

正交频分复用系统中降低峰均功率比的研究

摘要

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)是一种非常有效的抗信道色散的高速并行多载波传输方案。由于它具有极高的频谱利用率和优良的抗多径干扰能力,因此被广泛地应用于 HDSL, ADSL, DAB, HDTV 及 WLAN 中。但是 OFDM 技术却存在一个不可避免的缺点,即存在较高的峰均功率比(Peak-to-Average Power Ratio, PAPR)。这个缺点会导致发送端对高功率放大器(High Power Amplifier, HPA)的线性度要求很高且发送效率极低,接收端对前端放大器的线性度要求也很高而且还会增加模数(Analog-Digital, A/D)及数模(Digital – Analog, D/A)转换器的复杂度。因此高的 PAPR 限制了 OFDM 在实际通信环境中的应用和推广,本文就该问题进行了研究,主要工作概括如下:

1. 阐述了正交频分复用 OFDM 系统的基本原理,及其中的 PAPR 问题。研究比较了传统的降低 PAPR 算法如,限幅法、SLM 算法、PTS 算法与 TR 算法的性能与优缺点,并结合今后通信领域的发展方向选择了适合子载波数较大情况的 TR 算法作为主要的改进目标。
2. 利用 MATLAB 试验仿真,详细分析研究了 OFDM 系统的子载波数、调制方式,TR 算法中的期望 PAPR 值、迭代步长等参数对 TR 算法性能的影响,为下一步的改进打下基础。
3. 在 TR 算法的基础上,为了进一步提高算法在不同子载波数情况下的性能,本文引进了混沌变量迭代法,提出了基于混沌变量的改进型 TR

算法,包括小子载波情况下的 PRT 改进和大子载波情况下的 SCR 算法中迭代算法的改进。通过理论分析以及 MATLAB 仿真结果表明,改进算法用于降低 OFDM 系统中信号的 PAPR 时,其累积互补分布函数 CCDF 的性能曲线均优于原算法的 CCDF 性能曲线。

关键字: 正交频分复用, 峰值平均功率比, 音频保留法, 混沌变量, 混合算法

The Research on Peak to Average Power Ratio in Orthogonal Frequency Division Multiplexing Systems

ABSTRACT

Orthogonal Frequency Division Multiplexing is a kind of parallel transmission method that owning the high resiliency to channel dispersion. The advantage of its high spectral efficiency and resiliency to inter-symbol interference make OFDM is widely adopted in HDSL, ADSL, DAB, HDTV and WLAN. But the unavoidable disadvantage of OFDM—larger peak-to-average-power ratio(PAPR), which can lead to high requirement for High Power Amplifier at transmitter and receiver, low efficiency of transmission, and also high complexity of Analog-Digital Converter(A/D) and Digital-Analog Converter(D/A). The disadvantage of PAPR limits the application and popularity of OFDM in real communication environment. In this paper, the research mainly focuses on the reduction method of PAPR. The major works of this paper are summarized as follow:

1. The basic principle of OFDM system and the problem of PAPR is represented. Some kinds of method for PAPR reduction are discussed in this paper, such as clipping, Selected Mapping, Partial Transmit Sequences and Tone Reservation. To combine with the developmental direction of communication,

the paper focuses on the method Tone Reservation which is suitable for the large carrier number system.

2. The performance, merits and drawbacks of Tone Reservation method has been studied under the different simulation condition via MATLAB, which build the foundation for the next step of improvement.

3. In order to increase performance of the Tone Reservation method, chaotic variable is introduced in the paper, including PRT improvement under small carrier number system and improvement of SCR algorithm under large carrier number system. The theoretical analysis as well as the MATLAB simulation result indicated that the CCDF curve of improved algorithm surpasses the CCDF curve of the original algorithm in reduction for the PAPR of OFDM system signal.

KEY WORDS : Orthogonal Frequency Division Multiplexing(OFDM) , Peak-to-Average Power Ratio(PAPR), Tone Reservation (TR), chaotic variable, compounded algorithm

声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在指导教师的指导下，独立进行研究所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含其他个人或集体已经发表或撰写过的科研成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律责任由本人承担。

论文作者签名： 马彦 日期： _____

关于学位论文使用权的说明

本人完全了解太原理工大学有关保管、使用学位论文的规定，其中包括：①学校有权保管、并向有关部门送交学位论文的原件与复印件；②学校可以采用影印、缩印或其它复制手段复制并保存学位论文；③学校可允许学位论文被查阅或借阅；④学校可以学术交流为目的，复制赠送和交换学位论文；⑤学校可以公布学位论文的全部或部分内容（保密学位论文在解密后遵守此规定）。

签 名： 马彦 日期： _____

导师签名： 2018.7.1 日期： _____

第一章 绪论

1.1 第四代移动通信及关键技术

1.1.1 第四代移动通信系统概述

在过去的十年里，移动通信得到了飞速的发展，第三代移动通信（3G）的出现更使移动通信前进了一大步。迄今为止，第三代移动通信系统的标准和规范已经完成，并在国内外部分地区开始进入商业化阶段。但是，这些系统仍然有许多需要改进的地方，如第三代移动通信缺乏全球统一标准；3G 所采用的语音交换架构仍不能很好地用纯 IP 方式取代；流媒体的应用效果不佳；数据传输速率不高等等。因此，在第三代通信距离完全实用化还有一段时间的时候，已经有不少国家和地区开始了对下一代移动通信（B3G）的研究。在 ITU（International Telecommunication Union，国际电信联盟），有关 Beyond ITM-2000（International Mobile Telephone-2000，2000 年全球移动电话）的概念与需求研究于 1999 年被首次列入议事日程，2001 年 10 月在东京举行的 ITU-R WP8F 会议上，初步明确了 Beyond ITM-2000 研究的基本框架。Beyond ITM-2000 是指，广泛用于各种电信环境的无线系统的总和，包括蜂窝、固定无线接入、游牧接入系统等。Beyond ITM-2000 的能力将涵盖并超出 ITM-2000 系统及与其互联的无线系统的能力，涵盖了目前 ITM-2000、无线接入、数字广播等系统的能力，并将新增两个部分，即支持约 100Mbit/s 的蜂窝系统和支持高达 1Gbit/s 速率的游牧/本地无线接入系统等。

到目前为止，第四代移动通信系统技术还只是一个主题概念，即无线互联网技术。ITU 对 Beyond ITM-2000 制定的标准是“在任何时间、任何地点最佳接入系统”，该目标要求 Beyond ITM-2000 是一个无缝的网络，即各种接入系统都能通过媒体接入系统接入同一个基于 IP 或分组的核心网。根据不同的应用、小区范围、无线环境、不同的接入系统，按照分层结构进行组织，各种接入技术的关系是一个在同一平台上互补的关系。

1.1.2 第四代移动通信关键技术

Beyond ITM-2000 的无线技术与 ITM-2000 相比，有很大的不同，主要有两方面的

问题^[1]:

一、由于 Beyond ITM-2000 系统的峰值传输速率为 ITM-2000 系统的 10~50 倍，达到 20Mbit/s~100Mbit/s，如果简单地使 ITM-2000 的 CDMA (Code Division Multiple Access, 码分多址) 技术，则其发射功率同样需要增加 10~50 倍，从而使电磁干扰问题达到无法忍受的地步。

二、由于带宽的增加，造成多径信号的增加，如果仍使用 TM-2000 系统所采用的时域均衡的信号处理办法，将造成算法的复杂度大大提高，提高了系统的成本，降低了系统的稳定性。

上述两个问题是解决 Beyond ITM-2000 无线技术的关键。对于第一个问题，一个重要的解决方案是，根据信息论原来，引入多天线环境及其相关的新型空时信号处理方法，从而达到大幅度降低发射功率，提高频谱利用率的目的。理论研究结果表明，当接收机的天线数目多于发射机的天线数目时，也将使一些较为复杂的技术，如联合发送、联合检测、Turbo 接收等，在实现上成为可能。

对于第二个问题，目前研究的频域均衡技术可以较好地解决。采用频域均衡技术的调制解调系统，实现简单、系统稳定，在多径处理上比时域均衡技术优越。目前，使用采用频域均衡技术的正交频分复用 (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) 技术成为 Beyond ITM-2000 系统的首选无线技术。

1.2 OFDM 的发展历史

OFDM 技术最早起源于 20 世纪 50 年代中期，其雏形是频分复用技术 (Frequency Division Multiplexing, FDM)，当时许多低速率信号，如电报，就是用不同的载波频率在同一个宽带信道中进行并行传输，但是，为了在接收端能够较容易地实现用简单的滤波器来分离这些信号，这样各子载波频率就要相距足够的远，并采用保护频带来使各子载波的信号频谱互不影响，因而其频谱的利用率是非常低。各子载波除了传输来自不同信号源的信号外，也可传输来自同一个信号源的信号，这样就是用许多低速率的子载波来实现一个高速率的数据传输。受当时硬件技术的限制，各子载波都需要有自己的模拟前端，再加上 OFDM 系统的传输方式是非常复杂的，从而限制了其进一步推广。但是，这种信号码元周期很长并可远大于信道的最大附加延时 (Maximum Excess Delay，

MED), 已经引起了人们的足够重视并被用来有效地减小符号间干扰 (Inter-Symbol Interference, ISI)。在均衡器被应用之前, 就是用这种技术在时间色散信道 (Time Depressive Channel, TDC) 中实现高速率的数据传输。

1968 年, R.W.Chang 博士发表了一篇论文^[2], 首次阐明了我们现在称之为 OFDM 的概念和技术。R.W. Chang 对其基本原理进行了较为详细的描述, 主要实现了在没有信道间干扰 (Inter-Carrier Interference, ICI) 和符间干扰的一个线性带宽受限的信道上同时传输多个消息。由 Chang 博士提出的多信道 OFDM 系统不同于传统的多载波调制技术的方面在于子载波的频谱可以进行叠加, 其条件是它们都必须是相互正交的。OFDM 系统的这种特征要求放弃在老式的多载波调制系统中使用的分离单个副载波频谱的陡峭的带通滤波器。之后, Shnidman 分析了在此通信系统中如何使得经过滤波和频带受限的各子载波维持正交^[3], Saltzberg 则对 OFDM 进行了性能分析, 并认为在 OFDM 系统中主要的限制是信道间干扰^[4]。

1971 年, S.B.Weinsten 和 P.M.Ebert 提出了应用离散傅立叶变换 (Discrete Fourier Transform, DFT) 和离散傅立叶逆变换 (Inverse Discrete Fourier Transform, IDFT) 来实现多载波系统基带的调制和解调^[5]。这样就可用一个模拟前端来代替 N 个子载波各自所需的模拟前端, 大大降低了系统的复杂度。现在 OFDM 系统主要是利用快速傅立叶变换 (Fast Fourier Transform, FFT) 和快速傅立叶逆变换 (Inverse Fast Fourier Transforms, IFFT) 来对信息数据进行调制和解调。1980 年, Peled 和 Ruiz 引入了循环前缀 (Cyclic Prefix, CP) 的概念^[6], 来提高 OFDM 系统抗 ICI 和 ISI 这两种干扰的能力, 使用 OFDM 码的周期扩展, 而不是使用空的保护空间, 只要循环周期前缀长于该信道的冲击响应, 就能有效地模拟实现周期卷积的信道。引入循环前缀的代价是要丧失部分信号的能量, 但是系统所获得的增益均远远大于各种信号能量的损失。

早在 20 世纪 60 年代, OFDM 技术就已经被应用到多种高军事系统中, 其中包括 KINEPLEX、ANDEFIT 以及 KNTHRYN 等。以 KNTHRYN 为例, 其中的可变速率的数据调制解调器可以最多使用 34 条并行低速调相子信道, 每个子信道之间的间隔为 82Hz。自从 20 世纪 80 年代以来, OFDM 已经在数字音频广播 (DAB)、数字视频广播 (DVB)、高速数字用户环路 (HDSL)、高清晰度数字电视 (HDTV)、基于 IEEE802.11 标准的无线本地局域网 (WLAN) 以及有线电话网上基于现有铜双绞线的非对称高比特率数字用户线技术 (例如 ADSL) 中得到应用。其中大都利用了 OFDM 可以有效的消

除信号多径传播所造成的符号间干扰的这一特征。DAB 是在 AM 和 FM 等模拟广播基础上发展起来的，其中可以提供与 CD 相媲美的音质以及其他的数据业务。1995 年由欧洲电信标准协会 (ETSI) 制定了 DAB 标准这是第一个使用 OFDM 的标准。接着在 1997 年，基于 OFDM 的 DVB 标准也开始投入使用。在 ADSL 应用中 OFDM 被当作离散多音调制 (DMT Modulation)，成功的用于有线环境中，可以在 1MHZ 带宽内提供高达 8Mbit/s 的数据传输速率。1998 年，AT&T Labs-Research 提出了一个称为高度蜂窝网络服务 (Advanced Cellular Internet Service, ACIS) 的概念，目的在于提供更高的数据速率和更加人性化的服务以满足日益所需的高质量、高移动性、高速率、大容量和低费用的通信服务瓶颈^[7]。ACIS 的主要思想是基于 OFDM，将动态分组分配 (Dynamic Packet Assignment, DPA)、分集 (Diversity) 和信道编码 (Channel Coding, CC) 结合起来达到高速率数据传输的目的。ACIS 的性能评估表明，它比第三代移动通信系统的传输速率 (2~5Mbps) 还要高，可以减少有线无线通信系统间的传输速率和应用的差距。1998 年 7 月经过多次修改之后，IEEE802.11 标准组决定选择 OFDM 为 WLAN 的物理层接入方案，目标提供 6Mbit/s~54Mbit/s 数据速率，这是 OFDM 第一次用到分组业务通信中，而且此后，ETSI、BRAN 以及 MMAC 也纷纷采用 OFDM 作为其物理层的标准。1999 年 12 月，包括 Ericsson, Nokia 和 Wi-LAN 在内的 7 家公司发起了国际 OFDM 论坛，致力于策划一个基于 OFDM 技术的全球性单一标准。现在 OFDM 论坛的成员已增加到 46 个会员，其中 15 个为主要会员。我国的信息产业部也已参加了 OFDM 论坛，可见 OFDM 在无线通信的应用已引起国内通信界的重视。2000 年 11 月，OFDM 论坛的固定无线接入工作组向 IEEE802.16.3 的无线城域网委员会提交了一份建议书，提议采用 OFDM 技术作为 IEEE802.16.3 城域网的物理层(PHY)标准。随着 IEEE802.11 a 和 BRANHyperlan/2 该两个标准在局域网的普及应用，OFDM 技术将会进一步在无线数据本地环路的广域网领域做出重大贡献。

此外，OFDM 技术还易于与空时编码、分集、干扰（包括 ISI 和 ICI）抑制以及智能天线、CDMA、小波变换、载波干涉测量等技术相结合，最大程度的提高物理层信息传输的可靠性，如果再结合自适应调制、自适应编码以及动态子载波分配、动态比特分配算法等技术，可以使性能进一步得到优化。

1.3 OFDM 技术的优缺点

众所周知，无线通信系统中由于多径传播，当移动终端或其周围物体处于运动中时，终端所接收到的信号幅度会经历很大的起伏变化。稳健的移动通信系统不仅要具有克服大的路径损耗和非常严重的信号衰落的能力，而且还要具有抗大的多径时延扩展所引起的符间干扰的能力。即使在信道的时延扩展只有几十到几百纳秒的室内环境中，如果系统的数据速率很高，信道的冲击响应仍可扩展到许多码元，造成严重的符间干扰。而在室外多边的恶劣环境中，信道的时延扩展造成的符间干扰更为严重。在单载波通信系统（Single Carrier, SC）中，通常采用自适应均衡器来减小符间干扰，但在高速移动的无线通信环境中，系统的信道的时延扩展要远远大于码元周期，此时，如果仍采用均衡器来处理，那么系统将变得异常复杂以至于实际中无法实现。这使得正交频分复用（Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM）技术成为最主要的解决方法之一。

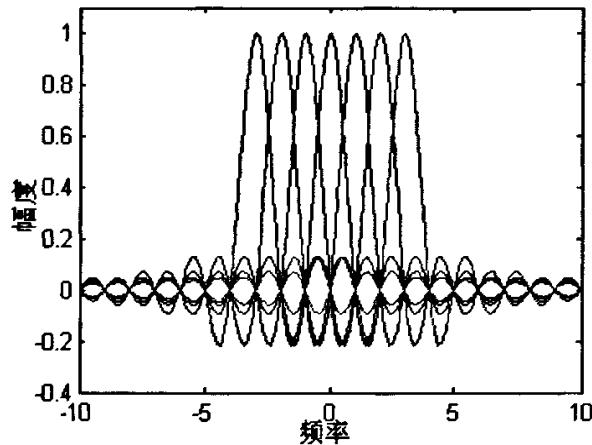


图 1-1 OFDM 中子载波符号的频谱示意图

Fig.1-1 Frequency diagram of sub-carry in OFDM

正交频分复用技术的基本原理就是在频域内将给定的信道分成许多正交的子信道，把高速率的信息数据分割为若干路低速率的子数据流，每个码流都用一个子信道发送，在每个子信道上使用一个子载波进行调制，最后把所有调制后的信号叠加即得发送的信号。在接收时，用同样数量的子载波对发送信号进行相干接收，获得低速率的信息数据后再通过并串变换得到原来的高速率信息。通过发送端的串并变换，使得每个用于调制子载波的数据符号周期扩大为原始数据符号周期的 N 倍，因此时延扩展与符号周期的比值也降低了 N 倍，再加上每个码元又采用了循环前缀（Cyclic Prefix, CP）作为保护间隔，从而大大提高了 OFDM 系统抗 ISI 的能力。由于 OFDM 中各子载波是一组正交

函数序列（如图 1-1），互不相干，因此允许各子信道间可以有一部分频谱重叠（最多可达 $1/2$ ）^[8]，最大限度提高了频谱利用率，这对于紧张的通信资源来说，无疑是个很突出的优点。

由于采用 OFDM 技术的无线通信系统具有许多其它技术所无法超越的优越性，在通信资源日益紧张和人们对通信要求日益提高的今天，OFDM 技术越来越受到人们的关注，其优点主要表现在如下几点^[9]：

(1) 可以有效地对抗信号波形间的干扰，适用于多径环境和衰落信道中的高速数据传输。因为通过串并转换，使得每个子载波上的数据符号持续长度相对增加，从而可以有效地减小无线信道的时间弥散所带来的 ISI。

(2) 提高了频谱的利用率，OFDM 系统中由于各个子载波之间存在正交性，允许子信道的频谱相互重叠，因此与普通的频分复用系统相比，OFDM 系统可以最大限度的利用频谱资源。理论证明当子载波个数很大时，系统的频带利用率趋于 Nyquist 极限。

(3) 可以 IFFT/FFT 方法完成系统基带的调制与解调。随着大规模集成电路技术与 DSP 技术的发展，IFFT、FFT 都是非常容易实现的。这样就大大简化了系统的复杂度，提高了系统的可实现性。

(4) 对抗频率选择性衰落或窄带干扰。在单载波系统中，单个衰落或干扰能够导致整个通信链路失败，但是在多载波系统中，窄带干扰只会影响到一个或有限的几个子频带。对于这些子信道，可以通过降低受干扰子载波的数据率或放弃受干扰的子载波，来降低窄带干扰对整个 OFDM 系统性能的影响。

(5) 可以很容易地通过使用不同数量的子信道来实现上行和下行链路中不同的传输速率。无线数据业务一般都存在非对称性，即下行链路中传输的数据量要远远大于上行链路中的数据传输量。无论从用户数据业务的使用需求，还是从移动通信系统自身的要求考虑，都希望物理层支持非对称高速数据传输。

(6) 可以通过动态比特分配以及动态子信道分配的方法，充分利用信噪比较高的子信道，从而提高系统性能。

(7) 可以容易与其他多种接入方法结合使用构成 OFDMA 系统，其中包括多载波码分多址 MC-CDMA、跳频 OFDM 以及 OFDM-TDMA 等等，使得多个用户可以同时利用 OFDM 技术进行信息传输。

虽然 OFDM 技术拥有以上诸多优点，但同时它也存在着一些缺点和问题。主要有

以下两点：

(1) 高的峰均功率比(Peak to Average Power Ratio, PAPR 或 PAR)。由于 OFDM 信号是由一系列的子信道信号叠加起来的，所以很容易造成较高的峰均功率比。当子载波数较大时，OFDM 信号具有类似高斯噪声的特性，其 PAPR 近似服从 Rayleigh 分布，子载波数越大，PAPR 就越高。较高的 PAPR 会提高 D/A 和 A/D 转换器以及功率放大器的复杂度。且大的 PAPR 信号通过功率放大器时会有很大的频谱扩展和带内失真。

(2) 对相位噪声、定时和频率漂移特别敏感。精确定时，除去噪声和减少频偏对 OFDM 尤为重要，因为做不到这点，就无法正确保证 OFDM 各子载波之间的正交性，从而就会不可避免的引起各子载波之间的 ICI 和 ISI。

1.4 本论文的结构安排

本论文重点研究了 OFDM 中关键的技术问题——峰均功率比的问题。在参阅大量文献的基础上，选择了就音频保留法进行改进。本论文的各章内容安排如下：

第一章：主要阐述了 OFDM 技术提出的背景、OFDM 技术的发展历史、OFDM 技术的优缺点和本文所做的主要工作。

第二章：首先分析了多载波调制的基本原理，从理想的 OFDM 信号模型出发详细介绍了 OFDM 系统的数学模型，基于 IFFT/FFT 的 OFDM 系统的实现方法，最后介绍了 OFDM 系统中的 PAPR 问题。

第三章：介绍了各种降低 PAPR 方法的原理，并通过仿真分析其优缺点，结合通信领域的发展方向，选择适合多种调制方式且子载波数不受限制的音频保留算法作为本文的主要改进目标。

第四章：在音频保留算法的基础上，为了进一步提高算法在不同子载波数情况下的性能，本文运用了混沌变量迭代法，提出了基于混沌变量的改进型音频保留算法，包括小子载波情况下的关于降峰核的改进和大子载波情况下的迭代算法的改进。通过理论分析以及 MATLAB 仿真结果表明，改进算法用于降低 OFDM 系统中信号的 PAPR 时，其累积互补分布函数的性能曲线均优于原算法的性能曲线。

第五章：对全文所做工作进行总结，并提出了今后进一步研究的方向。

第二章 OFDM 的基本原理及 PAPR 问题

2.1 多载波调制技术与信道分割

在以往的通信系统中，通常我们采用的通信系统是单载波方案，如图 2-1 所示，其中 $g(t)$ 是匹配滤波器， $n(t)$ 为加性噪声，单载波系统在数据传输速率不太高的情况下，

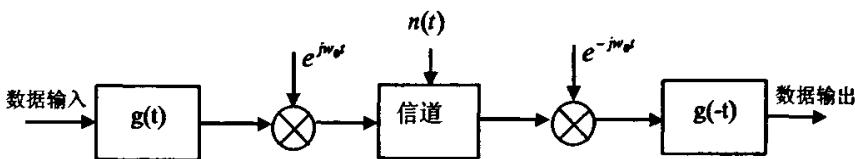


图 2-1 单载波通信系统框图

Fig. 2-1 Block diagram of single-carrier communication system

多径效应对信号符号之间造成的干扰不是特别严重，可以通过使用合适的均衡算法使系统能够正常工作，但是对于宽带业务来说，由于数据传输的速率较高，时延扩展造成数据符号之间的相互交叠，从而产生了符号之间的干扰，这对均衡提出了更高的要求，需要引入复杂的均衡算法，还要考虑到算法的可实现性和收敛速度。从另一个角度看，当信号的带宽超过和接近信道的相干带宽时，信道的时间弥散将会造成频率选择性衰落，使得同一个信号中不同的频率成分体现出不同的衰落特性，这在通信中是不希望看到的。因此多载波传输技术的运用就是必然的趋势。

所有的多载波调制（Multicarrier Modulation, MCM）技术都是基于信道分割的概念。信道分割技术^[10]把一个宽的传输信道分成一系列平行的、在理论上独立的窄带子信道。图 2-2 为多载波系统的基本结构图。在连续时间情况下，最佳的信道分割基本函数是信道自相关函数的正交特征函数集。这些特征函数对于有限符号周期来说通常不易计算，并且在实际应用中并不使用。在离散时间信道分割情况下，假设把发射端滤波器、传输信道、接收端滤波器的效果近似为有限脉冲响应滤波器，那么在计算时就比较简单。这样的等效虽然不是很准确，但在采样数据量比较大、时间和频率同步非常好的情况下，

可以取得很好的效果。

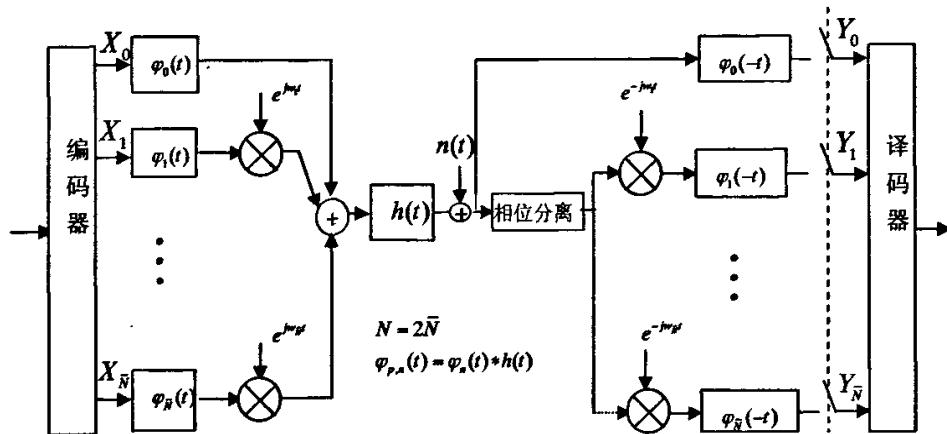


图 2-2 多载波通信系统结构框图

Fig. 2-2 Block diagram of Multi-carrier communication system

对于离散数据情况，设 $\mathbf{x} = [x_{-v} \ \cdots \ x_{-1} \ x_0 \ \cdots \ x_{N-1}]^T$ 为输入信号，
 $\mathbf{y} = [y_0 \ \cdots \ y_{N-1}]^T$ 为发送信号， $\mathbf{h} = [h_0 \ \cdots \ h_v]^T$ 为信道冲激响应， $\mathbf{n} = [n_0 \ \cdots \ n_{N-1}]^T$ 为信道噪声，则

$$\begin{bmatrix} y_{N-1} \\ \vdots \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \cdots & h_v & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_v & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{N-1} \\ \vdots \\ x_1 \\ x_0 \\ \vdots \\ x_{-v} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{N-1} \\ \vdots \\ n_0 \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

用矩阵表示，即

$$\mathbf{y} = \mathbf{Hx} + \mathbf{n} \quad (2-2)$$

在实际的通信系统中，信号是被连续地发送的，则式 (2-2) 变为

$$\mathbf{y}'' = \mathbf{Hx}'' + \mathbf{n}'' \quad (2-3)$$

其中 m 代表第 m 个数据块。

在有限长的多载波系统中，输入数据通常被分成块，然后通过映射成一个复合矢量

$\mathbf{X}'' = [X_0'' \ \cdots \ X_{N-1}'']$ ，则发送信号为

$$\mathbf{x}^m = \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{m}_k X_k^m = M \mathbf{X}^m \quad (2-4)$$

其中 $\{\mathbf{m}_k, k = 0, \dots, N-1\}$ 表示发送基本矢量集， M 是以这些基本矢量作为列向量的矩阵。在接收端，所接收到矢量 \mathbf{y}^m 可以通过式 (2-5) 进行解调。

$$\mathbf{Y}^m = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{N-1}^* \mathbf{y}^m \\ \vdots \\ \mathbf{f}_0^* \mathbf{y}^m \end{bmatrix} = F^* \mathbf{y}^m \quad (2-5)$$

其中 $\{\mathbf{f}_k^*, k = 0, \dots, N-1\}$ 为接收基本矢量集， F^* 是以这些基本矢量作为行向量的矩阵。

则整个的输入输出关系可表示为

$$\mathbf{Y}^m = F^* H M \mathbf{X}^m + F^* \mathbf{n} \quad (2-6)$$

如果噪声在时域中是独立同分布的高斯采样，那么它在频域中也是独立同分布的。选择不同的 F 和 M ，就能导致不同的多载波系统结构。

2.2 OFDM中的信道分割

在OFDM系统中，为了分割信道，要求被调制传输矢量 \mathbf{x}^m 满足如下条件：

$$x_{-k}^m = x_{N-k}^m, k = 1, \dots, v \forall m \quad (2-7)$$

为了提高OFDM系统抗ICI和ISI这两种干扰的能力，在符号的开始复制最后 v 个抽样值，称为插入循环前缀。加入循环前缀后 (2-1) 式变为

$$\begin{bmatrix} y_{N-1} \\ \vdots \\ y_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_0 & h_1 & \dots & h_v & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & h_0 & h_0 & \dots & h_0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & h_0 & h_0 & \dots & h_0 \\ h_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & h_0 & \dots & h_0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ h_0 & \dots & h_0 & 0 & 0 & \dots & 0 & h_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{N-1} \\ \vdots \\ x_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_{N-1} \\ \vdots \\ n_0 \end{bmatrix} \quad (2-8)$$

式 (2-8) 写为矩阵的形式即

$$\mathbf{y} = \hat{\mathbf{H}} \mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2-9)$$

信道描述矩阵 \hat{H} 是一个 $N \times N$ 的循环矩阵。该情况下， \hat{H} 的SVD（奇异值分解）比较容易计算。

对于N维矢量 $\mathbf{w} = [w_0 \ \dots \ w_{N-1}]^T$ (时域信号的表达式) 和 $\mathbf{W} = [W_0 \ \dots \ W_{N-1}]^T$ (频域信号的表达式)，有

$$W_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=0}^{N-1} w_n e^{-j\frac{2\pi}{N} kn}, k = 0, \dots, N-1 \quad (2-10)$$

$$w_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} W_k e^{j\frac{2\pi}{N} kn}, n = 0, \dots, N-1 \quad (2-11)$$

即互为傅立叶变换，式(2-10)和式(2-11)写成矩阵形式为

$$\mathbf{W} = Q \mathbf{w} \quad (2-12)$$

$$\mathbf{w} = Q^* \mathbf{W} \quad (2-13)$$

其中 Q 是DFT正交矩阵，即 $q_{kn} = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{-j\frac{2\pi}{N} kn}$ ，矩阵形式为

$$Q = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)(N-1)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}1(N-1)} & 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)(N-2)} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}1(N-2)} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{N}(N-1)1} & \dots & e^{-j\frac{2\pi}{N}11} & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

Q^* 是IDFT矩阵。利用此概念，循环矩阵 \hat{H} 的特征分解为

$$\hat{H} = Q^* \Lambda Q \quad (2-15)$$

其中对角值 Λ 为 $\lambda_k = H_k = DFT(\mathbf{h})$ 。因此，选择 Q^* 的列作为传输的基本矢量，即， $M = Q^*$ ，选择 Q 的行作为接收的基本矢量，即， $F^* = Q$ 。输入输出关系可表示为

$$Y_k^m = H_k X_k^m + N_k^m, k = 0, \dots, N-1 \quad (2-16)$$

此时信道又被分割成独立的高斯加性白噪声信道。在OFDM系统中，对于普通矩阵可用 $N \log N$ 级运算代替 N^2 的DFT计算。因此，发送端 ($x^m = Q^* X^m$) 和接收端 ($Y^m = Qy^m$) 能非常有效地实现。

2.3 OFDM 信号模型

由上述可知，一个OFDM传输信号实际上是由N个相互独立的、具有相同带宽和频率间隔 $1/T$ (T 为OFDM信号有效持续时间，也即OFDM符号的周期)的调制信号(M元QAM或是QPSK)之和，如图2-3所示。OFDM信号连续时间的基带模型可以表示为

$$x^m(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X_k^m e^{j2\pi k t / T} w(t) \quad (2-17)$$

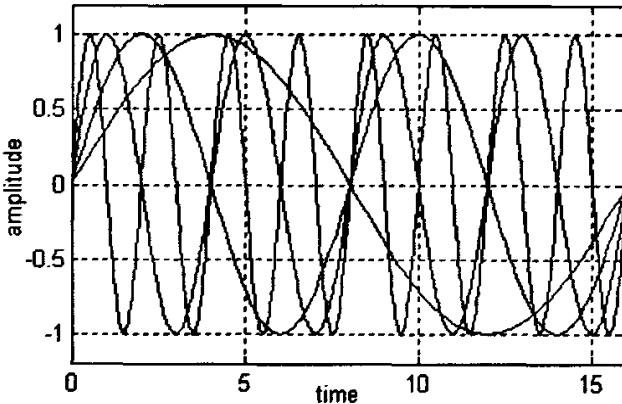


图 2-3 OFDM 信号时域正交示意图

Fig. 2-3 Orthogonality schema of OFDM time domain signal

其中 m 是符号序数， $w(t)$ 为窗函数（通常幅度为1，间隔 $[0, T]$ ）， X_k^m 为第 k 个子符号的在星座图上的幅度值。为了简化有限长信道多载波的均衡器，多载波系统在每个多载波符号前插入一个循环前缀 (CP)。加入CP后的表达式为

$$x_{CP}^m(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X_k^m e^{j2\pi k t / T} w_{CP}(t) \quad (2-18)$$

其中 $w_{CP}(t)$ 的间隔为 $[-T_{CP}, T]$ 。对于连续数据传输，发送端连续发送的符号为

$$x_c(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x_{CP}^m(t - m(T_{CP} + T)) \quad (2-19)$$

我们知道，连续时间域中的信号在实际中是无法进行一系列操作的。因为存在两个问题需要解决：一是由于矩形窗函数的作用，所发送的信号不是一种带宽受限的信号；二是计算时需要连续时间域中的快速傅立叶变换（Continuous Fast Fourier Transform, CFFT），这对于模拟器件和数字硬件来说都是很难实现。因此，在实际应用中，主要通过如图2-4中IFFT/FFT模块来实现基带OFDM信号的调制和传输。

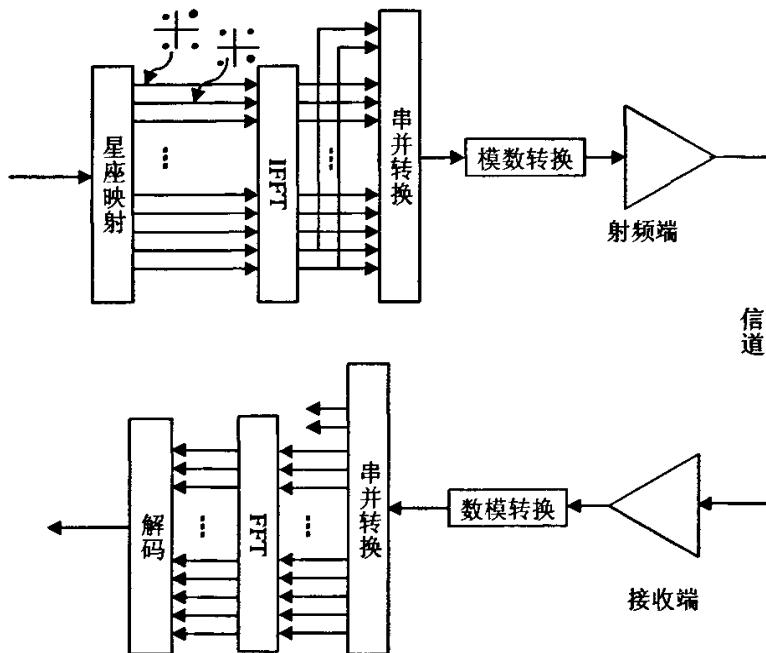


图 2-4 OFDM 系统收发框图

Fig.2-4 Block diagram of OFDM system

另外，在实际应用中，往往要对 OFDM 信号进行过采样，因为实施过采样有助于利用离散数据来更加准确地反映 OFDM 符号的变化情况，所以采用过采样可以更加准确地衡量系统的 PAPR 等特性，更加准确地反映 OFDM 系统内 PAPR 等的分布情况。过采样在 IFFT/FFT 中即为，实施 IFFT 运算时，在原始的 N 个输入值中间后面添加 $(L-1)*N$ 个零，而在实施 FFT 运算时，在原始的 N 个输入值后面添加 $(L-1)*N$ 个零。图 2-5 中给出 $N = 8$ ，输入序列为二进制序列 $\{-1, -1, 1, 1, 1, 1, -1, 1\}$ 时，实施过采样和

不实施过采样情况下，IFFT 运算的输出模值。横坐标表示样值个数。其中(a)不实施过采样、(b)2 倍过采样、(c)4 倍过采样、(d)8 倍过采样。从图中可以看出，过采样点数越多，越能反映符号变化的细节。

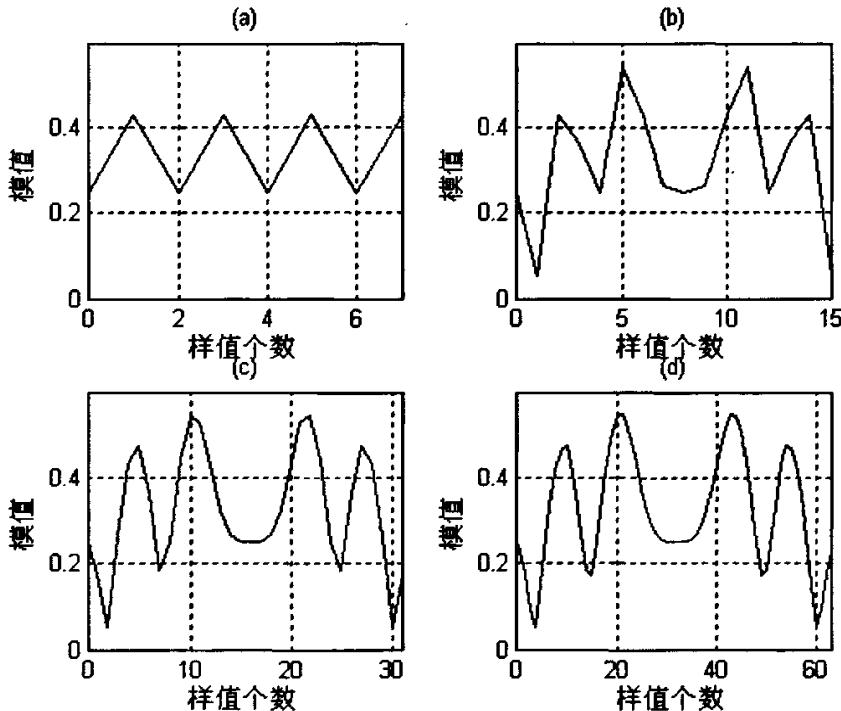


图 2-5 过采样示意图

Fig.2-5 Chart of over-sampling

2.4 OFDM 中的 PAPR 问题

2.4.1 PAPR 产生的原因及其带来的问题

在所有的多载波系统中，都有峰均功率比过大的问题，在 OFDM 系统中也不例外。对于一个 OFDM 系统而言，由于复合包络是多个子载波信号的叠加，所以它将会有大的包络变化范围，因此会产生很大的 PAPR，如图 2-6 所示。图 2-7 和图 2-8 为从图 2-6 所示的信号中选取的两个部分时域波形，可以更清楚地看到 OFDM 信号由于时域叠加而出现大峰值的情况。

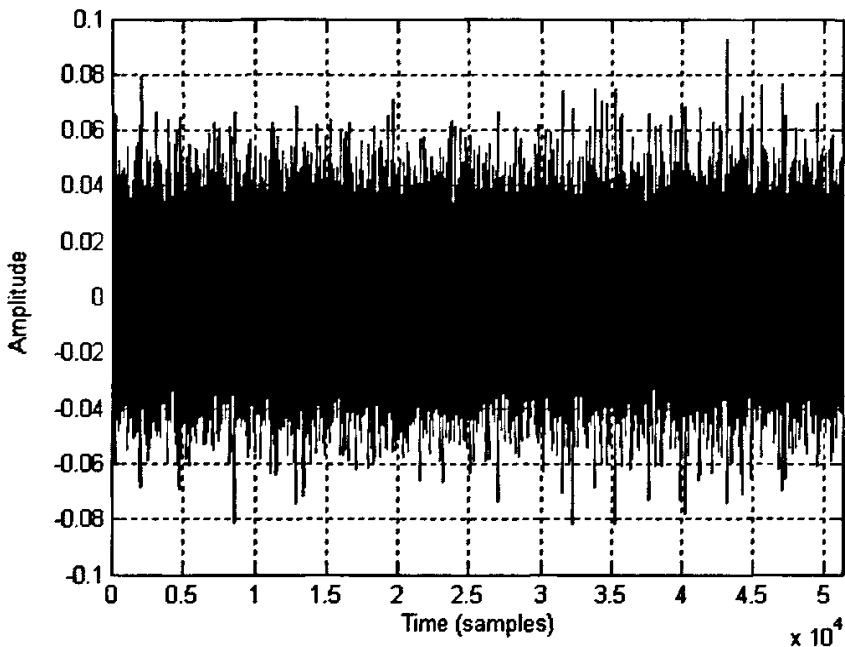


图 2-6 OFDM 信号时域波形图

Fig.2-6 Time domain waveform of OFDM signal

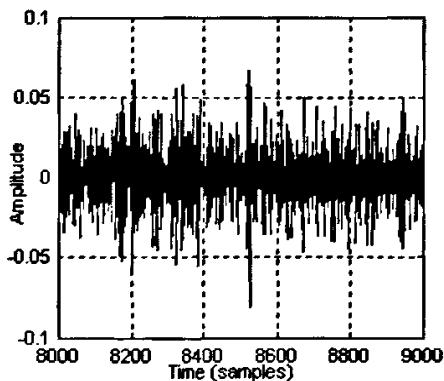


图 2-7 图 2-8 的部分波形

Fig.2-7 part of Fig.2-6

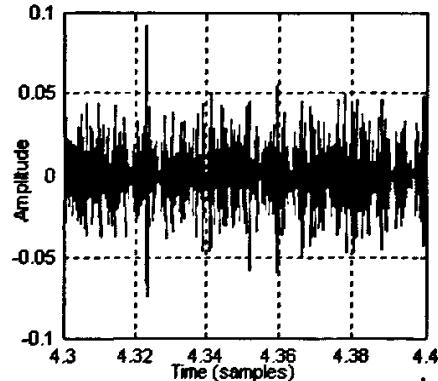


图 2-8 图 2-8 的部分波形

Fig.2-8 part of Fig.2-6

通常, PAPR 与载波数 N 之间呈现正比的关系。由于大峰值出现的时间是不可预料的, 因此就要求后面的功率放大器具有很大的线性动态范围, 导致传输端 70% 的功率都损耗在功率放大器上^[11] (如图 2-9 所示)。由于在大多数时间内, 信号的幅度都远远小于这个峰值 (如图 2-10 所示), 如果按这个峰值设计, 功率放大器的利用效率会非常低。因此在 OFDM 系统中, PAPR 的分析和降低就变得尤为重要。

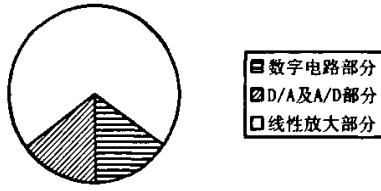


图 2-9 收发设备中功率分配图

Fig.2-9 Power distribution in transceiver

2.4.2 PAPR 的定义

离散 OFDM 信号的峰均功率比表示为

$$PAPR(x(n)) = \frac{\max \{ |x_n|^2 \}}{E \{ |x_n|^2 \}} \quad (2-20)$$

连续 OFDM 信号的 PAPR 表示为

$$PAPR(x(t)) = \frac{\max \{ |x_n|^2 \}}{E \{ |x_n|^2 \}} \quad (2-21)$$

假设 $x(t)$ 是 $x(n)$ 的模拟重建信号。因为离散信号的模拟重建信号的峰值功率大于或等于离散信号的峰值功率，所以一般 $PAPR(x(t)) \geq PAPR(x(n))$ 。对于通常的 OFDM 复数信号来说，其发送信号可表示为

$$\begin{aligned} x_{PB}(t) &= \operatorname{Re} \{ x(t) e^{j2\pi f_c t} \} = \operatorname{Re} \{ x(t) \} \cos(j2\pi f_c t) - j \operatorname{Im} \{ x(t) \} \sin(j2\pi f_c t) \\ &= x_I(t) \cos(j2\pi f_c t) - j x_Q(t) \sin(j2\pi f_c t) \end{aligned} \quad (2-22)$$

$x_I(t)$ 和 $x_Q(t)$ 分别为 $x(t)$ 的同相分量和正交分量， f_c 为载波频率。当载波频率远远大于信号带宽时，通带 OFDM 信号的最大值就与基带 OFDM 信号的最大值几乎保持一致了：

$$\max |x_{PB}(t)| \approx \max |x(t)| \quad (2-23)$$

当系统采用 QAM 或 MPSK 调制方式时，有以下等式

$$E \{ |x_I(t)|^2 \} = E \{ |x_Q(t)|^2 \} = \frac{1}{2} E \{ |x(t)|^2 \} \quad (2-24)$$

所以有 $E\left[\left|x_{PB}(t)\right|^2\right] = \frac{1}{2}E\left[\left|x(t)\right|^2\right]$, 结合 PAPR 的定义与式 (2-23), 可得到复基带信号和通带信号的 PAPR 关系:

$$PAPR(x_{PB}(t)) \approx 2PAPR(x(t)) \quad (2-25)$$

由式 (2-25) 可见, 带通信号的 PAPR 比复基带信号的 PAPR 高出约 3dB。我们常通过分析复基带信号的 PAPR 来衡量带通信号的 PAPR, 而复基带信号的 PAPR 又近似等于其过采样信号的 PAPR。所以在本论文中着重研究复基带信号的采样信号的 PAPR。

2.4.3 PAPR 的概率分布

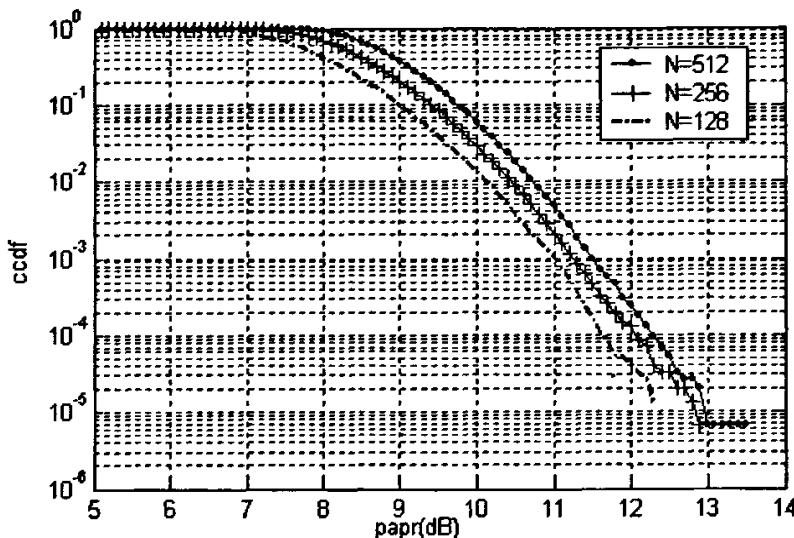


图 2-10 不同子载波情况下 CCDF 对 PAPR 的曲线图

Fig.2-10 CCDF versus PAPR curve under different carrier number

由 PAPR 的定义可知, PAPR 与子载波数 N 呈正比。如图 2-10, 为取 150000 个 OFDM 符号进行仿真得到的结果。在 PAPR 门限值为 9dB 的情况下, 子载波数为 128 的 OFDM 系统中符号的 PAPR 超过此门限的概率为 0.1, 子载波数为 256 ($256=2\times 128$) 的 OFDM 系统中符号超过此门限的概率为 0.2, 子载波数为 512 ($512=4\times 128$) 的 OFDM 系统中符号超过此门限的概率为 0.4。仿真结果与理论基本相符。

当采用的是多相相位键控(MPSK)时, 峰均功率比理论上的上限值为 N , 若采用的是正交幅度调制(QAM)时, 峰均功率比的上限值会略微大于 N 。随着子载波数的增大, 峰均功率比最大值出现的概率越来越小, 甚至可以忽略不计。 N 个子载波的 OFDM 系

统, 若采用的是 MPSK 星座映射, 最多有 M^2 种形式产生最大的 PAPR, 那么 PAPR 最大值出现的概率为 $M^2/M^N = M^{2-N}$ 。当 N=32, 采用 QPSK 调制, 即 M=4 时, PAPR 最大值出现的概率仅为 8.7×10^{-19} 。因此, 单纯地讨论 PAPR 的上限值意义不大, 实际应用中更多关注的是 PAPR 的统计特性。

假设所有的子载波符号 X_k^n 都是独立同分布的, 均值为 0, 方差为 1。当子载波数较大时, 根据中心极限定律, 经过 IFFT 变换后的 OFDM 信号的实部和虚部都服从高斯分布, 其均值为零, 方差为 0.5(实部和虚部各占信号功率的一半)。因此, 可知 OFDM 符号的幅值服从瑞利分布, 其概率密度函数为 $p = 2re^{-r^2}$; 而其功率分布服从两个自由度的中心 χ^2 分布, 其中均值为零, 方差为 1。自由度为二的中心 χ^2 分布的概率密度函数为 $p_{power}(y) = e^{-y}$ 。由此可计算得到其累积分布函数 (Cumulative Distribution Function, CDF) 为

$$\{Power \leq z\} = P_{Power}(z) = \int_0^z \exp(-y) dy = 1 - \exp(-z) \quad (2-26)$$

在没有采用过采样的情况下, OFDM 符号周期内每个样值之间都是不相关的, 则 OFDM 符号周期内的 N 个采样值中每个样值的 PAPR 都小于门限值 z 的概率分布应该为

$$P\{PAPR \leq z\} = P_{Power}(z)^N = (1 - e^{-z})^N \quad (2-27)$$

则 OFDM 符号周期内的 N 个采样值中每个样值的 PAPR 都大于门限的概率, 即互补累积分布函数(Complementary Cumulative Distribution Function, CCDF)为

$$P\{PAPR > z\} = 1 - P_{Power}(z)^N = 1 - (1 - e^{-z})^N \quad (2-28)$$

因为离散 OFDM 信号是从连续 OFDM 信号抽样得到的, 在很多情况下, 连续 OFDM 信号的 PAPR 可以近似为离散 OFDM 信号的 PAPR。但是由于奈奎斯特抽样中每个 OFDM 信号抽出 N 个数值, 存在遗漏峰值点的情况, 所以连续 OFDM 信号的 PAPR 不能由通过奈奎斯特抽样速率得到的离散信号的 PAPR 准确表示。为了避免对降低 PAPR 估计的过于乐观, 因此需要过采样。由 2.3 的描述可知, 采样因子越大越好, 但是随着过采样因子的增大, 计算量也越来越大, 因此在实际应用中需要兼顾系统的准确度和复杂度。由图 2-11 可以看出, 过采样因子取 L=4、L=8 及 L=32 时, PAPR 的 CCDF 曲线

分布趋于一致，并且 $L = 4$ 时只是稍逊于 $L = 8$ 及 $L = 32$ 时的情况，但是需要的计算量却大大减少。基于以上结果，在实际应用中， $L = 4$ 时就完全反应 OFDM 系统的 PAPR 性能。在本论文中，如果没有说明，均是在 $L=1$ 的情况下进行的仿真。

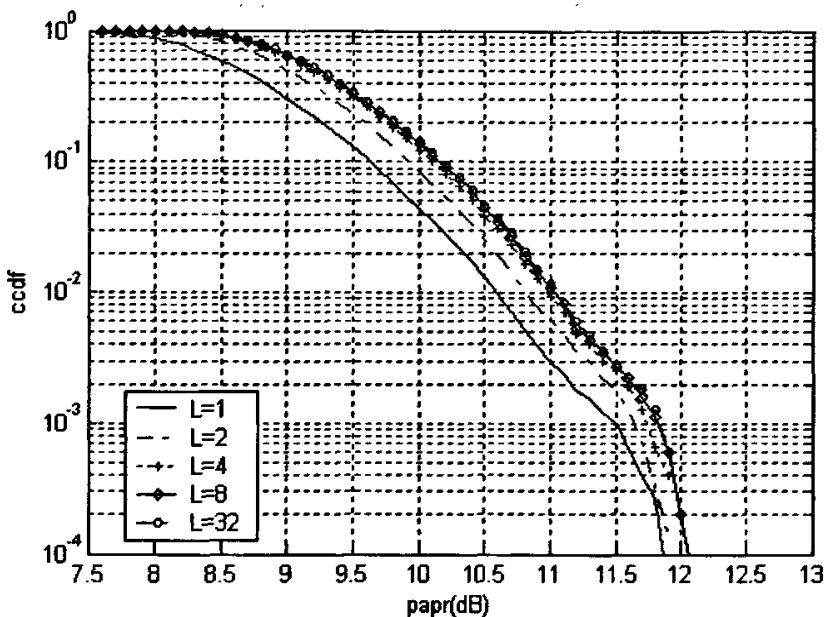


图 2-11 不同过采样因子下 CCDF 对 PAPR 的曲线图

Fig.2-11 CCDF versus PAPR curve under different over-sampling factor

2.5 本章小结

本章分析了多载波调制的基本原理，从理想的 OFDM 信号模型出发详细介绍了 OFDM 系统的数学模型，基于 IFFT/FFT 方式的 OFDM 系统的实现方法，最后介绍了 OFDM 系统中的 PAPR 问题，为本文的后续工作打下基础。

第三章 降低 OFDM 系统中 PAPR 的算法

到目前为止，国内外提出的各种减小 PAPR 的技术除了部分技术在载波数和调制技术上有所限制外，几乎所有方法都是以增加信号功率、增加误比特率、降低数据速率、增加计算复杂度等等为代价的。在实际 OFDM 系统设计中，需要根据系统的参数条件和要求，针对不同情况，选择适当的方法以最大程度地改善和提高系统性能。下面，对国内外主要的几种降低 PAPR 的方法进行了介绍和分析，并对其中的部分方法进行计算机仿真，对其性能进行比较。

3.1 信号畸变方法

虽然该类方法不适合于载波数较大的情况，但国内外就此类方法的研究也不少，主要包括削波、峰值加窗、压缩扩展法和相关信号削减法等技术。

3.1.1 限幅法

限幅类方法是最简单、最直接的降低 OFDM 系统中 PAPR 的方法。通过在 OFDM 信号的峰值附近进行非线性失真，以达到减小峰值幅度的目的，直接限幅即削波^[12]会使 OFDM 信号产非线性失真，引起较大频谱的带外辐射分量，剪切后需要滤波，滤除谱的带外分量，滤波后又会使 OFDM 信号的 PAPR 回升，同时接收端误比特率(Bit Error Rate, BER)上升。限幅法在实际中是作为其它方法的基础被研究的。

3.1.2 峰值加窗法

峰值加窗法^[13]是对削波方法的改进，削波可看作是让原 OFDM 信号通过一个矩形窗函数，窗的幅度就是期望信号的最大幅值，则削波后的信号频谱就是原 OFDM 信号的频谱和窗函数频谱的卷积。矩形窗的频谱旁瓣收敛慢（如图 3-1 所示），所以人们自然就想到使用其它频谱特性好的窗函数，常用的有升余弦窗，Kaiser 窗和汉明窗。图 3-2 为 OFDM 信号通过汉明窗后的频谱图。由图中可以看出，OFDM 信号经过加窗处理后，频谱收敛较快，但是显然信号本身也会有较大的失真。

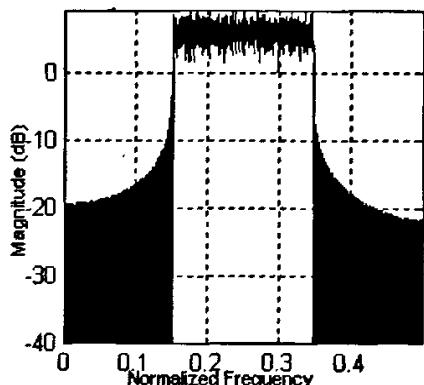


图 3-1 OFDM 信号频谱

Fig.3-1 spectrum of OFDM signal

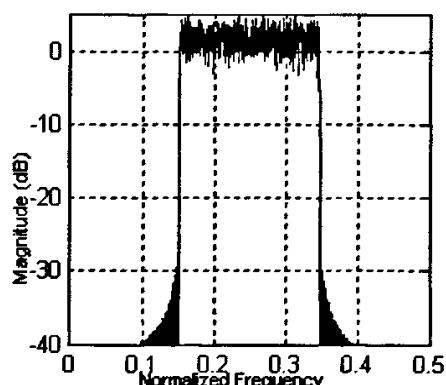


图 3-2 加窗后的 OFDM 信号频谱

Fig.3-2 spectrum of OFDM signal after windou

3.1.3 压缩扩展法

压缩扩展法^[14]是把大功率发射信号压缩，把小功率信号进行放大，从而使发射信号的平均功率相对不变。这样不但减小了系统的 PAPR，而且还可使小功率信号的抗干扰能力增强。但是却增加了整个系统的平均发射功率，而且使符号的功率值更接近非线性变化区，造成信号的失真。

3.1.4 相关信号削波法

相关信号削波法（Reference Signal Subtraction）的基本思想是对于超过一定水平的峰值，通过对相关的信号进行尺度变换和时移，以达到降低PAPR的效果。该方法的优点是非常简单，易于实现，但是由于峰值的减小是通过对原始信号的变换得到的，所以整个系统的性能下降不少。文献[15]提出一种改进的相关信号削波法，效果有显著地提高，且几乎没有非线性失真，但是系统复杂度增加不少。

3.2 编码类方法

编码类方法主要是利用不同编码所产生不同的码组而选择 PAPR 较小的码组作为 OFDM 符号进行数据信息的传输。主要方法有分组编码法^[16]（Block Coding），格雷互补码序列^[17]（Golay Complementary Sequences, GCS）和雷德密勒码^[18]（Reed-Muller）等。基于分组编码降低 OFDM 系统 PAPR 方法的基本思想是：在对数据进行 IFFT 运算

之前，先进行特殊的编码处理（如应用奇偶校验位），使得输出的比特流经过 OFDM 调制后具有较低的 PAPR。应用格雷互补序列的方法就是把格雷互补码序列作为 IFFT 的输入，那么它的输出信号就会有比较低的 PAPR 值，并且在时域和频域中都具有较好的信道估计和纠错能力。应用 GCS 序列对，其最大的优点就是不论子载波数多少，其 PAPR 至多为 3dB。另外，该编码方法对于星座调制的方式有所限制，只适应于采用相移键控的 OFDM 系统，对星座调制采用幅度键控调制的 OFDM 系统，编码后的 PAPR 值并没有明显改善。随着子载波数的逐渐增多，寻找最佳生成矩阵和相位旋转向量具有相当高的难度，因而目前的格雷互补序列法并不适用于降低长子载波数 OFDM 系统的 PAPR。因此，在实际应用中，该方法只适应于子载波数目较小且采用相移键控的 OFDM 系统。运用 Reed-Muller 码可将 PAPR 降至 3dB 以内，并且具有良好的检错纠错性能。但是编码类方法有个共同的缺点，在子载波数较大的情况下，编码性能下降很快，因而编码类方法比较适合小子载波系统。

3.3 概率类方法

3.3.1 相位优化法

相位优化方法是通过优化子信道的载波相位以寻找到最低的 PAPR 的相位组合。主要有选择映射法^[19] (Selected Mapping, SLM)，部分传输序列法 (Partial Transmit Sequences, PTS) ^[20]等。

一、选择映射法 (Selected Mapping, SLM)

SLM 基本思想是对给定用来传输相同信息的 M 个统计独立的 OFDM 符号，选择其中具有最小 PAPR 的 OFDM 符号来传输，M 个统计独立的 OFDM 符号是对 M 个长度为 N 的随机序列进行优化加权而得到的，然后运用迭代方法求得最优解。OFDM 系统发射机内的信号可以表示为 $x_k = IFFT[X_n], (n, k = 0, \dots, N-1)$ 。假设存在 M 个不同的、长度为 N 的随机相位序列矢量 $P^{(u)} = (P_0^{(u)}, P_1^{(u)}, \dots, P_{N-1}^{(u)})$ ，其中 $u = 1, \dots, M$ ， $P_i^{(u)} = \exp(j\varphi_i^{(u)})$ ， $\varphi_i^{(u)}$ 在 $[0, 2\pi)$ 内均匀分布。利用这 M 个相位矢量分别与 IFFT 的输入序列 X 进行点乘，则可以得到 M 个不同的输入序列 X^u ，即

$$X^{(u)} = (X_0^{(u)}, X_1^{(u)}, \dots, X_{N-1}^{(u)}) = \langle X \cdot P^{(u)} \rangle = (X_0 P_0^{(u)}, X_1 P_1^{(u)}, \dots, X_{N-1} P_{N-1}^{(u)}) \quad (3-1)$$

其中 $\langle \cdot \rangle$ 表示向量之间的点乘。对所得到的 M 个序列 $X^{(u)}$ 分别实施 IFFT 计算，相应得到 M 个不同的输出序列 $x^{(u)} = (x_0^{(u)}, x_1^{(u)}, \dots, x_{N-1}^{(u)})$ 。最后在给定 PAPR 门限值的条件下，从该 M 个时域信号序列中选择 PAPR 性能最好的用于传输。SLM 的基本原理框图如图 3-3 所示。

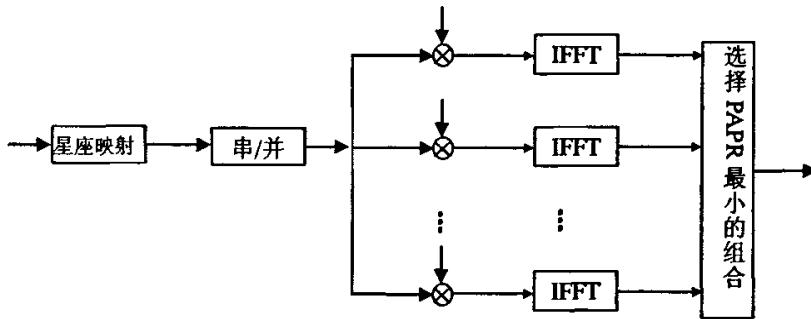


图 3-3 SLM 方法结构示意图

Fig.3-3 Block diagram of SLM

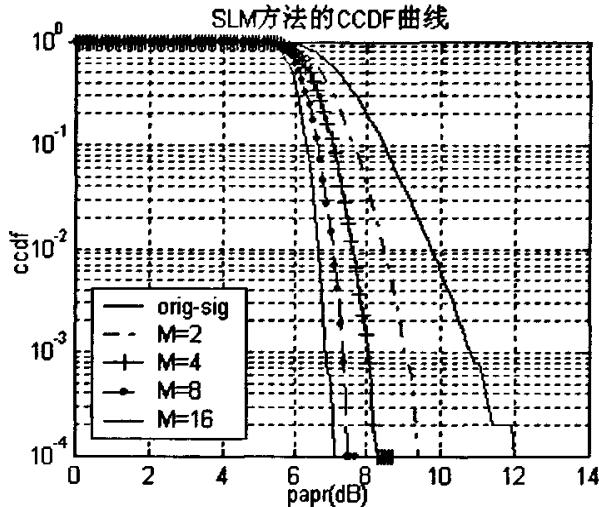


图 3-4 SLM 方法的 CCDF 曲线图

Fig.3-4 CCDF versus PAPR curve using SLM method

图 3-4 给出了 $M=2, 4, 8, 16$ 用 MATLAB 得到的实际仿真结果，仿真采用以下参数：16QAM 调制方式，OFDM 符号数=10000， $N=128$ ，随机相位序列的取值 $P_i^{(u)} \in \{\pm 1, \pm j\}$ （这样可以最大程度的降低算法的计算复杂度）。Orig-sig 表示原信号。从图 3-4 可以看出，SLM 可以显著的改善 OFDM 系统 PAPR 的分布，大大减小峰值信号

出现的概率，而且随着 M 的增大，概率分布进一步优化。但是其代价也是非常的明显，即需要计算额外 $M-1$ 组 IFFT 运算。

二、部分传输序列法（Partial Transmit Sequences, PTS）

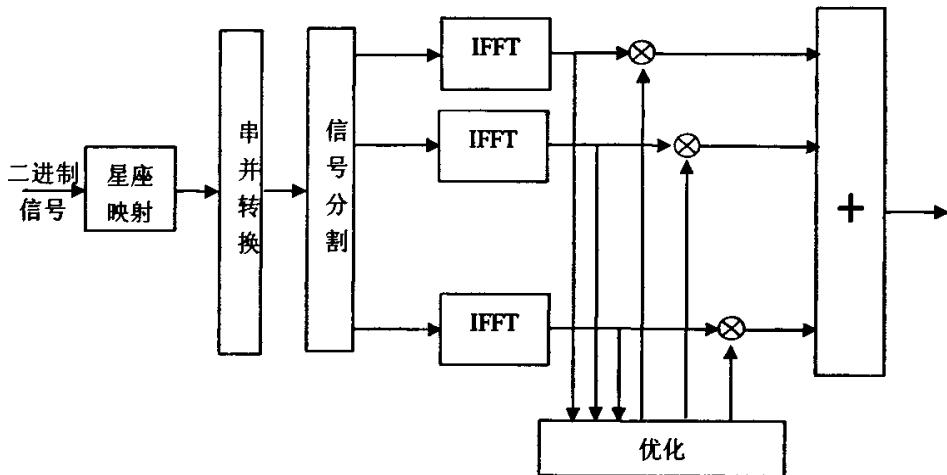


图 3-5 PTS 方法结构示意图

Fig.3-5 Block diagram of PTS

部分传输序列主要思路就是首先将输入的数据符号划分为若干个子组，每个子组的长度仍为 N ，然后对每个子组进行系数最优化的求解，最后再合并这些子组，从而达到降低整个系统的 PAPR 的目的。PTS 基本原理框图如图 3-5 所示。

数据信号表示为 $\mathbf{X} = [X_0, \dots, X_{N-1}]$ ，把 \mathbf{X} 分割成互不重叠的 V 组（可采用的分割方式有：相邻、伪随机、交织），分别由 $\{\mathbf{X}^{(v)}, v = 0, \dots, V-1\}$ 来表示，即 $\mathbf{X} = \sum_{v=1}^V \mathbf{X}^{(v)}$ ，之后将这 V 个分组按照如下方式进行组合：

$$\mathbf{X}' = \sum_{v=1}^V b_v \mathbf{X}^{(v)} \quad (3-2)$$

其中 $\{b_v, v = 0, \dots, V-1\}$ 为加权系数，而且满足 $b_v = \exp(j\varphi_v), \varphi_v \in [0, 2\pi]$ ，通常称 $\{b_v, v = 0, \dots, V-1\}$ 为辅助信息或边信息（Side Information）。

然后对 \mathbf{X}' 进行 IDFT 变换，得到 $\mathbf{x}' = IDFT(\mathbf{X}')$ 。又根据 $b_v = \exp(j\varphi_v), \varphi_v \in [0, 2\pi]$ ，以及参考 IDFT 变换的线性，可以利用 V 个单独的 IFFT 变换，对各个分组进行计算，这

样可以得到：

$$\mathbf{x}' = \sum_{v=1}^V b_v \cdot IDFT(X^{(v)}) = \sum_{v=1}^V b_v \mathbf{x}^v \quad (3-3)$$

其中引入了 V 个向量 $\mathbf{x}^v = IFFT(X^{(v)})$ ，向量 \mathbf{x}^v 就称为部分传输序列 PTS。通过适当的选择辅助加权系数 $\{b_v, v = 0, \dots, V-1\}$ ，使得式 (4-6) 的峰值信号达到最佳化。令 OFDM 系统内的 PAPR 最优的加权系数应该满足：

$$\{b_1, b_2, \dots, b_V\} = \arg \min_{\{b_1, b_2, \dots, b_V\}} \left(\max_{1 \leq n \leq N} \left| \sum_{v=1}^V b_v \mathbf{x}^v \right|^2 \right) \quad (3-4)$$

其中 $\arg \min(\cdot)$ 表示函数取得最小值时所使用的判据条件。这样就以 V 次 IFFT 为代价，通过寻找最佳的加权系数 $\{b_v, v = 0, \dots, V-1\}$ ，从而使 OFDM 系统内的 PAPR 性能得到改善。

理论上，相位因子 φ_v 可以在 $[0, 2\pi)$ 之间取任何数值，但当这个相位集合规模较大时，系统的计算量会很大。例如，相位因子 φ_v 包括 W 个相位值，对于分为 V 个子块的 PTS 法来说， $\{b_v\}$ 的取值有 W^{V-1} 种（第一个分组的加权系数可以恒定为 1）。由此看来，传统 PTS 算法随着分组数 V 的增大，算术复杂度将成指数趋势增加。同时，传统 PTS 算法的加权系数 $\{b_v\}$ 的取值数目也不能太多，一是保证足够小的算术复杂度，同时也是为了保证边信息的比特数在一个合理的范围内。例如，加权系数 $\{b_v\}$ 取值有 4 种，即 $\{b_v\} \in \{\pm 1, \pm j\}$ ，那么每个 OFDM 符号需要 $2 \times (V-1)$ 个比特作为边带信息传送。因此，在实际应用中可以通过限制加权系数 $\{b_v\}$ 的取值范围，来降低运算复杂度。

图 3-6 为采用 PTS 方法，在 MATLAB 环境中得到的实际仿真结果，仿真采用的参数为：16QAM 调制方式，OFDM 符号数=10000， $N=128$ ， $v=2, 4, 8$ ，从图 3-6 可以看出，PTS 方法可以显著的改善 OFDM 系统 PAPR 的分布，大大减小峰值信号出现的概率，而且随着 M 的增大，概率分布进一步优化。但是其代价也是非常的明显，即需要计算额外 $M-1$ 组 IFFT 运算。另外，当 M 增加到一定程度时，算法的性能趋于一致。

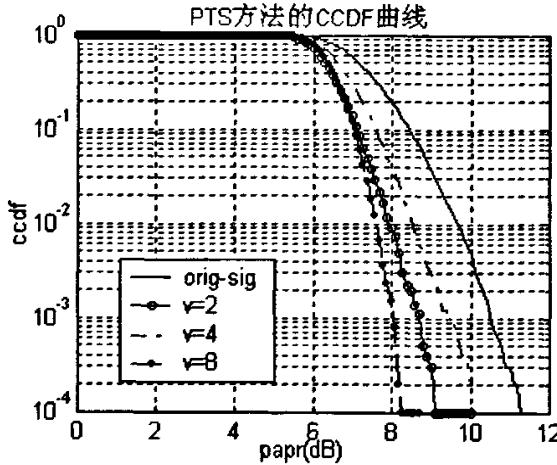


图 3-6 PTS 方法的 CCDF 曲线图

Fig.3-6 CCDF versus PAPR curve using PTS method

相位优化方法虽然降低 PAPR 的效果比较明显，但是需要安全地传送相关的边带信息而且计算复杂度大，既要分组进行 M 次独立的 IFFT 计算，每次又要进行一定的迭代运算，并且当子载波数增加时，计算量也显著增加。由于越来越成熟的计算机技术和大规模集成电路技术，类此方法在国内外有众多青睐者。如文献[21][22][23][24][25][26]分别提出了对 PTS 和 SLM 的改进方法。其中文献[21]阐述了在单正交映射过程中会产生大量的冗余，通过改变正交映射方式和删除冗余，提出了一种新的 PTS 快速相位优化算法。文献[22]提出将信道编码和 SLM 技术相结合的方法，也去掉了传输边信息的麻烦，虽然在传输速率上没有损耗，但是大大增加了系统的复杂程度。

3.3.2 交织法

由 2.4.3 节知，在没有采用过采样的情况下，OFDM 符号周期内每个样值之间是不相关的，一个 OFDM 符号周期内的 N 个采样值当中每个样值的 PAPR 都小于门限值 z 的概率分布为

$$P\{PAPR \leq z\} = P_{Power}(z)^N = (1 - e^{-z})^N \quad (3-5)$$

由式(3-5)可看出，大峰均比出现的概率并不大，而且大峰均比产生的原因是由于传输序列的一致性造成的，因此，当大峰均比出现时，对比特流用交织器进行重新排列从而打乱这种一致性就有可能降低峰均比，这样 PAPR 超过门限值的概率就会大大降低。假设峰均比的门限值为 $PAPR_0$ ，没有经过交织的 OFDM 序列的门限的概率定义为

$P_r(PAPR > PAPR_0)$ 。令交织的次数为 M (M 不大于 2 的 n 次方, n 为一个 OFDM 符号的比特数), 交织后超过门限的概率定义为 $P_s(PAPR > PAPR_0)$, 由于交织后的序列与未交织的序列有一定相关性, 则根据式 (3-5) 可得交织后峰均比的极限互补累积分布函数即为

$$[PAPR_r(PAPR > PAPR_0)]^M \leq PAPR_s(PAPR > PAPR_0) \leq PAPR_r(PAPR > PAPR_0) \quad (3-6)$$

交织法^[27]^[28]^[29]即为利用分组交织器和伪随机 S 交织器来实现交织降峰的目的。发送端和接收端的原理系统框图分别如图 3-7 和图 3-8 所示。

在发送端, 经过第一级分组交织器的数据产生的时域信号的峰均比与未经过交织器产生的时域信号的峰均比经过判决电路判断哪个符号的峰均比比较小; 然后将有小的峰

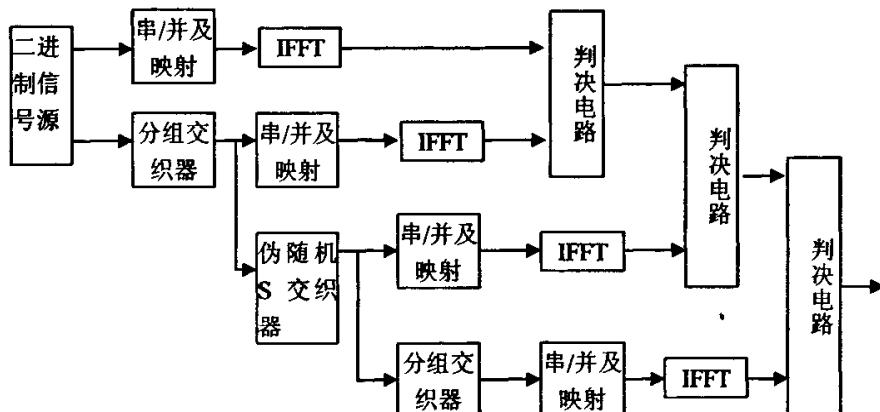


图 3-7 交织法发射端结构示意图

Fig.3-7 Block diagram of transmitter using interleaving

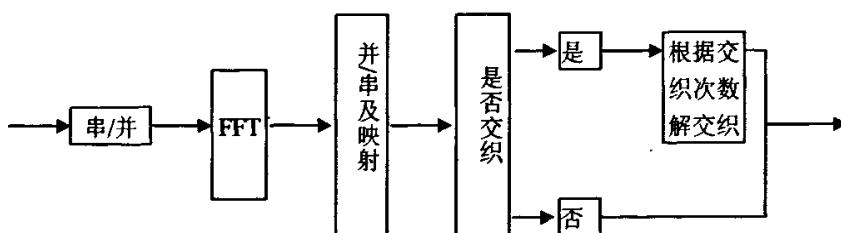


图 3-8 交织法接收端结构示意图

Fig.3-8 Block diagram of receiver using interleaving

交织次数	降低百分率 (%)
交织一次相对未交织	67.82
交织两次相对未交织	68.24
交织三次相对未交织	84.34
交织两次相对交织一次	33.86
交织三次相对交织一次	60.10
交织三次相对交织两次	36.27

表 3-1 交织次数对峰均值的改善程度^[28]

Tab.3-1 number of interleaving vurse PAPR table

均比的 OFDM 符号与先后经过第一级分组交织器、第二级伪随机 S 交织后产生的时域信号的峰均比在判决电路里进行第二次判决，选出有小峰均比的 OFDM 符号再与先后经过分组交织器、伪随机 S 交织器、分组交织器后产生的时域信号的峰均比进行比较，最后将有小的峰均比的 OFDM 符号传送出去。交织的级数可根据实际系统的要求而定。表 3-1 为在 Matlab 仿真环境下，取子载波数 N=256，调制方式为 2PSK，OFDM 符号数 =100000 的情况下，得到的交织次数相对降低 PAPR 的百分率。

该方法的优点是降低 PAPR 效果明显，缺点是在子载波数较大的情况下，交织量大，计算复杂度提高，大大增加了发送端的延时。

3.3.3 多音加法技术

由美国斯坦福大学 Jose Tellado 博士首先提出的包括多音预留^[30](Tone Reservation, TR) 和多音内插 (Tone Injection, TI)^[30]的两种技术。多音预留方法是指将某些不用于传输数据的子载波提出来，专门用于降低 PAPR，产生能够降低整个系统 PAPR 的信号，TR 算法的原理框图如图 3-9 所示。多音内插法是将降低 PAPR 的信号也作为信息符号参与 IFFT 的运算，只是用多点来代替一个降低 PAPR 的信号点，在接收端进行一个模运算将多点映射到原始的信号点上，原理如图 3-10 所示。该类方法优点是不受子载波限制，不需要传输边信息，数据传输速率不变，但缺点是整个系统的计算量增大。

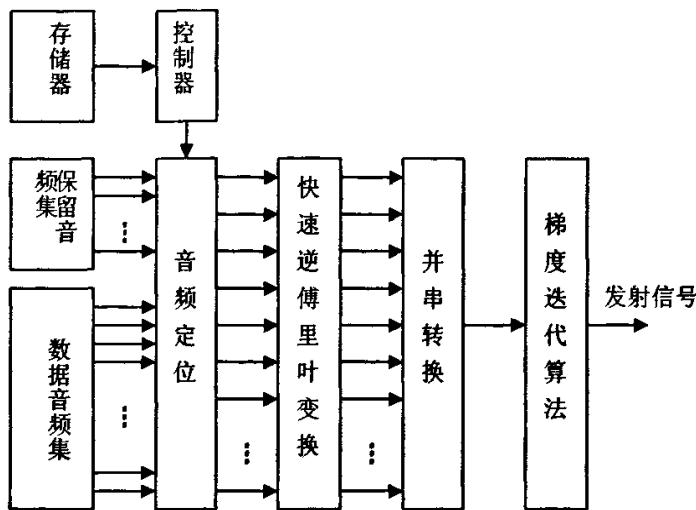


图 3-9 TR 方法结构示意图

Fig.3-9 Block diagram of TR

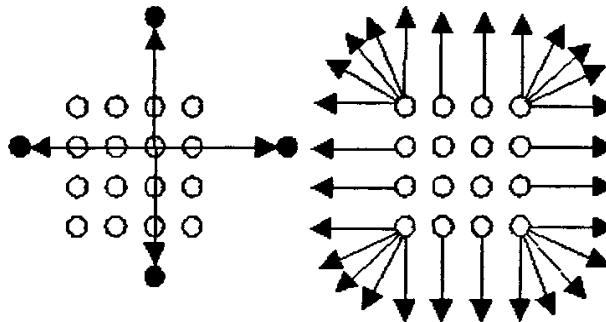


图 3-10 TI 方法示意图

Fig.3-10 Schema of TI method

近些年来，降低 PAPR 各种不同方式的改进和尝试也基本上是以系统复杂度和计算量作为提高性能代价的。每次计算机技术和大规模集成电路技术的飞跃都会带来通信行业的巨大变化，随着这些技术不断的发展，在降低 PAPR 的各种技术中，以计算复杂度为代价的技术将会越来越受到关注。

3.4 本章小结

本章中介绍国内外主要的几种降低PAPR的方法，分析了它们的优缺点和适用的条

件。在综合考虑算法实现的复杂度、提高PAPR的CCDF性能曲线的效果、算法对系统调制情况和子载波数的适应程度的情况下，选择音频保留方法作为第四章的改进目标。

第四章 TR 算法的研究与改进

4.1 音频保留法

音频保留算法是由 Jose Tellado 博士提出的一种降低 PAPR 的新方法，其基本思想是保留一部分音频专门用于降低 PAPR，PAPR 降低的效果取决于保留音频的数量，它们在频率矢量中的位置以及采用的迭代算法。原理框图已在图 3-9 中给出，下面是该算法的具体描述。

4.1.1 TR 模型

在 TR 方法中，发射端和接收端都知道保留了一部分音频用于产生降低 PAPR 的信号，而不用于数据传输。通过把降峰信号约束在由保留音频产生的子空间内，数据向量和降峰向量可以很容易地被分开。它们在频率上是相互独立的，即 $X_k^m C_k^m = 0$ 。令 $\mathfrak{R} = \{i_0, \dots, i_{R-1}\}$ 表示用于降峰而保留的音频集，其中下标中的 R 是保留音频数， $0 \leq i_0 \leq \dots \leq i_1 \leq \dots \leq i_{R-1} < N, R \ll N$ 。令 $N = \{0, 1, \dots, N-1\}$ 是所有音频集， \mathfrak{R}^c 为 \mathfrak{R} 的补集，即 $\mathfrak{R}^c + \mathfrak{R} = N$ 。音频值满足下式：

$$X_k^m + C_k^m = \begin{cases} C_k^m, k \in \mathfrak{R} \\ X_k^m, k \in \mathfrak{R}^c \end{cases} \quad (4-1)$$

2.4 节中已描述过，可用对连续信号进行过采样得到的离散信号的 PAPR 值来近似连续信号的 PAPR 值，下面的论述和数学推导考虑的都是离散时间信号。在发射端传输信号的 IDFT 调制运算可写为

$$x^m[n/L] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X_k^m e^{j2\pi kn/NL} w[n/L] = IDFT(\sqrt{L} X_L^m) \quad (4-2)$$

TR 算法中，发射端的多载波调制器即可写为

$$x^m[n/L] + c^m[n/L] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k \in \mathfrak{R}} X_k^m e^{j2\pi kn/NL} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k \in \mathfrak{R}^c} C_k^m e^{j2\pi kn/NL} \quad (4-3)$$

假设循环前缀比信道脉冲响应大，则接收端 DFT 的输出为

$$H_k(X_k'' + C_k'') + N_k'' = \begin{cases} H_k C_k'' + N_k'', k \in \Re \\ H_k X_k'' + N_k'', k \in \Re^c \end{cases} \quad (4-4)$$

其中 H_k 是信道脉冲响应的 DFT， N_k'' 是加性噪声的 DFT。在接收端，解调器的原理非常简单，其要做的仅仅是忽略 $k \in \Re$ 音频集中的数值，解出 $k \in \Re^c$ 音频集中的数值。

式 (4-2) 写成矩阵的形式为

$$\begin{bmatrix} x_0'' \\ x_{1/L}'' \\ x_{2/L}'' \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{n/L}'' \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{(NL-1)/L}'' \end{bmatrix}_{NL \times 1} = Q \begin{bmatrix} X_0'' \\ \vdots \\ X_{\frac{N}{2}-1}'' \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ X_{\frac{N}{2}}'' \\ \vdots \\ X_{N-1}'' \end{bmatrix}_{NL \times 1} \quad (4-5)$$

其中， Q 是 NL 点 IDFT 变换，量化因子为 \sqrt{L} 。即

$$Q = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & e^{j\frac{2\pi}{NL}1 \times 1} & \cdots & e^{j\frac{2\pi}{NL}1 \times (NL-1)} \\ 1 & e^{j\frac{2\pi}{NL}2 \times 1} & \cdots & e^{j\frac{2\pi}{NL}2 \times (NL-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{j\frac{2\pi}{NL}n \times 1} & \cdots & e^{j\frac{2\pi}{NL}n \times (NL-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & e^{j\frac{2\pi}{NL}(NL-1) \times 1} & \cdots & e^{j\frac{2\pi}{NL}(NL-1) \times (NL-1)} \end{bmatrix}_{NL \times N} \quad (4-6)$$

式 (4-7) 即 $x_L'' = Q X_L''$ 。由于 X_L'' 中间 $N(L-1)$ 项总是为零，所以该矩阵是有冗余的。

令 Q_L 为从矩阵 Q 选取前 $N/2$ 列和最后 $N/2$ 列组成的新矩阵， Q_L 的维数为 $NL \times N$ 。当 $L=1$ 的时候， Q_L 为标准的 N 点 IDFT 矩阵。则过采样 IDFT 可表示为

$$\begin{bmatrix} x_0^m \\ x_{1/L}^m \\ x_{2/L}^m \\ \vdots \\ x_{n/L}^m \\ \vdots \\ x_{(NL-1)/L}^m \end{bmatrix}_{NL \times 1} = Q_L \begin{bmatrix} X_0^m \\ X_1^m \\ \vdots \\ X_k^m \\ \vdots \\ X_{N-1}^m \end{bmatrix}_{N \times 1} \quad (4-7)$$

那么，式 (4-3) 即可表示为

$$\begin{bmatrix} x_0^m \\ x_{1/L}^m \\ x_{2/L}^m \\ \vdots \\ x_{n/L}^m \\ \vdots \\ x_{(NL-1)/L}^m \end{bmatrix}_{NL \times 1} + \begin{bmatrix} c_0^m \\ c_{1/L}^m \\ c_{2/L}^m \\ \vdots \\ c_{n/L}^m \\ \vdots \\ c_{(NL-1)/L}^m \end{bmatrix}_{NL \times 1} + = Q_L \left(\begin{bmatrix} X_0^m \\ X_1^m \\ \vdots \\ X_k^m \\ \vdots \\ X_{N-1}^m \end{bmatrix}_{N \times 1} + \begin{bmatrix} C_0^m \\ C_1^m \\ \vdots \\ C_k^m \\ \vdots \\ C_{N-1}^m \end{bmatrix}_{N \times 1} \right) \quad (4-8)$$

令 $\hat{\mathbf{C}}^m$ 表示通过选择 $k \in \Re$ 的 \mathbf{C}^m 而组成的矢量，长度为 R ，即

$\hat{\mathbf{C}}^m = [C_{i_0}^m \dots C_{i_{R-1}}^m]^T$ 。 \hat{Q}_L 是选取 Q_L 中列坐标属于 $\Re = \{i_0, \dots, i_{R-1}\}$ 的列向量组成的子矩阵，即 $\hat{Q}_L = [\mathbf{q}_{i_0, L}^{col} | \dots | \mathbf{q}_{i_{R-1}, L}^{col}]$ 。因为 \mathbf{C}^m 中剩余的值为 0，则

$$\mathbf{c}^m = Q_L \mathbf{C}^m = \hat{Q}_L \cdot \hat{\mathbf{C}}^m \quad (4-9)$$

那么，有

$$\bar{\mathbf{x}}_L^m = \mathbf{x}_L^m + \mathbf{c}_L^m = \mathbf{x}_L^m + \hat{Q}_L \cdot \hat{\mathbf{C}}^m \quad (4-10)$$

令 $\mathbf{q}_{n,L}^{row}$ 代表 Q_L 的第 n 行， $\mathbf{q}_{k,L}^{col}$ 代表 Q_L 的第 k 列，即

$$\mathbf{q}_{n,L}^{row} = \left[1 \ e^{j\frac{2\pi}{NL}n \cdot 1} \ \dots \ e^{j\frac{2\pi}{NL}n \cdot (\frac{N}{2}-1)} \ e^{j\frac{2\pi}{NL}n \cdot (\frac{N}{2}-2)} \ \dots \ e^{j\frac{2\pi}{NL}n \cdot (NL-1)} \right]_{1 \times N} \quad (4-11)$$

$$\text{当 } 1 \leq k < N/2 \text{ 时, } \mathbf{q}_{k,L}^{\text{col}} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\frac{2\pi}{NL}1 \cdot k} \\ e^{j\frac{2\pi}{NL}2 \cdot k} \\ \vdots \\ e^{j\frac{2\pi}{NL}(NL-1) \cdot k} \end{bmatrix}_{NL \times 1} \quad (4-12)$$

$$\text{当 } N/2 \leq k \leq N-1 \text{ 时, } \mathbf{q}_{k,L}^{\text{col}} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{NL}1 \cdot k} \\ e^{-j\frac{2\pi}{NL}2 \cdot k} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{NL}(NL-1) \cdot k} \end{bmatrix}_{NL \times 1} = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{-j\frac{2\pi}{NL}1 \cdot (N-k)} \\ e^{-j\frac{2\pi}{NL}2 \cdot (N-k)} \\ \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi}{NL}(NL-1) \cdot (N-k)} \end{bmatrix}_{NL \times 1} \quad (4-13)$$

通过观察式 (4-12) 和 (4-13), 可以得到, 当 $1 \leq k \leq N-1$ 时, $\mathbf{q}_{N-k,L}^{\text{col}} = (\mathbf{q}_{k,L}^{\text{col}})^*$ 。那么, 在基带传输中, \mathbf{x}_L^m 和 \mathbf{c}_L^m 都必须为实值的序列, 因此 \mathbf{X}^m 和 \mathbf{C}^m 都必须满足厄米特对称。例如, 当 N 为偶数时, X_k^m 和 C_k^m 必须满足 $X_k^m = (X_{N-k}^m)^*$ 及 $C_k^m = (C_{N-k}^m)^*$ 。此外, X_0^m , $X_{N/2}^m$, C_0^m 及 $C_{N/2}^m$ 都必须为实值。

在进行 PAPR 降低之前第 m 个符号 X^m 的 PAPR 可用矢量形式表示为

$$PAPR(\mathbf{x}^m) = \frac{\|\mathbf{x}^m\|_\infty^2}{E\left\{\left[x^m[n/L]\right]^2\right\}} \quad (4-14)$$

$\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m$ 的 PAPR 为

$$PAPR\{\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m\} = \frac{\|\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m\|_\infty^2}{E\left\{\left[x^m[n/L]\right]^2\right\}} \quad (4-15)$$

其中 \mathbf{c}^m 的能量不被计算在分母中, 是为了避免通过提高整个信号的功率来达到降低 PAPR 的效果^[31], 如图 4-1 及 4-2 所示。

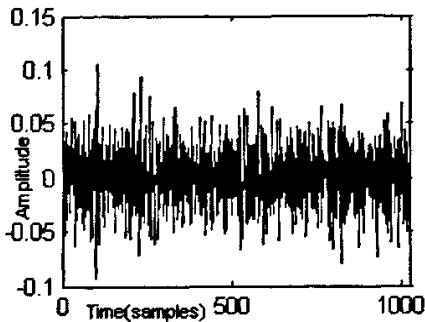


图 4-1 原信号

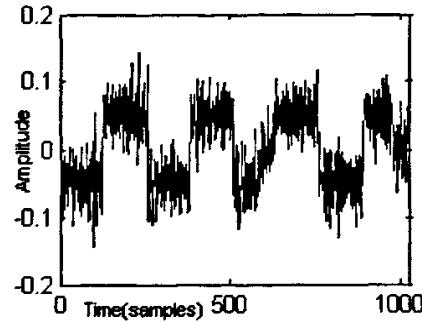


图 4-2 错误定义降峰后的信号

Fig.4-1 original signal

Fig.4-2 signal after false PAPR reduction

因为分母不是关于降峰信号的函数，最小化 $\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m$ 信号的 PAPR 就等效于求解能最小化最大峰值或 $\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m$ 的 ∞ 范数的最优 \mathbf{c}^m 或 \mathbf{C}^m ，用数学式表示即

$$\min_{\mathbf{c}} \|\mathbf{x}^m + \mathbf{c}\|_{\infty} = \min_{\mathbf{C}} \|\mathbf{x}^m + \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}}\|_{\infty} \quad (4-16)$$

其中 $\hat{\mathbf{C}} = [C_{i_0} \dots C_{i_r} \dots C_{i_{n-1}}]^T$ 。式 (4-16) 等效为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{C}} \quad t \\ & \text{subject to: } \|\mathbf{x}^m + \hat{\mathbf{Q}}_L \hat{\mathbf{C}}\|_{\infty}^2 \leq t \end{aligned} \quad (4-17)$$

令 $\hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{row}$ 为 $\hat{\mathbf{Q}}_L$ 的第 n 行，式 (4-17) 即可等效为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{C}} \quad t \\ & \text{subject to: } |x_0^m + \hat{\mathbf{q}}_{0,L}^{row} \hat{\mathbf{C}}|^2 \leq t \\ & \quad |x_{1/L}^m + \hat{\mathbf{q}}_{1,L}^{row} \hat{\mathbf{C}}|^2 \leq t \\ & \quad \vdots \\ & \quad |x_{n/L}^m + \hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{row} \hat{\mathbf{C}}|^2 \leq t \\ & \quad \vdots \\ & \quad |x_{(NL-1)/L}^m + \hat{\mathbf{q}}_{NL-1,L}^{row} \hat{\mathbf{C}}|^2 \leq t \end{aligned} \quad (4-18)$$

展开即得问题

$$\begin{aligned}
 & \min_{\hat{\mathbf{C}}} \quad t \\
 & \text{subject to: } (\mathbf{x}_0^m + \hat{\mathbf{q}}_{0,L}^{row} \hat{\mathbf{C}})^* (\mathbf{x}_0^m + \hat{\mathbf{q}}_{0,L}^{row} \hat{\mathbf{C}}) \leq t \\
 & \quad \vdots \\
 & \quad (\mathbf{x}_{n/L}^m + \hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{row} \hat{\mathbf{C}})^* (\mathbf{x}_{n/L}^m + \hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{row} \hat{\mathbf{C}}) \leq t \\
 & \quad \vdots \\
 & \quad (\mathbf{x}_{(NL-1)/L}^m + \hat{\mathbf{q}}_{NL-1,L}^{row} \hat{\mathbf{C}})^* (\mathbf{x}_{(NL-1)/L}^m + \hat{\mathbf{q}}_{NL-1,L}^{row} \hat{\mathbf{C}}) \leq t
 \end{aligned} \tag{4-19}$$

式 (4-19) 所描述的问题为在一组二次 (即凸的) 约束交集上最小化关于变量 $\hat{\mathbf{C}}$ 的一个线性约束, 即为一个凸问题, 该问题为二次约束二次规划 (Quadratically Constrained Quadratic Program, QCQP) 问题的一种特殊形式^[32]。

在基带多载波传输的情况下, 该 QCQP 问题即简化为线性规划问题^[33] (Linear Programming, LP)。首先, 实的多载波信号需要实的 PAPR 降峰信号。因为 $\mathbf{x}^m + \mathbf{c}^m$ 必须是实值的, \mathbf{C}^m 必须满足厄米特对称性。由 4.1 节知, 如果 N 是偶数 (N 是奇数的情况同理可推), $C_k^m = (C_{N-k}^m)^*$, 以及 C_0^m 、 $C_{N/2}^m$ 必须为实值。如果 $i_r \in \mathfrak{R}$, 则厄米特性质要求 $N - i_r \in \mathfrak{R}$ 。为了简化推导, $i_r = 0$ 和 $i_r = N/2$ 的特殊情况排除在外, 即 $\{0, N/2\} \notin \mathfrak{R}$ 。此时, PRT 满足 $i_r = N - i_{R-r}$, 且 \mathfrak{R} 有如下结构

$$\mathfrak{R} = \{i_0, \dots, i_r, \dots, i_{R/2}, N - i_{R/2}, \dots, N - i_r, \dots, N - i_0\} \tag{4-20}$$

则前 $R/2$ 个元素就确定了整个 PRT 集。那么,

$$\begin{aligned}
 c^m[n/L] &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{r=0}^{R-1} C_{i_r}^m e^{j2\pi i_r n/NL} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{N}} \left(\sum_{r=0}^{R/2-1} C_{i_r}^m e^{j2\pi i_r n/NL} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{r=R/2}^{R-1} C_{i_r}^m e^{j2\pi i_r n/NL} \right) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{N}} \left(\sum_{r=0}^{R/2-1} C_{i_r}^m e^{j2\pi i_r n/NL} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{r=R/2}^{R-1} C_{N-i_r}^m e^{-j2\pi i_r n/NL} \right) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{r=0}^{R/2-1} C_{i_r}^m e^{j2\pi i_r n/NL} + (C_{i_r}^m e^{j2\pi i_r n/NL})^* \\
 &= \frac{2}{\sqrt{N}} \sum_{r=0}^{R/2-1} C_{i_r, re}^m \cos(2\pi i_r n/NL) - C_{i_r, im}^m \sin(2\pi i_r n/NL)
 \end{aligned} \tag{4-21}$$

其中 $n = 0, \dots, NL - 1$ 。 $C_{i_r, re}^m$ 和 $C_{i_r, im}^m$ 分别是 $C_{i_r}^m$ 的实部和虚部。式 (4-21) 结果用矩阵形式

表示即为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{c}_0^m \\ \mathbf{c}_{1/L}^m \\ \mathbf{c}_{2/L}^m \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{n/L}^m \\ \vdots \\ \vdots \\ \mathbf{c}_{(NL-1)/L}^m \end{bmatrix}_{NL \times 1} = \check{Q}_L \begin{bmatrix} C_{i_0, re}^m \\ C_{i_0, im}^m \\ \vdots \\ C_{i_r, re}^m \\ C_{i_r, im}^m \\ \vdots \\ C_{i_{R/2-1}, re}^m \\ C_{i_{R/2-1}, im}^m \end{bmatrix}_{R \times 1} \quad (4-22)$$

其中， \check{Q}_L 即为如下矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ \cos(2\pi i_0/NL) & -\sin(2\pi i_0/NL) & \dots & \cos(2\pi i_{R/2-1}/NL) & -\sin(2\pi i_{R/2-1}/NL) \\ \cos(2\pi i_0 \cdot 2/NL) & -\sin(2\pi i_0 \cdot 2/NL) & \dots & \cos(2\pi i_{R/2-1} \cdot 2/NL) & -\sin(2\pi i_{R/2-1} \cdot 2/NL) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \cos(2\pi i_0 \cdot (NL-2)/NL) & \sin(2\pi i_0 \cdot (NL-2)/NL) & \dots & \cos(2\pi i_{R/2-1} \cdot (NL-2)/NL) & -\sin(2\pi i_{R/2-1} \cdot (NL-2)/NL) \\ \cos(2\pi i_0 \cdot (NL-1)/NL) & \sin(2\pi i_0 \cdot (NL-1)/NL) & \dots & \cos(2\pi i_{R/2-1} \cdot (NL-1)/NL) & -\sin(2\pi i_{R/2-1} \cdot (NL-1)/NL) \end{bmatrix} \quad (4-23)$$

令 $\check{\mathbf{C}}^m = [C_{i_0, re}^m, C_{i_0, im}^m, \dots, C_{i_r, re}^m, C_{i_r, im}^m, \dots, C_{i_{R/2-1}, re}^m, C_{i_{R/2-1}, im}^m]^T$ ，则有 $\mathbf{c}^m = \check{Q}_L \check{\mathbf{C}}^m$ 。那么在基带

OFDM 系统中，最小化 PAPR 问题即等效为

$$\min_{\mathbf{c}} \|\mathbf{x}^m + \mathbf{c}\|_\infty = \min_{\check{\mathbf{C}}} \|\mathbf{x}^m + \check{Q}_L \check{\mathbf{C}}\|_\infty \quad (4-24)$$

上式等效为

$$\begin{array}{ll} \min_{\check{\mathbf{C}}} & t \\ \text{subject to: } & |\mathbf{x}_n + \check{\mathbf{q}}_n^{\text{row}} \check{\mathbf{C}}| \leq t, n = 0, \dots, NL-1 \end{array} \quad (4-25)$$

其中 $\check{\mathbf{q}}_n^{\text{row}}$ 为 \check{Q}_L 的第 n 行。写为矢量形式即为

$$\begin{array}{ll} \min_{\check{\mathbf{C}}} & t \\ \text{subject to: } & \mathbf{x}^m + \check{Q}_L \check{\mathbf{C}} \leq t \mathbf{1}_{NL}, \\ & \mathbf{x}^m + \check{Q}_L \check{\mathbf{C}} \geq -t \mathbf{1}_{NL} \end{array} \quad (4-26)$$

其中 $\mathbf{1}_{NL} = [1 \ 1 \ \dots \ 1]_{NL \times 1}^T$ ， $\mathbf{y} \leq \mathbf{z}$ 表示对应矢量元素的不等关系，即 $y_i \leq z_i, \forall i$ 。把未知

项 $\check{\mathbf{C}}$ 移到左边，即得

$$\begin{array}{ll} \min_{\tilde{C}} & t \\ \text{subject to:} & \begin{aligned} \check{Q}_L \check{C} - t \mathbf{1}_{NL} &\leq -\mathbf{x}^m, \\ \check{Q}_L \check{C} + t \mathbf{1}_{NL} &\geq -\mathbf{x}^m \end{aligned} \end{array} \quad (4-27)$$

继续变形可得

$$\begin{array}{ll} \min_{\tilde{C}} & t \\ \text{subject to:} & \begin{pmatrix} \check{Q}_L & -\mathbf{1}_{NL} \\ -\check{Q}_L & -\mathbf{1}_{NL} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \check{C} \\ t \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -\mathbf{x}^m \\ \mathbf{x}^m \end{pmatrix} \end{array} \quad (4-28)$$

该 LP 有 $2R+1$ 个未知项, $2NL$ 个不等式。写为 LP 的标准形式即为

$$\begin{array}{ll} \min_{\tilde{C}} & \begin{pmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \check{C} \\ t \end{pmatrix} \\ \text{subject to:} & \begin{pmatrix} \check{Q}_L & -\mathbf{1}_{NL} \\ -\check{Q}_L & -\mathbf{1}_{NL} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \check{C} \\ t \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -\mathbf{x}^m \\ \mathbf{x}^m \end{pmatrix} \end{array} \quad (4-29)$$

在[32]中, LP 的标准形式为

$$\begin{array}{ll} \min & \mathbf{c}^T \mathbf{y} \\ \text{subject to:} & \mathbf{A} \mathbf{y} \leq \mathbf{b} \end{array} \quad (4-30)$$

其中矩阵 \mathbf{A} , 矢量 \mathbf{b} 、 \mathbf{c} 都是已知参数, \mathbf{y} 为优化变量。

该凸优化问题都有很多算法^[32], 下面将介绍一种简单的梯度算法来进行求解。

4.1.2 简单梯度算法

前几节我们介绍了 TR 的模型, 并描述了精确的解决办法。当处理复多载波情况即通带应用时, 可通过求解 QCQP 来得到优化, 当处理实多载波情况即基带应用时, 可通过求解 LP 得到优化。下面介绍一种以均方差梯度作为传输失真函数的简单迭代算法用于达到降低信号 PAPR 的目的。

$g(\cdot)$ 表示一般的非线性性, 记第 m 个符号的失真信号为 $d^{(x,g)} = g(\mathbf{x}^m) - \mathbf{x}^m$ 。则一个 OFDM 符号的总的失真功率为

$$\left\| \mathbf{x}^m - g(\mathbf{x}^m) \right\|_2^2 = \sum_{n=0}^{NL-1} \left(x[n/L] - g(x[n/L]) \right)^2 \quad (4-31)$$

信号失真功率比 (Signal to Distortion power Ratio, SDR) 为

$$SDR = \frac{\|x^m\|_2^2}{\|x^m - g(x^m)\|_2^2} \quad (4-32)$$

在传输符号中加入降峰信号后，传输的时间序列即为 $x^m + \hat{Q}\hat{C}$ ，此时 SDR 为

$$SDR = \frac{\|x^m\|_2^2}{\|x^m + \hat{Q}\hat{C} - g(x^m + \hat{Q}\hat{C})\|_2^2} \quad (4-33)$$

在前面的描述中，目标都是最小化 $x^m + \hat{Q}\hat{C}$ 的 PAPR。对于一般的非线性性，更自然的方法是最大化 SDR，这是一种更容易接受的检测传输信号质量的方法。由于式 (4-33) 中分子为常量，则该优化问题等效为最小化分母，即

$$\min_{\hat{C}} \|x^m + \hat{Q}\hat{C} - g(x^m + \hat{Q}\hat{C})\|_2^2 \quad (4-34)$$

如果非线性函数 $x_r - g(x_r)$ 是一个凸函数，那么式 (4-34) 的最小化问题也是凸的，因为它是未知量集 \hat{C} 上的凸函数的线性组合。因此，可以精确地计算出可以最大化 DSR 的 \hat{C} 。因为大多数非线性情况都能简化为软限幅器 (Soft Limiter, SL) 情况，此外这样也能简化讨论。本节的下面将主要介绍一种特殊情况，最大幅值为 A 的 SL 非线性情况。在该情况下，将用更常见的信号削波功率比 SCR (Signal to Clipping noise power Ratio) 代替 SDR。具体梯度迭代算法描述如下。

式 (4-34) 对 \hat{C} 的梯度为

$$\nabla_{\hat{C}} \|x^m + \hat{Q}_L \hat{C} - g_{SL}(x^m + \hat{Q}_L \hat{C})\|_2^2 = 2 \sum_{|x_n^m + c_n^{m(i)}| > A} \left(x_n^m + c_n^{m(i)} - A e^{j \arg\{x_n^m + c_n^{m(i)}\}} \right) (\hat{q}_{n,L}^{row})^* \quad (4-35)$$

初始条件为， $\hat{C}^{m(0)} = \mathbf{0}_R$ ， $c^{m(0)} = \mathbf{0}_{NL}$ ，其中 $\mathbf{0}_M$ 代表长度为 M 的全零列向量。下面

的梯度迭代算法可用于修正降峰矢量 \hat{C} ：

$$\begin{aligned} \hat{C}^{m(i+1)} &= \hat{C}^{m(i)} - \frac{\mu}{2} \nabla_{\hat{C}} \|x^m + \hat{Q}_L \hat{C}^{m(i)} - g_{SL}(x^m + \hat{Q}_L \hat{C}^{m(i)})\|_2^2 \\ &= \hat{C}^{m(i)} - \mu \sum_{|x_n^m + c_n^{m(i)}| > A} \left(x_n^m + c_n^{m(i)} - A e^{j \arg\{x_n^m + c_n^{m(i)}\}} \right) (\hat{q}_{n,L}^{row})^* \end{aligned} \quad (4-36)$$

在该等式中，时域和频域的降峰信号 $c^{m(i)}$ 、 $\hat{C}^{m(i+1)}$ 都要计算。算法可简化成只在

时域计算降峰信号。式(4-36)等式两边同时乘上 \hat{Q}_L , 即得

$$\mathbf{c}^{m(i+1)} = \mathbf{c}^{m(i)} - \mu \sum_{|x_n^{m(i)} + c_n^{m(i)}| > A} \left(x_n^m + c_n^{m(i)} - A e^{j \arg(x_n^m + c_n^{m(i)})} \right) \hat{Q}_L (\hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{row})^* \quad (4-37)$$

该算法不需要计算 $\hat{\mathbf{C}}^{m(i+1)}$, 此外, 计算 $\mathbf{c}^{m(i)}$ 也不涉及到离散傅里叶变换的计算。由式(4-37), 降低PAPR的算法为

$$\bar{\mathbf{x}}^{m(i+1)} = \bar{\mathbf{x}}^{m(i)} - \mu \sum_{|x_n^{m(i)}| > A} \underbrace{\left(\bar{x}_n^{m(i)} - A e^{j \arg(\bar{x}_n^{m(i)})} \right)}_{\alpha_n^{m(i)}} \underbrace{\hat{Q}_L (\hat{\mathbf{q}}_{n,L}^{row})^*}_{\mathbf{p}_n^{l2}} \quad (4-38)$$

其中 $\bar{\mathbf{x}}^{m(i)} = \mathbf{x}^m + \mathbf{c}^{m(i)}$ 。

由上面的推导, 可以得到基于SCR的TR迭代算法为

$$\bar{\mathbf{x}}^{m(i+1)} = \bar{\mathbf{x}}^{m(i)} - \mu \sum_{|x_n^{m(i)}| > A} \alpha_n^{m(i)} \mathbf{p}_n^{l2} \quad (4-39)$$

其中 $\bar{\mathbf{x}}^{m(0)} = \mathbf{x}^m$ 。在实多载波情况下该等式即变为

$$\alpha_n^{m(i)} = \bar{x}_n^{m(i)} - A \cdot \text{sign}\left\{ \bar{x}_n^{m(i)} \right\} \quad (4-40)$$

$$\mathbf{p}_n^{l2} = \check{Q}_L (\check{\mathbf{q}}_{n,L}^{row})^* \quad (4-41)$$

因为 $|\bar{x}_n^{m(i)}| > A$ 的条件对于符号的NL个抽样值中的任意一个都可能发生, 所以发射端必须计算并存储所以可能的降峰核 \mathbf{p}_n^{l2} , $n=0, \dots, NL-1$ 。

由于DFT的循环移位特性, 而 \hat{Q}_L 是子空间 \mathfrak{R} 上的DFT变换, 很显然有

$$\hat{\mathbf{q}}_{n_i,L}^{row} = \hat{\mathbf{q}}_{n_i-1,L}^{row} \odot \begin{bmatrix} e^{j \frac{2\pi}{NL} i_1} & \dots & e^{j \frac{2\pi}{NL} i_r} & \dots & e^{j \frac{2\pi}{NL} i_R} \end{bmatrix}_{1 \times R} \quad (4-42)$$

其中 \odot 表示矢量元素相乘。由此特性可看出, 降峰核满足

$$\mathbf{p}_{n_i}^{l2}[n/L] = \hat{Q}_L (\hat{\mathbf{q}}_{n_i,L}^{row})^* = \mathbf{p}_{n_i-1}^{l2}[(n-1)/L] = \dots = \mathbf{p}_0^{l2}\left[\left((n-n_i)/L\right)_{NL}\right] \quad (4-43)$$

从式(4-43)可知, 所有的降峰核都可由一个基本降峰核 $\mathbf{p}_0^{l2}[n/L]$ 的循环移位得到, 在后面的文章中, 为了简化, 用 $\mathbf{p}^{l2}[n/L]$ 或 \mathbf{p}^{l2} 来表示 $\mathbf{p}_0^{l2}[n/L]$ 。

4.1.3 降峰核的设计

降峰集 \mathfrak{M} 和降峰核 \mathbf{p} 都是在初始化中确定的，在所有符号的每次迭代中重复使用，因为 \mathfrak{M} 和 \mathbf{p} 仅需计算一次，所以更需注意降峰核的优化。同时，TR 算法的性能的好坏很大程度上取决于核性质的优劣。假设 \mathfrak{M} 包括所有的奇数项音频，过抽样因子为 $L=1$ ，即

$$\begin{aligned} x''[n] + c''[n] &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0 \text{ even}}^{N-1} X_k^m e^{j2\pi kn/N} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0 \text{ odd}}^{N-1} C_k^m e^{j2\pi kn/N} \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N/2-1} X_{2k}^m e^{j2\pi 2kn/N} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N/2-1} C_{2k+1}^m e^{j2\pi(2k+1)n/N} \\ &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N/2-1} X_{2k}^m e^{j2\pi kn/(N/2)} + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N/2-1} C_{2k+1}^m e^{j2\pi kn/(N/2)} e^{j2\pi n/(N/2)} \end{aligned} \quad (4-44)$$

由式 (4-44)，易得 $x''[n] = x''[n+N/2]$ ， $c''[n] = -c''[n+N/2]$ 。如果引入 $c''[n]$ 降低了第 n 处抽样的峰值功率，即 $|x''[n] + c''[n]| < |x''[n]|$ ，也就意味着在 $n+N/2$ 处增加了峰值功率，即 $|x''[n+N/2] + c''[n+N/2]| = |x''[n] - c''[n]| > |x''[n]|$ ，那么，对于该中选择 \mathfrak{M} 的方法，最优的降峰信号为 $c''[n] = 0$ ，显然 $PAPR\{x''[n] + c''[n]\} = PAPR\{x''[n]\}$ ，即没有达到降低 PAPR 的效果。

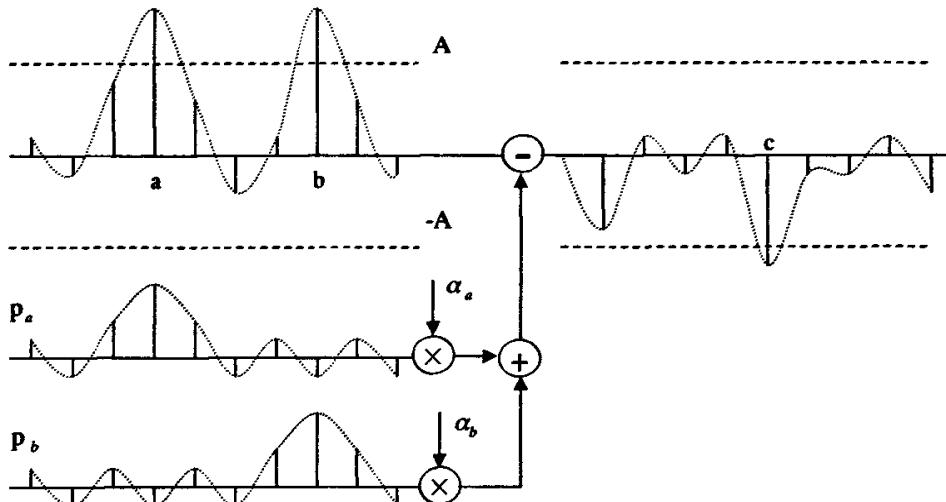


图 4-3 SCR 算法示意图

Fig.4-3 Illustration of the SCR gradient algorithm

从图 4-3 中看出，符号在 a 和 b 处超过了期望峰值，虽然在第一次代之后该两处的

峰值降低了，但是由于核的旁瓣在 c 处产生了新的峰值，由此自然想到，最小化降峰核的旁瓣是选择 PRT 位置的设计准则。

当 $L=1$ 时，为达到最优的性能，降峰核 \mathbf{p} 应为一个理想离散时间脉冲，即 $\mathbf{p} = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]^T = \mathbf{e}_0$ 。该情况下，每进行一次算法消除发现的峰值，而不会在其它位置产生新的峰值，但是这将要求 P 有 $R=N$ 个非零值，显然在实际中是不允许的。因此，降峰核应尽可能接近理想离散时间脉冲，且仍然满足 $R \ll N$ 。选择计算 \mathbf{p} 和 \mathbf{e}_0 间相似度的代价函数 $d(\mathbf{p}, \mathbf{e}_0)$ 不同，计算 \mathbf{p} 的方式也不同，最自然简单的方法是当 $d(\cdot)$ 是一个范数，即 $d(x, y) = \|x - y\|_l$ 。当 $l=2$ 时，即为均方误差（Mean Square Error, MSE）准则。在该准则下令 $\hat{\mathbf{P}}$ 为 \mathbf{P} 的非零值，即 $\hat{\mathbf{P}} = [P_{i_0} \cdots P_{i_{R-1}}]^T$ ，那么 $\hat{\mathbf{P}}^{l=2,b} = \arg \min_{\mathbf{P}} \|\hat{\mathcal{Q}}_L \hat{\mathbf{P}} - \mathbf{e}_0\|_2$ 。

该情况下的解^[33]为

$$\hat{\mathbf{P}}^{l=2,b} = (\hat{\mathcal{Q}}_L^T \hat{\mathcal{Q}}_L)^{-1} \hat{\mathcal{Q}}_L^T \mathbf{e}_0 = \hat{\mathcal{Q}}_L^T \mathbf{e}_0 = \frac{1}{L\sqrt{N}} [1 \cdots 1]^T = \frac{1}{L\sqrt{N}} \mathbf{1}_R \quad (4-45)$$

又有 MSE 降峰核为

$$\mathbf{p}^{l=2,b} = \frac{1}{L\sqrt{N}} \hat{\mathcal{Q}}_L \mathbf{1}_R \quad (4-46)$$

因为 $p_0 = \frac{R}{NL} < 1$ ，则 $\mathbf{p}^{l=2,b}$, $\hat{\mathbf{P}}^{l=2,b}$ 是有偏的。当 $p_0 = 1$ 时，可得

$$\hat{\mathbf{P}}^{l=2,b} = \frac{\sqrt{N}}{R} \mathbf{1}_R \quad (4-47)$$

$$\mathbf{p}^{l=2,b} = \frac{\sqrt{N}}{R} \hat{\mathcal{Q}}_L \mathbf{1}_R \quad (4-48)$$

在实际应用中可通过下面的步骤来产生 MSE 准则的降峰核：

1. 在区间 $(0, \dots, N-1)$ 上随机选择 R 个位置，即 $\mathfrak{R} = \{i_0, \dots, i_{R-1}\}$ 。
2. 当 $k \in R$ ，置 $P[k] = \sqrt{N}/R$ ；当 $k \notin R$ ，置 $P[k] = 0$ 。
3. 计算 $IFFT(\sqrt{N}P[k])$ ，即为 $p[n/L]$ 。

保留音频百分比对产生的降峰核有较大的影响，根据前面的分析，随着保留音频比的增加，降峰核的波形越理想，效果如图 4-4 及 4-5 所示。图 4-4 和图 4-5 为 $N=256$ 时，

保留音频比分别取为 5% 和 10% 得到的降峰核时域波形图，可以看出保留音频比较大时，产生的降峰核的旁瓣越小。

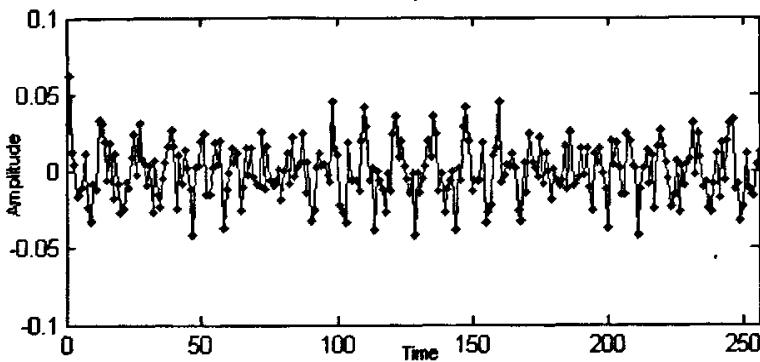


图 4-4 保留 5% 音频的降峰核

Fig.4-4 PRT under 5% reserved

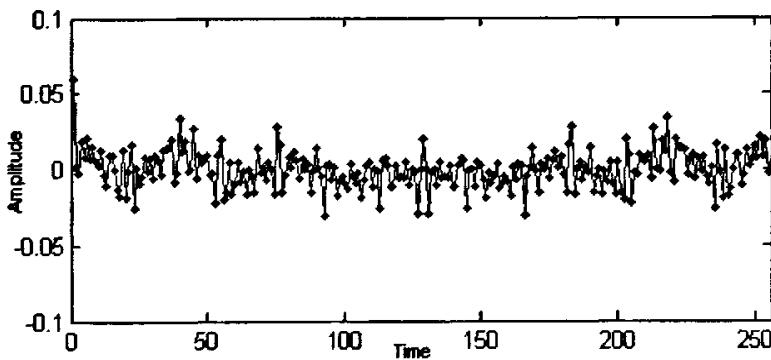


图 4-5 保留 10% 音频的降峰核

Fig.4-5 PRT under 10% reserved

4.1.4 降峰集的选择

利用音频保留法来降低 PAPR，必须要先确定降峰集。发送端要明确哪些音频是用来降峰的，而接收端则要清楚哪些音频是要被忽略的。

降峰集的选择有很多种方式。对于一个有 N 个子载波的系统来说，考虑到共轭对称性，直流波和奈奎斯特频率不能选择，可以有 $N/2-1$ 个子载波可供选择。从中选取 U 个音频，则有 $\binom{N/2-1}{U}$ 种组合方式。例如，当 $N=512$, $U=10$ 时，一共有 10^{17} 种组合方式，显然无法估量所有可能组合方式的性能。为了说明音频选择的影响，下面做一个小

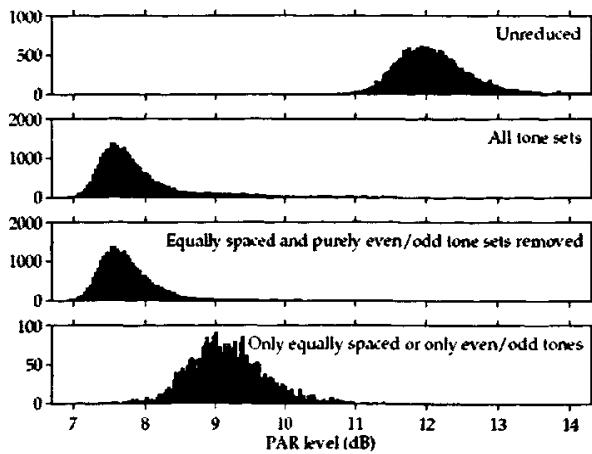
图 4-6 小系统 PAPR 柱状图^[31]

Fig.4-6 PAPR histograms of small system

系统的模拟。设该系统的子载波数 $N=64$, 从中选择 4 个音频作为保留音频。那么即从

$N/2-1=31$ 个音频中选择 4 个音频, 有 $\binom{31}{4}=31465$ 种音频组合方式。所有这些可能的音

频选择方式都被仿真, 结果如图 4-6 所示^[31]。第一个柱状图表示的是没有进行处理的 OFDM 信号的 PAPR 分布情况。第二个柱状图表示的是利用全部 31465 种不同的保留音频组合进行 TR 处理后的 OFDM 信号的 PAPR 分布情况。第三个柱状图为去除等间距及奇数或偶数音频组合情况下进行 TR 处理后的 OFDM 信号的 PAPR 分布情况。第四个柱

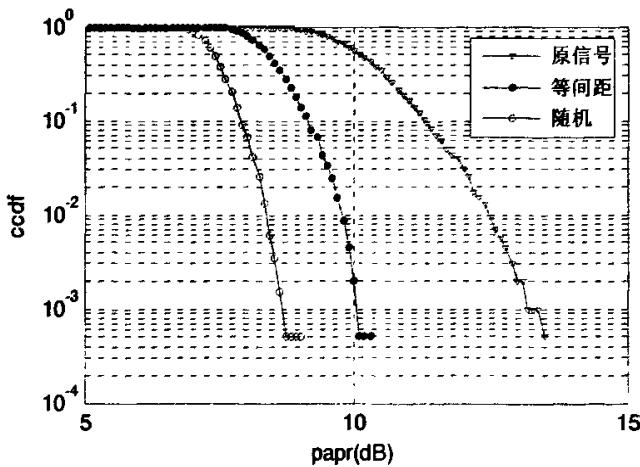


图 4-7 不同保留音频方式对 PAPR 的影响

Fig.4-7 CCDF vurse PAPR under different reserving way

状图为仅用等间距及奇数或偶数音频组合进行 TR 处理后的 OFDM 信号的 PAPR 分布情况。从图中可以看出第四种情况得到的 PAPR 分布与第二及第三种情况得到的 PAPR 分布已经很接近，而考虑的情况却大大减少。

图 4-7 为分别采用等间距及随机选择保留音频的方法进行 TR 处理后的 OFDM 信号的 PAPR 分布情况，从图中可以看出随机选择保留音频的方法得到的 PAPR 的 CCDF 曲线性能更好，故在后面的仿真中，都采用随机选择保留音频的方法来产生降峰集。

4.1.5 SCR 算法实现步骤

在详细了解了产生降峰集和降峰核的方法后，可以整理出完整的 SCR 算法如下：

一、初始化。通常，该过程仅需执行一次。在一些多载波应用中，并不是传输端的每个信道都要进行优化，如 DAB 和 DVB。在这些情况下，可以在离线状态下进行初始化，并可硬化编码到发射端的硬件中。

1. 选择目标 PAPR 值或等效期望水平值 A。这会作为 \bar{x} 的期望特性。
2. 选择保留音频集 \bar{x} 。接收端必须知道这些频率不是用于传输数据的。产生 \bar{x} 的方法在 4.6.2 种描述。这一步很重要，因为算法的收敛性很大程度上取决于 PRT 的设置。
3. 利用 4.1.3 中描述的方法计算及存储和 \bar{x} 相关的核矢量 p^k 。

二、运行过程。对于每个超过期望 PAPR 的多载波符号都要援用该算法。对于第 m 个多载波符号有：

1. 初始条件：令 $\bar{x}^{m(0)} = \bar{x}^m$ 。
2. 找到一个符号抽样值 n_i ，满足 $|\bar{x}_{n_i}^{m(i)}| > A$ ，即找出峰值的位置 n_i 。如果所有的抽样值都小于 A，则执行第 5 步。
3. 修正 $\bar{x}^{m(i)}$ ：

$$\bar{x}^{m(i+1)} = \bar{x}^{m(i)} - \mu \sum_{|\bar{x}_n^{m(i)}| > A} \alpha_n^{m(i)} p^k \left[((n-n_i)/L)_{NL} \right]$$

4. $i = i + 1$ 。如果 i 小于最大的迭代数，执行第 2 步。
5. 发送 $\bar{x}^{m(i)}$ 。

4.1.6 参数选择对算法性能的影响

实验一：子载波数 N 对算法性能的影响

仿真①参数设置：调制方式，16QAM；迭代步长，0.6；迭代次数，10 次；保留音频数，5%；期望 PAPR 值，5dB；IFFT 长度，256，SLM 算法中 $M=2$ 。

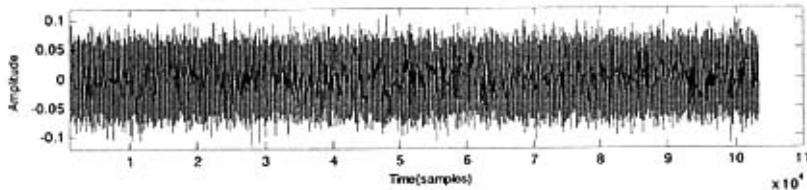


图 4-8 原信号

Fig.4-8 original signal

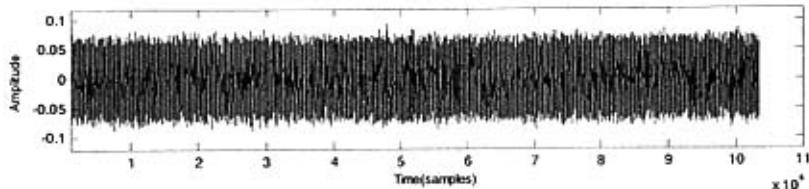


图 4-9 处理后的信号

Fig.4-9 signal after TR reduction

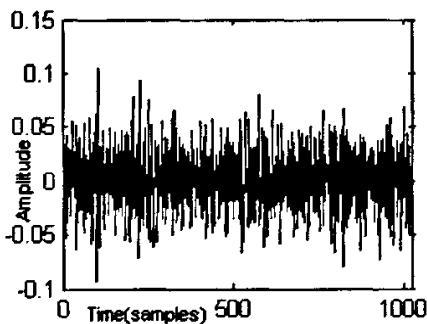


图 4-10 部分原信号

Fig.4-10 part of original signal

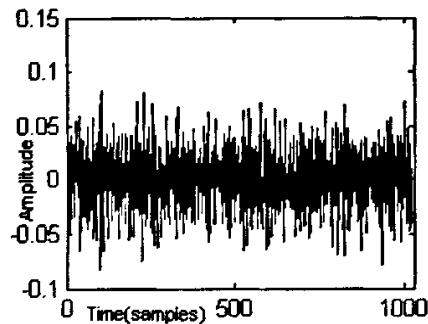


图 4-11 部分处理后的信号

Fig.4-11 part of signal after TR reduction

图 4-8 和图 4-10 分别为 OFDM 信号时域波形和部分时域波形，从图中可以看出，OFDM 信号的包络有很大的起伏。图 4-9 和图 4-11 分别为对产生的 OFDM 信号进行 TR 算法处理后得到的时域波形和与图 4-8 相应的部分时域波形。由图 4-9 可以看到，处理后的 OFDM 信号大峰值出现的情况明显减少，信号的包络也有明显改善，同时部分较

小的峰值有所增加(正如前面理论中所分析的,产生该情况是由于降峰核不是理想脉冲,存在旁瓣而引起的),如图 4-11 所示。从信号的 CCDF 曲线性能(如图 4-12 所示)上,可以看出在子载波数不是很大、仿真参数设置不是很高的情况下,TR 算法和 SLM 算法都能很好地对信号的 PAPR 进行改善。图中,orig-sig 表示原 OFDM 信号, tr-sig 表示采用 TR 算法处理后的信号, slm-sig 表示采用 SLM 算法处理后的信号。

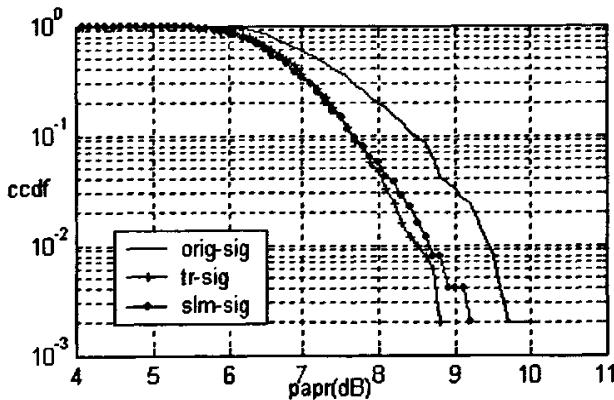


图 4-12 N=256 时 TR 与 SLM 方法性能比较

Fig.4-12 comparison between TR and SLM when N=256

仿真②参数设置:仅改变 IFFT 长度为 512,其它仿真参数不变。结果如图 4-13 所示。

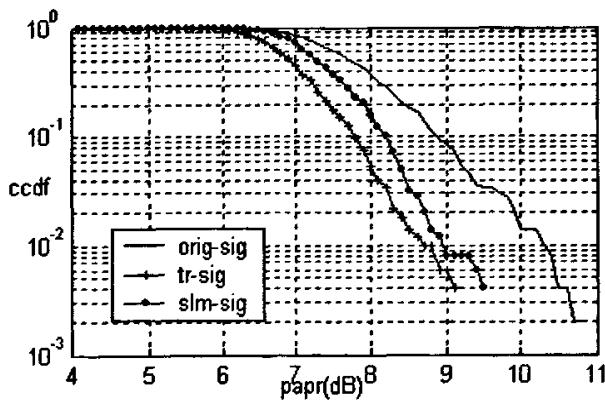


图 4-13 N=512 时 TR 与 SLM 方法性能比较

Fig.4-13 comparison between TR and SLM when N=512

由图 4-12 及图 4-13 可以看出,当其它仿真参数不变,仅改变子载波的数目 N 时,在 N 较大的情况下,TR 算法比 SLM 算法的性能要更好一些,并且随着 N 的增加,采用 TR 算法仅会在迭代过程中增加迭代的长度,算法的复杂度不变,而采用 SLM 算法

则要增加计算 IFFT 的长度，跟 TR 算法相比大大增加了计算的代价。

子载波数的变化，在 TR 算法中影响的是降峰集的保留音频数。在保持 5%的保留子载波数的参数下， $N=128、256、512、1024$ 时，按随机选择保留音频集的方法产生的 PRT 分别如图 4-14、4-15、4-16、4-17 所示。从图中可以看出，随着子载波数的增加，保留音频集所产生的 PRT 也越来越理想，而在子载波数较少，相应的保留音频数小的情况下，如图 4-14 中，第二峰值的绝对值几乎和零点处的最大峰值相等，所以在进行梯度迭代时，不仅收敛慢，而且对 PAPR 的性能改善也不显著。在子载波数较小的情况下，虽然可以通过增加保留音频比来提高算法的性能，但是这样一来，就降低了整个系

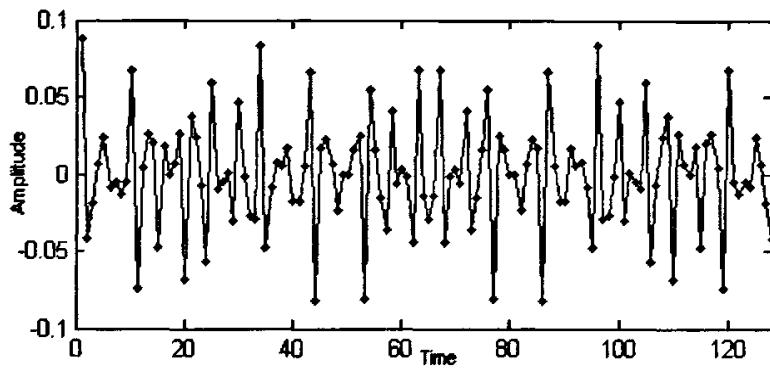


图 4-14 $N=128$ 时的 PRT

Fig.4-14 PRT when $N=128$

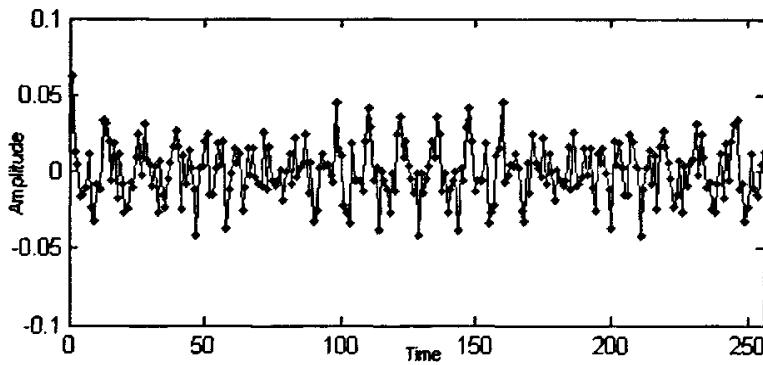


图 4-15 $N=256$ 时的 PRT

Fig.4-15 PRT when $N=256$

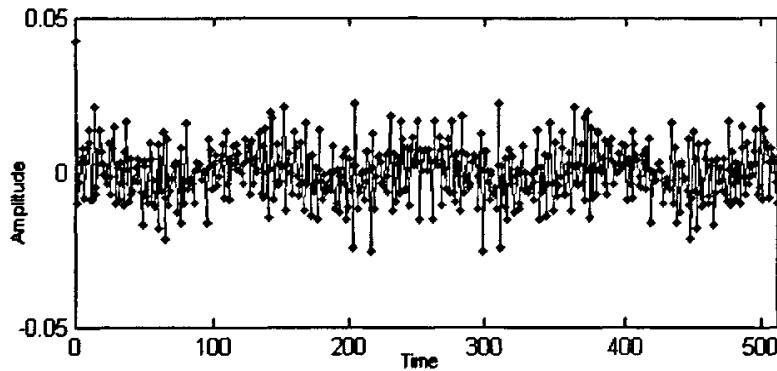


图 4-16 N=512 时的 PRT

Fig.4-16 PRT when N=512

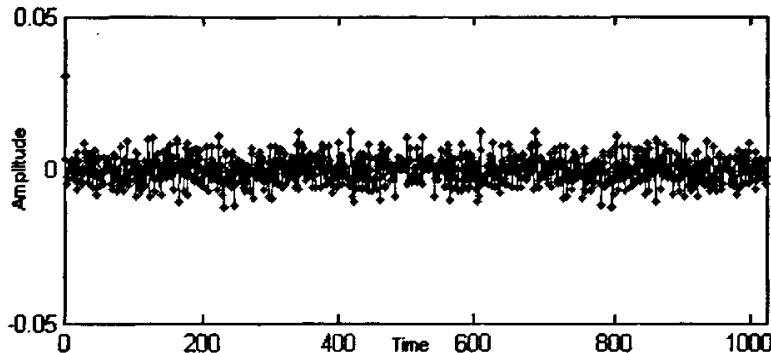


图 4-17 N=1024 时的 PRT

Fig.4-17 PRT when N=1024

统的信息传输效率，而此时，SLM 算法由于计算量还不足以成为其显著的缺点，故从整体上来说，当子载波数较小的情况下 ($N \leq 256$)，SLM 算法要优于 TR 算法。本文将在 4.3 节中对此情况下的 TR 算法进行改进。

实验二：调制方式对算法性能的影响

仿真①参数设置：调制方式，QPSK；迭代步长，0.8；迭代次数，20 次；保留音频数，5%；期望 PAPR 值，6dB；IFFT 长度，512。仿真结果如图 4-18 所示。

仿真②参数设置：调制方式，QPSK；迭代步长，0.8；迭代次数，100 次；保留音频数，5%；期望 PAPR 值，6dB；IFFT 长度，512。仿真结果如图 4-19 所示。

仿真③参数设置：调制方式，16QAM；迭代步长，0.8；迭代次数，20 次；保留音频数，5%；期望 PAPR 值，6dB；IFFT 长度，512。仿真结果如图 4-20 所示。

仿真④参数设置：调制方式，16QAM；迭代步长，0.8；迭代次数，100 次；保留音频数，5%；期望 PAPR 值，6dB；IFFT 长度，512。仿真结果如图 4-21 所示。

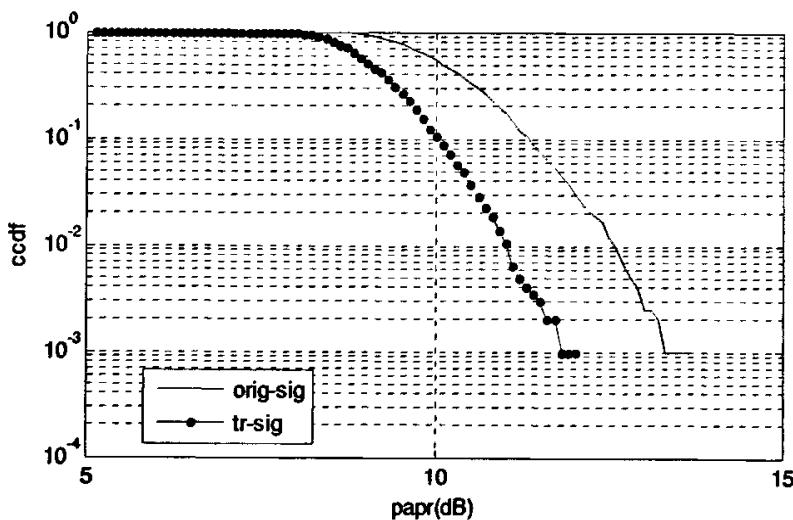


图 4-18 CCDF 曲线图

Fig.4-18 CCDF vurse PAPR curve

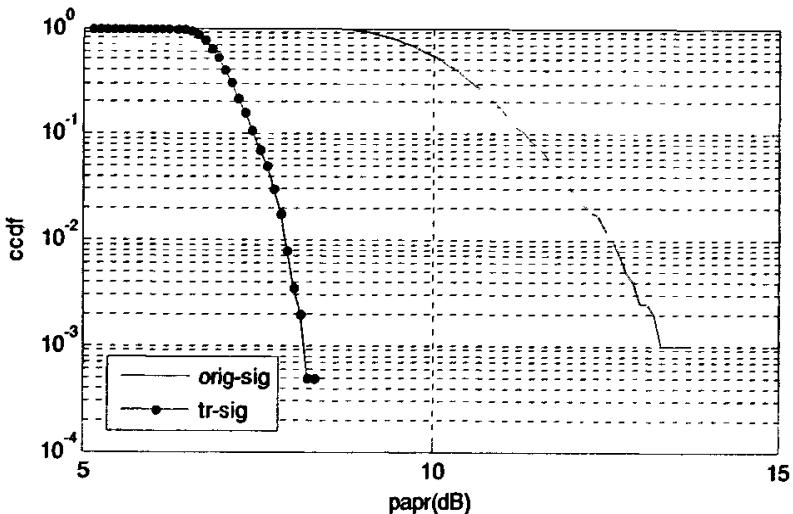


图 4-19 CCDF 曲线图

Fig.4-19 CCDF vurse PAPR curve

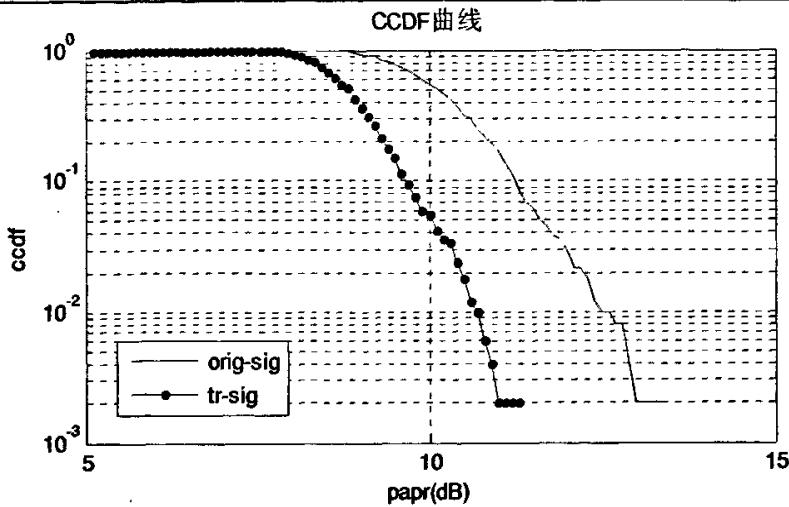


图 4-20 CCDF 曲线图

Fig.4-20 CCDF vurse PAPR curve

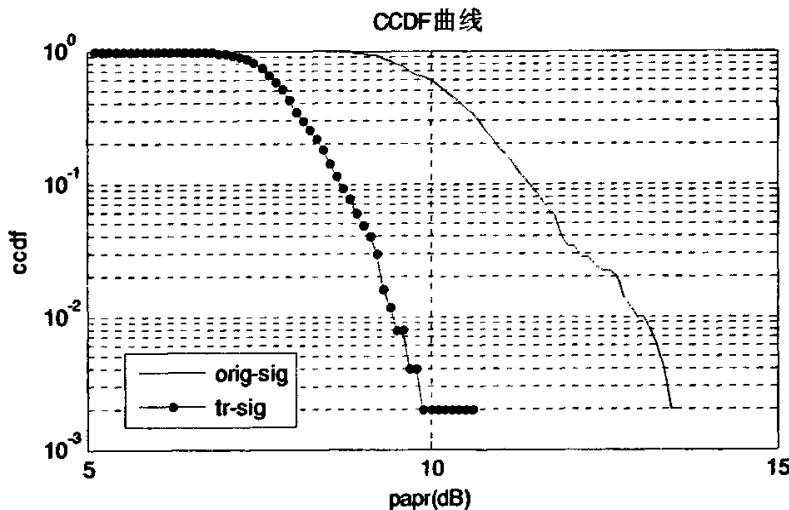


图 4-21 CCDF 曲线图

Fig.4-21 CCDF vurse PAPR curve

通过比较图 4-19 和图 4-21，仅从 CCDF 曲线的性能上看，TR 算法在 QPSK 调制方式下收敛速度较快，但是所有的梯度算法都有一个缺点，就是容易收敛到局部最优，反映在 PAPR 的降低上就是，在大部分峰值上能起到降峰的效果，但是在某些峰值处，效果却相反，如图 4-22 为仿真中出现的情况之一。

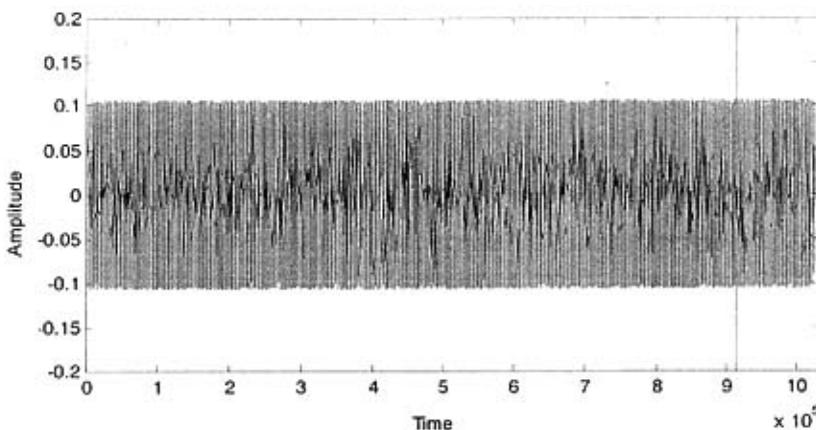


图 4-22 时域信号

Fig.4-22 time domain waveform

实验三：期望 PAPR 值对算法性能的影响

仿真①参数设置：调制方式，16QAM；迭代步长，0.8；迭代次数，100 次；保留音频数，5%；期望 PAPR 值，3dB；IFFT 长度，512。仿真结果如图 4-23 所示。

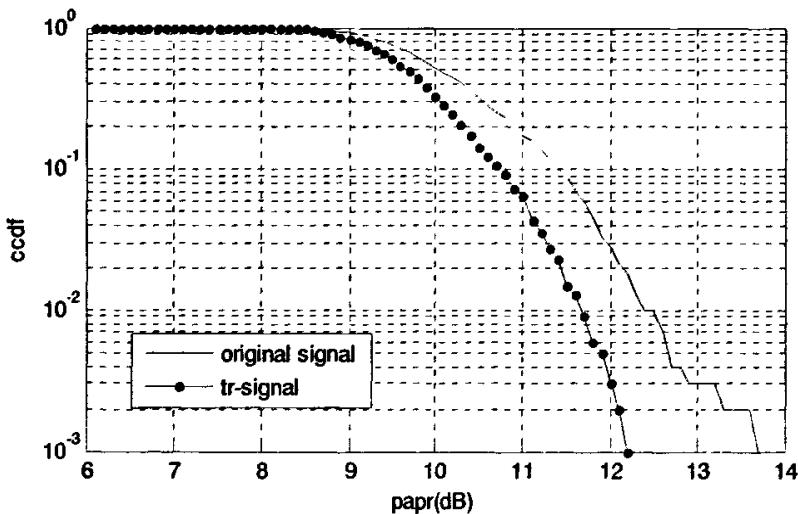


图 4-23 CCDF 曲线图

Fig.4-23 CCDF vurse PAPR curve

仿真②参数设置：调制方式，QPSK；迭代步长，0.8；迭代次数，100 次；保留音频数，5%；期望 PAPR 值，3dB；IFFT 长度，512。仿真结果如图 4-24 所示。

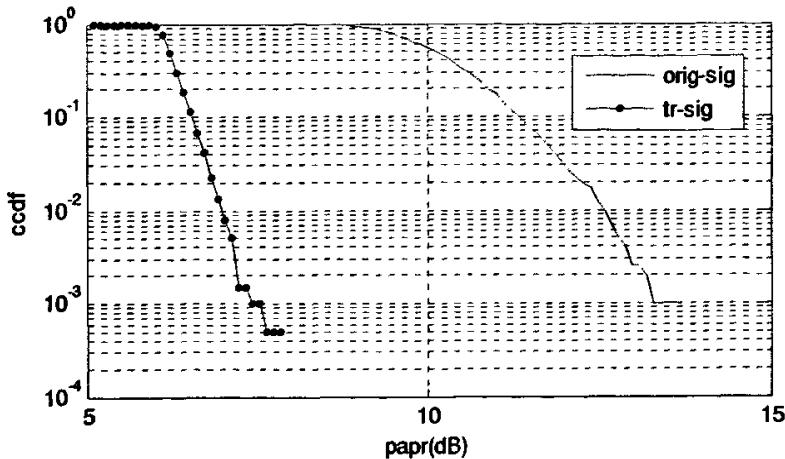


图 4-24 CCDF 曲线图

Fig.4-24 CCDF vurse PAPR curve

从图 4-23 中可以看出在 16QAM 调制方式下,适当地选择期望 PAPR 值对算法性能影响,设置更高的期望 PAPR 不仅没有得到更好的性能,反而比在期望 PAPR 值为 6dB 的情况时得到的性能更差,因而在 16QAM 调制下,应合理选择期望 PAPR 值。实验中通过仿真得到的结论是期望 PAPR 值不应低于原信号最小 PAPR 值 4.5dB。而在 QPSK 调制下,设置更高的 PAPR 值能获得更好的性能,如图 4-24 所示。在后面的仿真中,期望 PAPR 值都取 6dB。

实验四：迭代步长对算法性能的影响

仿真中,根据降峰核幅值与最大峰值、期望峰值间的倍数关系,可初步确定在期望 PAPR 值为 6dB 迭代步长的取值范围为 (0, 5) 之间。

仿真①参数设置:调制方式, QPSK; 迭代步长, 0.8; 迭代次数, 50 次; 保留音频数, 5%; 期望 PAPR 值, 6dB; IFFT 长度, 512。

仿真②参数设置:调制方式, QPSK; 迭代步长, 5; 迭代次数, 50 次; 保留音频数, 5%; 期望 PAPR 值, 6dB; IFFT 长度, 512。

上述两个仿真的结果如图 4-25 所示。可以看出,在同样的迭代次数下, u=5 时, CCDF 曲线收敛更快。然而当迭代步长增加时,更容易出现如图 4-22 的情况。

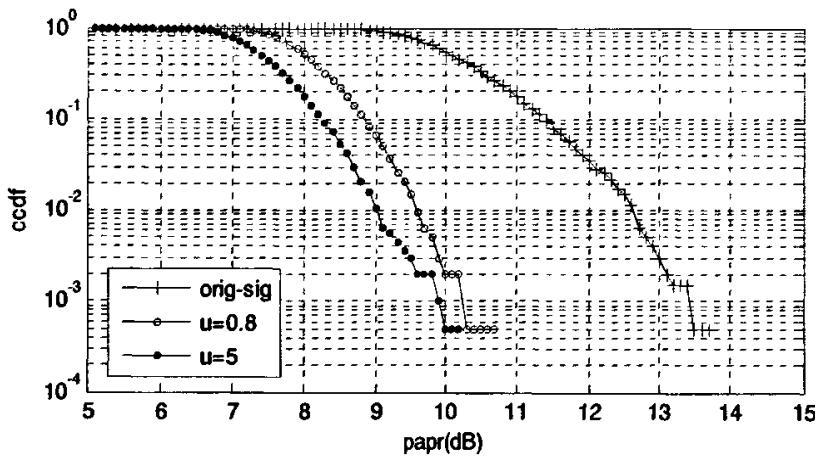


图 4-25 CCDF 曲线图

Fig.4-25 CCDF vurse PAPR curve

4.2 结合混沌优化算法的混合梯度算法

混沌的原意是指无序和混乱的状态。混沌是指发生在确定性系统中的貌似随机的不规则运动，一个确定性理论描述的系统，其行为却表现为不确定性、不可重复、不可预测，这就是混沌现象。混沌是非线性系统普遍存在的现象。

4.2.1 混沌优化算法

$$\text{令 } t^{k+1} = \mu t^k (1-t^k) \quad (4-49)$$

式中 t^k 表示混沌变量 t 在 k 次迭代时的值。当 $\mu = 4$ 时，式 (4-49) 所表示的系统完全处于混沌状态^[34]， t 在 $(0, 1)$ 范围内遍历。

混沌优化算法^[35]的基本步骤如下：

step 1 初始话。对 (4-49) 式中的 t^k 分别赋予 n 个具有微小差异的初值则得 n 个轨迹不同的混沌变量，记为 $t_i(k)$ ，置 $k=1$ 。

$$\text{step 2 } x_i(k) = c_i + d_i t_i(k) \quad (4-50)$$

式中 c_i, d_i 为常数，其作用是把混沌变量的取值范围变换到相应的优化变量的取值范围。

step 3 用混沌变量进行迭代搜索。令 $x_i(k) = x_i'(k), x^* = x_i(0)$ ，计算

$f(k), f^* = f(0)$ 。

step 4 如果 $f(k) < f^*$ ，取 $x^* = x(k)$ ，结束。否则继续 5。式中
 $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*), x(k) = (x_1(k), x_2(k), \dots, x_n(k))$ 。

step 5 置 $k = k+1$ ，转 3，经过 m 步搜索后 f^* 保持不变，结束。

上述算法 step 4 结束的条件是为下一次的梯度法找到了一个较好的初值，step 5 的意义是搜索 m 次后还找不到比 f^* 更好的点，则 f^* 为全局最优解。该算法不需要搜索到全局最优，仅帮助下次的共轭梯度法找到一个有利的初值点，以使其跳出局部最优，或判断当前的 f^* 是否全局最优。

4.2.2 混合算法

step 1 给 x 一个初值 x^0 ，置 $k=0$ 。

step 2 用梯度法搜索出 x^* 。

step 3 再用混沌优化法进行若干步搜索，如果找不到比 x^* 更好的点，结束。否则，假定找到一点 y ，该点的函数值比 x^* 更好，用 y 代替 x^0 ，返回 step 2。

文献[35]已对该算法的收敛性进行了证明。

4.3 利用混沌变量对降峰核的改进

由 4.1.6 实验一知道，在其它仿真参数不变的情况下，当子载波数较小的时候 ($N=128, 256$)，SLM 算法的性能要优于 TR 算法的性能，而当子载波数较大时 ($N=512, 1024$)，TR 算法的性能要优于 SLM 算法的性能。这是由于，当子载波数小时，保留的子载波数也相对较小 ($N=128$ 的情况下， $R=6$)，产生的降峰核波形不够理想而造成的。下面，在子载波数 N 较小的情况下，引入混沌变量对降峰核进行优化，从而达到提高整个 TR 算法的性能。改进的产生 MSE 准则的降峰核的步骤如下：

1. 在区间 $(0, \dots, N-1)$ 上随机选择 R 个位置，即 $\mathcal{R} = \{i_0, \dots, i_{R-1}\}$ 。
2. 设置初始混沌变量值 μ 。

3. 当 $k \in R$, $\mu^{(i+1)} = 4\mu^{(i)}(1 - \mu^{(i)})$, 置 $P[k] = \sqrt{N}/R$; 当 $k \notin R$, 置 $P[k] = 0$.
4. 计算 $IFFT(\sqrt{P}[k])$, 即为 $p[n/L]$.

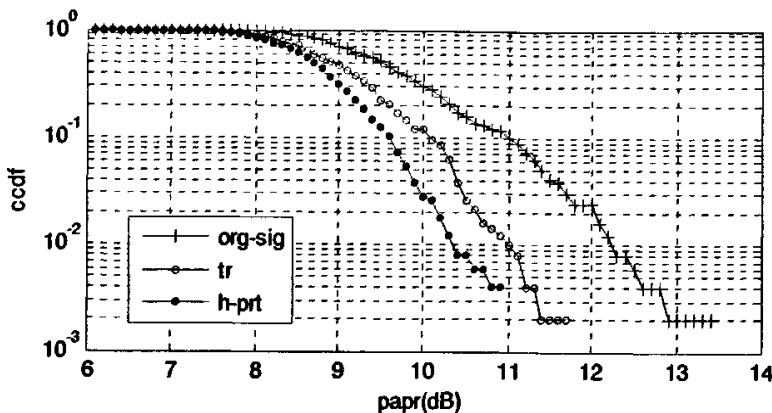


图 4-26 CCDF 曲线图比较

Fig.4-26 Comparision of CCDF vurse PAPR curve

图 4-26 为分别采用原算法和改进的方法进行仿真得到的结果。仿真参数: QPSK 调制; 迭代步长, 0.8; 迭代次数, 20 次; 保留音频数, 5%; 期望 PAPR 值, 6dB; IFFT 长度, 256。从图中可以看出, 改进的方法比较原算法在性能上的提高不是十分显著, 在 CCDF 为 10^{-2} 时提高了将近 0.7dB, 但综合算法的复杂度和曲线的走向, 该改进方法的性能是值得关注的。

4.4 利用混合算法对 SCR 算法的改进

在 SCR 算法中, 整个迭代过程可以看作是寻找使 OFDM 信号的 PAPR 达到最小的最佳降峰组合, 式 (4-39) 中 $\bar{x}^{m(i)}$, $\alpha_n^{m(i)}$ 均为由信源决定的数值, p^k , μ 在初始化阶段确定后不再变化, 相当于函数中的不变量。 μ 的取值相当于求解目标函数时所取的初值, 对整个算法的性能有较大的影响, 但是在 TR 算法中, 由于受变化信号的约束, 当迭代次数增大到一定程度时, 性能曲线趋于一致。约束降峰信号幅度的另外一项 $\alpha_n^{m(i)}$, 是在基于性能较优的降峰核基础上, 主要降低大峰值出的幅度, 而没有考虑与其它峰值处相均衡, 文献[36]考虑了该方面的因素, 并提出了基于有效集的改进 TR 算法,

每一次迭代都要产生新的降峰信号的组合，及对应的 μ 的取值，取得了较好的性能，但是算法的复杂度高，而且每次迭代都涉及到矩阵的求解。现提出将混合算法用于 TR 中，将 μ 设置为混沌变量， $\mu^{(i+1)} = a + b * 4\mu^{(i)}(1 - \mu^{(i)})$ ，改进的 SCR 算法如下：

一、初始化。

1. 选择目标 PAPR 值或等效期望水平值 A。
2. 选择保留音频集 Ω 。
3. 计算及存储和 Ω 相关的核矢量 p^k 。当子载波数小于 256 时，采用 4.3 中描述的方法产生 p^k ；当子载波数大于 256 是采用 4.1.3 中描述的方法产生 p^k 。

二、运行过程。对于每个超过期望 PAPR 的多载波符号都要援用该运算。对于第 m 个多载波符号有：

1. 初始条件：令 $\bar{x}^{m(0)} = x^m$ 。

2. 利用 SCR 算法修正 $\bar{x}^{m(i)}$ ，迭代 n_1 次并计算迭代后的峰均功率比：

$$\bar{x}^{m(i+1)} = \bar{x}^{m(i)} - \mu \sum_{|\bar{x}_n^{m(i)}| > A} \alpha_n^{m(i)} p^{k2} \left[\left((n - n_i) / L \right)_{NL} \right],$$

$$i = i + 1,$$

$$PAPR(m) = \frac{\max((\bar{x}^{m(i)})^2)}{E((\bar{x}^{m(i)})^2)},$$

3. 继续利用混沌变量修正 $\bar{x}^{m(i)}$ ，迭代 n_2 次后计算峰均功率比：

$$\mu^{(i+1)} = a + b * 4\mu^{(i)}(1 - \mu^{(i)}),$$

$$\bar{x}^{m(i+1)} = \bar{x}^{m(i)} - \mu^{(i)} \sum_{|\bar{x}_n^{m(i)}| > A} \alpha_n^{m(i)} p^{k2} \left[\left((n - n_i) / L \right)_{NL} \right],$$

$$i = i + 1,$$

$$PAPR_h(m) = \frac{\max((\bar{x}^{m(i)})^2)}{E((\bar{x}^{m(i)})^2)},$$

4. 比较 $PAPR(m)$, $PAPR_h(m)$ 的大小。如果 $PAPR(m) \leq PAPR_h(m)$ ，如果

$PAPR(m) > PAPR_h(m)$, 则跳至第 2 步。

5. 迭代完毕, 发送 $\bar{x}^{m(i)}$ 。

仿真①参数设置: 调制方式, QPSK; 迭代步长, 0.8; 迭代次数, 100 次; 保留音频数, 5%; 期望 PAPR 值, 6dB; IFFT 长度, 512; $n1=10$, $n2=10$; $a=0.5$, $b=3.5$, 即 μ 的取值范围为 (0, 4)。仿真结果如图 4-27 所示。从图中可以看出, 在 CCDF 为 10^{-3} 时提高了将近 0.5dB。

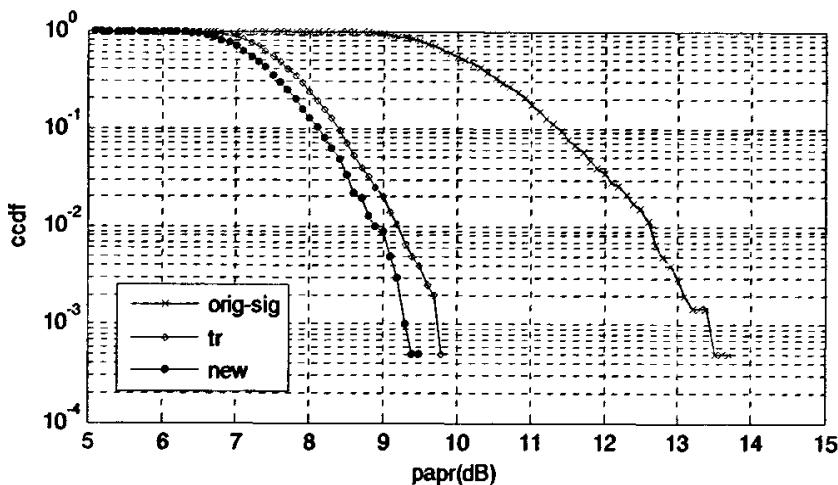


图 4-27 CCDF 曲线图

Fig.4-27 CCDF vurse PAPR curve

仿真②参数设置: 调制方式, QPSK; 迭代步长, 0.8; 迭代次数, 100 次; 保留音频数, 5%; 期望 PAPR 值, 6dB; IFFT 长度, 512; $n1=10$, $n2=20$; $a=0.5$, $b=3.5$ 。仿真结果如图 4-28 所示。从图中可以看出, 由于增加了混沌变量的迭代次数, 在 CCDF 为 10^{-3} 时提高了将近 0.8dB。

仿真③参数设置: 调制方式, QPSK; 迭代步长, 0.8; 迭代次数, 100 次; 保留音频数, 5%; 期望 PAPR 值, 6dB; IFFT 长度, 512; $n1=10$, $n2=10$; $a=1$, $b=1$, 即 μ 的取值范围为 (1, 2)。仿真结果如图 4-29 所示。该仿真中混沌迭代的次数较少, 而且 μ 的取值范围较小, 所以出现了图中改进方法的 CCDF 曲线在 10^{-3} 时与原方法趋于一致的情况。

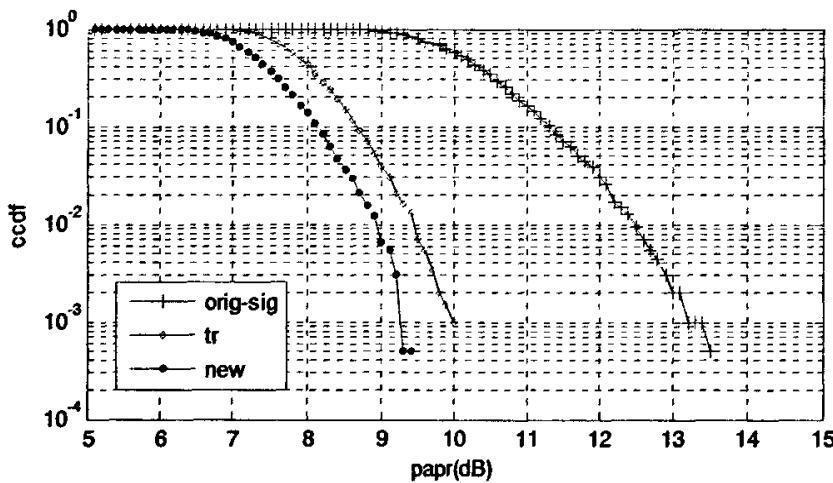


图 4-28 CCDF 曲线图

Fig.4-28 CCDF vurse PAPR curve

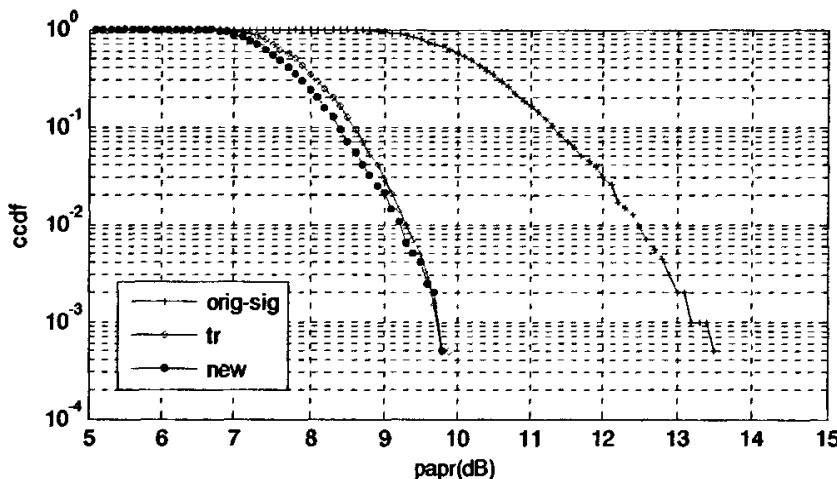


图 4-29 CCDF 曲线图

Fig.4-29 CCDF vurse PAPR curve

由上面的仿真可以得出这样的结论：在迭代次数 n_1 、 n_2 及 μ 的取值范围取适当值时，新的改进算法与传统降低 OFDM 信号的 PAPR 方法的相比，继承了音频保留算法计算量相对较小，子载波数不受限制等优点；与[36][37]中两种对 TR 算法的改进方法相比，在同时都能提高原 TR 算法性能的基础上，具有计算复杂度相对较低，易于实现等优点。

4.5 本章小结

本章利用 MATLAB 试验仿真,详细分析研究了系统子载波数、调制方式、期望 PAPR 值、迭代步长等参数对 TR 算法性能的影响,并在此研究基础上提出了一种新的基于混沌变量的音频保留算法,包括小子载波情况下的 PRT 改进和大子载波情况下的 SCR 算法中迭代算法的改进。通过理论分析以及 MATLAB 仿真结果表明,改进算法用于降低 OFDM 系统中信号的 PAPR 时,其累积互补分布函数 CCDF 的性能曲线均优于原算法的 CCDF 性能曲线,新算法的代价是跟原算法相比增加了一定的复杂度。

第五章 总结与展望

5.1 总结

正交频分复用技术具有抗符间干扰 ISI 和窄带干扰、频谱利用率高、应用灵活等优点，因此近年来 OFDM 技术成为了移动通信领域中的一个研究和应用的热点，而较高的 PAPR 是 OFDM 技术的主要缺点之一。随着数字通信技术的进一步发展，降低 OFDM 系统中 PAPR 的研究不仅具有重要的理论意义，而且还具有很大的实用价值。

本文主要就降低 OFDM 系统中信号的 PAPR 进行研究，所做的工作有：

1. 阐述了正交频分复用 OFDM 系统的基本原理，OFDM 系统中的 PAPR 问题。
2. 研究比较了传统的降低 PAPR 算法如，限幅法、SLM 算法、PTS 算法与 TR 算法的性能与优缺点，并结合今后通信领域的发展方向选择了适合子载波数较大情况的 TR 算法作为主要的改进目标。
3. 通过 MATLAB 仿真，分析研究了在不同条件下，TR 算法的性能和优缺点。
4. 在 TR 算法的基础上，为了进一步提高算法在不同子载波数情况下的性能，本文运用了混沌变量迭代法，提出了基于混沌变量的改进型 TR 算法，包括小子载波情况下的 PRT 改进和大子载波情况下的 SCR 算法中迭代算法的改进。通过理论分析以及 MATLAB 仿真结果表明，改进算法用于降低 OFDM 系统中信号的 PAPR 时，其累积互补分布函数 CCDF 的性能曲线均优于原算法的 CCDF 性能曲线。

5.2 展望

在进行课题的研究过程中，作者克服了种种困难，尽了最大的努力完成了研究工作，对改进的音频保留算法做出了初步的探讨，但由于时间有限，对于该方法仍有以下方向需要进一步研究：

1. 在考虑 PSD 情况下，改进的 TR 算法的性能。
2. 分析在经过滤波器后，改进的 TR 算法的性能与改善。
3. 与其他降低 PAPR 技术，如 SLM、PTS 等方法的结合。

由于作者的水平有限，论文中存在一些不足之处，敬请各位专家、老师批评指正，提出宝贵意见。

参考文献

- [1] 罗凌, 焦元媛, 陆冰等. 第三代移动通信技术与业务, 人民邮电出版社, 2005.9.
- [2] R. W. Chang and R. A. Gibbey. A theoretical study of performance of an orthogonal multiplexing data transmission scheme. *IEEE Transaction Communication Technology*, 1968, COM-16 (4): 529-540.
- [3] D. A. Shidman. A generalized Nyquist criterion and an optimum linear receiver for a pulse modulation system. *Bell System Technical Journal*, 1976, 46, pp.2163-2177.
- [4] B. Saltzberg. Performance of an efficient parallel data transmission system. *IEEE Transactions on Communications*, 1976, 15(6), pp.805-811.
- [5] S. Weinstein and P. Ebert. Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete Fourier transform. *IEEE Transactions on Communications*, 1971, 19(5), pp. 628-634.
- [6] A. Peled and A. Ruiz. Frequency domain data transmission using reduced computational complexity algorithms. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1980, 1, pp. 964-967.
- [7] L. Jr. Cimini, J. C. -I. Chuang, and N. R. Sollenberger. Advanced Cellular Internet Service (ACIS). *IEEE Communications Magazine*, 1998, 36(10), pp. 150-159
- [8] 郭衍莹. OFDM 系统的关键参数指标和测试技术. 电信科学, 2004, no.10, pp.67-70
- [9] 佟学俭, 罗涛. OFDM 移动通信技术原理与应用, 人民邮电出版社, 2003.6.
- [10] J. M. Cioffi. Advanced digital communication course notes. Stanford University, CA, USA, 1999.
- [11] P. Ödling, N. Petersson, A. Johansson, and P. O. Björkesson, .How much PAR to bring to the party? Proc. Nordic Signal Processing Symposium, (Tromsø, Trondheim, Norway), Oct. 2002.
- [12] H. Ochiai, H. Imai. Performance analysis of deliberately clipped OFDM signals. *IEEE Transactions on Communications*, 2002, 50(1), pp.89-101.

- [13] J. Armstrong. Peak-to-average power reduction for OFDM by repeated clipping and frequency domain filtering. *Electronics Letters*, 2002, 38(5), pp.246-247.
- [14] X. B Wang, T. T. Tjhung, C. S. Ng. Reduction of peak-to-average power ratio of OFDM system using a companding technique. *IEEE Transactions on Broadcasting*, 1999, 45(3), pp.303-307.
- [15] Hanna Bogucka, Performance and complexity of the modified method of PAPR reduction by the reference signal subtraction in OFDM systems. Poznan University of Technology, 2002
- [16] A. E. Jones, T. A. Wilkinson, and S.K. Barton. Block coding scheme for reduction of peak to mean envelope power ratio of multicarrier transmission schemes. *Electronics Letters*, 1994, 30(25), pp.2098-2099.
- [17] J. A. Davis, and J. Jedwab. Peak-to-mean power control and error correction for OFDM transmission using Golay sequences and Reed-Muller codes. *Electronics Letters*. 1997, 33(4), pp.267-268.
- [18] A. E. Jones, and T. A. Wilkinson. Performance of Reed-Muller codes and a maximum-likelihood decoding algorithm for OFDM. *IEEE Transactions on Communications*, 1999, 47(7), pp.949-952.
- [19] R. W. Bauml, R. F. H. Fischer, and J. B. Huber. Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping. *Electronics Letters*, 1996, 32(22), pp.2056-2057.
- [20] S.H. Müller and J.B. Huber. OFDM with reduced peak-to average power ratio by optimum combination of partial transmit sequences. *Electronics Letters*, 1997, 33(5), pp.368-369.
- [21] 居敏, 许宗泽. 基于正交映射的OFDM峰均比控制快速算法.南京航空航天大学学报, 2005, 37(01), pp.57-60
- [22] Seung Hee Han, Jae Hong Lee, ect. Modified Selected Mapping Technique for PAPR Reduction of Coded OFDM Signal, *IEEE Transactions on Broadcasting*, 2004, 50(3), pp.335-341
- [23] Wu Bingyang, Cheng Shixin. Partial transmitting sequence method based on trellis

- factor search. *Journal of Southeast University (English Edition)*, 2005, 21(2), pp. 123-126
- [24] Young-Hwan You, Hyeok-Koo Jung, Won-Gi Jeon. A Simple Peak-to-Average Power Ratio(PAR) Reduction Scheme for OFDM-CDMA Signals. *International Journal of Electronics and Communications*, 2004, no.58, pp.142-146
- [25] 韩洁. 减小OFDM系统峰均功率比的研究. 武汉理工大学硕士学位论文, 2005.
- [26] Amin Mobasher, Amir K.Khandani. PAPR Reduction Using Integer Structures in OFDM Systems. *IEEE Vehicular Technology Conference*, 60(1), 2004 IEEE 60th Vehicular Technology Conference, VTC2004-Fall: Wireless Technologies for Global Security, 2004, pp.650-654
- [27] A. D. S. Jayalath, C. Tellambura. The Use of Interleaving to Reduce the Peak-to-Average Power ratio of an OFDM Signal. *Global Telecommunications Conference*, 2000. GLOBECOM '00. IEEE San Francisco, USA, 2000 vol.1, pp. 82 - 86
- [28] 杨繁, 李祥明, 邝育军, 陈前斌. 利用交织法降低峰均比的方法. *电视技术*, 2004, no.7, pp.30-32
- [29] 杨繁, 陈前斌, 一种降低OFDM峰均功率比的新方法——交织限幅法. *数字电视与数字视频*, 2005, no.1, pp.22-23,32
- [30] Tellado J. Peak to average power reduction for multicarrier modulation. San Francisco, Stanford Univ., 2000.
- [31] Niklas Petersson. Peak and Power Reduction in Multicarrier Systems. Lund University, Sweden, 2002.
- [32] Stephen Boyd. Convex Optimization. Cambridge University Press, 2004.
- [33] D.G.鲁恩伯杰(著), 夏尊铨等(译). 线性与非线性规划引论, 科学出版社, 1980.8.
- [34] 卢侃, 孙建华, 欧阳容百, 黄来友. 混沌动力学, 上海翻译出版公司, 1990.6
- [35] 钱富才, 费楚红, 万百五. 利用混沌搜索全局最优的一种混合算法. *信息与控制*, 1998, 27(3), pp.232-235
- [36] Brian S. Krongold, Douglas L. Jones. An Active-set Approach for OFDM PAR Reduction via Tone Reservation. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(2), pp.495-509
- [37] Alper Erdogan. A Subgradient Algorithm for Low Complexity DMT PAR Minimization.

Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2004. Proceedings (ICASSP '04). IEEE
International Conference on 17-21 May 2004. vol.4, pp.1077-80

致谢

三年的硕士研究生学习生活即将结束，回顾自己在学业上的每一点进步，都离不开自己的努力和良师益友与亲人们的帮助和关怀。在攻读硕士学位并顺利完成学位论文之际，我要向他们表示最衷心的谢意。

首先要衷心感谢我的导师王华奎教授！在整个硕士研究生学习期间，导师在论文的选题、研究、撰写过程中倾注了大量的心血，在每一个阶段都得给予我悉心的指导和帮助。王老师渊博的学识，严格谨慎、一丝不苟的治学作风，为人师表、兢兢业业的工作态度给我留下了深刻的印象，为我今后的学习和工作都产生了深远的影响。在此，特向为培养我而付出辛勤劳动的王华奎教授致以我最诚挚的谢意和最崇高的敬意！

在整个研究生阶段的学习和生活中，非常感谢各位同学热情的关怀和帮助，他（她）们是谢晓红、张承瑞、周志平、史永超、杜晓宇、许四强等硕士生，与他们的共同学习和讨论开阔了我的思路，丰富了我的知识，使我受益匪浅。

特别地，我要感谢我的家人。在我的十多年寒窗生涯中，他们倾注了大量心血。正是由于他们对我无微不至的关怀与支持，我才能更专注于我的学业，感激之情，无以言表！

最后，向所有关心、帮助和支持我的老师、同学和朋友们表示最衷心的感谢！

攻读学位期间发表的学术论文

1 马琴, 王华奎, 周志平。OFDM 系统中降低 PAPR 技术研究, 科技情报开发与经济, 2007 年 1 月, 第 17 卷第二期, pp.140-142。

2 周志平, 王华奎, 马琴, MIMO-OFDM 系统基于 STBC 导频的迭代 LS 信道估计算法, 太原理工大学学报, 2007 年 2 月, 第 38 卷第 2 期, pp.150-152。

3 周志平, 王华奎, 马琴。空时编码在 MIMO-OFDM 系统中的应用, 2006 北京地区高校研究生学术交流会—通信与信息技术会议论文集(上), 2006 年 12 月, pp.435-441。