另一系统纱线，即横向纱线，在交织点处产生摩擦力，

阻滞承力纱线相对于横向纱线的运动。正是由于这种摩擦力的阻滞作用，使得当一根承力纱线断裂时，其负荷不会沿整个承力纱线方向传递，而仅限于其中一段长度，即临界长度，如第四章所述。对于机织物，将所有承力纱线看成是含有  $N$  根平行纱线的纱束来表示，由其组成的平板模型，如图 5.3 所示。承力纱线被分割成  $M$  个长度为  $\delta_b$  的分段，每一分段中有  $N$  根承力纱线（称之为链节）。



(a) 拉伸下的平纹机织物几何模型 (b) 束链模型

图 5.3 平纹机织物的束链模型

当某一段中的一个链节断裂时，它的负荷会根据交织点处横向纱的摩擦力的作用沿着拉伸方向传递，大小从 0 一直到达其它承力纱线相等的负荷数值。因此，找到这个承力数值的过程，也就是计算临界长度的过程。根据临界长度的定义可以知道，研究整个长度织物的断裂过程也就归结到研究一个临界长度段内的链节的断裂过程。当某一段中的  $N$  个链节中如果有一个链节断裂，它的负荷不会在整个剩余的未断链节中平均分配，而是根据给定的负荷分配法则由该段中的其它链节承担，使其它链节负荷增加。而当这剩余的  $(N-1)$  个链节中的某一个链节的负荷达到其断裂负荷时，它也将发生断裂。然后，它的负荷又被重新分配到其余的某些未断链节上。以此循环，直到所有的链节都断裂为止。在这个模拟过程中，外加负荷从 0 开始被不断地增加，然后将各根纱线分配到的总负荷之间不断进行比较，判断断裂纱线，这就是织物的断裂过程模拟。直至所有纱线都断裂后所得到的最大负荷，就成为该织物的模拟断裂强度。

## 5.2.2 纱线的名义强力、名义拉伸力以及实际拉伸力

研究纱线的断裂条件，是织物强力预测的前提之一。为了描述纱线的断裂条件，本节定义了纱线的名义强力、名义拉伸力以及实际拉伸力的概念。

利用随机数发生器给每个链节的纱线的断裂概率随机赋值，在这个基础上，利用纱线强度概率函数 Weibull 分布模型，可以计算出所有链节 ( $m \times n$  个) 的强力值，该强力就定义为纱线名义强力。名义强力值是一些随机值，也是每个链节的纱线可以承担负荷的最大值。因此，在织物拉伸的过程中名义强力属于静态值，是不发生变化的。

纱线的名义拉伸力是指施加到织物上的拉伸力均匀分配到每根承力纱线上的力。这个力只跟整个织物外加负荷有关，外加负荷每变化一次，纱线名义拉伸力也就随之变化一次。

纱线的实际拉伸力就是织物拉伸时纱线所承担的实际负荷。在织物两端施加一定的张力后，织物中每一根纱线都承担一定的负荷。在织物的拉伸过程中，这一个值是随着负荷的增加以及纱线的断裂而发生变化的，是一个动态的值。没有链节断裂时，这个值就等于纱线的名义拉伸力；而当其中有纱线断裂时，这个值就会大于纱线的名义拉伸力。

在拉伸的初始状态，织物两边施加张力  $P$ ，那么织物就受到外界的拉伸力的作用，纱线的实际拉伸力与名义拉伸力是一致的，均是  $P/n$  ( $n$  是承力纱线的根数)。相应的每根承力纱线的应力集中因子是 1。一旦纱线发生断裂，断裂纱线所承担的负荷重新进行分配，各链节纱线的应力集中因子  $K$  也发生变化，各根未断纱线承担的负荷就不再一致。这时各纱线的实际拉伸力比纱线的名义拉伸力大了  $K$  倍，即  $K \times (P/n)$ 。将各纱线的实际拉伸力与纱线名义强力相比较，就可以判断其断裂与否。纱线的实际拉伸力大于或等于某根纱线的名义强力值的时候，该纱线断裂。这就是判定纱线断裂的依据。

当纱线的名义拉伸力增加到让织物截面内所有纱线的实际拉伸力都超过其名义强力时，截面内所有的纱线全部断裂。这时纱线的名义拉伸力就是临界长度内的织物的名义强力，也就是织物断裂负荷均匀分配到每根纱线上的强力。

在本课题中，认为强力机两钳口间的织物试样的长度方向上，包含多个临界长度。可以认为每个织物试样由许多长度为  $\delta_b$  的链节串联而成，纱线的强力是由所有链环中最弱的链环来决定的。

### 5.2.3 机织物一维束链模型

束链模型将夹距内机织物分成了  $m$  个临界长度，而一维束链模型不考虑整个夹距内机织物的每一个临界长度，仅在一个临界长度中进行模拟，然后再推算整个夹距长度内的机织物强度。这种仅在一个临界长度中进行断裂过程模拟的模型称为机织物一维束链模型，如图 5.4 所示。

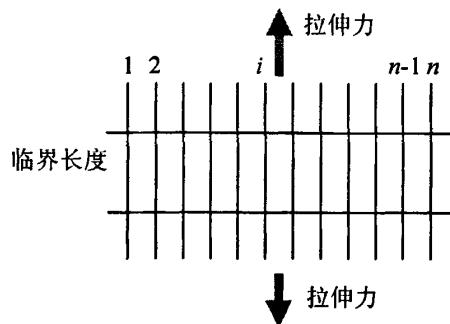


图 5.4 织物断裂的一维模型

在机织物的一维束链模型中，在一个临界长度内，首先赋予每一个链节以名义强力，共  $n$  个。纱线名义拉伸力每增加一次，都计算每根链节的实际拉伸力；将纱线的实际拉伸力与纱线名义强力相比较，找到名义强力小于实际拉伸力的纱线并判定其断裂；然后按照一定的负荷分配法则进行负荷的重新分配。以此类推，直至临界长度内的每个链节全部断裂。

纱线的名义强力是由  $n$  个元素组成的行矩阵，矩阵中的每一个元素就是纱线在一个临界长度内的名义强力值， $n$  的个数就是纱线的根数。设临界长度内各纱线的名义强力值为：

$$\{a(1), a(2), a(3), \dots, a(i), \dots, a(n)\}$$

纱线的实际拉伸力也是一个由  $n$  个元素组成的行矩阵，矩阵中的每一个元素就是每个链节上所承受的实际拉伸力。设临界长度内各个链节的实际拉伸力为：

$$\{b(1), b(2), b(3), \dots, b(i), \dots, b(n)\}$$

如果  $b(i) \geq a(i)$  ( $i$  是  $n$  根纱线中的任意一根)，符合纱线断裂的条件，那么这根链节的纱线断裂，认为该段纱线在临界长度内部就不再承担负荷。断裂的链节上承担的负荷会按照应力分配的原则分配到其它相关的链节纱线上，在此条件下重新计算新的纱线实际拉伸力：

$$\{K_1 b(1), K_2 b(2), K_3 b(3), \dots, K_{i-1} b(i-1), 0, K_{i+1} b(i+1), \dots, K_n b(n)\}$$

将纱线的名义强力和纱线实际拉伸力重新比较，再判断下一根断裂的链节，然后再重新分配负荷，再判断断裂。如此周而复始，直至纱线全部断裂。

在上面的分析中，可以知道织物的断裂位置始终位于两直线包含的链节内，也就是在一个临界长度内部。这时得到的纱线名义拉伸力就是临界长度内的织物的名义断裂强力。

在一维束链模型中，当一个段内所有链节都断裂时，此段断裂，从而得到本段的一个强度。重复这样的模拟断裂过程多次，再运用第三章的统计理论，可以得到本段的强度概率分布函数。若假设此段的强度分布函数为  $G_n(x)$ ，那么，整个束链模型的强度分布函数则为<sup>[87]</sup>：

$$H_{m,n}(x) = 1 - [1 - G_n(x)]^m \quad (5.3)$$

式(5.3)表达了整个夹距内的织物强度。计算其期望值，就可得到该机织物的最终强度。

机织物的一维断裂束链模型可以从一个临界长度的段内的断裂过

程出发, 最终预测整个夹距所包含的机织物的强度。这种方法的原理比较简单, 程序编制比较容易, 运算过程比较简短。但是, 在机织物的实际断裂过程中, 很显然纱线断裂面并不一定发生在一个链节所代表的纱线范围。所以, 模拟的过程应考虑在整个长度的试样上的任何位置发生断裂才会更加符合实际。

### 5.2.4 机织物二维束链模型

织物断裂的二维模型实际上是把一个夹距内所有的纱线都同时考虑进去, 即纱线的断裂可以在整个夹距内的任意一个临界长度内的任一根纱线上, 如图 5.5 所示。在这个模型中, 如果某临界长度内的某根纱线断裂后, 它的负荷只能在本临界长度内进行再分配, 分配之后的所有临界长度内的链节的实际拉伸力再与其名义强力进行比较, 确定下一个断裂的链节纱线。

在织物断裂的二维模型中, 把纱线的名义强力看成一个  $m \times n$  的矩阵, 矩阵中的每一个元素就是某临界长度内某根纱线的名义强力值。  
( $n$  代表纱线的根数,  $m$  代表夹距内所包含的临界长度的个数 )

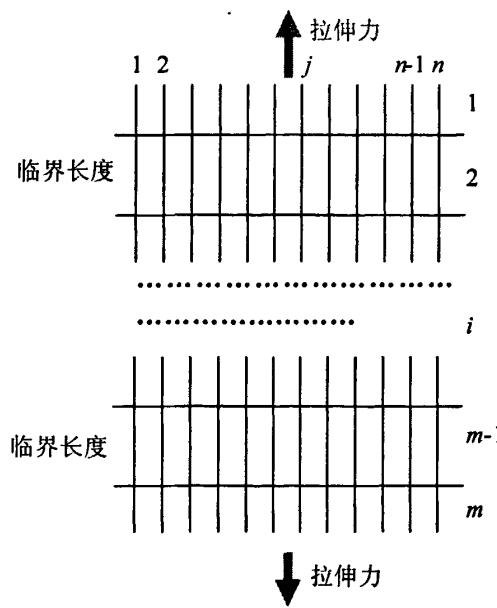


图 5.5 织物断裂的二维模型

$m$  个临界长度内  $m \times n$  根纱线的名义强力值如式(5.4)，其中  $a(i,j)$  为第  $i$  个临界长度中的第  $j$  个链节的名义强力值。

例如  $\{a(1,1), a(1,2), a(1,3), \dots, a(1,n)\}$  代表第一个临界长度内各链节的名义强力值。

$$\begin{bmatrix} a(1,1) & a(1,2) & \cdots & a(1,j) & \cdots & a(1,n) \\ a(2,1) & a(2,2) & \cdots & a(2,j) & \cdots & a(2,n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a(i,1) & a(i,2) & \cdots & a(i,j) & \cdots & a(i,n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a(m,1) & a(m,2) & \cdots & a(m,j) & \cdots & a(m,n) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

式中  $n$  为沿拉伸方向平行排列着的纱线的根数， $m$  为夹距长度内临界长度的个数。

在织物两端施加负荷后，织物中纱线的实际拉伸力也是一个  $m \times n$  的矩阵，矩阵中的每一个元素就是的织物两端的拉伸力分配到每一个链节上力。

$$\begin{bmatrix} b(1,1) & b(1,2) & \cdots & b(1,j) & \cdots & b(1,n) \\ b(2,1) & b(2,2) & \cdots & b(2,j) & \cdots & b(2,n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b(i,1) & b(i,2) & \cdots & b(i,j) & \cdots & b(i,n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b(m,1) & b(m,2) & \cdots & b(m,j) & \cdots & b(m,n) \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

将每个链节纱线的名义强力与纱线的实际拉伸力进行比较，若第  $(k,r)$  个链节上的名义强力低于其实际拉伸力，就可以判断纱线的断裂首先发生在第  $k$  个临界长度的第  $r$  个链节上。那么  $(k,r)$  链节的负荷在第  $k$  个临界长度内的未断链节中重新分配，又得到了这个临界长度内的新的  $(n-1)$  个链节的实际拉伸力：

$$\{K(k,1) \times b(k,1), K(k,2) \times b(k,2), \dots, K(k,r-1) \times b(k,r-1), K(k,r+1)$$

$\times b(k, r+1) \cdots \cdots, K(k, n) \times b(k, n) \}.$

重新比较所有  $(m \times n)-1$  个链节纱线的实际拉伸力和纱线名义强力, 如果满足断裂条件, 那么相关的链节就将断裂, 否则继续增加外界的负荷  $P$ , 再次计算纱线实际拉伸力, 再次比较, 如此循环进行, 直到全部的链节断裂。记录这个使得所有的纱线均发生断裂的名义纱线拉伸力  $P$ , 这个力乘以织物截面内承力纱线总根数就是要计算的织物的强力值。

通过分析可知, 在二维束链模型中纱线的断裂是随机发生在  $m \times n$  个链节中的, 纱线的断裂位置已经由一个临界长度内的所有链节拓展到整个织物试样平面。按照约定的法则, 断裂的纱线上的强力分配到同一个临界长度内其它的相关的纱线上。所以, 只有当在一个临界长度内纱线完全断裂, 那么织物才算断裂, 这时候所得到的织物的强力即为织物计算机模拟得到的理论强力。

在织物的拉伸断裂实验中, 上下夹头之间的距离是几十个甚至上百个临界长度, 在织物的拉伸过程中纱线的断裂是随机的, 可以在任意的临界长度内部的任意个链节上, 织物断裂的过程与二维模拟的方法比较符合。二维的方法与一维的方法相比, 与织物实际的断裂情况更加吻合, 可以更加准确地模拟织物的拉伸断裂过程和断裂强力。

### 5.3 本章小结

1. 机织物的束链模型中, 横向纱线对承力纱线的摩擦构成了临界长度的基础。而在每个临界长度内根据一定的负荷分配法则(局部分配法则或剪滞法则)就可以进行一维和二维断裂过程模拟和强度预测。

2. 一维模拟仅在一个临界长度内进行, 结果得到的是一个临界长度内的织物强度, 根据式(5.3)进行  $n$  个临界长度的强度换算即可得到整个长度的强度及其分布; 二维模拟可以在模拟过程结束后得到整个长度的强度及其分布。

# 第六章 机织物拉伸断裂过程模拟及强度预测

由第五章所建立的机织物拉伸断裂过程的一维和二维模型可知，模型的模拟过程需要大量的数值计算和比较，这就需要利用计算能力强大的计算机程序来进行。机织物拉伸断裂过程的模拟是一个应用随机数值计算织物中纱线承受的实际拉伸力与其名义强力进行对比的过程。在这一课题的研究和实验过程中，参考和借鉴了其它系统的模拟方法<sup>[94,95]</sup>。通过对课题的研究和对系统的分析，提出了相应的方法和解决问题的步骤。

## 6.1 模拟系统基本流程

根据所建立的模型对拟解决的问题(如纱线强力的概率分布函数，纱线在织物中的结构，束链模型中的临界长度的计算，负荷分配法则的确定，断裂过程的一维和二维建模等)进行分类细化。将整个模拟过程划分成几个计算模块，即 Weibull 分布函数拟合及参数确定模块、纱线强力值拟合模块、临界长度计算模块、负荷分配模块和织物的拉伸断裂模块等，然后进行流程框图设计，把几个模块设计成几个子程序进行编程，最后将各部分串连起来。

程序的运行过程，也是一个对数据的处理过程，因此，必须初始化数据。所谓的初始化数据，就是初始化与力学模型相关的纱线结构和织物结构的参数，将其初始化为某种织物的结构参数。

### 6.1.1 试验数据预备

在本章中，主要是通过纱线的拉伸断裂强力来模拟计算织物的拉伸断裂强力，因此初始化的数据就是纱线的拉伸断裂强力。

纱线的拉伸断裂强力是用纱线强力仪来测试得到的。将织物中的纱线强力进行测试,得到的强力数据根据第三章的方法进行分布拟合,确定出纱线强力 Weibull 分布模型中的参变量,得到织物中组分纱线的强力分布函数,作为织物断裂过程及强力预测的基础。在这过程中包括 Weibull 函数的变换、曲线的拟合、参变量的确定等。运行的过程中得到的随机变量  $X_i$  与  $Y_i$  ( $i=1,2,3\ldots\ldots50$ ) 以及  $X_i$  与  $Y_i$  的相关的数学参数,其中包括  $X_i$  与  $Y_i$  的期望,  $X_i$  与  $Y_i$  的均方差,以及它们之间的相关系数  $R$ ,在程序的运行过程中可以计算得到 Weibull 分布函数中的形状参数  $\beta$  和尺度参数  $\eta$ 。

### 6.1.2 模拟过程

确定出 Weibull 分布模型中的参变量以后,就可以模拟机织物拉伸断裂过程。模拟过程分述如下:

(1)纱线名义强力赋值。利用随机数发生器给织物中的纱线断裂强力的概率随机赋值(0-1),借助于已确定的纱线强力 Weibull 分布函数给所有的链节赋强力值,这样所有的链节都对应一个随机赋予的强力值——这就是纱线的名义强力。在这一随机赋值的过程中包括纱线概率随机赋值、因纱线和织物测试所采用的不同夹距所导致的纱线强力值的转换等。程序运行过程中得到随机赋值  $F(x_{ij})$  和纱线名义强力值  $a(i,j)$  (一维模型中为  $a(i)$ )。

(2)机织物结构参数初始化及临界长度计算。对机织物中纱线的 Weibull 参数、纱线细度及密度、纱线模量、织物密度、摩擦系数等进行赋值,然后根据机织物临界长度的计算模型进行计算。临界长度计算模块中包括纱线截面直径和长短轴计算、织物屈曲角  $\theta$ 、交织点间直线长度、横向纱线伸长率与应力以及临界长度计算等。

(3)应力集中因子初始化。对各个链节的应力集中因子进行初始化。应力集中因子的初始值赋值为 1。

(4)纱线拉伸力初始化。纱线名义拉伸力和实际拉伸力的值赋初始

值  $b(i,j)$  (一维模型中为  $b(i)$ )。

(5) 比较和判断首根断裂纱线。逐次递增纱线名义拉伸力的值, 计算纱线实际拉伸力的值, 将其与纱线名义强力值进行比较, 确定首根断裂纱线。

(6) 应力集中因子计算及断裂过程判断。分别采用局部负荷分配法则和剪滞法则, 计算首根纱线断裂后的应力集中因子  $K$  的值, 并计算剩余纱线的实际拉伸力。再比较纱线实际拉伸力和纱线名义强力值, 判断断裂, 若断裂, 继续计算剩余纱线的应力集中因子, 继续判断断裂; 若不断, 增加纱线名义拉伸力, 再比较, 再判断。这样在织物逐渐破坏的过程中不断计算应力集中因子  $K$  的值, 不断修改纱线实际拉伸力的值, 并不断和纱线名义强力值比较、判断。直至织物断裂判定成立。

织物的拉伸断裂模型包括一维和二维束链模型。一维模型中对纱线的名义强力、名义拉伸力和实际拉伸力的赋值仅局限在一维向量中, 即初始化  $a(i)$  和  $b(i)$  ( $i=1,2,\dots,n$ )的值。在程序进行过程中, 不断比较纱线名义强力和实际拉伸力, 在一维的范围内进行。在二维模型中则是初始化  $a(i, j)$  和  $b(i, j)$  ( $(i=1,2,\dots,n)$ ,  $(j=1,2,\dots,m)$ )的值, 比较是在二维的范围内进行。

## 6.2 计算机模拟的流程框图

在本课题中的计算机模拟法, 就是利用计算机的快速处理数据的能力, 用随机赋值的方法, 使计算机把纱线的随机强力值进行不断的比较计算和不停的循环, 直至所有的纱线都断裂 (或者部分断裂) 这一设定条件为止。在计算机程序不停的循环运行过程中, 可以获得织物内部纱线断裂的先后顺序和织物的拉伸断裂强力。

根据模拟织物的拉伸断裂强力值的计算模块的划分以及断裂过程的模拟步骤, 得到的模拟的流程框图设计如图 6.1 所示。其中  $a(i,j)$  为纱线的名义强力,  $b(m,n)$  为纱线的实际拉伸力,  $n$  为所测试的织物中承

力纱线的根数。

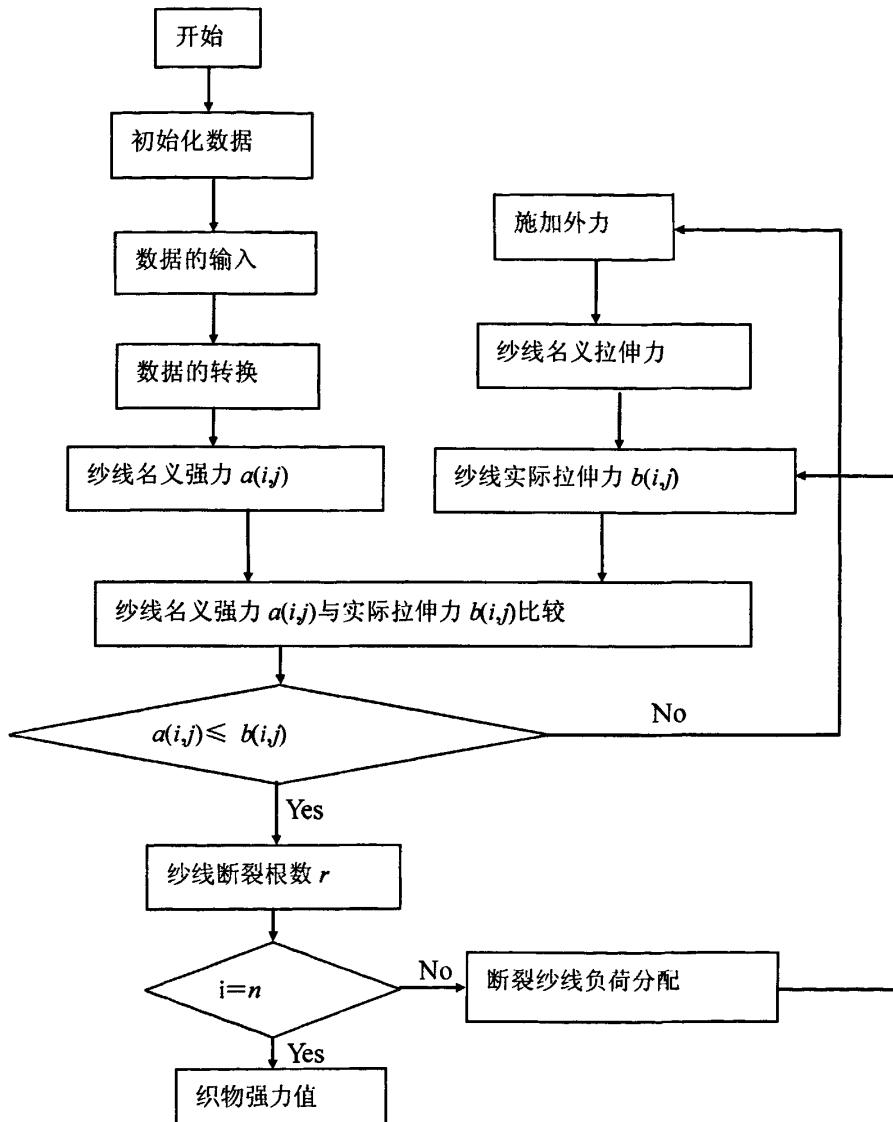


图 6.1 计算机模拟法流程框图

### 6.3 机织物断裂过程的 Monte Carlo 模拟

织物的断裂过程可以用 Monte Carlo 方法进行模拟。即给定织物内每根承力纱线在某负荷下的断裂概率，根据其强力的概率分布函数

确定每根纱线的强度，从而对断裂的全过程进行模拟，并最终确定织物的断裂强度。模拟过程分为一维和二维模拟。

### 6.3.1 一维模拟的步骤

根据上述模拟原理，对织物进行一维模拟的具体步骤如下：

1. 根据测试数据对纱线的强力概率分布函数进行拟合，得出纱线尺度参数和形状参数 ( $\eta$  和  $\beta$ )，得到式(3.2)的概率分布形式。然后将 0-1 之间的一个随机数赋值给  $P(x)$ ，由式(3.2)可以解得：

$$x = \eta[-\ln(1 - P(x))^{\frac{1}{\beta}}] \quad (6.1)$$

2. 输入纱线和织物的规格参数，纱线细度及密度、纱线模量、织物密度、摩擦系数等，根据式(4.11)，计算临界长度。

3. 将所要模拟的织物沿承力方向以临界长度为单位划分成  $M$  段，即织物中的承力纱线分成了  $M \times N$  个链节（纱段）。

4. 在一个临界长度内，把每个随机数  $P(x)$  的值赋给每个链节，那么每个链节的名义强力  $x(i)$  ( $i=1, 2, 3, \dots, N$ )，就可以按式(6.1)计算得出。

5. 把该临界长度内每个链节的  $K(i)$  赋初始值为 1，然后比较所有链节的名义强力  $x(i)$  的初始值，得到最小值  $x_{\min}(i)$ 。此链节认为是在负荷  $x_{\min}(i)$  下断裂，初始名义拉伸力和实际拉伸力均赋值为  $x_{\min}(i)$ 。这个链节断裂后，其负荷按 LLS 或 SLA 重新分配。然后计算每个链节的  $K(i)$  值，再计算实际拉伸力的值  $K(i)x_{\min}(i)$ ，将其与所有的名义强力进行比较，若实际拉伸力大于某个名义强力  $x_{\min}(j)$ ，那么第  $j$  根链节就下一个断裂。若实际拉伸力的值均小于名义纱线强力，那么将名义拉伸力递增一个预定的值后，再计算实际拉伸力的值并与名义强力比较，确定下一根断裂的链节。

6. 重复步骤 5 的过程，直到这个截面内所有链节均断裂。循环过程中止。那么循环过程的最大的纱线名义拉伸力的值乘以  $N$ ，就是本

段织物的一个预测强力值。

7. 重复 100 次步骤 4 到步骤 6, 得到 100 个强力值, 那么可以用最小二乘法确定本段织物的强力概率分布函数  $P(x)$ 。

8. 确定整个长度织物的强力概率分布函数。根据式(5.3)可知, 本课题一维模拟的织物强力概率分布函数为:

$$H(x) = 1 - [1 - P(x)]^n \quad (6.2)$$

若临界长度织物的强力符合二参数 Weibull 分布, 那么上式变为:

$$H(x) = 1 - \exp\left[-m\left(\frac{x}{\eta_\delta}\right)^{\beta_\delta}\right] \quad (6.3)$$

式中  $\eta_\delta$  和  $\beta_\delta$  是临界长度织物的尺度参数和形状参数

9. 织物的平均强力可以用上式的期望值来估计:

$$\bar{x} = \eta_\delta N^{\frac{1}{\beta_\delta}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta_\delta}\right) \quad (6.4)$$

### 6.3.2 二维模拟的步骤

1. 同一维模拟的(1)到(3)。

2. 对所有截面中的  $m \times n$  个链节进行赋值, 把每个随机数  $P(x_{ij})$  的值赋给每个链节  $(i, j)$ , 计算每个链节的名义强力  $x_{ij}$  ( $i=1, 2, 3, \dots, m$ ;  $j=1, 2, 3, \dots, n$ )。

3. 把所有  $m \times n$  个链节的  $K_{ij}$  赋初始值为 1, 然后比较所有链节的  $x_{ij}$  值, 得到最小值  $x_{\min}(i, j)$ , 此链节认为是在名义拉伸力  $x_{\min}(i, j)$  下断裂, 然后将名义拉伸力和实际拉伸力赋初始值  $x_{\min}(i, j)$ 。这个链节断裂后, 其负荷按 LLS 或 SLA 在本临界长度段内分配。计算本临界长度内每个链节的  $K_{ij}$  值, 重新计算剩余链节的实际拉伸力为  $K_{ij} \times x_{\min}(i, j)$ 。再将所有的剩余链节的实际拉伸力的值与其名义强力值比较, 得到下一个断裂的链节。而如果没有断裂链节, 则增加名义拉伸力的值, 重新计算实际拉伸力, 再与名义强力比较, 得到下一个断裂链节。

4. 重复步骤(3)的过程,直到本段内所有链节均断裂。循环过程中止。那么循环过程的最大的名义拉伸力的值乘以纤维根数  $N$ ,就是织物的一个预测强力值。

5. 重复 100 次步骤 3 到步骤 4, 得到 100 个强力值, 用最小二乘法确定整个夹距长度内织物的强力概率分布函数  $P(x)$ , 得到织物的尺度参数  $\eta$  和形状参数  $\beta$ 。

6. 根据式(3.4)可以预测织物的强力。

## 6.4 织物断裂过程模拟及强力预测结果分析

根据以上所述模拟步骤,可以得到: (1)织物内纱线的断裂顺序; (2)织物强力的概率分布函数; (3)平均强力预测值。为了进行比较,采用试验测试的方法对模拟织物的强力进行实测,对照模拟和测试结果对模型的适用性进行分析讨论。

### 6.4.1 试验

一维模拟的试样采用了三种纯棉织物,试样参数如表 6.1 所示,经纬纱线是从织物中直接抽出进行拉伸测试的。测试的纱线样本为 50, 织物样本数为 30。

纱线的测试条件如第三章所述; 织物的测试条件为:

实验的方法: 扯边纱条样法(Raveled-strip method)。

实验的标准: GB/T 3923-1997。

实验的仪器: LFY-201B 多功能织物强力机。

拉伸断裂的速度: 300mm/min。

试样的长度: 200mm。

所有纱线和织物的试样均在标准大气条件下平衡 24 小时, 实验均在标准大气条件下进行。

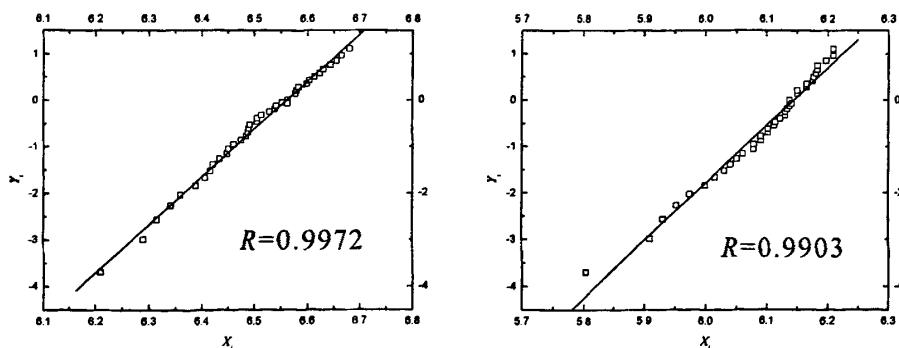
表 6.1 一维模拟试样参数

试样	纱线强力参数		织物密度 (根/10cm)	纱线细度 (tex)	承力纱根数	
	$\eta(N)$	$\beta$				
1	经	3.10	12.5	280	17.1	140
	纬	2.63	13.5	272	18.9	136
2	经	3.12	3.59	350	19.9	175
	纬	3.31	10	300	20.0	150
3	经	4.79	18.9	236	29.5	118
	纬	3.97	13.3	264	29.5	132

### 6.4.2 一维模拟的结果

#### 1、织物强力的 Weibull 概率图

图 6.2 至图 6.7 为根据一维模拟得到的三种织物的强力 Weibull 概率图。可见,不论采用的负荷分配法则是局部分配法则(以下称为 LLS)还是剪滞法则(以下称为 SLA),织物模拟强力都符合二参数 Weibull 分布。一维模拟得到的 Weibull 分布参数估计数值如表 6.2 所示。而根据织物测试值所得到的织物强力 Weibull 概率图如图 6.8 至图 6.10 所示,也同样符合二参数 Weibull 分布,其参数估计值也列于表 6.2 中。



(a)LLS 模拟织物强力概率图

(b)SLA 模拟织物强力概率图

图 6.2 织物 1 经向模拟织物强力概率图

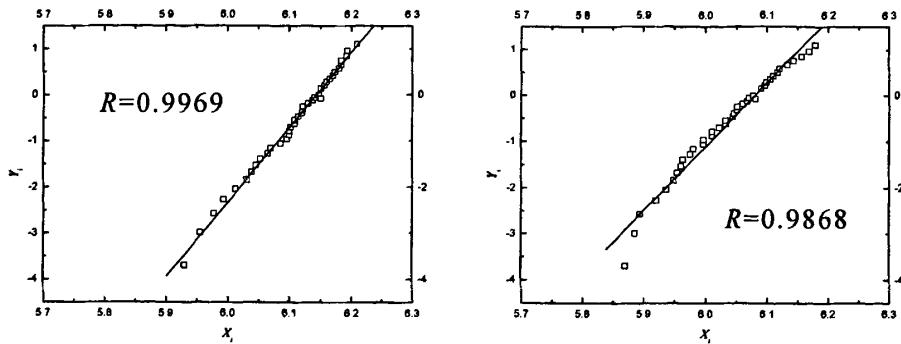


图 6.3 织物 1 纬向模拟织物强力概率图

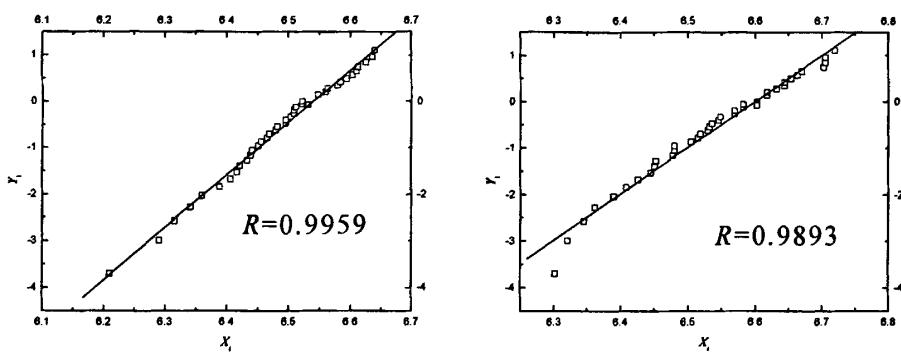


图 6.4 织物 2 经向模拟织物强力概率图

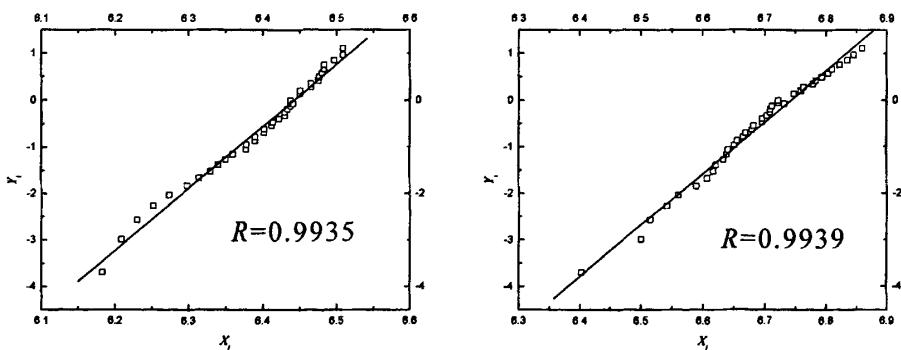
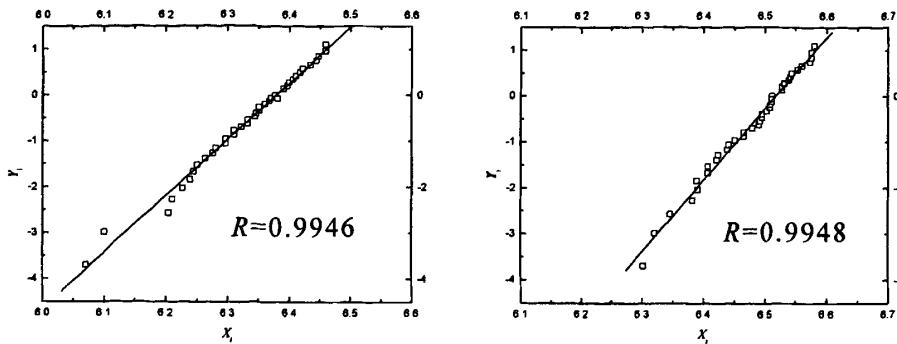


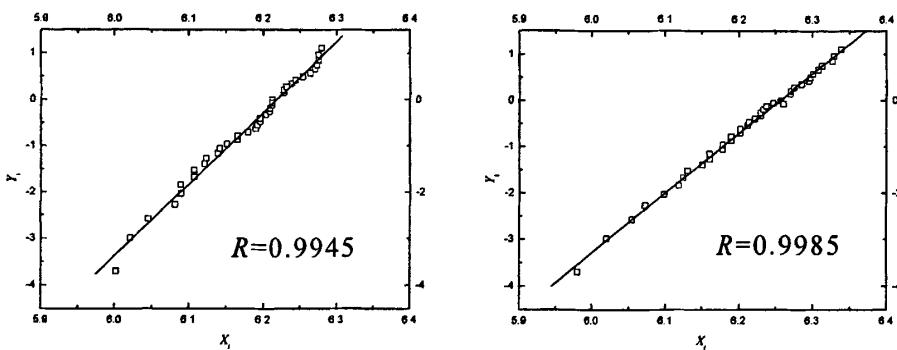
图 6.5 织物 2 纬向模拟织物强力概率图



(a) LLS 模拟织物强力概率图

(b) SLA 模拟织物强力概率图

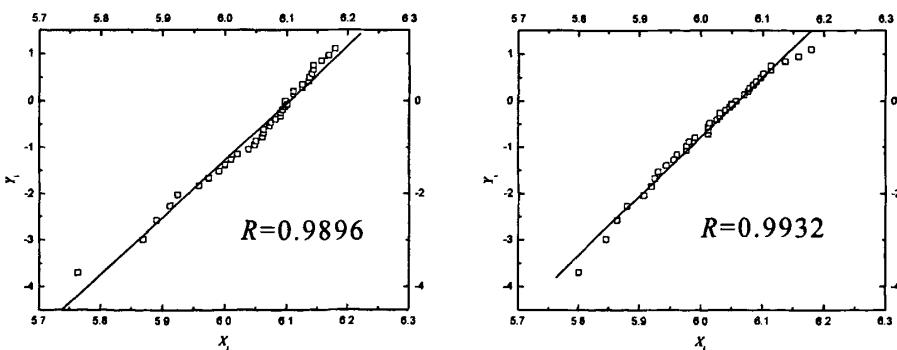
图 6.6 织物 3 经向模拟织物强力概率图



(a) LLS 模拟织物强力概率图

(b) SLA 模拟织物强力概率图

图 6.7 织物 3 纬向模拟织物强力概率图



(a) 经向

(b) 纬向

图 6.8 织物 1 测试强力概率图

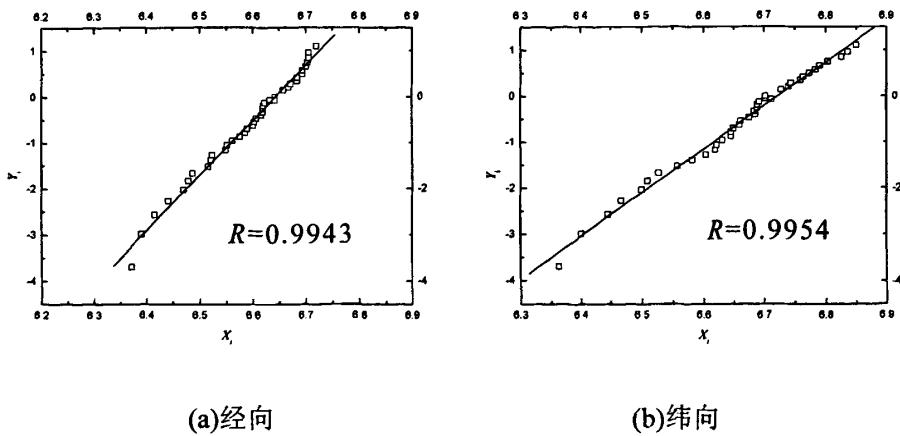


图 6.9 织物 2 测试强力概率图

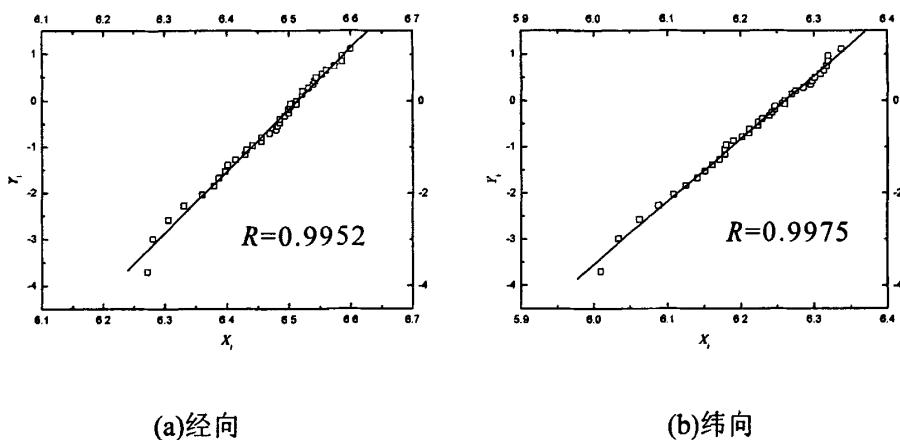


图 6.10 织物 3 测试强力概率图

从表 6.2 可见, 与 SLA 相比, 根据 LLS 所得到的  $\eta$  值较小而  $\beta$  值较大。这也就意味着根据 LLS 所得到的强力值比较小, 强力值离散也较小。由 SLA 所模拟的强力值比实际测试值稍高一点, 但离散较大。从预测值与测试强力的差异程度来看, 由 LLS 所模拟的强力值及其 Weibull 参数估计值与实际测试值相差较大, 而根据 SLA 所预测的强力与实验测试值较接近。

表 6.2 一维模拟预测织物的强力分布参数

试样	$\delta_b$ (mm)	$\eta(N)$		$\beta$		平均强力 (N)					
		LLS	SLA	测试	LLS	SLA	测试	LLS	SLA	测试	
1	经	4.24	390	465	447	15.1	12.9	12.26	377	450	430
	纬	4.62	340	403	395	16.3	13.5	12.77	329	391	380
2	经	1.88	623	762	819	10.8	9.2	12.00	595	728	787
	纬	2.52	605	651	635	12.7	11.7	9.43	581	626	610
3	经	5.61	570	619	622	14.0	15.9	13.36	554	603	598
	经	3.83	471	528	552	15.1	12.9	13.6	454	509	530

注:  $\delta_b$  为临界长度;  $\eta$  为织物强力的尺度参数;  $\beta$  为织物强力的形状参数。

## 2、断裂过程模拟

图 6.11 和图 6.12 分别为按照 LLS 和 SLA 所得到的一个临界长度截面上纱线的断裂顺序的例子。为了能给出一个较为清晰的图示, 将原本该排成一行的诸承力纱线弯折, 以使有限的空间安排下织物断面内所有的承力纱线。图中圆圈表示承力纱线截面, 圈中数字表示织物中该纱线的断裂顺序号。从两图可以看到, 由 LLS 所模拟的断裂顺序基本上是一根接一根地在相邻纱线中发生, 这说明局部分配法则的模拟使织物拉伸时产生较大的应力集中, 因此就会得到较低的预测强力。而由 SLA 所模拟的断裂过程则呈现更大的随机性, 说明剪滞法则带来的织物拉伸断裂时的应力集中现象较局部分配法则小, 这样形成的断裂与实际的断裂过程比较接近。

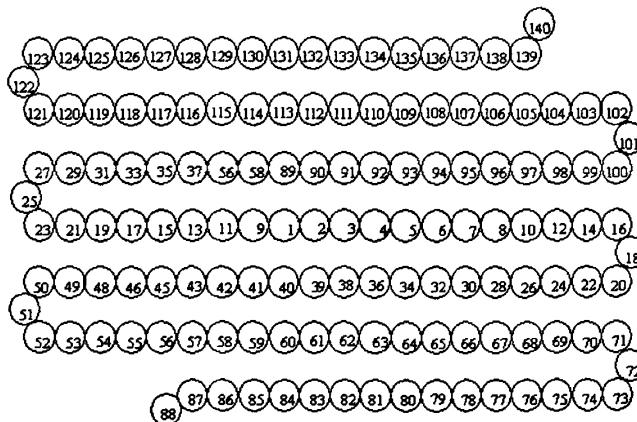


图 6.11 由 LLS 模拟的织物断裂过程

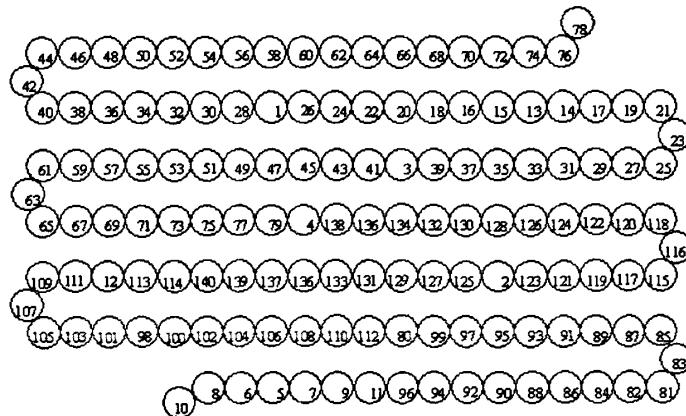


图 6.12 由 SLA 模拟的断裂过程

#### 6.4.2 二维模拟的结果

二维模拟采用 6 种织物分别在经纬两个方向进行拉伸, 织物规格如表 6.3 所示。

表 6.3 二维模拟的织物规格

试样及拉伸方向	纱线 $\eta$ (N)	纱线 $\beta$	纱线细度 (tex)	织物密度(根/10cm)	纱线平均强力 (cN)	临界长度 (mm)
1 经	1.467	10.11	16.67	489	138.60	1.22
	1.506	11.21	16.67	524	139.80	1.31
2 纬	2.775	9.573	33.30	268	265.75	2.81
	2.920	10.70	33.30	276	283.55	1.75
3 经	3.530	15.56	29.40	516	338.10	4.75
	3.340	10.85	29.40	287	318.21	1.33
4 纬	3.454	10.85	16.67	318	329.90	4.31
	3.443	12.30	16.67	271	332.45	3.00
5 经	1.598	8.897	14.80	120	149.55	7.54
	1.565	4.679	20.40	101	142.98	15.37
6 纬	2.926	9.587	23.20	151	287.54	7.74
	1.789	7.745	17.80	126	169.72	8.93

#### 1、织物强力 Weibull 概率图

对这六种织物的经纬两向各用局部负荷分配法则和剪滞法则进行模拟, 所得到的二维模拟机织物强力 Weibull 概率图见图 6.13 至图

6.24, 可见, 模拟的强力符合二参数 Weibull 分布, 这和织物的测试强力分布是符合的。图 6.25 至图 6.30 为六种织物测试强力的 Weibull 概率图, 以便进行比较。

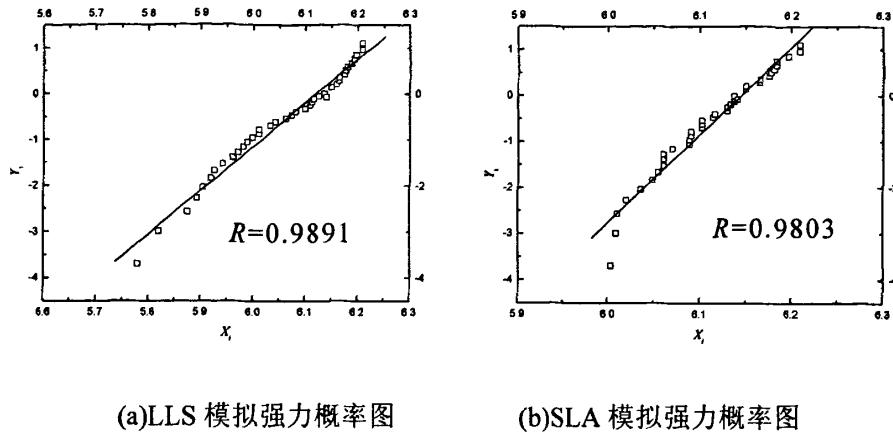


图 6.13 织物 1 经向模拟强力概率图

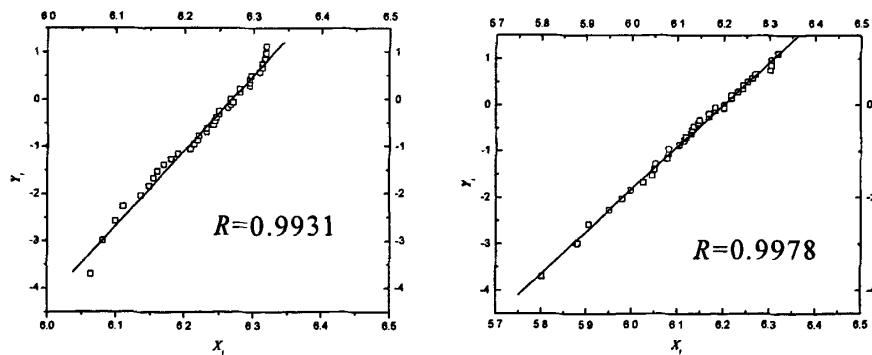
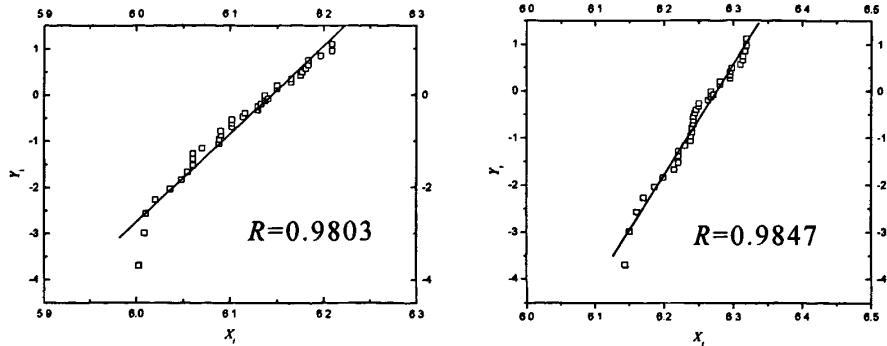


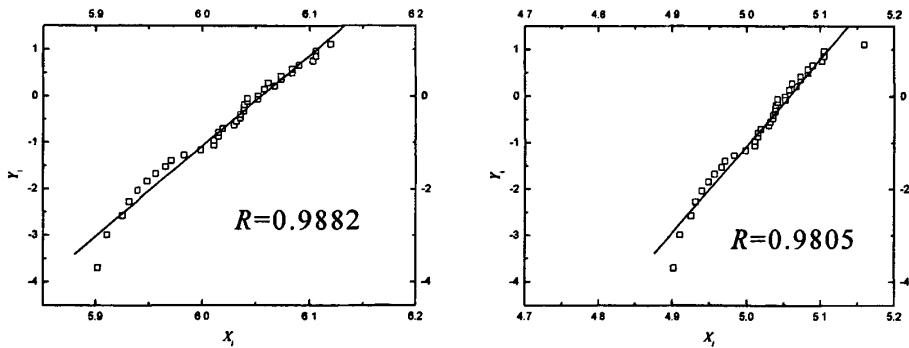
图 6.14 织物 1 纬向模拟强力概率图



(a)LLS 模拟强力概率图

(b)SLA 模拟强力概率图

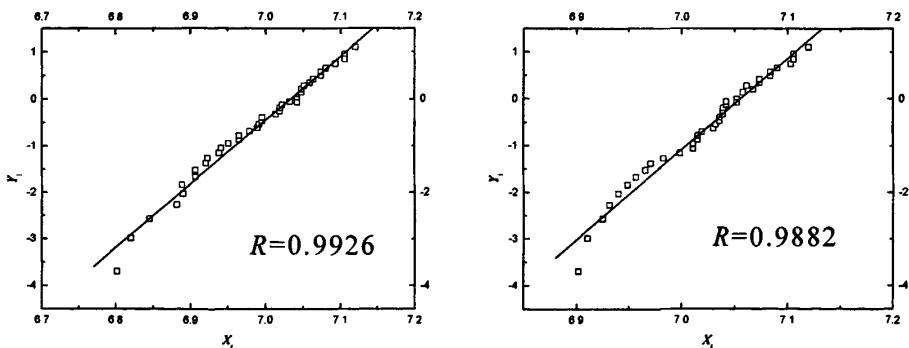
图 6.15 织物 2 经向模拟强力概率图



(a)LLS 模拟强力概率图

(b)SLA 模拟强力概率图

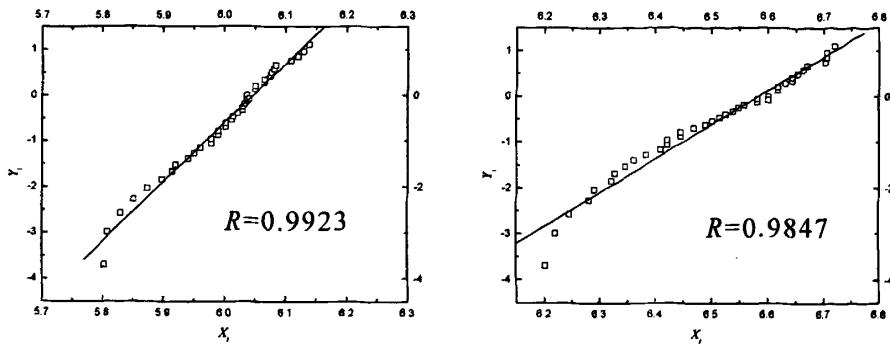
图 6.16 织物 2 纬向模拟强力概率图



(a)LLS 模拟强力概率图

(b)SLA 模拟强力概率图

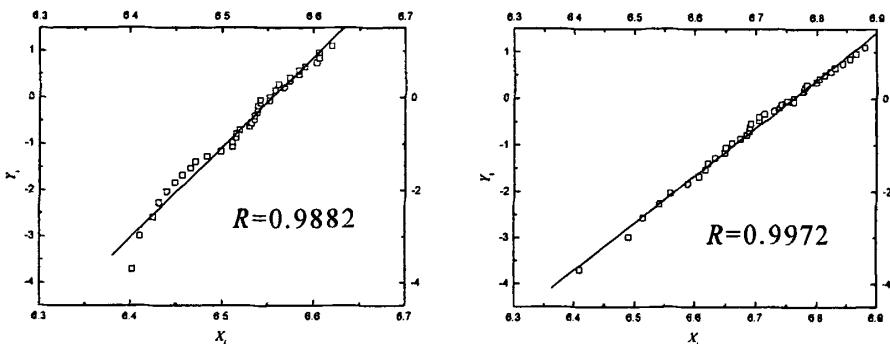
图 6.17 织物 3 经向模拟强力概率图



(a)LLS 模拟强力概率图

(b)SLA 模拟强力概率图

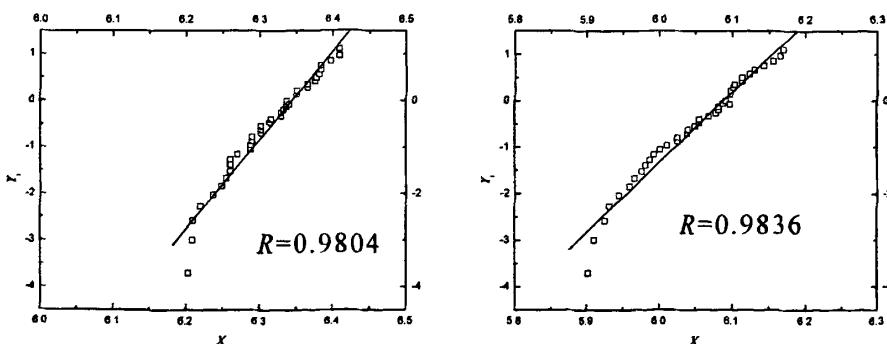
图 6.18 织物 3 纬向模拟强力概率图



(a)LLS 模拟强力概率图

(b)SLA 模拟强力概率图

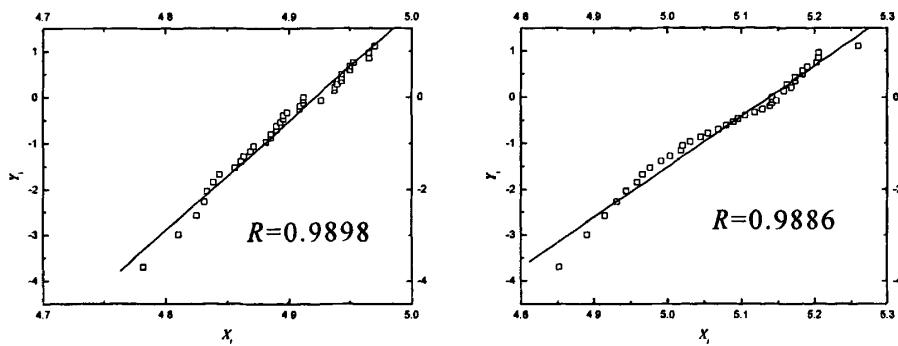
图 6.19 织物 4 经向模拟强力概率图



(a)LLS 模拟强力概率图

(b)SLA 模拟强力概率图

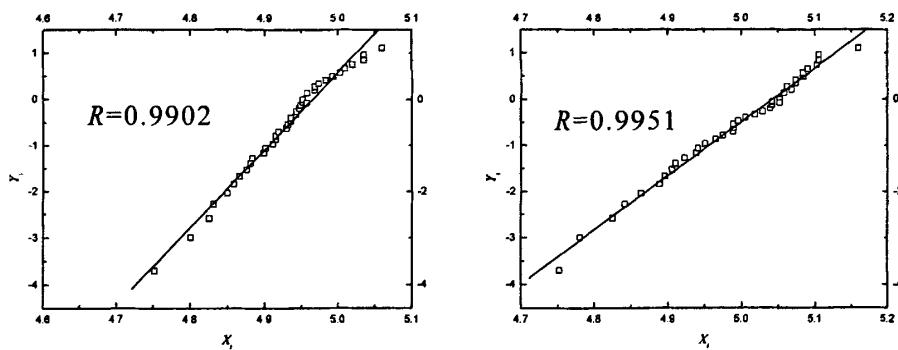
图 6.20 织物 4 纬向模拟强力概率图



(a) LLS 模拟强力概率图

(b) SLA 模拟强力概率图

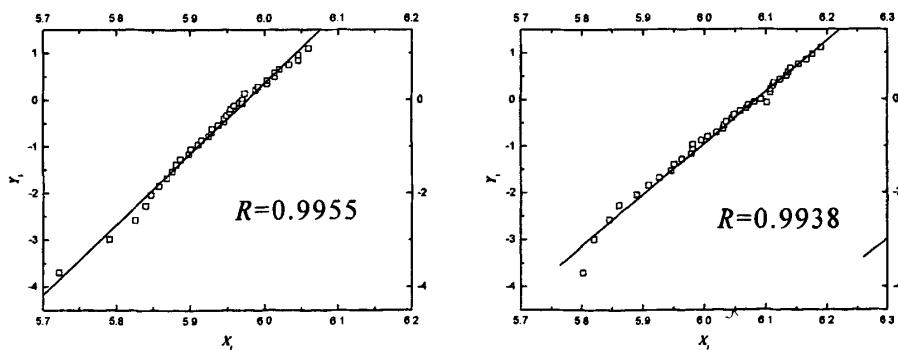
图 6.21 织物 5 经向模拟强力概率图



(a) LLS 模拟强力概率图

(b) SLA 模拟强力概率图

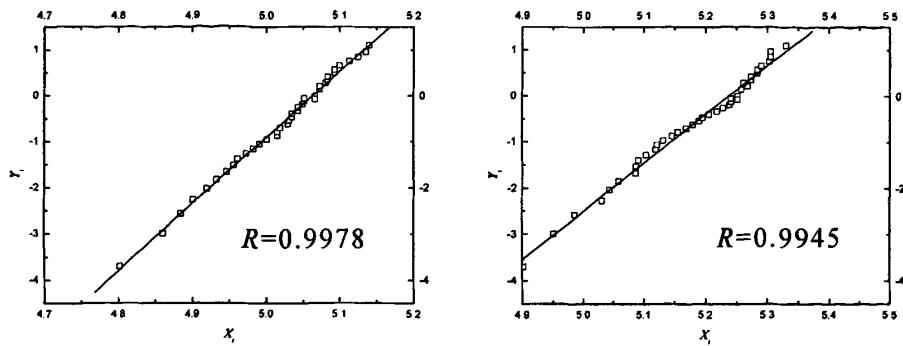
图 6.22 织物 5 纬向模拟强力概率图



(a) LLS 模拟强力概率图

(b) SLA 模拟强力概率图

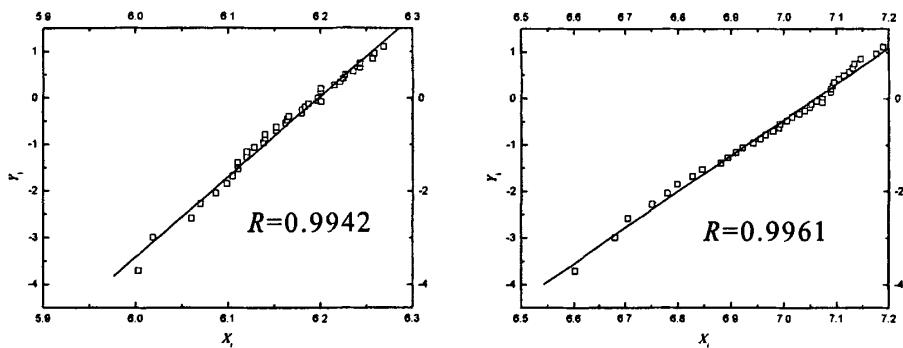
图 6.23 织物 6 经向模拟强力概率图



(a)LLS 模拟强力概率图

(b)SLA 模拟强力概率图

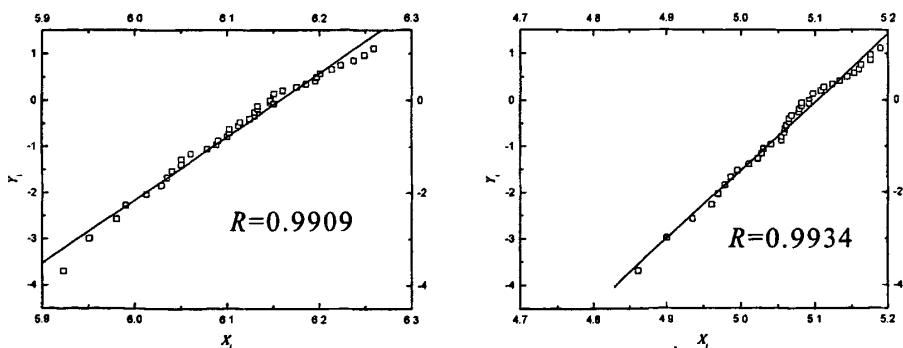
图 6.24 织物 6 纬向模拟强力概率图



(a)径向

(b)纬向

图 6.25 织物 1 测试强力概率图



(a)径向

(b)纬向

图 6.26 织物 2 测试强力概率图

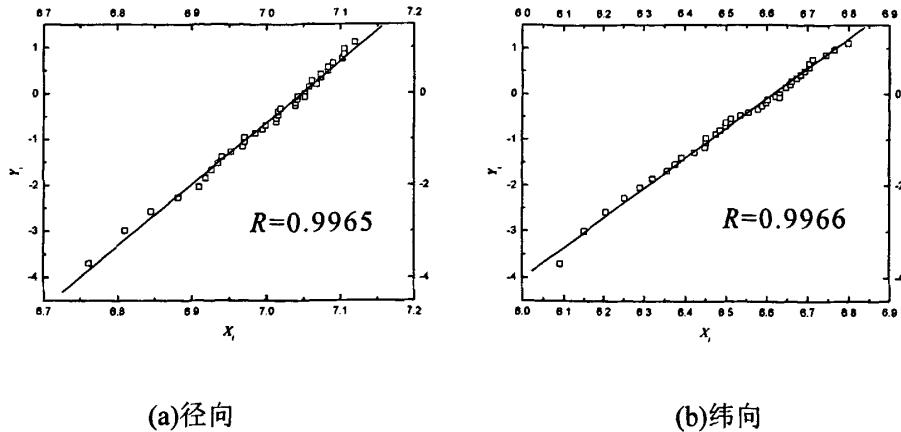


图 6.27 织物 3 测试强力概率图

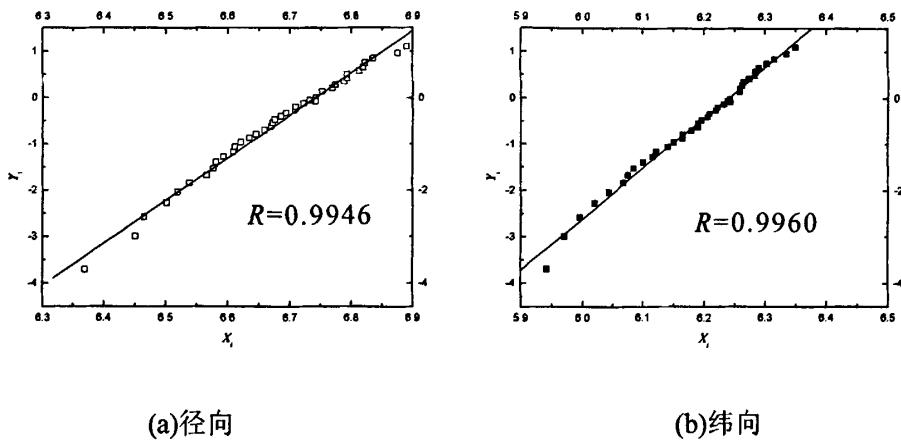


图 6.28 织物 4 测试强力概率图

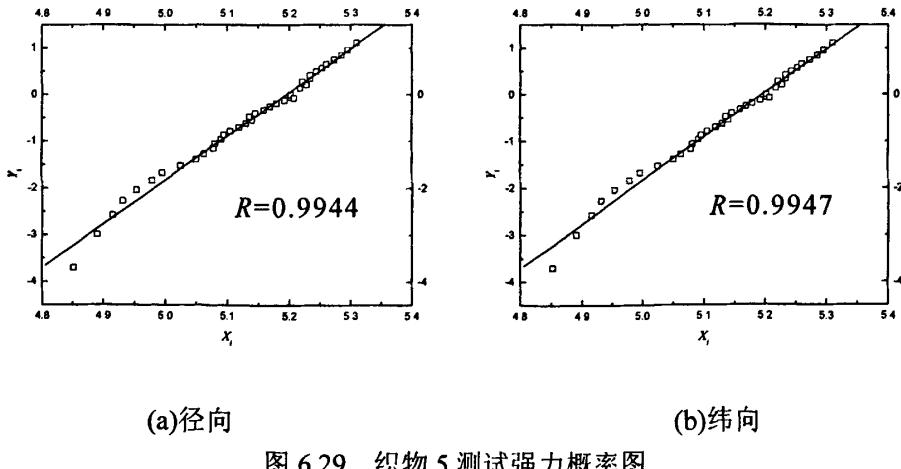


图 6.29 织物 5 测试强力概率图

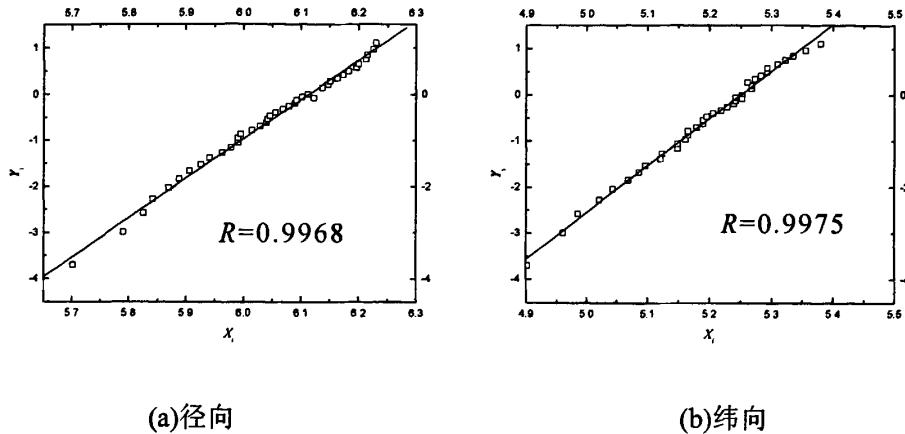


图 6.30 织物 6 测试强力概率图

表 6.4 为用二维模拟得到的织物强力值, 采用局部分配法则和剪滞法则的模拟强力概率分布以及测试织物的强力概率分布的参数估计也列于表内。

表 6.4 二维模拟得到的织物强力

试样	$\delta_b$ (mm)	$\eta(N)$			$\beta$			预测强力(N)		测试强 力 (N)	
		LLS	SLA	测试	LLS	SLA	测试	LLS	SLA		
1	经	1.22	453	472	458	19.06	9.53	17.23	434	454	477
	纬	1.31	496	554	552	15.84	9.11	7.74	477	532	574
2	经	2.81	468	493	446	19.06	7.42	13.67	450	474	464
	纬	1.75	432	459	436	19.44	11.26	14.76	415	441	451
3	经	4.75	1133	1229	1086	18.56	13.67	13.40	1088	1180	1130
	经	1.33	588	682	677	12.93	7.42	6.52	565	655	705
4	经	4.31	688	698	618	18.76	10.26	9.17	661	671	641
	纬	3.00	581	502	482	19.01	15.06	10.96	558	482	503
5	经	7.54	128	171	166	23.82	10.96	9.38	124	165	173
	纬	15.37	138	161	161	16.75	11.65	10.61	133	155	167
6	经	7.74	413	469	443	15.16	10.99	8.52	397	451	460
	经	8.93	141	200	203	14.43	10.52	10.18	136	192	211

由以上概率图和表中参数可见, 与一维模拟相似, 二维模拟的结果与实际测试也很接近。在二维模拟中, 用两种负荷分配法则所模拟

的结果同样有 LLS 预测强力低而离散小，而用 SLA 预测的强力高而离散大的规律。从综合强力预测结果来看，SLA 预测的强力值较接近实际强力。

由二维模拟得到的织物强力概率分布中，根据 SLA 所模拟的织物强力不论是尺度参数还是形状参数，以及最终得到的强力预测结果，都是与实际测试值较接近，而用 LLS 所预测的结果与实际测试结果相差较大。

## 2、一维和二维模型模拟结果的误差率

将一维和二维模拟的强力误差率计算值列于表 6.5 中，可见，二维和一维的模拟结果与测试结果相比，用 LLS 模拟时均有较大误差，用 SLA 时误差均较小；但是采用一维模拟所得结果比二维模拟要好。所以，根据一维模拟方法快捷方便、计算量少的特点，用一维模拟、剪滞负荷分配法则模拟机织物的强力，方法简便实用。

表 6.5 模拟结果与测试值的误差率

一维模拟强力误差率 (%)		二维模拟强力误差率 (%)	
LLS	SLA	LLS	SLA
-12.766	-0.076	-12.027	-3.063

注：强力误差率计算式为：误差率 =  $\frac{\text{预测强力值} - \text{测试强力值}}{\text{测试强力值}} \times 100\%$

## 3、临界长度的增强作用

临界长度本身对织物预测强力的影响是很明显的，临界长度越小，织物预测强力越高。将纱线强力与织物预测强力相比，可以清楚地看到织物强度比纱线强度的总和高得多，这就是交织点处的摩擦作用，在本模型中则是表现在临界长度的增强作用上，即临界长度的大小反映了织物强度对纱线强度的利用率的高低。将织物中纱线强力的总和与织物预测强度以及实际强度进行比较，就可以描述临界长度的增强作用。图 6.31 所示为一维模拟中临界长度大小对织物预测强力与纱

线强力差异率的影响，即临界长度的增强作用规律。

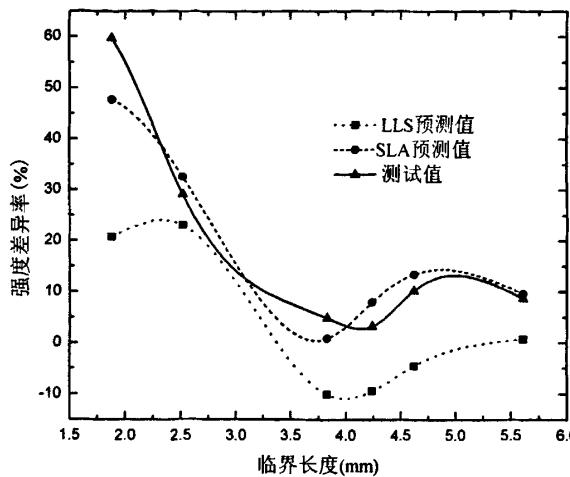


图 6.31 临界长度对预测强力差异率的影响

图中数据为织物预测强力和其组成纱线强力的差异百分数，其计算式为：

$$\text{强力差异率} = \frac{\text{预测织物强力} - \text{纱线强力总和}}{\text{纱线强力总和}} \times 100\% \quad (6.5)$$

从上述分析可以看出，临界长度的实际意义在于，机织物的临界长度实际上代表了机织物中纱线强度的增强系数，临界长度越短，同样强度的承力纱线可以得到较高的织物强度。

从图中可以看到由 LLS 模拟的强力值有时候会低于其组分纱线的强力，而由 SLA 所预测的值却高于其组分纱线的强力。

通过模拟结果（表 6.4 和表 6.3）的分析还可以看出，织物的强力与织物中所有纱线的强力之和的关系还与织物密度有关。通常在织物的密度较大的时候，织物的强力大于织物中所有纱线的强力之和，由于交织的作用，可以认为有结构力的存在；在织物的密度较小的时候，织物的强力小于织物中所有纱线的强力之和，这是由于纱线之间的强力存在不匀，纱线的断裂先后顺序发生，而并非共同来承担外在的负荷。

### 3、二维模拟的机织物拉伸断裂过程

图 6.32 和图 6.33 分别为二维模拟的织物断裂顺序图像。由于界面网格限制，不能在一张图中表示出所有链节的情况，只能用较少的网格来示意，以便说明断裂过程中的顺序问题。图中每行网格代表一个临界长度内的织物截面，每个网格代表承力纱线的一个链节。网格中的数字代表承力纱线的断裂顺序号。

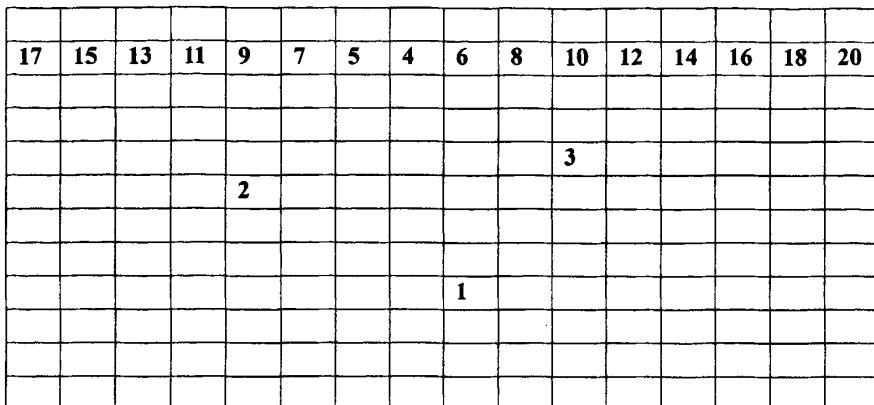


图 6.32 局部分配法预测的织物断裂过程模拟图 (16×12)

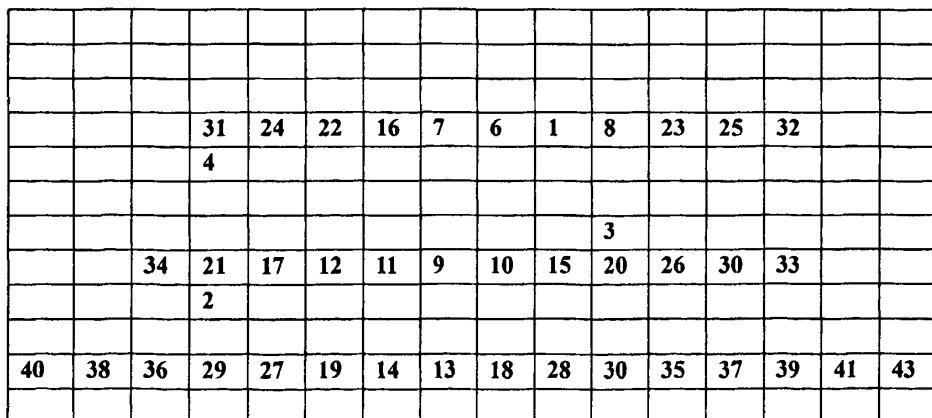


图 6.33 剪滞法则预测的织物断裂过程模拟图 (16×12)

可见，二维模拟中采用局部分配法则的模拟断裂过程与一维模拟相似，断口几乎在同一截面很快扩散。而采用剪滞法则时，其断裂顺序在几个不同的层面同时延伸，从而造成了织物断裂的几个断口。这与实际情况比较接近。

## 6.5 本章小结

利用计算机强大的计算能力，根据建立的机织物束链模型来模拟织物的断裂过程和预测其强力是可行的，并且在实践中也是简单的、可操作的。利用计算机程序可以对织物的拉伸断裂过程进行模拟，还可以对织物的拉伸断裂强力进行预测。

一维模型和二维模型所模拟的强力结果均与实际接近，而且其与测试值的误差率也相近，因此两种模型都可以用来预测织物强力。

与一维模型相比，二维模型所模拟的机织物拉伸断裂过程与实际情况接近，即模拟的断口与实际拉伸断裂的断口状况接近。

从模拟结果可以看出，无论用一维模拟还是二维模拟，其模拟的机织物断裂强力均符合二参数 Weibull 分布。从参数估计的数据来看，剪滞法则得到的强力尺度参数和形状参数均与实际测试强力的参数接近，而局部分配法则的尺度参数太小，形状参数则太大。

不管用一维模型还是二维模型，剪滞法则预测的强力误差率均比局部分配法则小得多，所以剪滞法则是比较合适的负荷分配法则。

临界长度的实际意义在于，机织物的临界长度实际上代表了机织物中纱线强度的增强系数，临界长度越短，同样强度的承力纱线可以得到较高的织物强度。

利用一维模型简单、适用的特点，可以用来预测机织物拉伸断裂强力；而利用二维模拟的断裂过程模拟效果好的特点可以对机织物的拉伸断裂过程作深入分析。

## 第七章 总结与结论

现代社会，随着科技与社会的进步，纺织生产技术和纺织品品质不断得到提高和发展。人们对织物的服用性能提出了更高的要求，其中最主要的性能之一就是织物的拉伸性能。但是，在产品设计的过程中并不能预见织物的强度，而只能通过制作小样以后，对实物的强度进行测定。即对设计样品进行破坏性测试，并以此来指导生产。为了避免浪费和试样制作精度影响等问题，很有必要根据纱线的拉伸性能对织物的拉伸性能进行预测。

由于组成织物的纱线本身的性能存在离散性，在组合成为织物的过程中也存在着随机性，所以机织物的断裂过程也是随机的。这种随机性会影响到机织物的最终性能。因此，在进行机织物强度预测时，考虑纱线本身的随机分布特征以及织物断裂过程中纱线断裂的随机性是十分必要的。

本文首先从纱线的强度离散性入手，对拟进行强力预测的机织物中的纱线强力进行了测试，利用 Weibull 分布函数对其进行统计分析拟合，确定其强力概率分布函数及其参数估计值，并在统计分析的过程中确立了试样长度与测试结果的相关关系；并针对纱线测试长度和织物测试长度的不同进行了强力转换，以便根据纱线强力的分布特征对织物进行断裂过程模拟和强度预测。

在分析了纱线强力概率分布的基础上，又提出了织物临界长度的概念，并根据此概念，分析研究了机织物拉伸断裂过程中的几何结构的变化和交织点处经纬纱的相互作用力，分析了横向纱线对承力纱线的摩擦力作用，确定了机织物临界长度的计算方法，并根据临界长度的计算模型分析了织物及其组分纱线的参数对临界长度的影响。

根据机织物临界长度的概念可知，临界长度影响机织物纵向应力的分配，而在横向也存在应力分配的问题，这就是机织物截面纱线的负荷分配法则。负荷分配法则决定了织物横向的应力集中问题。在解

决了纵向和横向的应力分配问题以后，建立了旨在对机织物拉伸断裂过程进行模拟以及对机织物强度进行预测的机织物束链模型。然后用 Monte Carlo 方法进行断裂过程的模拟和强度预测，达到了预期的效果。

通过对本课题建立的机织物拉伸断裂模型的分析研究，得到了如下结论：

1. 通过实验和统计拟合得出，所测所有试样的经纬纱线强力分布均符合二参数 Weibull 分布。
2. 试样长度对强度测试结果有较大影响。分析了不同试样长度下的强度测试结果之间的转换关系。该转换关系除了与试样长度有关外，还与形状参数有关。另外，试样长度对测试强度的影响程度也与试样的形状参数有关，形状参数越大，即试样强度离散越小，试样长度对测试强度的影响程度越低。
3. 提出了机织物临界长度的概念，根据机织物拉伸过程中经纬纱线几何形状的变化，确立了计算临界长度几何模型和力学模型。由模型可知，影响织物临界长度的因素有：纱线参数(包括织物中纱线细度、捻度、强度等)的影响；织物参数(织物密度、交织点处摩擦力等)。
5. 根据机织物临界长度计算模型和负荷分配法则建立了模拟机织物断裂过程并预测机织物强力的束链模型，用该模型可以进行一维和二维断裂过程模拟和强度预测。其中一维模拟仅在一个临界长度内进行，二维模拟则是在整个织物长度内进行，模拟过程结束后所得到的即为整个长度的强度及其分布。
6. 从模拟结果来看，两种模拟方法均能得到较好的强力预测结果。其中，二维模拟的断裂过程更符合实际断裂状况。在两种模型中，无论是断裂过程模拟还是强度预测，采用剪滞负荷分配法则比用局部部分配法则得到的预测结果更符合测试结果。
7. 机织物的临界长度反映了机织物强力与组分纱线强力总和的比值的大小，临界长度越短，同样强力的纱线组成的织物强力越高，这就是临界长度的实际意义。

本课题的研究提供了一个解决机织物强度的预测问题的新模型，为机织物强度预报提供了理论基础。本课题的成果对其它纺织品的强度预测有着借鉴意义。但是，本课题的最终期望结果是，从纤维开始，通过对纤维、纱线、织物进行定量的分析研究，使得在实际应用中只需要输入纤维的数据，就可以得到织物的强度。但是要达到期望的结果，还需要在纤维和纱线之间建立拉伸断裂模型，达到纤维和纱线性能关系的定量结果，这就是本课题的预期延续方向。

## 参考文献

1. Peirce F T. The geometry of cloth structure. *Journal of the Textile Institute*, 1937, 28: T45.
2. Chapman C., Whitcomb J. Effect of assumed tow architecture on predicted moduli and stresses in plain weave composites. *Journal of Composite Materials*, 1995, 29(16): 2134-2159.
3. Vandeurzen Ivens J., Verpoest I. A three-dimensional micromechanical analysis of woven-fabric composites .1. Geometric analysis. *Composites Science and Technology*, 1996, 56(11): 1303-1315.
4. Kuo W S. and Pon B J. Elastic moduli and damage evolution of three-axis woven fabric composites. *Journal of Materials Science*, 1997, 32(20): 5445-5455.
5. Kollegal M G, Sridharan S. Strength prediction of plain woven fabrics. *Journal of Composite Materials*, 2000, 34(3): 240-257.
6. Quinn J., McIlhagger R., McIlhagger A T. A modified system for design and analysis of 3D woven preforms. *Composites Part a-Applied Science and Manufacturing*, 2003, 34(6): 503-509.
7. Keefe M. Solid Modeling Applied to Fibrous Assemblies .2. Woven Fabric. *Journal of the Textile Institute*, 1994, 85(3): 350-358
8. Aitharaju V R., Averill R C. Three-dimensional properties of woven-fabric composites. *Composites Science and Technology*, 1999, 59(12): 1901-1911.
9. Huang Z M., Fujihara K., Ramakrishna S., Tensile stiffness and strength of regular braid composites: Correlation of theory with experiments. *Journal of Composites Technology & Research*, 2003, 25(1): 35-49.
10. Barbero E J., Damiani T M., rovillion J T. Micromechanics of fabric reinforced composites with periodic microstructure. *International Journal of Solids and Structures*. 2005, 42(9-10): 2489-2504.
11. Gommers B., Verpoest I., Van Houtte. The Mori-Tanaka method applied to textile composite materials. *Acta Materialia*, 1998, 46(6): 2223-2235.
12. Huang Z M. The mechanical properties of composites reinforced with woven and braided fabrics. *Composites Science and Technology*, 2000, 60(4): 479-498.
13. Naik N K., Kuchibhotla R. Analytical study of strength and failure behaviour of plain weave fabric composites made of twisted yarns. *Composites Part a-Applied Science and Manufacturing*, 2002, 33(5): 697-708.
14. Olofsson B. Effect of friction and compactness on recovery of fabric deformations. *Textile Research Journal*, 1965, 35(7): 678-686.
15. Olofsson B. Effect of a curved configuration of a fiber on critical extension force for yield or break. *Textile Research Journal*, 1966. 36(11): 1025-1034.
16. Olofsson B., Oguchi N., a theory of elasto-plastic buckling. *Textile Research Journal*, 1966, 36(4): 295-305.
17. Olofsson B. Deformation properties of stretch fabrics. *Journal of the Textile Institute*, 1966, 57(9): T429-436.

18. Olofsson B. Bending stiffness of looped fabrics. *Textile Research Journal*, 1967, 37(7): 618-629.
19. Olofsson B. A study of inelastic deformations of textile fabrics. *Textile Institute and Industry*, 1967, 58(6): 154-163.
20. Olofsson B. A study of inelastic deformations of textile fabrics. *Journal of the Textile Institute*, 1967, 58(6): 221-229.
21. Stuart I M., Baird K., Olofsson b. bending stiffness of looped fabrics. *Textile Research Journal*, 1967, 37(7): 619-717.
22. Olofsson B. Mechanics of creasing and crease recovery. *Textile Research Journal*, 1968, 38(8): 773-785.
23. Olofsson B., Deboer J J., Borsten H. extension-recovery behavior of cotton fibers. *Textile Research Journal*, 1968, 38(4): 440-449.
24. Olofsson B. Geometry of a bent (creased) fabric. *Textile Research Journal*, 1969, 39(10): 980-991.
25. Shishoo R L., Olofsson B., Effects of heat-setting on geometry and shear behaviour of dacron polyester-fibre and nylon fabrics. *Textile Institute and Industry*, 1969, 7(6): 148-159.
26. Shishoo R L., Olofsson B. Effects of heat-setting on geometry and shear behaviour of dacron polyester-fibre and nylon fabrics. *Journal of the Textile Institute*, 1969, 60(6): 211-232.
27. Olofsson B. Critical study of mechanics of looped-pile carpets. *Textile Research Journal*, 1970, 40(12): 1135-1143.
28. Olofsson B. Theoretical aspects of evaluation of wrinkles in fabrics. *Textile Research Journal*, 1971, 41(5): 464-477.
29. Shishoo R., et al. Multilayer textile structures - relationship between properties of a textile composite and its components. *Textile Research Journal*, 1971, 41(8): 669-678.
30. Olofsson B. General relationship between easy-stretch and break extension for woven and knitted cotton fabrics, Including Effects of Resin Setting. *Textile Research Journal*, 1972, 42(1): 63-66.
31. Olofsson B. Some relationships between wind pressures, forces, and geometrical characteristics of air-supported tents. *Textile Research Journal*, 1974, 44(7): 495-500.
32. Hearle J W S., Newton a. nonwoven fabric studies.14. derivation of generalized mechanics by energy method. *Textile Research Journal*, 1967, 37(9): 778-789.
33. Hearle, J W S., Shanahan W J. Energy method for calculations in fabric mechanics.1. principles of method. *Journal of the Textile Institute*, 1978, 69(4): 81-91.
34. Shanahan W J., Hearle J W S. Energy method for calculations in fabric mechanics.2. examples of application of method to woven fabrics. *Journal of the Textile Institute*, 1978, 69(4): 92-100.
35. Komori T., Itoh M., Theory of the general deformation of fiber assemblies. *Textile Research Journal*, 1991, 61(10): 588-594.
36. Hearle J W S., Potluri, Thammandra V S., Modelling fabric mechanics. *Journal of the Textile Institute*, 2001, 92: 53-69.
37. Sheng S Z., Hoa S V. Three dimensional micro-mechanical modeling of woven fabric composites. *Journal of Composite Materials*, 2001, 35(19): 1701-1729.

38. Gao X L., Li K., Mall S., A mechanics-of-materials model for predicting Young's modulus of damaged woven fabric composites involving three damage modes. *International Journal of Solids and Structures*, 2003, 40(4): 981-999.

39. Sagar T V., Potluri, Hearle J W S. Mesoscale modelling of interlaced fibre assemblies using energy method. *Computational Materials Science*, 2003, 28(1): 49-62.

40. Sagar T V., Potluri. Computation of bending behavior of woven structures using optimization techniques. *Textile Research Journal*, 2004, 74(10): 879-886.

41. Bigaud D., Dreano L, Hamelin. Models of interactions between process, microstructure and mechanical properties of composite materials-a study of the interlock layer-to-layer braiding technique. *Composite Structures*, 2005, 67(1): 99-114.

42. 冯天瑾, 神经网络技术, 青岛: 青岛海洋大学出版社, 1994.

43. Ertugrul S., Ucar N. Predicting bursting strength of cotton plain knitted fabrics using intelligent techniques. *Textile Research Journal*, 2000, 70(10): 845-851.

44. Shanmugam N., et al. Prediction of micro-spun yarn lea CSP using artificial neural networks. *Indian Journal of Fibre & Textile Research*, 2001, 26(4): 372-377.

45. Behera B K., Muttagi S B. Engineering design of woven fabrics - A recent approach. *Indian Journal of Fibre & Textile Research*, 2002, 27(3): 315-322.

46. Seyhan A T., et al. Artificial neural network (ANN) prediction of compressive strength of VARTM processed polymer composites. *Computational Materials Science*, 2005, 34(1): 99-105.

47. Shanmugam N., Doke S S. Highest standard count estimation from fibre parameters using neural network techniques. *Indian Journal of Fibre & Textile Research*, 2005, 30(3): 302-308.

48. 汪黎明, 李立, 平纹机织物拉伸断裂强度的理论分析, 青岛大学学报, 1996, 6, 14, 42-45.

49. 张瑞林, 人工神经网络在纺织中的应用, 浙江工程学院学报, 2002, 18(4): 201-207.

50. 谈洪珞, 用神经网络来预测缕纱强度, 山东纺织科技, 2004, 45(2): 51-53.

51. Weibull W A., Statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, 1951, 7(3): 293-297.

52. 高惠璇, 统计计算, 北京: 北京大学出版社, 1995.

53. Coleman B D. On the strength of classical fibers and fiber bundles. *Journal of Mechanics and Physics on Solids*, 1958, 7: 60-72.

54. Hedgepeth J M., Van Dyke. Local stress concentrations in imperfect filamentary composite materials. *Journal of Composite Materials*, 1967, (1): 294-309.

55. Gucer D E., Gurland J. Comparison of statistics of two fracture models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1962, 10(3): 365-373.

56. 杨大成. 芳纶纤维强力分布的研究. 玻璃钢, 1989, 8(1): 13-20.

57. 吴琪琳, 潘鼎. 碳纤维的 WEIBULL 分析理论. 高技术纤维与应用, 1999, 24(12): 41-44.

58. 吴琪琳, 不同拉伸条件下基于 weibull 模型的粘胶基碳纤维强度分布研究. 合成纤维工业, 2002, 4(2): 25-28.

59. 吴琪琳, 潘鼎. 国产粘胶基碳纤维强力的两种统计分布. 材料导报, 2000, 14(1): 55-56.

60. 唐维杰, 顾明元. 碳纤维强力的计算机研究. 宇航学报, 1996, 17(3): 40-45.

61. Kulkarni A G, Satyanarayana K G, Rohatgi P K. Weibull analysis of strength of coir fibers . *Fiber Science and Technology*, 1983, 19(1): 59-76.
62. 王善元. 聚酯复丝中纤维的强伸度及其分布. *西安工程科技学院学报*, 2002 16(3): 193-196, 209.
63. 陈锡能, 陈运能. 化纤复丝强度与纤维根数的关系. *河南纺织高等专科学校学报*, 2003, 15(4): 16-18.
64. Daniels H E. The statistical theory of the strength of bundles of threads. *Proc. Roy. Soc. Lond.*, 1945, A183: 405-435.
65. Peirce F T., Tensile tests for cotton yarns, v.—“the weakest link” Theorems on the strengths of long and composite specimens. *Journal of Textile Institute*, 1926, 17: T355-T368.
66. Kelly A., Macmillan N H. *Strong Solids*. Oxford, Oxford University Press, 1986.
67. Chou T W., *Microstructural design of fiber composites*. Cambridge: Cambridge University Press, 1992.
68. Van Der Z., wang, S J. *Textile Evaluation*, 1989, 17: 292-312.
69. 郭会青. 纱线试样长度对纱线强度的影响. *检验检疫科学*, 2001, 11(2): 39-43.
70. Gucer D E., Gurland, J. Comparison of statistics of two fracture models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1962, 10(3): 365-373.
71. Rosen B W., Tensile failure of fibrous composites. *AIAA Journal*, 1964, 2: 1985-1991.
72. Shahpurwala A A., Schwartz P. Modeling woven fabric tensile strength using statistical bundle theory. *Textile Research Journal*, 1989, 5: 926-932.
73. Pan N., Yoon M Y. Behavior of yarn pullout from woven fabrics: Theoretical and experimental. *Textile Research Journal*, 1993, 63: 629-634.
74. Pan Ning, Analysis of woven fabric strength prediction of fabric strength under uniaxial and biaxial extensions. *Composite Science and Technology*, 1996, 5: 6311-327.
75. Boyce M C., Palmer (Reallff) M L., Seo M., Schwartz, Backer S. A model of the tensile failure process in woven fabrics. *Journal of Applied Polymer Science: Applied Polymer Symposium*, 1991, 47: 383-402.
76. Hutchinson J W., Models of debonding and pullout in brittle composites with friction. *Mechanics of Materials*, 1990, 9: 139-163.
77. Phoenix S L., Taylor, H M. The asymptotic strength distribution of a general fiber bundle. *Advanced Application of Probability*, 1973, 5: 200-205.
78. Phoenix S L. Probabilistic strength analysis of fiber bundle structures. *Fiber Science and Technology*, 1974, 7: 15-21.
79. Phoenix S L., Schwartz P., Robinson H H. Statistics for the strength and lifetime in creep-rupture of model carbon/epoxy composites. *Composite Science and Technology*, 1988, 32: 81-90.
80. Hutchinson J W. Models of debonding and pullout in brittle composites with friction. *Mechanics of Materials*, 1990, 9: 139-163.
81. 范赋群, 曾庆敦. 单向纤维增强复合材料的随机扩大临界核理论. *中国科学(A辑)*, 1994, 24(2): 209-217.
82. 曾庆敦. 界面损伤对单向复合材料应力集中的影响. *华南理工大学学报*, 1997, 25(7): 19-25.
83. 曾庆敦. 计及界面作用的单向复合材料统计强度. *华南理工大学学报*, 1997, 25(8): 25-30.

84. Harlow D G, Phoenix S L. Probability distribution for the strength of composite material I: Two-level bounds. *International Journal of fracture*, 1981, 17(4): 347-372.
85. Harlow D G, Phoenix S L. Probability distribution for the strength of composite material II: A convergent sequence of tight bounds. *International Journal of Fracture*, 1981, 17(6): 601-630.
86. Linkamp M., Schwarts A. Monte Carlo simulation of the failure of a seven fiber micro-composite. *Composite Science and Technology*, 1993, 46: 139-146.
87. Wada, Tsushi, Fukuda, Hiroshi. Approximate upper and lower bounds for the strength of unidirectional composites. *Composite Science and Technology*, 1999, 59: 89-95.
88. Hedgepeth J M. Stress concentration in filamentary structures. 1961, NASA Technical note, D882
89. Zewben C. Tensile failure of fiber composites. *AIAA Journal*, 1968, 6: 2325-2331.
90. Hedgepeth J M., Van Dyke. Local stress concentrations in imperfect filamentary Composite materials. *Journal of Composite Materials*, 1967, 1: 294-309.
91. Metropolis N., Ulam S. The Monte Carlo Method. *Journal of the American Statistical Association*, 1949, 44(247): 335-341.
92. 姚穆. 纺织材料学, 北京: 中国纺织出版社, 1988.
93. 于修业. 纺纱学, 北京: 中国纺织出版社, 1995.
94. Kasai Y, Saito M. Weibull analysis of strength of various reinforcing filaments. *Fiber Science and Technology*, 1979, 12(1): 21-29.

# 附录 1 纤维强度概率分布模拟

纤维是组成织物的基本单元，纤维的强度将影响纱线强度，而纱线的强度分布又是织物强度的基础。由于纤维强度的分散性，就会导致纤维在纱线中断裂的不一致性。也就导致了不同的纤维强度分布会有不同的纱线强度结果，进而导致不同的织物强度及分布。为了更好地理解纺织材料的强度分散性，以及基于此而进行的纱线和织物的强度预测，以下将对纤维强度的概率分布进行模拟分析，以得到确切的纤维强度分布类型和参数估计。

## F1.1 模拟原理

目前为止对纤维强力离散程度可用以下几种分布来描述：正态分布、Gauss 分布、指数分布、Weibull 分布等。这几种分布均有较好的合理性和实用性，且参数估计较简单，考虑置信度也很方便。但相对而言，Weibull 分布是以弱环定理为基础的，所以是一种较为完善的分布。杨大成<sup>[56]</sup>对芳纶纤维的强力分布进行了细致的研究，认为芳纶纤维的强力符合 Weibull 分布，只是其相关系数较玻璃纤维及碳纤维低。吴琪琳等<sup>[57-59]</sup>在对国产粘胶基碳纤维强力分析时认为，碳纤维的强力可以用 Weibull 分布及 Gauss 分布两种形式来描述。用 Weibull 分布来描述有两个优点：一是在 Weibull 分布验证过程的计算中，所有数据都参与了运算，所以更加合理；二是 Weibull 分布的形状参数可以较好的表示材料的性质。唐伟杰等<sup>[60]</sup>还针对碳纤维的强力分布作了详细研究，认为用三参数 Weibull 分布来描述碳纤维强力比较理想的，且借助于计算机软件可以对三参数进行估计，方法简单实用。另外，早在 20 世纪 80 年代初，Kulkarni 等<sup>[61]</sup>就指出，天然纤维的强力分布很难用二参数 Weibull 分布来描述，但具体用什么样的分布描述较为完善还不得而知。因此，找到符合天然纤维强力分布的描述函数，

对于纱线乃至织物的性能预测起着十分重要的作用。本章就羊毛、绢丝、棉、亚麻、腈纶、涤纶、芳纶、玻璃纤维、碳纤维的强力分布用实验测定后，进行几种分布的拟合，力求找到最适合天然纤维强力分布的描述函数，以便准确地进行纱线和织物的性能预测。

本章同样仅对强力值进行分析。

## F1.2 Weibull 分布的拟合原理

若纤维的三参数 Weibull 分布的形式如下：

$$P(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x - \gamma_f}{\eta_f}\right)^{\beta_f}\right] \quad (F.1)$$

其中， $\eta_f$  为尺度参数， $\beta_f$  为形状参数， $\gamma_f$  为位置参数；

则，当  $\gamma_f=0$  时，上式蜕变为二参数 Weibull 分布：

$$P(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\eta_f}\right)^{\beta_f}\right] \quad (F.2)$$

对于三参数 Weibull 分布，如将测试所得强力值  $x_i (i=1, 2, \dots, n)$  从小到大按顺序排列成：

$$(x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots)$$

式(F.1)经如下 Weibull 分布进行如下变换：

$$P(x) = \frac{i}{n+1}, \quad i=1, 2, 3, 4, \dots, n.$$

$$1 - P(x) = \frac{1}{e^{\left(\frac{x - \gamma_f}{\eta_f}\right)^{\beta_f}}},$$

两边取倒数和对数后得到：

$$\ln e^{\left(\frac{x - \gamma_f}{\eta_f}\right)^{\beta_f}} = \ln \frac{1}{1 - P(x)},$$

化简得到：

$$\beta_f \ln(x - \gamma_f) - \beta_f \ln \eta_f = \ln \ln \frac{1}{1 - P(x)}$$

$$\text{令} \quad ① Y_i = \ln \ln \frac{1}{1 - P(x)} \quad ② X_i = \ln \ln(x - \gamma_f) \quad ③ D = -\beta_f \ln \eta_f$$

因此由上式得到：

$$Y_i = \beta X_i + D \quad (F.3)$$

对于二参数 Weibull 分布,  $\gamma_f = 0$ , 对照以上变换后回归直线仍为式(F.3)的形式, 此即为 Weibull 概率图。

对于二参数 Weibull 分布, 如果在概率图上  $X_i$  和  $Y_i$  的关系可回归为一直线, 且相关系数  $R$  接近 1, 则证明符合二参数 Weibull 分布。反之, 则认为不符合二参数 Weibull 分布。

对于三参数 Weibull 分布, 若  $\gamma_f$  在某一区间任意取值时,  $X_i$  和  $Y_i$  的关系可回归为一直线, 且  $R$  值接近 1, 则可认为本组数据在本区间内符合三参数 Weibull 分布模型, 其中使  $R$  值最大的  $\gamma_f$  值即为所要确定的  $\gamma_f$  值。回归直线上的斜率和纵截距即可确定  $\beta_f$  值和  $\eta_f$  值。研究证明<sup>[94]</sup>,  $\gamma_f$  值一般小于纤维强力的最小值。因此, 本实验数据处理从最小值周围取值, 寻找最大相关系数点, 从而确定  $\gamma_f$  值。

### F1.3 纤维强力的测试及分布拟合

本节针对一些纺织上的常用的典型纤维及几种典型纱线进行测试与统计分析, 确定并证明其强度概率分布描述函数。

#### 1. 试验方案

实验中采用了羊毛、绢丝、棉、亚麻、腈纶、涤纶、芳纶、玻璃纤维、碳纤维等 10 种纤维进行测试, 每种试样作 500 次试验; 实验仪器采用 Textechno Fafegraph M 型电子式单纤维强力仪; 测试夹头隔距分别为 10mm, 初张力夹头重量为 100cN, 拉伸速度为 1mm/min。

试验均在标准大气条件下平衡至少 24h 后进行。试验在标准大气条件下进行。

#### 2. 二参数 Weibull 分布的拟合

表 F1.1 为 10 种纤维的测试数据及变换后回归直线拟合的相关系

数  $R$  值。从表中可以看出, 棉、腈纶、涤纶、芳纶、玻璃纤维、碳纤维的  $R$  值均非常接近 1。因此, 可以断定这 6 种纤维的强力可以用二参数 Weibull 分布来描述。而表 F1.1 中羊毛、绢丝、亚麻的  $R$  值与 1 的接近程度较差, 因此不能用二参数 Weibull 分布来描述。

表 F1.1 实测数据

	羊毛	绢丝	棉	亚麻	腈纶	涤纶	玻纤	芳纶
线密度(tex)	0.37	0.99	1.72	0.12	0.32	0.29	0.16	0.17
平均强力 (cN)	9.72	4.65	11.90	2.37	10.50	9.37	13.20	33.14
强力离散 (cN)	3.73	1.40	4.89	0.46	0.98	1.07	4.22	5.03
$R(\gamma_f=0)$	0.9671	0.9894	0.9902	0.9774	0.9929	0.9937	0.9930	0.9907

图 F1.1-图 F1.3 分别为棉、腈纶、涤纶、芳纶、玻璃纤维、碳纤维的二参数 Weibull 概率图。可见, 其概率图与直线拟合较好。

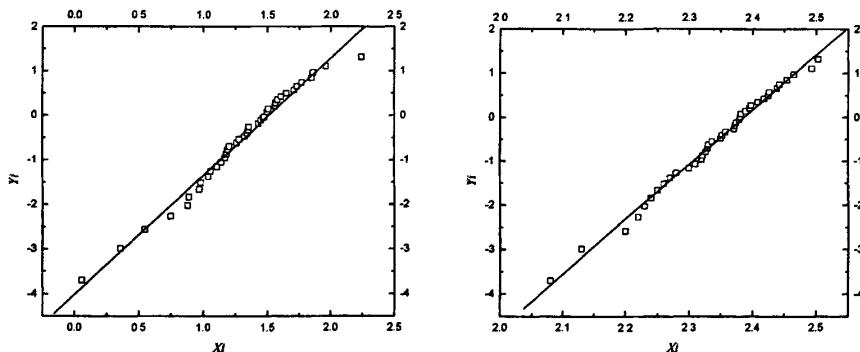


图 F1.1 棉、腈纶纤维强力的二参数 Weibull 分布概率图

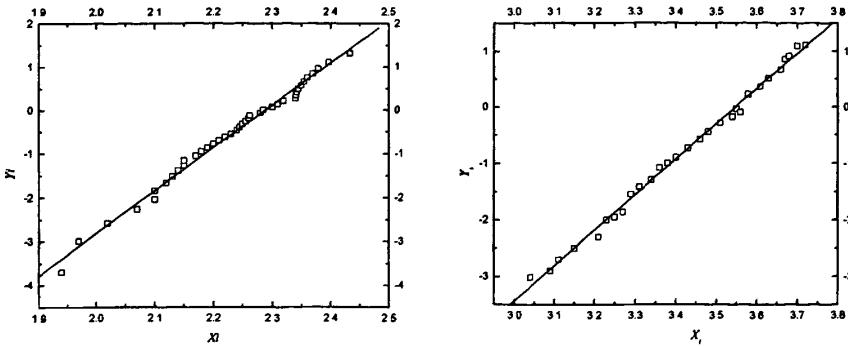


图 F1.2 涤纶、芳纶纤维强力的二参数 Weibull 分布概率图

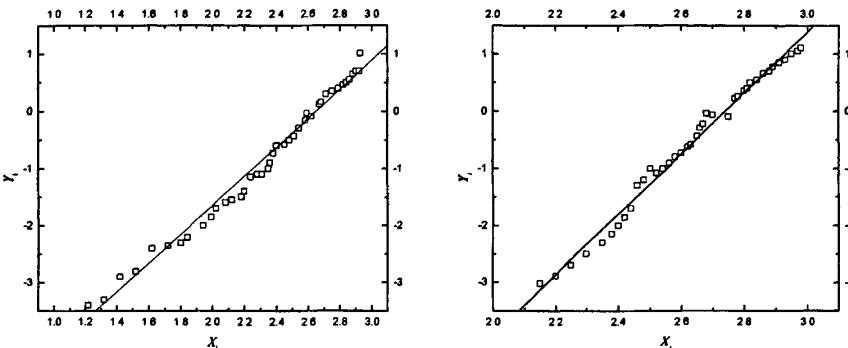


图 F1.3 玻璃、碳纤维强力的二参数 Weibull 分布概率图

棉、腈纶、涤纶、芳纶、玻璃纤维、碳纤维的 Weibull 分布的参数估计列于表 F1.2 中。

表 F1.2 二参数 Weibull 分布的参数估计

	腈纶纤维	涤纶纤维	玻璃纤维	芳纶纤维	碳纤维	棉纤维
$\eta_f$	10.83	9.84	14.53	35.23	15.99	4.11
$\beta_f$	11.85	10.20	3.34	7.65	5.18	2.50
R	0.9929	0.9937	0.9930	0.9907	0.9925	0.9902

### 3. 三参数 Weibull 分布的拟合

取  $\gamma_f$  在  $(-x_f, x_f)$  中的不同值并计算其相关系数  $R$ ，见表 F1.3、表 F1.4 和表 F1.5。可见，表 F1.3 和表 F1.4 中的  $R$  值在某一区域内均接近 1，而且在此区域中能够找到最大值，证明符合三参数 Weibull

分布；而表 F1.5 中的  $R$  值则较小，最大值仅为 0.9866，用三参数 Weibull 分布来描述显得勉强。

由表 F1.3、表 F1.4 和表 F1.5 中的数据可得使  $R$  值最大时的羊毛、绢丝、亚麻的  $\gamma_f$  值、 $\eta_f$  值和  $\beta_f$  值，记于表 F1.6。

表 F1.3 羊毛的  $\gamma_f$  值与  $R$  值

$\gamma_f$	-17.4	-5.0	-3.0	2.0	3.0	3.3	3.5	3.6	3.7	3.9	4.0
$R$	0.93	0.950	0.976	0.980	0.990	0.992	0.993	0.993	0.992	0.978	0.864

表 F1.4 绢丝的  $\gamma_f$  值与  $R$  值

$\gamma_f$	0.01	0.09	0.19	0.29	0.39	0.49	0.59	0.79	0.99	1.09	1.19
$R$	0.989	0.990	0.991	0.992	0.993	0.993	0.994	0.996	0.996	0.996	0.996

表 F1.5 亚麻的  $\gamma_f$  值与  $R$  值

$\gamma_f$	0.58	0.60	0.63	0.65	0.68	0.74	0.76	0.77	0.78
$R$	0.9864	0.9865	0.9866	0.9866	0.9866	0.9865	0.9864	0.9863	0.9862

表 F1.6 羊毛、绢丝、亚麻的  $\gamma_f$  值、 $\eta_f$  值、 $\beta_f$  值以及  $R$  值

	$\gamma_f$	$\eta_f$	$\beta_f$	$R$	最小强力(cN)
羊毛	3.5	7.0118	3.0211	0.9931	4.00
绢丝	0.99	3.7200	2.5864	0.9963	1.59
亚麻	0.63	1.8100	4.2947	0.9866	1.18

## F1.4 试样长度对纤维强力的影响

为了确定试样长度对纤维强力测试结果的影响，对羊毛、棉、腈纶纤维分别采用五种夹距进行测试。测试结果列于表 F1.7 中。

表 F1.7 不同试样长度测试得到的纤维强力

	10	15	20	25	30
羊毛	9.72	9.20	8.89	8.78	8.70
棉	11.90	11.36	11.05	10.32	9.90
腈纶	10.45	10.22	9.62	8.83	8.51

图 F1.4 所示为试样长度对纤维强力测试结果的影响，与纱线类似，纤维强力也受试样长度影响很大，试样长度越长，纤维强力越高。

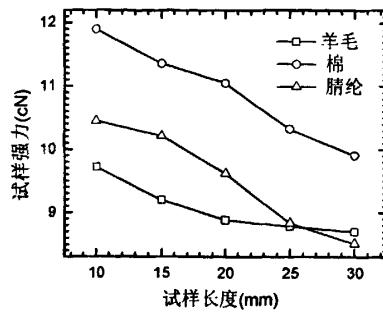


图 F1.4 试样长度对纤维强度测试结果的影响

## 附录 2 拉伸前后织物结构的变化

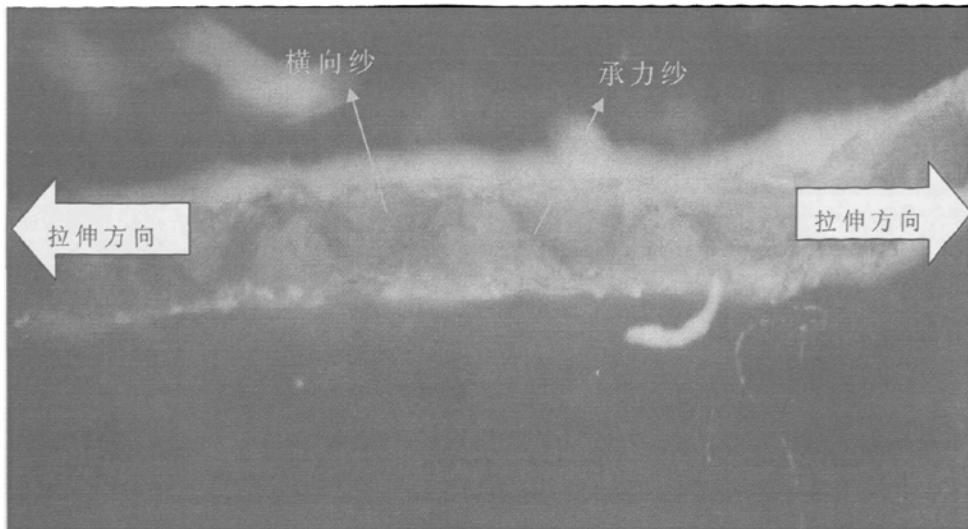


图 F3.1 织物拉伸前截面示意图

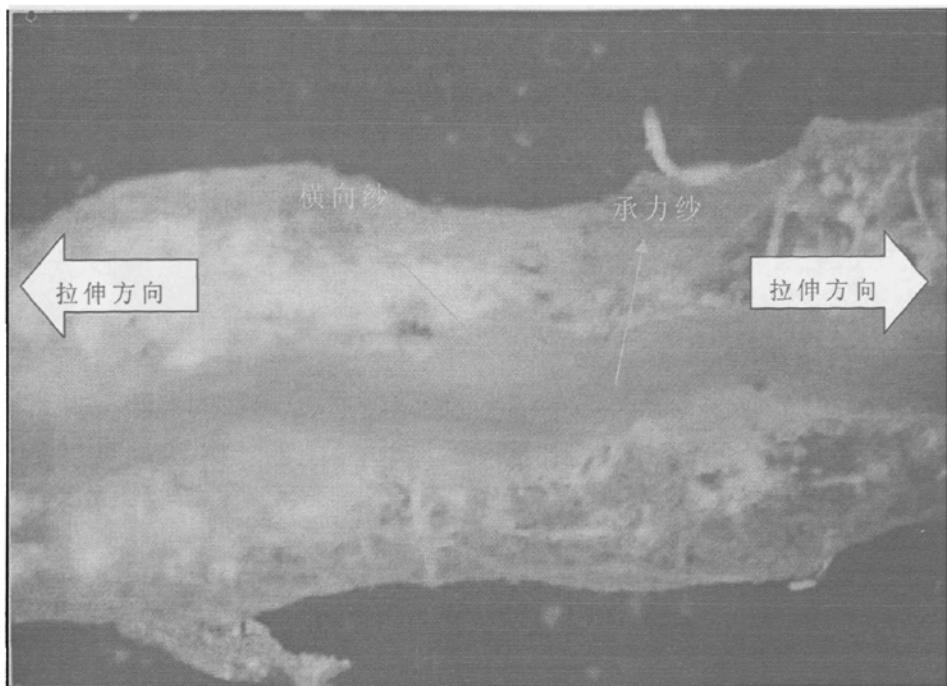


图 F3.2 织物拉伸后拉伸方向截面示意图

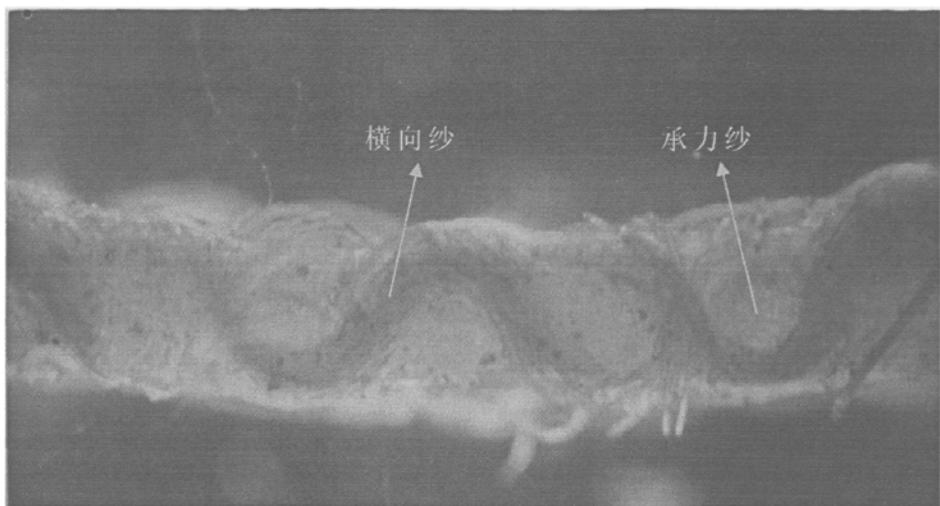


图 F3.3 织物拉伸后承力纱截面示意图

## 攻读博士学位期间发表论文情况

1. 陈国华,隋淑英,王金泉,丁辛,纺织复合材料强度的概率分布研究,青岛大学学报(工程技术版),2002,17(3),42-48.
2. CHEN Guohua, DING xin, Monte Carlo simulation of the fracture of plain fabric under biaxial extension, The Textile Institute 83<sup>rd</sup> World conference, ShanghaiMart,shanghai,china,2004.(ISTP 收录).
3. 陈国华,丁辛,短纤维强力概率分布分析,东华大学学报,2004,30(4),46-49.
4. Chen, G H, Ding, X, Strength distribution analysis of typical staple fibers, Donghua University, English Edition, 2005,22(4),9-12.
5. 陈国华,曲丽君,孙永军,王彩霞,丁辛,几种纤维强度的概率分布分析,青岛大学学报,2003,18(2),42-45.
6. 姜洪雷, 陈国华, 模拟法求织物拉伸断裂强力, 广西纺织科技, 2005,34(1),27-31.
7. G. H. Chen, X. Ding, Breaking progress simulation and strength prediction of woven fabric under uni-axial tensile loading, 已投稿.
8. Shuying. SUI, Ping. ZHU, Guohua. CHEN, Ruqin. LI, Low Temperature Dyeing of Cashmere Fibers and Product, Journal of Donghua University, English Edition, 2005,22(1),8-10.
9. 曲丽君,陈国华,徐维敬,王彩霞,孙永军,改善亚麻织物服用性能的碱改性处理, 青岛大学学报, 2002,43(5),43-45.
10. 陈国华,曲丽君,隋淑英,王金泉,紧密纺纱成纱机理分析, 山东纺织科技,2002,10,43-45.
11. 刘彦,隋淑英,陈国华,王彩霞,孙永军,对甲壳素及其纤维性质的深入研究, 山东纺织科技,2005,1,4-6.
12. 李晓艳,陈国华, 新型紧密纺纱技术——磁铁式紧密纺, 山东纺织科技, 2005,34(4),55-56.

## 致谢

本论文是在丁辛教授的精心指导下完成的。丁老师严格的治学态度、严谨的学风、严密的思维逻辑，给了我深刻的印象；丁老师渊博的学识、开阔的视野、丰富的语言功底给我今后的工作和学习树立了榜样。在课题的进行及论文撰写过程中，丁老师在紧张繁忙的工作中，尽心尽力，不辞辛劳地给予了我最大的关心和帮助，才使得我的论文得以顺利完成。在此，衷心感谢丁老师的辛勤培养！

论文的程序编写部分得到了姜洪雷、常岭同学的帮助，在此向他们表示感谢！

论文的实验部分得到了青岛大学孙永军、王彩霞等老师的 support 和帮助，在此向他们表示感谢！

在论文的撰写过程中得到了我的同学金宏彬、杨旭东、翁鸣等同学的帮助，在此一并表示感谢！

最后，还要感谢我爱人和家人，在我求学过程中的一如既往的支持和鼓励！