

机织建筑膜材料拉伸本构模型

摘要

机织建筑膜材料是一种通过在机织物基布上涂敷树脂或橡胶等基本材料而制成的柔性复合材料，是一种只能抗拉，不能抗压和抗弯的柔性材料。本文旨在通过织物拉伸性能及涂层工艺中织物几何结构相的变化来预测膜材料的拉伸性能。确定了织物与膜材料的拉伸性能关系，就可以根据客户对膜材料拉伸性能的要求，来确定涂层前织物的拉伸性能，从而确定织物的经纬密及经、纬纱支。研究膜材料面内拉伸应力—应变关系是其他一切受力分析的基础，也是设计及制造部门密切关注的问题。

本文假设面内载荷均匀分布于受力轴向以及由屈曲转换引起的另一轴向的变形量也是均匀的，即可以由经、纬纱线及其单个交织点和涂层材料组成的结构单元来描述膜材料的整体变形。首先，在假设纱线及涂层材料为服从胡克定律的杆件、并忽略剪切及压缩变形的基础上建立了膜材料拉伸的非线性弹性本构模型。该模型体现为经、纬纱屈曲转换非线性变形，以及纱线和涂层材料拉伸伸长线弹性变形，通过 PVC/PES 膜材料拉伸试验来验证模型的可靠性。研究结果表明：在应变较小时，模型预测值与试验测试值吻合的较好；但当应变达到一定值时，模型预测值与试验测试值之间存在

偏差，且随应变的增大，两者之间的差异随之增大。

通过对纱线及织物的拉伸试验曲线研究表明，在拉伸伸长变形过程中二者都具有明显的应变转折点，转折点前后的曲线斜率变化较大。本文从总体中分别抽取样本容量为 8 的织物经、纬向拉伸试验曲线，对其求多项式回归方程二阶导数的零点即拐点（试验曲线的转折点）；在此基础上采用最小二乘法分段线性拟合织物拉伸性能的非线性，得出各段的曲线斜率即材料的弹性常数；采用 W 检验证实小样本试样服从正态分布，对正态总体在显著性水平 $\alpha=5\%$ 的情况下求得样本总体均值的置信区间。通过对织物及膜材料的横截面试验研究表明：织物在涂层工艺中经向的拉伸导致经纬纱线屈曲转换变形，从而影响膜材料的拉伸性能。

通过对纱线及机织基布的拉伸性能的非线性现象的研究分析，建立了反映膜材料拉伸变形的非线性弹塑性本构模型，旨在讨论织物涂层过程中的织物的经向拉伸对膜材料拉伸性能的影响。模型中考虑了以经、纬纱屈曲转换及拉伸伸长的变形机制，通过对 PVC/PES 膜材料拉伸实验来验证模型的可靠性。结果表明，通过控制织物在涂层过程中的应变量，可由涂层前织物的拉伸行为预测涂层后膜材料的拉伸性能。

关键词：膜材料，机织物，本构模型，拉伸性能，非线性

THE CONSTITUTIVE MODEL FOR TENSILE PERFORMANCE OF WOVEN FABRIC AS ARCHITECTURAL MEMBRANE MATERIAL

ABSTRACT

Architectural membrane material is a flexible composite, which is made by coating polymer materials onto the surface of fabrics. It is a tensile resistant material with minor resistance to compression and bending loads. In the present study, efforts are made to predict tensile properties of coated woven fabric as membrane material through an investigation of the changes in fabric structural geometry and tensile property. It is demonstrated that, once the relationship of tensile properties of woven fabric before and after coating is known, so as the fabric parameter such as weave density and yarn count, the tensile performance of the membrane can be predicted if the amount of stretch of woven fabric during coating process can be controlled. The results of the study would provide a basic knowledge for one who is studying other mechanical properties of membrane material than the stress-strain behavior. The results would also be useful for relevant business such as

designing and manufacturing departments of tensile structures.

A nonlinear elastic constitutive model is developed under the assumption that the stress is uniformly distributed at the nodes in the plane of the membrane material in the direction of one yarn system and the strain in the perpendicular direction resulting from crimp interchange is also uniform. In the model the curved yarns and the coating polymer are replaced by straight bars, of which the tensile behaviors obey Hooker's law. The shear deformation and the bending resistance of the membrane are neglected. The model accounts for the basic mechanisms of crimp interchange, yarn extension and the extension of coating polymer. Polyester woven fabric coated with PVC (PVC/PES) is used to evaluate the prediction results of the model. Although the comparison between the theoretical predictions and experimental results shows an acceptable agreement between them at lower strain levels, a significant deviation is observed when at higher strain levels. The greater the strain is, the larger the deviation would be.

By observing tensile curves of yarn and woven fabric it is noticed that both show non-linearity with distinct turning points. Before and after the turning points the slope of the curves changes significantly. In the present study, eight sample

curves in warp or fill direction are chosen from a population of tensile curves. By regression fitting curves as well as the turning point are obtained. By means of the least square method, the nonlinear tensile curve of fabric is approximated by multi- linear sections. The slop of the linear section represents the elastic constant of the sample within the section. It is confirmed by W-Test that the sample obeys a normal distribution. The confidence interval of a population's mean is solved at 5% significant level. By examining the cross sections of woven fabric before and after coating it is well demonstrated that, during coating process, the degree of crimp in warp yarns reduced due to the processing tension, while that in fill direction increases by crimp interchange. The crimp interchange would affect the prediction of tensile properties of membrane in relation to those of woven fabric before coating.

By considering the crimp interchange and extension of fabric during coating process, a nonlinear elastic-plastic constitutive model for evaluating tensile performance of membrane material is developed and the tensile performance of the membrane is simulated. The effects of fabric extension during coating process in the tensile performance are discussed. In the simulation the tensile deformation mechanisms of either

ABSTRACT

crimp interchange or tensile deformation of fabric during coating is analyzed. PVC/PES coated fabrics are used to evaluate the prediction results of the model. It is demonstrated that, once the tensile deformation of fabric during coating process is controllable, the tensile performances of coated fabrics can be predicted from the tensile behavior of fabrics before coating.

KEYWORDS: architectural membrane material, woven fabric, constitutive model, tensile property, non-linearity

LUO GuoJian (Textile Engineering)

Supervised by Professor DING Xin

附件一：

东华大学学位论文原创性声明

本人郑重声明：我恪守学术道德，崇尚严谨学风。所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已明确注明和引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品及成果的内容。论文为本人亲自撰写，我对所写的内容负责，并完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：罗圆建
日期：2007年1月8日

附件二：

东华大学学位论文版权使用授权书

学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权东华大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保密 ，在____年解密后适用本版权书。

本学位论文属于

不保密 。

学位论文作者签名： 罗国建

指导教师签名： 丁立

日期： 2007 年 1 月 8 日

日期： 07 年 1 月 8 日

第一章 引言

膜结构是近几十年国际上正在研究并逐渐发展的一种新型空间结构，是一种效率极高的张力集成体系^[1]，是一种全新的建筑结构形式。它以优良的织物为材料，利用柔性钢索或刚性支撑结构将面绷紧，从而形成具有一定刚度张力，能够覆盖大跨度的空间结构体系^[2]。这种结构可以充分发挥钢索的强度与张拉集体结构的空间作用，它以其新颖的造型、巧妙的构思、经济的造价得到青睐，并成功的应用于体育场馆、娱乐商业中心、展览馆、候机大厅等大跨度建筑物中，被誉为“21世纪的建筑”。常用的机织建筑膜材料主要有PVC膜材料和PTFE膜材料，其主要的优点是质轻、价廉、物美，适应大跨度的建筑。

1.1. 研究背景及意义

作为决定膜材料力学性能关键的织物基布，其性能的评价往往是膜材料质量控制中的重要一环。因此，通过织物力学性能来预测和评价膜材料力学行为成为制造和设计部门关切的问题。由于在涂层过程中织物受到经向的拉伸，使涂层前后织物的结构产生较大的差异，这种差异必然影响到对膜材料性能的预测。然而迄今为止的模型均未考虑织物基布的几何结构及拉伸性能变化对膜材料力学性能的影响，因此难以正确建立织物和膜材料力学性能之间的联系。

准确地把握膜材料的拉伸性能参数才能减少膜结构设计中的假设所导致的误差，避免分析计算给工程设计带来偏差甚至严重错误，而导致施工过程中张力膜面出现皱褶或在使用寿命期内膜结构发生失稳现象，给整个工程带来重大破坏。

准确地把握膜材料设计所需的性能参数，就可以适当地降低膜结构设计选取的安全系数，提高膜材料的利用率，降低膜材料的成本；另外，还可以使设计者摆脱对材料性能把握不准而带来的设计保守

性，使膜结构的外形设计更加丰富、美观，也有利于膜结构在复杂载荷作用下保持设计外形的持久性，进而提高膜结构的使用寿命。

1.2. 研究的内容及方法

➤ 研究目标

通过纱线和织物的拉伸测试及对测试结果的数值分析得出织物拉伸性能参数，再由织物及膜材料的横截面测试计算获得涂层工艺中织物经、纬纱几何结构相的变化，建立模型来预测膜材料的拉伸性能。

根据使用部门对膜材料拉伸力学性能的要求，可通过所建立的模型来确定机织物基布的拉伸性能，从而确定织物的经纬密、经纬纱拉伸性能，并且对相应涂层工艺中机织物的经向拉伸变形作出规定。

➤ 研究内容

(1) 对织物拉伸试验曲线进行分段线性处理，既通过数值分析的方法获取拉伸曲线的应变转折点，并确定各线性段的弹性常数；

(2) 测量机织基布在涂层工艺中结构相的变化，分析该变化对膜材料拉伸性能的影响；

(3) 通过膜材料几何结构的假设，建立能反映膜材料拉伸过程的应力—应变关系的本构模型，以通过涂层前机织物基布的拉伸性能来预测涂层后膜材料的拉伸性能。

➤ 研究方法

1) 试验材料性能测试

a) 拉伸性能测试

测试纱线、织物及膜材料的拉伸性能，研究各自拉伸试验曲线之间的联系。

b) 横截面测试

涂层前织物及涂层后膜材料横截面的拍摄及测量，分析涂层前后织物细观几何结构变化。

2) 结构单元假设

膜材料整体变形情况由结构单元来表示，结构单元中包括一个组

织点及相应的经纬纱线和涂层材料。

3) 膜材料拉伸力学模型

假设纱线及涂层材料为服从胡克定律的杆件,建立了反映膜材料应力—应变关系的非线性弹性本构模型,分析织物几何结构相的非线性变形对膜材料拉伸性能的影响;由机织物拉伸曲线,用最小二乘法分段线性拟合来描述织物拉伸性能的非线性,提取出拉伸各阶段的弹性常数。在此基础上建立了非线性弹塑性本构模型,以完整地分析拉伸过程中织物的几何非线性和纱线材料的力学非线性对膜材料拉伸性能的影响。

1.3. 章节安排

第一章引出了本课题的研究背景,阐述了研究意义、内容和方法。第二章为文献综述部分,叙述了膜材料的应用现状及拉伸力学模型的发展。前人的研究为本课题提供了一个起点,从而奠定了本课题的研究内容及方法。第三章为材料性能测试部分,通过对纱线、织物的拉伸试验测试,观察试验曲线的非线性力学行为;对织物及膜材料的横截面进行测试,获得涂层工艺中织物结构相的变化,为模型的建立和参数的选择提供了依据。第四章为理论研究部分,通过对膜材料几何结构的假设,建立了非线性弹性本构模型和非线性弹塑型本构模型,来预测膜材料的拉伸性能,并通过 PVC/PES 拉伸试验验证所建立模型的适应性。第五章是对本课题的工作予以总结并给出研究工作的主要结论。

第二章 文献综述

2.1. 机织建筑膜材料的分类及应用现状

机织建筑膜材料是一种通过在织物基布上涂敷树脂或橡胶等基本材料而制成的柔性复合材料，经涂层材料涂覆之后可提高织布的抗拉强度及弹性系数^[3]。常用的机织建筑膜材主要有两类：PVC（聚氯乙烯）膜材料和PTFE（聚四氟乙烯）膜材料。PVC膜材料是在聚酯（PES）纤维织物上涂敷或层压PVC而成，PVC涂敷层在一定程度上提高了膜材料的防水、防火、透光和色牢度、抗紫外线辐射等各项性能指标。涂层的表面处理则进一步提供了膜材料的耐污、耐用等物理性能，并能增加膜材料的使用年限，使其达到10年左右。PTFE膜材料主要由玻璃纤维基材和PTFE涂层构成。PTFE膜材料根据强度、重量和厚度分为A、B、C、D、E等5个级别，该类膜材料质量保证期为10~15年。膜材料的开发与应用，摆脱了对钢材、木材、混凝土等传统材料的依赖，打破了旧的建筑观念，为建筑业带来了一场新的革命。以膜材料为屋面的建筑比传统的建筑方法节省屋面造价50%，屋面重量减轻2/3，抗震性好，可相应降低基础及主体工程费用，建筑造价可节约15%~20%。

膜材料在近20年经历了迅速的发展，在国外已建成许多著名的膜结构建筑。例如：1981年建成的沙特阿拉伯的吉达候机大厅，1985年由Berger设计的沙特阿拉伯的The Riyadh Stadium，1987年建造在University of Wisconsin的McClain Practice Facility，1988年建成的英国Wimbledon Indoor Tennis Facility，1990年建成的San Diego Convention Center，1993年建成的The New Denver International Airport等。此外，在2002届韩日世界杯上，就有11座膜结构建筑用于各项体育场馆。在我国，张力膜结构属于一种刚刚崛起的新型建筑结构。1995年建筑膜材料的使用量不足1万m²^[4]，到2001年则上

升为 20~25 万 m^2 ^[5]。最近的如北京奥运主会场的“鸟巢”，采用了大量的膜材料。由于膜材料重量轻、透光度高、抗污染性强，而且达到使用期限后可以较为方便地更换，还可以经受冰雹等自然灾害的打击，因此估计在今后的若干年内我国膜材料的需求量将以每年 20% 的速度递增，膜材料在建筑领域将具有十分广阔的应用前景。

2.2. 拉伸力学模型概述

本节分别对织物拉伸力学模型和机织膜材料拉伸力学模型作了概述，两者具有一定的相似性，即均采用层板理论或者细观几何结构模型来分析拉伸力学性能。

2.2.1. 机织物拉伸力学模型概述

织物拉伸性能分析基于研究分析复合材料的层板理论^[6]，张义同等^{[7],[8],[9]}在此基础上添加了额外的应力部分(即刚度矩阵中的第三列第一行和第二行的值，如式(2-1)所示)，同时提出了织物没有一般固体介质所具有的剪切模量的概念，它是靠纤维之间的挤压来承受剪切的概念，改变了原有的剪切刚度值，从而建立了织物拉伸的非线性弹性本构模型，其应力—应变的函数关系见式：

$$\begin{Bmatrix} \sigma^{11} \\ \sigma^{22} \\ \sigma^{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\sin \alpha} \begin{Bmatrix} B_{11}(e_{11}) & B_{12} & -\frac{1}{4} m \sin \alpha \cot^2 \frac{\alpha}{2} B_C(a) \\ B_{12} & B_{22}(e_{22}) & -\frac{1}{4} m \sin \alpha \cot^2 \frac{\alpha}{2} B_C(a) \\ 0 & 0 & \frac{3}{4} \sin \alpha \cot^2 \frac{\alpha}{2} B_C(a) \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ e_{12} \end{Bmatrix} \quad (2-1)$$

式中， B_{12} 是泊松比， $B_{11}(e_{11})$ ， $B_{22}(e_{22})$ 及 B_C 分别是关于应变 e_{11} ， e_{22} 和 e_{12} 的非线性函数。织物拉伸非线性的参数包括 B_{11} ， B_{22} 及 B_C 是由试验决定的。

Amirbayat等^[10]列举出了许多织物的屈曲现象，强调了研究织物悬垂和屈曲的重要性；与此同时，中国织物力学界的学者^{[11][12]}也认识到了织物屈曲的重要性和屈曲分析的困难。

学术界广泛被采用的是由Pierce^[13]基于纱线截面为圆形的假设下

而提出的织物几何结构模型,如图2-1所示。不少研究人员对Pierce模型做了改进,假设纱线的横截面是非圆形且可变形,如Warren^[14]采用了基于同时伴有纱线伸长和弯曲变形的弹性梁理论,来预测织物在受到单轴或者双轴小载荷下的应力—应变关系。Sagar et al^[15]通过改进的织物几何结构模型,以及根据能量守恒定律来预测织物在受平面内载荷作用下所发生的变形。

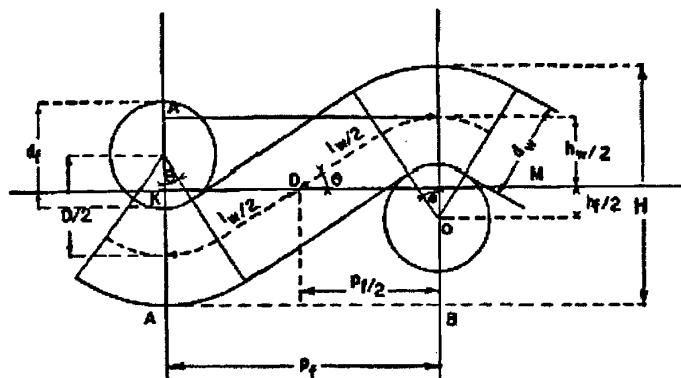


图 2-1 Pierce 的几何结构模型

基于简单的桁架结构, Kawabata^{[16],[17],[18]}提出了织物的单轴、双轴以及剪切变形的分析模型, 如图2-2所示。Realf^[19]通过复杂的变形机制包括纱线的变平和而建立了织物单轴拉伸模型。King等^[20]基于 Kawabata 的织物几何结构理论, 提出了机织物拉伸应力—应变关系的连续性本构模型。

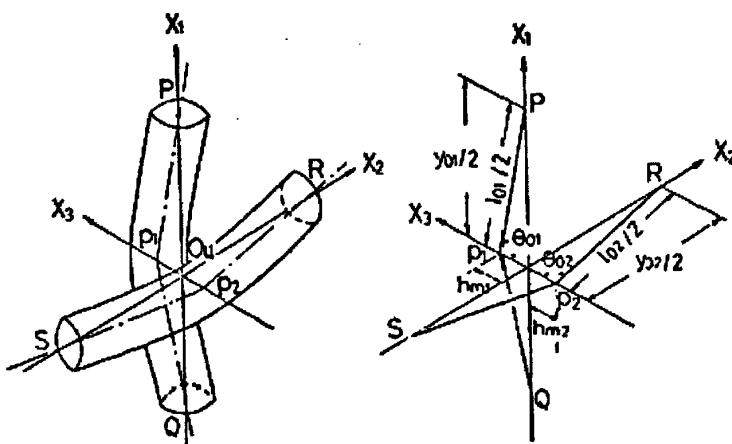


图 2-2 织物几何结构模型

2.2.2. 机织膜材料拉伸力学模型概述

膜结构是一种只能抗拉，不能抗弯和抗压的柔性结构，它靠薄膜表面绷紧的状态下产生刚度来抵抗垂直于曲面的外载荷的作用^[21]。不同于刚性板壳结构，只有对其施加了预应力，膜结构才具有抵抗外载荷的结构刚度。与钢材或钢筋混凝土材料相比，膜材料的刚度非常低，若受到意外事故的外加载荷时会产生过大的变形。膜结构曾经发生过因遭受暴风雨雪超载造成膜面下沉变形，使其与接近物接触而导致事故的现象^[22]。因此，分析膜材料的载荷—变形关系对于膜结构的设计、成形、裁剪、安装等均非常重要^[23]。

载荷—变形分析的目的是检查在各种载荷组合下，结构的刚度是否足够，膜面的应力和变形是否在许可的范围内（亦就是能否保证结构的稳定及防止褶皱的出现），是否会出现过大的变形而导致应力松弛或因应力过大导致膜材破坏，是否在风雪载荷下因变形过大而影响结构的适用功能，是否会因风激振动而导致结构破坏等等^[24]。索膜结构的载荷分析除了考虑自重的影响外，一般只考虑风荷载和雪荷载及其组合情况^[25]。

机织建筑膜材料力学性能的理论分析，早期较多地借助于经典层板理论。该理论假设膜材料为正交各向异性材料，在材料坐标系下的应力—应变关系为^{[26],[27]}：

$$\sigma = Q\varepsilon \quad (2-2)$$

$$\text{其中 } Q = \begin{Bmatrix} \frac{E_x}{D_v} & \frac{\nu_{yx}E_x}{D_v} & 0 \\ \frac{\nu_{yx}E_y}{D_v} & \frac{E_y}{D_v} & 0 \\ 0 & 0 & G_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}, \quad \varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}, \quad D_v = 1 - \nu_{yx}\nu_{xy}$$

对于各向异性材料，要确定其本构关系，必须根据材料实验测定，得到上述 3×3 矩阵中所包含的 E_x 、 E_y 、 ν_{xy} 、 ν_{yx} 、 G_{xy} 这 5 个值^[28]。

其中 E_x 、 E_y 、 ν_{xy} 、 ν_{yx} 分别为弹性模量和泊松比； G_{xy} 为剪切弹性模量。

剪切弹性模量与经、纬向及偏轴方向的弹性模量的关系式：

$$\frac{1}{G_{xy}} = \frac{4}{E_{45^\circ}} - \frac{1}{E_x} - \frac{1}{E_y} + \frac{2\nu_{xy}}{E_x} \quad (2-3)$$

王臣^[29]利用单轴向拉伸试验获得 PES / PVC 膜材料沿经向、纬向及 45°方向的工程弹性常数及面内剪切模量, 以简单拉伸试验获得了膜材料的弹性常数。膜材料拉伸性能的各向异性还体现于膜材料拉伸断裂强度, 然而目前对其研究尚处在简单估算阶段, 导致在膜结构设计中必须采用较大的安全系数^[30]。

机织建筑膜材料是一种通过在机织物基布上涂敷树脂或橡胶等基本材料而制成的柔性复合材料^[31], 它的拉伸性能主要取决于作为基布的机织物。机织物细观几何结构的复杂性导致了其在受到外界载荷作用下变形机制的复杂性; 涂层材料具有限制织物受力变形的功能, 使得膜材料的变形机制更加复杂。现有的一类模型^{[26],[32]}是建立在层板理论的基础上, 从宏观角度分析膜材料的拉伸性能, 忽略了膜材料细观几何结构的变化对材料性能的影响。此类模型适用于线弹性小变形情况, 而对高度非线性且大变形的膜材而言, 模型的分析与实际情况存在较大的差距^[33]。LUO^[34]等人根据纱线及涂层材料的伸长变形和纱线的屈曲变形, 列出了能量守恒方程, 从而建立了纤维屈曲模型, 如图 2-3 所示。

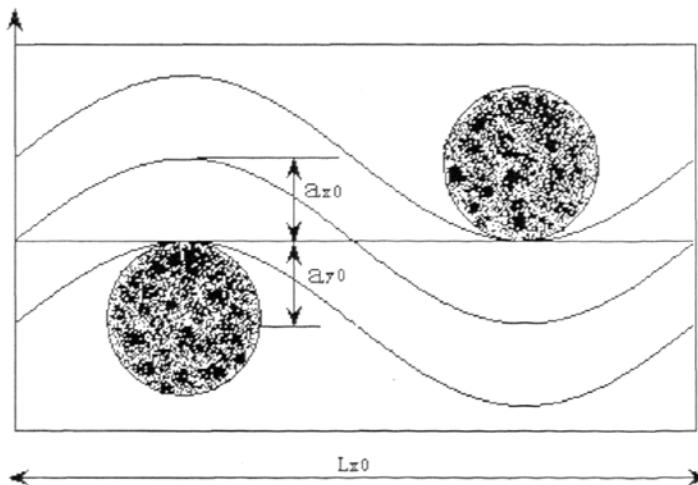


图 2-3 纤维屈曲模型

模型假设:

- ① 纱线屈曲形状为正弦曲线；
- ② 纱线是弹性体；
- ③ 材料的力学非线性和几何非线性是由织物重构引起的；
- ④ 膜材料为正交各向异性。

LUO 等人认为：膜材料的非线性主要是由织物的几何位移引起的，影响它的因素包括纱线的初始位置、加载条件（单轴、双轴或多轴）、纱线的相互作用及纱线、涂层材料的特性等。在膜材料中，织物的变形受到涂层材料的限制，因此，相对于涂层前的织物而言，膜材料更难于变形。他们根据纱线的屈曲、伸长变形以及涂层材料的伸长变形，建立了膜材料拉伸本构模型，将纱线的应力—应变关系和膜材料拉伸性能的非线性联系起来：

$$\sigma = E_1 \varepsilon + E_3 \varepsilon^3 + E_5 \varepsilon^5 \quad (2-4)$$

式中， σ 和 ε 分别是膜材料的应力和应变， E_1 为初始模量， E_3 和 E_5 为反映纱线非线性变形的常数。当 $E_3 = E_5 = 0$ 时，则式(2-4)可简化为 $\sigma = E\varepsilon$ ，即为一个简单的线性模型。当 E_3 、 E_5 中有一个不为 0 时，则表现为非线性模型。从式(2-4)可以看出，模型的好坏取决于 E_1 、 E_3 和 E_5 的取值，而这些值的获得是通过对实验数据的拟合得到的。

Testa 等^[35]基于织物面内应变、纱线本身应变及弯曲变形提出了膜材料拉伸行为的三角桁架模型，然而该模型仅限于解决经、纬向几何参数相同的膜材料，且没有实验数据来验证其模型的准确性。于是，Stubbs 等^[36]经过对三角桁架模型的改进，建立了一个稳定的几何非线性空间桁架模型，用杆件来模拟涂层织物中的各元件，通过分析节点的自由度，可得出弹性常数矩阵。如果在 X-Y 平面（如图 4-3 所示）的节点 1~4 的任意方向上加载荷，则共有 10 个自由度；若正交加载荷，则自由度下降为 6 个，即共有 6 个节点，每个节点的自由度为 1。因此，弹性常数为 6×6 的矩阵。然而，该类模型的变形机制只考虑纱线的转动、纱线和涂层材料的拉伸伸长，忽略了纱线与涂层材料之间的滑移及脱粘现象，以及纱线之间的摩擦及屈曲变形。在连

续的应力和应变情况下, Stubbs 和 Thomas^[37]用连续的方程来反映纱线屈曲转换、伸长、以及涂层材料的伸长对非线性本构关系的影响, 建立了三角桁架模型。该模型是通过对膜材料的拉伸实验获得的应力—应变曲线, 取其中的三个点代入模型, 解出本构模型的拉伸性能参数。再将这些参数代入本构方程, 来预测膜材料的应力—应变关系。

膜材料拉伸的应力—应变关系表现出一些特殊的性质, 诸如在较低应力水平下模量较高、曲线上升趋势突然改变以及存在不可回复的应变等, 这些特性主要来源于膜材料的弹塑性性能, 因而用非线性弹性变形本构模型来预测双轴拉伸的应力—应变关系与实际结果之间存在较大的差距。于是, Stubbs 和 Thomas^{[38],[39],[40]}在非线性弹性本构模型的基础上, 进一步考虑了涂层材料的非线性变形, 提出了有关膜材料双轴拉伸的非线性弹塑性本构模型, 分析了纱线和涂层材料的塑性变形对膜材料本构关系的影响。从实际效果来看, 改进的模型在受低水平应力下, 模型的预测值更接近于实验值。

由于空间桁架模型中将纱线和涂层分别模拟成杆构件, 因而 Stubbs 和 Thomas 在有关膜材料的非线性弹塑性变形本构关系分析中, 为了简化模型计算的复杂性, 忽略了纱线的塑性变形, 而将涂层材料的弹塑性和涂层与纱线之间可能发生的脱粘现象等仍看成线弹性工作元件。通过改进已有的非线性弹性本构关系模型, 获得了反映非线性弹塑性变形的本构模型, 并分析了加载和卸载两种情况下本构关系的预测情况。与实验结果的对比可以看出, 模型能大致地预测出在较低应力水平下较高的模量, 以及曲线突然发生较大变化等趋势, 但预测结果并不准确。

Keto^[41]通过改变纱线的几何结构模型, 建立了梯形桁架模型。Julio 等^[42]通过改进 Keto 的模型, 推出了更为复杂的纱线几何结构模型, 以建立反映膜材料拉伸的应力—应变关系的本构模型。

纵观以上的研究工作, 现有模型都是以结构单元中的纱线及涂层材料的拉伸性能为基础的。然而, 织物在经涂层加工成膜材料的过程中, 经纱受到较大的拉伸作用力, 而纬纱则往往处于自由状态, 经向

的拉伸使织物经向伸长, 纬向收缩, 经纬纱的屈曲波高及经纬纱密度都发生了变化, 即织物几何结构相发生了较大的变化。

机织建筑膜材料是一种柔性复合材料, 表现为非线性、弹塑性及大变形的力学行为, 使经典层板理论难以适应。而且, 膜材料的细观几何结构是相当复杂的, 而层板理论不能对其作充分的分析。因此, 上世纪 70、80 年代, Testa、Stubbs 和 Spillers 等人开始对膜材料的细观结构进行了研究。本文将从上述的研究基础上, 通过研究织物的拉伸力学性能、细观几何结构而建立了膜材料的拉伸力学本构模型。

第三章 材料性能测试及分析

通过纱线、织物的拉伸测试，数值计算出拉伸本构模型参数，包括弹性常数及应变转折点；通过织物及膜材料横截面的测试，计算出应变转折点的变化量。根据上述分析，建立本构模型预测膜材料的拉伸性能，用 PVC/PES 膜材料的拉伸测试来证实模型预测值的可靠性。

3.1. 试验材料

本课题的试验材料 PVC/PES 膜材料及相应的织物基布是由上海申达科宝新材料有限公司提供，增强材料为 PES 纱制成的织物基布，基体为 PVC 树脂。

表 3-1 试样参数

纱支 (D)	织物密度 (cm ⁻¹)	织物质量 (g · cm ⁻²)	膜材料质 量 (g · cm ⁻²)	织物厚 度(mm)	膜材料 厚度 (mm)
1000	5.8 × 5.8	270	800	0.24	0.78

3.2. 横截面测试试验

织物及膜材料横截面的测试旨在分析织物在经涂层加工成膜材料过程中由于经向拉伸而导致的织物经向的伸长量及纬向的收缩量，以及由于织物几何结构相的变化而导致的拉伸性能的变化。

试验采用三维视频显微镜，设备型号为 KH-1000（美国科视达产品），放大倍数 50 倍。

膜材料经、纬向横截面分别见图 3-1 和图 3-2。对比表明经向横截面的纬纱屈曲波高要高于纬向横截面的经纱屈曲波高。

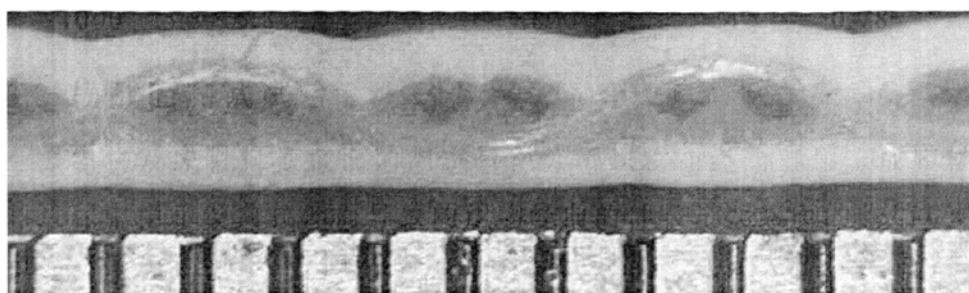


图 3-1 膜材料经向横截面

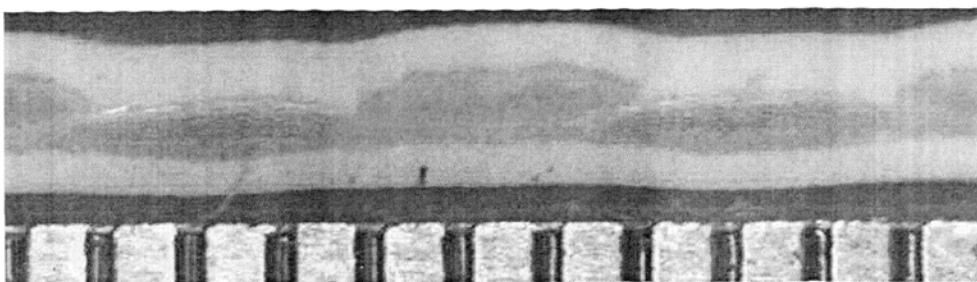


图 3-2 膜材料纬向横截面

织物经、纬向横截面分别见图 3-3 和图 3-4。对比结果表明，涂层前经纬纱线的屈曲波高基本一致。

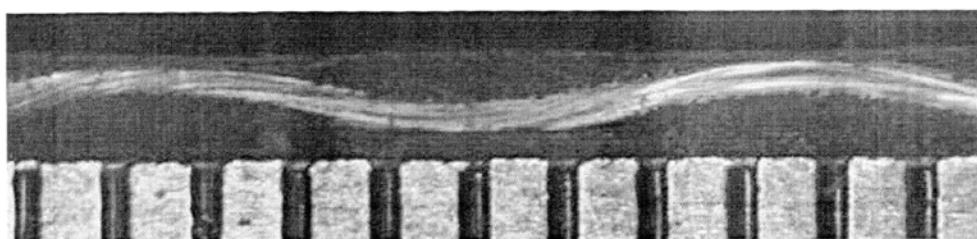


图 3-3 织物经向横截面



图 3-4 织物纬向横截面

织物及膜材料的横截面（如图 3-1~图 3-4）对比表明，织物经涂层加工成膜材料后，由于经向拉伸作用，使织物经纬纱屈曲转换变形，由涂层前经纬纱屈曲波高几乎一致到涂层后经纬纱屈曲波高相差较大，具体参见表 3-2。

表 3-2 织物及膜材料的屈曲波高

参数	织物		膜材料	
	纬向	经向	纬向	经向
波高(mm)	1.22	1.24	1.83	0.60

3.3. 拉伸试验测试

对织物（涂层前），纱线（织物中抽出的经纬纱线）及膜材料拉伸测试试验。试验采用微机控制电子式万能试验机，设备型号为CMT5204，加载速度为2mm/min，测试执行标准^[43]：GB1447-83。

膜材料经向和纬向各5个试样，夹持宽度为40mm，夹持距离为200mm。加载至20-25%的断裂强度（UTS）后卸载，三次加载卸载循环后再拉伸至断裂。记录整个过程中的应力和应变。经、纬纱各8个试样，夹持距离为200mm。织物经、纬向各8个试样，夹持宽度为40mm，夹持距离为200mm。

3.3.1 纱线拉伸载荷-变形曲线

经、纬纱线在受到外界载荷作用时，其载荷-变形曲线如图3-5所示（图中下标“w”表示经纱，“f”表示纬纱，下同）。从图3-5中可以看出，虽然经、纬纱加工成织物的工艺流程不同，但在较小的应变范围内（本例中， $\epsilon < 11\%$ ），从织物中拆取的经、纬纱线的拉伸曲线具有良好的一致性。从图中还可以看出，经、纬纱线的拉伸曲线都有明显的应变转折点：经纱为 C_w 、 D_w ，纬纱为 C_f 、 D_f ，且经、纬纱应变转折点的位置基本重合。

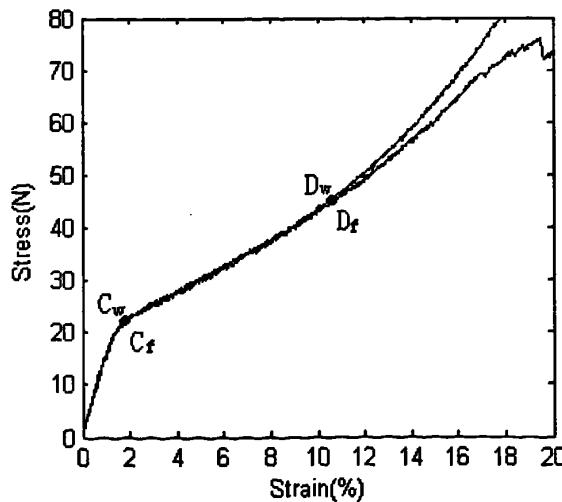


图3-5 纱线拉伸载荷变形曲线

3.3.2 织物拉伸应力-应变曲线

涂层前织物的经、纬向拉伸曲线见图 3-6。从图中可以看出，织物纬向受到拉伸载荷作用时，应力-应变曲线的变化可以描述如下：0~ A_f 段曲线斜率逐渐变大，当应变量增大到 A_f 点时，曲线斜率突然增大； A_f ~ B_f 段曲线斜率基本保持不变；当应变量增大到 B_f 点时，曲线斜率又有所减小； B_f 点以后，斜率基本保持不变。纬向拉伸性能的特征表明，在初始拉伸条件下，织物的变形主要表现为屈曲转换变形，曲线斜率较低且有增加的趋势；经过了该阶段，织物的变形为以纱线的伸长变形为主，表现为较高的曲线斜率；应变量达到 B_f 点后曲线斜率的下降应是材料内部分子结构取向变化所导致的结果。

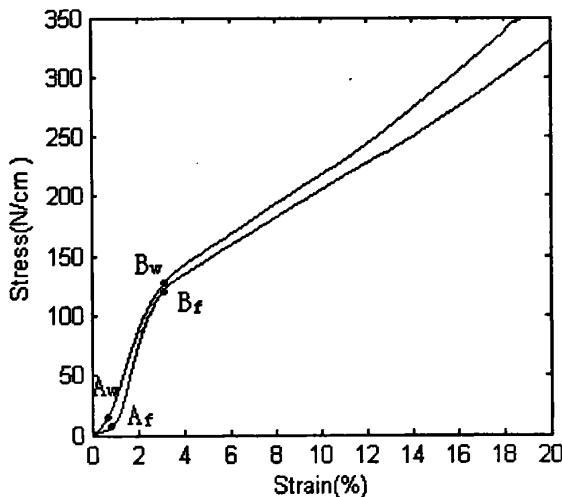


图 3-6 织物拉伸应力-应变曲线

在经、纬纱线所采用的原料和经纬密度一致的情况下，织物经、纬向应力-应变曲线存在着一定的差异。织物拉伸的应力-应变曲线可以分为三个阶段，曲线斜率由低→高→低，这种现象主要是由于拉伸的变形机制不同，即经、纬屈曲转换变形或纱线拉伸伸长变形。第一阶段以屈曲转换变形为主，应力-应变曲线的斜率较低；第二阶段后以纱线的拉伸伸长变形为主，曲线应力-应变曲线的斜率较第一阶段高。纱线本身拉伸性能的非线性引起了第二、三阶段之间存在斜率

的突变点，这可从图3-5所示的纱线的拉伸曲线特征中得到印证。

3.3.3 膜材料拉伸应力-应变曲线

涂层后的膜材料的拉伸性能见图3-7。从图中可以看出，当受到拉伸载荷时，纬向拉伸应力-应变曲线可分为如下阶段：0~ E_f 段，曲线斜率基本保持不变；当应变量增大到 E_f 点时，曲线斜率稍有增加，而在 E_f ~ F_f 段又基本保持不变；当应变到达临界点 F_f 时，曲线斜率又有所减小。也就是说，在较低的应力状态下（0~ E_f 段），膜材料的拉伸变形表现为经、纬纱线的屈曲转换，曲线斜率较低；在高应力状态下（ E_f ~ F_f 段及 F_f 点以后），膜材料的拉伸变形表现为织物中纱线的伸长变形，曲线斜率较高。

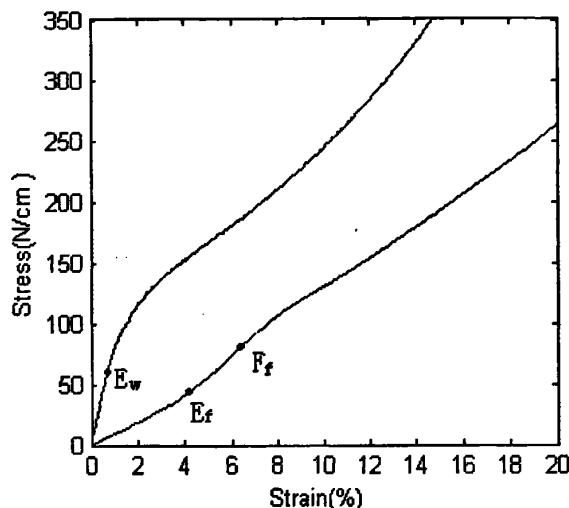


图3-7 膜材料拉伸应力-应变曲线

从如图3-7还可以看出，在相同的拉伸应变下，膜材料经向拉伸的应力-应变曲线可分为如下阶段：0~ E_w 段，曲线斜率基本保持不变；当应变量增大到 E_w 点时，曲线斜率突然下降，随后基本保持恒定。由于膜材料中的经纱的屈曲变形较小（见图3-2），膜材料的拉伸变形表现为织物中经向的伸长变形，模量较高。膜材料基布中经纬纱粗细和密度基本相同，膜材料试样经向拉伸的曲线斜率要高于纬向，源自于织物在经涂层加工过程中受经向拉伸作用，产生了织物几

何结构相（屈曲转换变形）的改变（见表 3-2），从而影响膜材料的拉伸性能。

3.3.4 对比分析

从织物和膜材料的应力—应变曲线（见图 3-8）中可以看出，两者之间有着某些类似的现象。在高应力状态下，织物经向拉伸试验曲线在 $A_w \sim B_w$ 及 B_w 以后的斜率具有明显的差异；同时，膜材料经向拉伸试验曲线在 $0 \sim E_w$ 及 E_w 以后的斜率也具有明显的差异。这是由经纱拉伸试验曲线 $0 \sim C_w$ 及 C_w 以后（见图 3-5）的斜率变化所引起的，材料本身的拉伸力学非线性所决定的（纬向拉伸类同）。膜材料经、纬向变形的显著差异源于织物涂层过程中所受到的经向拉伸作用，织物的几何结构相发生了较大的变化（即经、纬向屈曲波高存在着显著的差异），这必然影响膜材料经、纬向拉伸性能的较大差异。

从膜材料和织物应力—应变曲线中还可以看出，在织物经、纬向规格参数及力学性能基本一致的情况下，经涂层加工成膜材料后，膜材料与涂层前织物的拉伸曲线对比表明，经向的初始斜率有所增加，而纬向初始斜率基本保持不变，数据显示两者之间的差异在 5 倍左右。因此，分析膜材料拉伸力学性能时必须充分考虑涂层过程中经向拉伸的作用。经向的拉伸导致了织物几何结构的变化，从而引起了膜材料力学性能的相应的变化。

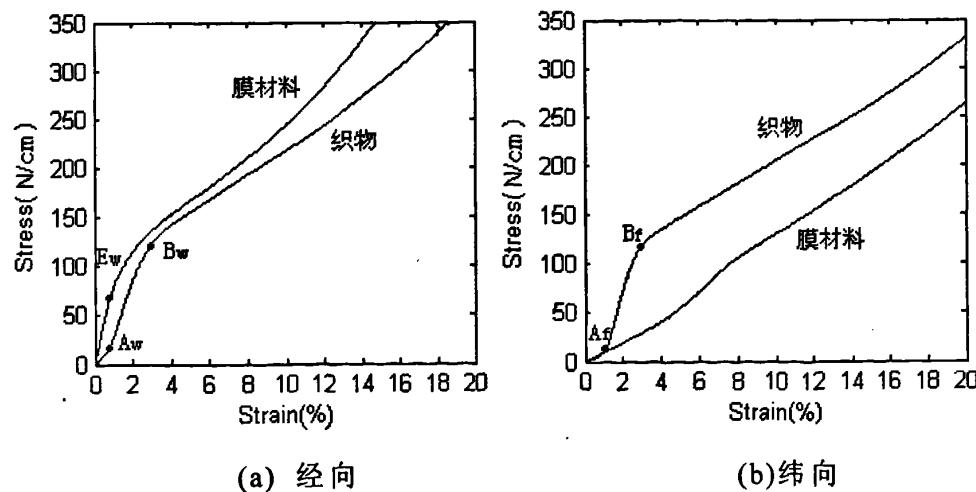


图 3-8 织物及膜材料的拉伸曲线

3.4. 本章小节

本章分别对纱线、织物和膜材料进行拉伸性能测试，比较试样的拉伸曲线可以得出以下的结论：

1. 纱线原料的载荷—变形曲线有着明显的曲线斜率突变点。以此纱线为原料制成的织物及膜材料也同样存在着曲线斜率的突变点，但曲线的变形所包含的信息较纱线丰富。
2. 织物拉伸变形首先表现为经、纬纱屈曲转换变形，随后表现为纱线的拉伸伸长变形。因此，织物的初始曲线斜率低于纱线，且断裂伸长率大于纱线。
3. 织物在涂层加工成膜材料的过程中经向受到拉伸，而纬向则未受约束。经向的拉伸使得织物经、纬向的几何结构相发生了显著的变化，经纱屈曲波高减小，波长伸长；纬纱屈曲波高增大，波长减小。几何结构相的变化势必引起膜材料拉伸力学性能的变化。因此，膜材料的拉伸力学性能虽取决于织物的拉伸性能，但与后者存在着较大的差异。主要表现为在拉伸初始阶段，膜材料经向拉伸的初始曲线斜率是织物的5倍左右，而纬向拉伸的初始曲线斜率与织物相差不大，但是以屈曲转换为主的第一阶段变形的应变量增大到织物的5倍左右。由于膜材料中织物经、纬向的几何结构相所存在的差异，使膜材料的经、纬向应力—应变曲线有着显著的差异。
4. 从织物及膜材料的整体拉伸曲线来看，膜材料在拉伸变形时纱线的屈曲转换受到涂层材料的限制，膜材料的应力—应变曲线斜率明显高于织物。
5. 织物与膜材料的断裂强度及断裂伸长率相差不大，由此可以断定，膜材料的拉伸力学性能主要由织物的拉伸力学性能所决定；但应力—应变曲线的斜率却存在明显的区别，由此可以断定，织物在加工成膜材料的过程中，涂层工艺对膜材料的拉伸力学性能有较大的影响。
6. 膜材料在受到拉伸载荷时，由于织物受到涂层材料的限制作用而较难变形，与涂层相比，膜材料的弹性模量增加。膜材料的断裂强度是由织物及涂层材料的断裂强度所决定，而相比于织物，涂层材料的

抗拉性能较为微弱，可以忽略不计。因此，膜材料的断裂强度取决于织物的断裂强度。织物在加工成为膜材料，涂层材料提高了膜材料的弹性模量，而对其断裂强度的影响可以忽略不计，因此，在断裂强度几乎不改变的情况下，弹性模量的提高将导致断裂伸长率的降低。

通过对织物及膜材料的横截面测试分析表明：织物在经涂层加工成膜材料的过程中，由于受到经向拉伸作用力，作为基布的织物产生了几何结构相变化：纬纱屈曲波高增大，波长减小；经纱屈曲波高减小，波长增大。在织物经纬向拉伸性能基本一致的情况下，几何结构相的变化导致了膜材料的经纬向拉伸性能具有较大的差异。

第四章 理论模型的建立及验证

本章提出了以平纹机织物为增强材料的机织建筑膜材料的结构单元模型，假设作为基本材料的纱线是圆柱体，经、纬纱交织处看成一个点，且假设纱线、涂层材料为服从胡克定律的杆件。在假设纱线为线弹性体的基础上，建立了膜材料拉伸应力—应变关系的非线性弹性本构模型。该模型仅考虑了织物中经、纬纱屈曲转换的非线性变形、而将拉伸伸长变形及涂层材料的拉伸伸长变形视为线性。然而，织物除了屈曲转换的非线性变形外，还表现为拉伸伸长变形的非线性，这在纱线的载荷—变形曲线中表现为应变转折点。基于上述原因，本章通过改变结构单元中织物的弹性常数，进一步建立了非线性弹塑性本构模型。

4.1. 符号描述

在模型的建立中，涉及了较多的参数。为了方便阅读，在本节中将模型所需的主要参数、所代表的意义及单位列成表格，见表 4-1。

表 4-1 符号描述

符 号	意 义	单 位	符 号	意 义	单 位
σ_{yx}	X 轴向应力 (Y 轴拉伸)	N/cm	σ_y	Y 轴向应力	N/cm
ε_{yx}	X 轴向应变 (Y 轴拉伸)	%	ε_y	Y 轴向应变	%
ε_w	织物经向应变	%	ε_f	织物纬向应变	%
ε_{w1}	织物经向应变转折点 1	%	ε_{f1}	织物纬向应变转折点 1	%
ε_{w2}	织物经向应变转折点 2	%	ε_{f2}	织物纬向应变转折点 2	%
k_{w1}	织物经向弹性常数 1	%	k_{f1}	织物纬向弹性常数 1	%
k_{w2}	织物经向弹性常数 2	%	k_{f2}	织物纬向弹性常数 2	%

ε_{y1}	Y 向纱线应变转折点	%	δ	与材料面垂直方向位移	cm
k_i	第 i 根杆件的弹性常数	N/cm	b_i	第 i 根杆件的伸长量	cm
h_1	X 向纱线屈曲波高	cm	h_2	Y 向纱线屈曲波高	cm
$2d_1$	杆件 6 的长度	cm	$2d_2$	杆件 7 的长度	cm
l_1	杆件 1 的长度	cm	l_2	杆件 3 的长度	cm
N_w	织物经密	cm ⁻¹	N_f	织物纬密	cm ⁻¹
W	试样夹持宽度	cm	L	试样夹持距离	cm
U	材料的系统变形能	J	H	材料厚度	cm

4.2. 几何结构单元模型

织物单轴拉伸整体变化曲线如图 4-1 所示。因 Y 轴向拉伸, X 轴向由于受到经、纬纱的屈曲转换而产生收缩。

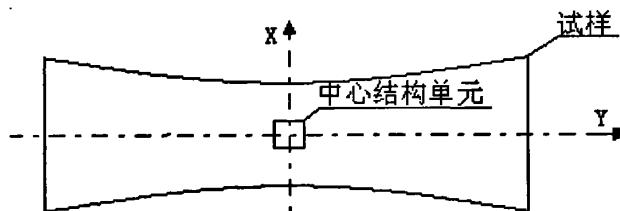


图 4-1 试样拉伸过程中的变形

膜材料的力学性能主要是由织物的力学性能决定的, 同样也会产生这种效应。但是膜材料中经、纬纱的屈曲转换作用受到涂层材料的限制, 较机织物而言, 材料在 X 向的收缩变形要小很多。因此, 本模型采用平纹机织建筑膜材料的最小结构单元(中心结构单元)的变形来近似的代替整个试样的变形状况。

结构单元是由单个组织点、相应的经、纬纱线及涂层材料组成, 如图 4-2 所示。

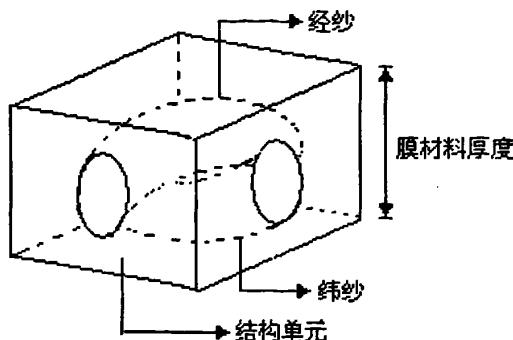


图 4-2 膜材料结构单元

4.3. 理论分析模型

纱线是影响织物及膜材料拉伸性能的主要因素。根据纱线拉伸测试数据及参考文献资料表明, 用于机织建筑膜材料的纱线的拉伸曲线表现为非线性变形, 且有明显的应变突变点, 在突变点前或者突变点后曲线斜率基本保持恒定, 但两段斜率之间有明显的差异。许多研究工作^{[44], [45], [46]}都把织物结构单元简化成了一个由4根纱线组成的桁架, 桁架的杆件被看作为服从胡克定律的刚性杆件。作为膜材料的基体, 涂层材料虽然表现出明显的弹塑性变形, 但由于对膜材料拉伸变形的影响较小, 因此, 也可以将其假设为服从胡克定律的杆件。

本章提出膜材料在低应力水平下与高应力水平下具有不同的变形机制。在低应力水平下, 经、纬纱线的屈曲转换及涂层材料的伸长为主要的变形机制; 而在高应力水平下, 纱线的拉伸伸长则是主要的变形机制。基于膜材料的变形机制, 建立非线性弹性本构模型和非线性弹塑性本构模型, 由杆件单元来代替膜材料中屈曲了的纱线和涂层材料, 如图 4-3 所示。

模型忽略了纱线交织点处的纱线与纱线之间, 纱线与涂层材料之间的相互摩擦、滑移、压缩变形。并假设:

- 1) 杆件单元服从于胡克定律;
- 2) 忽略纱线之间的压缩变形及剪切作用力;
- 3) 膜材料为正交各向异性。

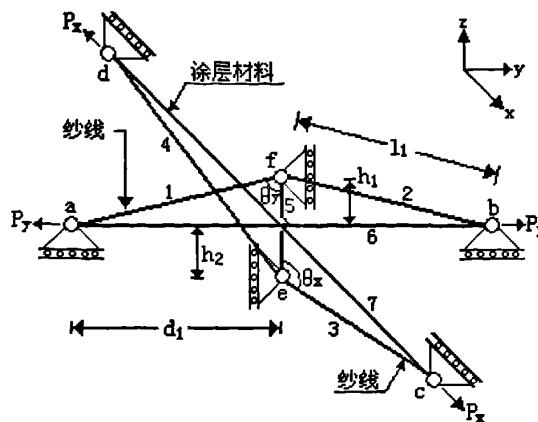


图 4-3 膜材料空间桁架模型

图 4-3 所示为平纹机织建筑膜材料的空间桁架模型，杆件 1、2、3、4 为屈曲的纱线，杆件 6、7 为涂层材料，杆件 5 为纱线与纱线及涂层材料之间的垂直作用。

外界载荷的作用力集中在节点 a、b、c、d 上。

杆件 1 和 2 的长度为 l_1 ，杆件 3 和 4 的长度为 l_2 ，杆件 5 的长度为 $h_1 + h_2$ ，即经纬纱交织点处经纱直径和纬纱直径之和，杆件 6 和 7 的长度分别为 $2d_1$ 和 $2d_2$ ，模型中所有的非线性变形均是由纱线的屈曲转换引起的，忽略纱线拉伸的非线性变形。

4.4. 非线性弹性本构模型

4.4.1. 模型建立

系统应变能 U 等于各杆件的应变能之和：

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^7 k_i b_i^2 \quad (4-1)$$

式中， k_i 为各杆件的刚度， b_i 为各杆件的变形。另外，根据织物的结构对称性可知， $k_1=k_2$ ， $k_3=k_4$ ， $b_1=b_2$ ， $b_3=b_4$ 。

当膜材料在 Y 向受到拉伸时，因经、纬纱的屈曲转换，将导致膜材料在 X 向的收缩变形。相对于 X 及 Y 向的变形，膜材料在垂直

方向 (Z 向) 的压缩变形可忽略不计, 即杆件 5 的压缩变形可忽略 ($b_5 = 0$)。

当 Y 向的应变量 $\varepsilon_y \leq \varepsilon_{y1}$ (ε_{w1} 或 ε_{f1} , 下同) 时, Y 向弹性常数为 k_1 , 由式(4-1)可得系统的应变能:

$$U = k_1 b_1^2 + k_3 b_3^2 + \frac{1}{2} k_6 b_6^2 + \frac{1}{2} k_7 b_7^2 \quad (4-2)$$

其中: $b_1 = \sqrt{(h_1 - \delta)^2 + (d_1 + \frac{b_6}{2})^2} - \sqrt{h_1^2 + d_1^2}$; $b_6 = 2d_1 \varepsilon_y$; $b_7 = 2d_2 \varepsilon_{yx}$;

$$b_2 = \sqrt{(h_2 + \delta)^2 + (d_2 + \frac{b_7}{2})^2} - \sqrt{h_2^2 + d_2^2}$$

应变能 U 对 Y 轴向的位移求偏导, 可得出 Y 轴向的力:

$$\frac{\partial U}{\partial b_6} = 2k_1 b_1 \frac{\partial b_1}{\partial b_6} + k_6 \cdot b_6 \quad (4-3)$$

其中: $\frac{\partial b_1}{\partial b_6} = \frac{d_1 + \frac{b_6}{2}}{2\sqrt{(h_1 - \delta)^2 + (d_1 + \frac{b_6}{2})^2}}$;

Y 轴向的应力为与之垂直的单位宽度膜材料上的力, 即

$$\sigma_y = \frac{1}{2d_2} \frac{\partial U}{\partial b_6} \quad (4-4)$$

将式(4-3)代入式(4-4), 得出 Y 轴向应力 - 应变关系:

$$\sigma_y = \frac{d_1}{2d_2} \left[k_1 (1 + \varepsilon_y) (1 - \lambda_y) + 2k_6 \varepsilon_y \right] \quad (4-5)$$

同理, 应变能 U 对 X 向位移求偏导可得 X 轴向的力:

$$\frac{\partial U}{\partial b_7} = 2k_3 b_3 \frac{\partial b_3}{\partial b_7} + k_7 \cdot b_7 \quad (4-6)$$

其中: $\frac{\partial b_3}{\partial b_7} = \frac{d_2 + \frac{b_7}{2}}{2\sqrt{(h_2 + \delta)^2 + (d_2 + \frac{b_7}{2})^2}}$

X 轴向的应力为与之垂直的单位宽度膜材料上的力, 即

$$\sigma_{yx} = \frac{1}{2d_1} \cdot \frac{\partial U}{\partial b_1} \quad (4-7)$$

将式(4-6)代入式(4-7), 得出由Y轴拉伸而引起X轴向的应力—应变关系:

$$\sigma_{yx} = \frac{d_2}{2d_1} \left[k_3(1+\varepsilon_{yx})(1-\lambda_{yx}) + 2k_7\varepsilon_{yx} \right] \quad (4-8)$$

如前所述, 相对于X、Y轴向的伸长变形, 垂直方向(Z向)的压缩变形可以忽略不计。因此对杆件5的位移求偏导, 得出Y轴拉伸而引起Z向的力:

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = 2k_1 b_1 \frac{\partial b_1}{\partial \delta} + 2k_3 b_3 \frac{\partial b_3}{\partial \delta} \quad (4-9)$$

$$\text{其中: } \frac{\partial b_1}{\partial \delta} = \frac{h_1 - \delta}{\sqrt{(h_1 - \delta)^2 + (d_1 + \frac{b_6}{2})^2}}, \quad \frac{\partial b_3}{\partial \delta} = \frac{h_2 + \delta}{\sqrt{(h_2 + \delta)^2 + (d_1 + \frac{b_6}{2})^2}}$$

Z轴向的应力为与之垂直的膜材料在单位面积上的力, 即

$$\sigma_{yz} = \frac{1}{2d_1 \cdot 2d_2} \cdot \frac{\partial U}{\partial \delta} \quad (4-10)$$

将式(4-9)代入式(4-10), 得出由Y轴拉伸所导致的Z轴向应力—应变关系:

$$\sigma_{yz} = \frac{1}{2d_1 \cdot 2d_2} \cdot \left[k_1(h_1 - \delta)(-1 + \lambda_y) + k_3(h_2 + \delta)(1 - \lambda_{yx}) \right] \quad (4-11)$$

其中: 式(4-5)、(4-8)、(4-11)中的 λ_y 、 λ_{yx} 分别为:

$$\lambda_y = \frac{\sqrt{h_1^2 + d_1^2}}{\sqrt{(h_1 - \delta)^2 + d_1^2(1 + \varepsilon_y)^2}}, \quad \lambda_{yx} = \frac{\sqrt{h_2^2 + d_2^2}}{\sqrt{(h_2 + \delta)^2 + d_2^2(1 + \varepsilon_{yx})^2}}$$

式(4-2)~(4-11)中, σ_y 、 ε_y 分别为膜材料在Y向的应力(单位长度上的力)和应变, σ_{yx} 、 ε_{yx} 分别表示Y向拉伸作用下在X向的应力(单位长度上的力)和应变, σ_{yz} 表示Y向拉伸作用下在Z向所产生的应力(单位面积上的力)。

在Y向拉伸作用下, 膜材料在X向和Y向的应变分别为:

$$\varepsilon_{yx} = \frac{b_7}{2d_2}; \quad \varepsilon_y = \frac{b_6}{2d_1}$$

Y 向的拉伸将会使平行于 Y 向的纱线的屈曲波高减小, 导致杆件 5 向下移动; 同时, 使平行于 X 向的纱线的屈曲波高增大。因此, Y 向的拉伸将产生 X 及 Z 向的应力。由 Y 向拉伸变形所导致 X 及 Z 向的应力值亦可通过图 4-3 所示的几何关系计算获得。假设杆件 1 与杆件 5 之间的夹角为 θ_y , 杆件 6 的长度为 $d_1 + \frac{b_6}{2}$, 并设此时 Y 向的作用力为 P_y 。在 P_y 作用下, 杆件将发生变形。 θ_y 的变化量为 $\Delta\theta_y$, 杆件 6 的变化量为 $\Delta(d_1 + \frac{b_6}{2})$, 则杆件 1 的变化量为 Δb_1 。(具体推导见附录四)。

$$\sigma_{yx} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2d_1} \cdot \frac{k_1}{k_1 + k_6 \sin^2 \theta_y} \cdot \sin 2\theta_y \cdot \sigma_y \quad (4-12)$$

$$\sigma_{yx} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{k_1}{k_1 + k_6 \sin^2 \theta_y} \cdot \sin 2\theta_x \sin 2\theta_y \cdot \sigma_y \quad (4-13)$$

其中: θ_y 是杆件 5 与杆件 1 (或杆件 2) 的夹角, θ_x 是杆件 5 与杆件 3 (或杆件 4) 的夹角。

4.4.2. 模型参数

模型中的 8 个参数, 即: d_1 、 d_2 、 h_1 、 h_2 、 k_1 、 k_3 、 k_6 、 k_7 , 可以通过以下的方法获取。

d_1 、 d_2 可以直接从试样中测试经、纬纱的密度, 再通过以下关系式转换:

$$d_1 = \frac{1}{N_w}; \quad d_2 = \frac{1}{N_f}$$

其中: N_w 是经纱密度; N_f 是纬纱密度。

屈曲波高 h_1 、 h_2 可以通过测试试样的横截面而获得。

由纱线的拉伸模量 E_1 、 E_3 , 可求出结构单元中杆件 1 和 3 的弹性

常数 k_1 、 k_3 。

PVC涂层材料^[47]的弹性模量为 10000 kg/cm^2 , 转换成标准单位为 9.6 MPa , 将其转换成结构单元中涂层材料的等效弹性常数。由此可以求出涂层材料的X、Y向弹性常数 k_6 、 k_7 。

4.4.3. 模型验证

非线性弹性本构模型中共有 6 个变量, 即 3 个应力变量 σ_y 、 σ_{yx} 、 σ_{yz} 和 3 个应变变量 ε_y 、 ε_{yx} 、 ε_{yz} 。应力变量中的 σ_{yx} 、 σ_{yz} 都是由 σ_y 引起的, 可以通过几何结构关系建立 σ_{yx} 、 σ_{yz} 与 σ_y 之间的关系, 即上述 6 个变量中只有 4 个是独立变量。模型中共有式(4-5)、(4-8)、(4-11)等 3 个方程组成的非线性方程组, 即 3 个方程解 4 个变量。通过给定任意的应力值 σ_y , 将其代入到 3 个方程组成的非线性方程组中, 通过数值解, 得出其余 3 个未知变量。

图 4-5 为解题的 N-S 流程图^[48] (程序见附录二)。使用流线从上到下顺序进行, 采用三种基本结构作为构造算法的基本单元, 用它描述算法直观, 能清晰表达程序的功能, 且容易转换成程序。

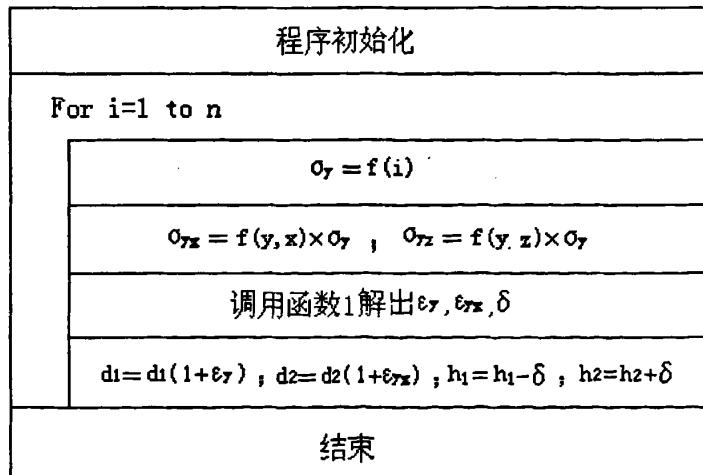


图 4-4 非线性弹性本构模型程序流程图

(1) 试样参数

本文所用的 PVC/PES 试样参数如列出了模拟过程中所使用的膜材料试样的基本参数，该组参数是通过对试样的测试而获得的。

(2) 数值模拟

膜材料在经向拉伸应力的作用下，将织物经向拉伸弹性常数（表 4-7 均值行中的弹性常数 2）代入到模型方程中的 k_1 ，可以得出膜材料经向应力—应变曲线，如图 4-5 所示。图中也绘出了实测曲线，以方便比较。

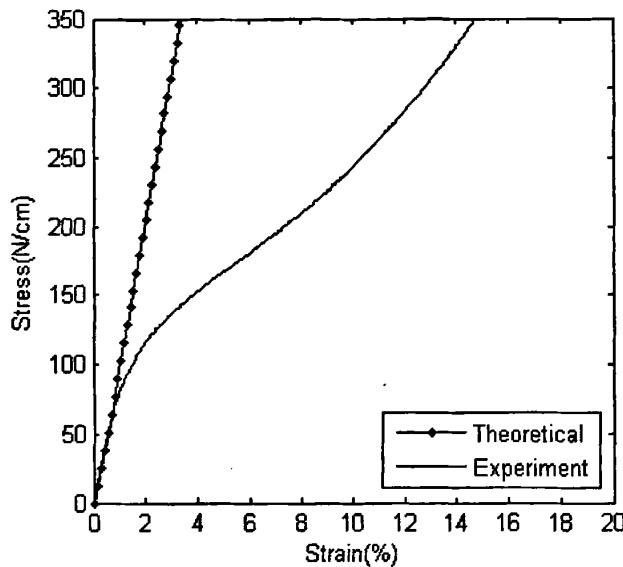


图 4-5 经向拉伸试验模拟曲线

对于经向拉伸而言，如图 4-5 所示，膜材料整段拉伸曲线都为拉伸伸长变形，但在应变量为 0.49% 范围内，织物的拉伸性能基本保持线弹性变形，曲线斜率较高，模拟值与测试值吻合较好；而应变量在 0.49% 以后，织物的拉伸性能发生突变，即弹性常数突然变小，而模型依然是使用初始的弹性常数，因此，模型预测值与试验测试值之间存在着较大的差异。

用同样的方法，将织物纬向拉伸弹性常数（与经向同，表 4-3 均值行中的弹性常数 2）代入到模型方程中的 k_1 ，可以获得膜材料在纬向拉伸时的应力—应变曲线，如图 4-6 所示。

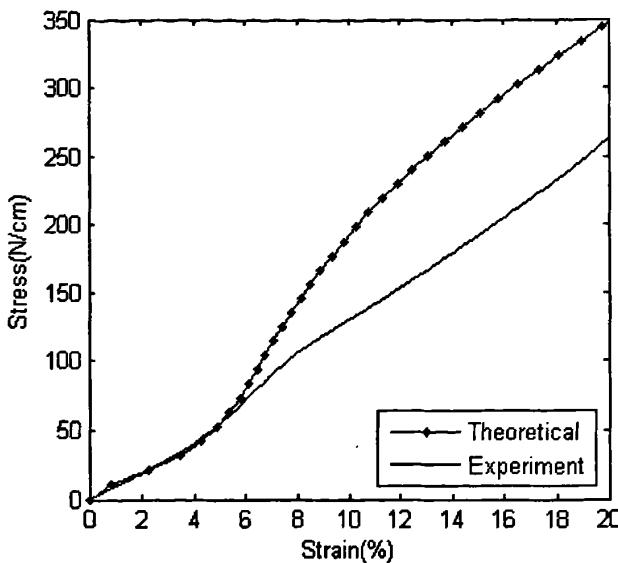


图 4-6 纬向拉伸试验模拟曲线

对于纬向拉伸而言, 如图 4-6 所示, 应变量在 3.62% 范围内, 膜材料中的织物以纱线的屈曲转换变形为主, 弹性常数较低, 模型预测值与试验测试值吻合较好。应变量在 3.62%~5.85% 范围内, 织物以拉伸伸长变形为主, 弹性常数逐渐增大, 模型预测值与试验测试值基本吻合。在应变量 5.85% 以后, 织物的拉伸性能发生突变, 即弹性常数突然变小, 而模型依然是使用初始的弹性常数, 模型预测值与试验测试值的存在较大的偏差。

4.4.4. 分析讨论

从图 4-5 和图 4-6 中可以看出, 在较小的应力范围内, 模拟值与测试值之间吻合较好。但随着应力的增加, 模拟值与测试值之间的差异逐渐加大, 特别是当经、纬向的应变分别大于 0.49% 和 5.85% 后, 两者之间的差异相当之大。出现这种情况的主要原因是由于作为基布的机织物具有非线性的拉伸性能, 而所建立的模型还是采用恒定的初始弹性常数。因此, 要解决这个问题, 必须考虑到织物拉伸性能的非线性。织物拉伸性能的非线性形成的主要原因是, 低应力阶段的经、纬纱屈曲转换变形所导致的非线性(即几何非线性)和高应力阶段的拉伸伸长变形所形成的非线性(即材料非线性)。由于几何非线性可

以通过空间桁架模型中的屈曲波高的变化体现出来，因此，为了准确反映膜材料的拉伸性能，必须考虑织物拉伸变形的非线性及在涂层过程中织物几何结构及力学性能的变化对膜材料拉伸性能的影响。在进一步的建模中应考虑到上述的因素。

在拟建立的非线性弹塑性空间桁架模型中，仍然将纱线和涂层视为杆构件。同时，为简化模型计算的复杂性，忽略了涂层材料的弹塑性变形和涂层材料与纱线之间可能发生的脱粘现象，且忽略了织物基布中纱线的非线性变形。以下将通过用分段线性描述织物非线性变形，在已有的非线性弹性本构模型的基础上建立了非线性弹塑性变形的本构模型。

4.5. 涂层前后织物的拉伸行为

织物在经涂层加工成膜材料过程中，由于经向的拉伸，使得经纱屈曲波高减小，织物经向伸长，从而使膜材料经向的初始弹性模量增大；同时，纬纱屈曲波高增加，织物纬向收缩，从而加剧了膜材料纬向在受到小载荷作用时产生大变形的可能。

由图 3-6 所示的涂层前织物拉伸曲线可知，其变形情况（以经向为例）可近似用如下三个线性阶段表示：第一阶段（0~ A_w ）以经、纬纱屈曲转换变形为主，体现为低应力大变形，弹性常数 k_{w1} 较低；第二阶段（ A_w ~ B_w ）以经纱伸长变形为主，体现为高应力小变形，经向弹性常数 k_{w2} 较第一阶段高；第三阶段（ B_w 以后），经纱继续伸长变形，但弹性常数 k_{w3} 较第二阶段低。三个阶段产生两个应变转折点，分别记为 ε_{w1} 和 ε_{w2} 。与经向的情况类似，涂层前织物纬向拉伸可分为（0~ A_f ）、（ A_f ~ B_f ）和（ B_f 以后）三个阶段，弹性常数分别为 k_{f1} 、 k_{f2} 和 k_{f3} ，相应的应变转折点分别为 ε_{f1} 和 ε_{f2} 。

织物在涂层加工过程中，由于经向的拉伸，使得经纱屈曲波高减小，织物产生了应变量为 ε_{Lw} 的伸长，使涂层后膜材料经向的初始拉伸条件发生变化，导致初始弹性常数的增大。与之相对应，纬纱屈曲波高增大，织物产生了应变量为 ε_{Lf} 的收缩，导致初始弹性常数的

下降，加剧了膜材料纬向在小载荷下产生大变形的行为。

由膜材料的拉伸曲线（图3-7）表明，若也采用分段表示，经向拉伸变形表现为如下几种可能性。（1）当涂层过程中织物经向拉伸应变小于织物经向拉伸的第一转折点，即 $\varepsilon_{Lw} < \varepsilon_{w1}$ ，膜材料与涂层前织物的变形基本相同，所不同的是膜材料经、纬向的应变转折点将分别变为 $\varepsilon_{w1} + \varepsilon_{Lw}$ 和 $\varepsilon_{w2} + \varepsilon_{Lw}$ 。（2）当 $\varepsilon_{w1} \leq \varepsilon_{Lw} < \varepsilon_{w2}$ 时，织物在涂层过程中除了经、纬纱屈曲转换变形外，经纱还发生了伸长变形，因此其拉伸行为与涂层前有较大差别。表现为：第一阶段具有高应力小变形的特征，弹性常数较高；第二阶段弹性常数较第一阶段小，应变增加，应变转折点为 $\varepsilon_{w2} + \varepsilon_{Lw}$ 。（3）当 $\varepsilon_{Lw} > \varepsilon_{w2}$ ，在涂层过程中经纱的拉伸过大，将使膜材料的拉伸性能恶化。在正常的加工条件下不允许产生这种现象，因此这里不作考虑。膜材料在纬向拉伸下，变形情况与经向类似，应变的第一、二转折点将分别为 $\varepsilon_{fl} + \varepsilon_{Lf}$ 和 $\varepsilon_{f2} + \varepsilon_{Lf}$ 。

作为决定膜材料力学性能关键的织物基布，其性能的评价往往是膜材料质量控制中的重要一环。因此，通过织物力学性能来预测和评价膜材料力学行为成为制造和设计部门关切的问题。由于在涂层过程中织物受到的经向拉伸，使涂层前后织物的结构相和初始拉伸条件产生较大差异，这种差异必然影响到膜材料经、纬向性能的差异，如涂层后织物经向的初始曲线斜率远远大于纬向（见图3-6）。另外，涂层前后织物的拉伸性能也存在较大的差别。因此，预测膜材料拉伸力学性能时必须考虑在涂层过程中经向所受到的拉伸作用。

然而，迄今为止的模型未考虑织物基布几何结构相及初始拉伸条件的变化对膜材料力学性能的影响，因此难以正确建立织物和膜材料力学性能之间的联系。在新的模型中，将根据膜材料的细观力学模型，分析机织物涂层前后结构相及初始拉伸的变化对膜材料力学性能的影响，并通过拉伸曲线，将织物拉伸的应力—应变曲线用分段线性表示，以期通过织物的拉伸行为对膜材料的拉伸性能给予预测。

4.6. 非线性弹塑性本构模型

织物及膜材料拉伸应力—应变关系表现出一些特殊的性质，诸如在拉伸伸长阶段曲线斜率较高、在应变量达到一定值时（应变转折点）曲线上升趋势突然改变以及存在不可回复的应变等，这些特性主要来源于织物及膜材料的弹塑性性能，因而用非线性弹性本构模型来预测织物及膜材料拉伸应力—应变关系与试验结果之间必然存在较大的差异。因此，要准确地把握膜材料在拉伸作用下的力学行为，应在非线性弹性本构模型的基础上进一步考虑纱线本身的拉伸伸长非线性变形。为此，本节提出表达织物及膜材料的拉伸应力—应变关系的非线性弹塑性本构模型，并分析纱线非线性变形对织物及膜材料本构关系的影响。

4.6.1. 模型建立

当 Y 轴向的应变量小于第一个转折点时即： $\varepsilon_y \leq \varepsilon_{y1}$ ，节 4.4 提出的非线性弹性本构模型方程依然适用。当 Y 向的应变量 $\varepsilon_y > \varepsilon_{y1}$ 时，由于拉伸曲线出现了转折点，意味着 Y 向的弹性常数 k_1 将会发生改变。设转折点后的弹性常数变为 k_1' ，因此在拉伸变形过程中，应变能中的 $k_1 b_1^2$ 将转变为 $k_1 b_{y1}^2$ 及 $k_1'(b_1 - b_{y1})^2$ 两部分之和。

$$U = k_1 b_{y1}^2 + k_1'(b_1 - b_{y1})^2 + k_3 b_3^2 + \frac{1}{2} k_6 b_6^2 + \frac{1}{2} k_7 b_7^2 \quad (4-14)$$

其中： $b_{y1} = 2d_1 \varepsilon_{y1}$

由式(4-2)及(4-14)可以看出，系统应变能中除了式(4-2)中 $k_1 b_1^2$ 变为式(4-14)中的 $k_1 b_{y1}^2$ 及 $k_1'(b_1 - b_{y1})^2$ 之和外，其余各项均不发生变化；而系统应变能 U 对 X 轴向的偏导只和 $k_3 b_3^2$ 、 $\frac{1}{2} k_7 b_7^2$ 有关，因此，X 轴向的应力—应变关系将不发生变化。

系统应变能 U 对 Y 向位移求偏导得出 Y 向的力：

$$\frac{\partial U}{\partial b_6} = 2k_1 b_1 \left. \frac{\partial b_1}{\partial b_6} \right|_{b_1=b_{y1}} + 2k_1'(b_1 - b_{y1}) \cdot \frac{\partial(b_1 - b_{y1})}{\partial b_6} + k_6 b_6 \quad (4-15)$$

式(4-15)中第一项就是将 $b_1 = b_{y1}$ 代入到式(4-3)中的第一项所得的

值, 第二项 $\frac{\partial(b_1 - b_{y1})}{\partial b_6}$ 由于变形量 b_{y1} 此时为一常数, 因此也即等于 $\frac{\partial b_1}{\partial b_6}$ 。

而 Y 轴向的应力为单位长度上的力, 因此, 其应力—应变关系为:

$$\sigma_y = \frac{d_1}{2d_2} \left[k_1(1 + \varepsilon_{y1})(1 - \lambda_{y0}) + k_1(1 + \varepsilon_y)(1 - \frac{\lambda_y}{\lambda_{y0}}) \right] + \frac{d_1}{d_2} k_6 \varepsilon_y \quad (4-16)$$

应变能 U 对 Z 向位移求偏导得出 Z 向的力:

$$\frac{\partial U}{\partial \delta} = 2k_1 b_1 \frac{\partial b_1}{\partial \delta} \Big|_{b_1=b_{y1}} + 2k_1(b_1 - b_{y1}) \cdot \frac{\partial(b_1 - b_{y1})}{\partial \delta} + 2k_3 b_3 \frac{\partial b_3}{\partial \delta} \quad (4-17)$$

式(4-17)的分析与式(4-15)类似。但是, Z 向无法求单位长度上的力, 只能将 Z 轴向的应力定义为单位面积上的力。只要做到等式左右都是单位面积上的力, 即对模型的计算没有影响。因此, 将式(4-17)化简并除以面积, 得出 Z 向的应力—应变关系:

$$\sigma_{yz} = \frac{1}{2d_1 \cdot 2d_2} \left[k_3(h_2 + \delta)(1 - \lambda_{yz}) - (h_1 - \delta) \times [k_1(1 - \lambda_{y0}) + k_1(1 - \frac{\lambda_y}{\lambda_{y0}})] \right] \quad (4-18)$$

式(4-16)、(4-18)中 λ_{y0} 是将 $\delta = \delta_0$ 、 $\varepsilon = \varepsilon_{y1}$ 代入到 λ_y (见式 4-11) 的值, 当 Y 轴向的应变量 $\varepsilon_y = \varepsilon_{y1}$ 时, 其垂直方向的位移为 δ_0 。由式(4-16)、(4-18)与式(4-8)组成表达非线性弹塑性本构关系的非线性方程组。

4.6.2. 模型参数

模型参数包括几何结构参数及力学性能参数。静态的几何结构参数可以直接从试样的截面图中测量, 但是要描述在受到外界载荷作用下的几何结构参数, 就必须通过几何结构模型对其进行数值分析。关于力学性能参数, 这里指的是弹性常数, 由于机织建筑膜材料中的织物及纱线在拉伸条件下表现为非线性变形, 可以用一系列的线弹性变形来逼近 (即无数不同数值的弹性常数组成弹性变量), 本节采用最小二乘法分段线性拟合。

(1) 几何结构的假设及参数求解

膜材料的横截面如图 4-7 所示。

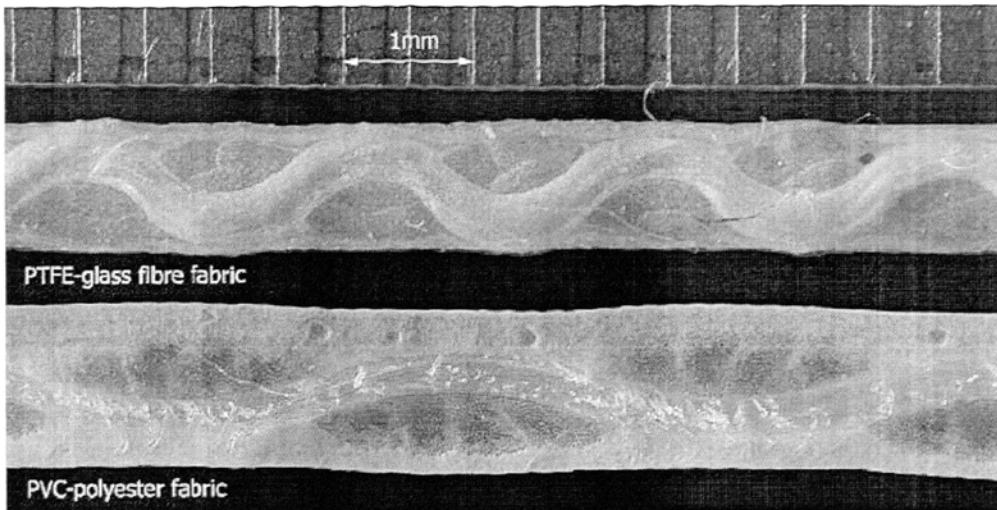


图 4-7 膜材料横截面

从Pierce的织物结构模型^{[13],[49]}为出发点, 假设织物在涂层过程中的拉伸变形主要由纱线的伸长变形和几何屈曲转换变形组成, 并假设织物和膜材料中纱线轴线的为正弦曲线, 如图4-8所示。

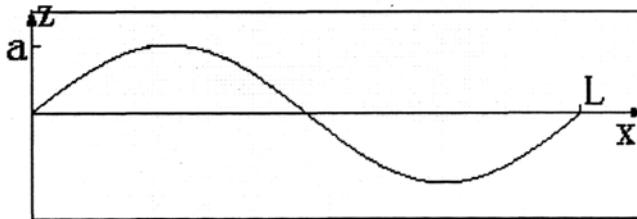


图 4-8 结构单元中纱线屈曲模型

根据纱线几何结构的假设, 可以得出织物中纱线轴线的表达式:

$$z = a \sin \frac{2\pi \cdot x}{L} \quad (4-19)$$

织物通过涂层加工成膜材料的过程中, 由于经向受到拉伸, 经纱屈曲波高减小, 织物经向伸长; 纬纱屈曲波高增大, 织物纬向收缩。由于经向的拉伸产生的经、纬纱的波长的伸缩率为:

$$\varepsilon_L = \frac{L_{coated} - L_{fabric}}{L_{fabric}} \times 100\% \quad (4-20)$$

织物通过涂层加工成膜材料的过程, 经向受到拉伸作用力。一方面, 经纱屈曲波高减小, 使原先处于松弛状态的经纱绷紧, 消除了因

经纱处于松弛状态而导致的膜材料经向初始模量较小的缺点，从而使膜材料经向的初始弹性模量增大。因此，模型中的经向杆件弹性模量的突变点的应变值将会有所下降，如果织物预拉伸所产生的应变量大于第一阶段突变点的话，则膜材料的拉伸将直接进入到第二阶段；另一方面，纬纱屈曲波高增大，加剧了膜材料纬向在受到小载荷作用时产生大变形的现象，因此，模型中纬向杆件弹性模量的突变点的应变值将会上升。

(2) 分段点的确定及弹性常数的数值分析

如图 3-6 所示织物拉伸试验曲线中存在明显的应变转折点，本文通过对试验曲线的多项式回归及对回归曲线求二阶导数来获得回归曲线的拐点（即试验曲线的应变转折点）。假设 y 是 x 的 p 次多项式，且在 x_a 处对 n 观察的随机误差 ε_a ($a=1, 2, \dots, N$) 服从正态分布 $N(0, \sigma^2)$ ，那么就可以得到多项式回归模型，用 F 检验对回归方程进行显著性检验，结果表明：

$$F \geq F_{\alpha}(p, N-p-1)$$

即回归方程是具有显著性意义的。

鉴于在拉伸仪上测试的数据点为离散型数据，数据较多，且要反映整体数据的变化趋势，从理论上讲，选用最小二乘法分 n 段线性拟合，可以无限逼近测试数据。设 $f(x)$ 为原函数， $\Psi(x)$ 为近似函数， $(x, f(x_i))$ ， $(i=0, \dots, N_1, \dots, N_2, \dots, N_{n-1}+M)$ 为数据点（即将数据分成 n 组，第 j 组数据有 N_{j-1} 个元素）。

要求 $\Psi(x)$ 使 $\sum_{i=0}^n [f(x_i) - \Psi(x_i)]^2$ 为最小的一阶线性方程^[50]。

$$\Psi(\varepsilon) = \begin{cases} k_1 \cdot \varepsilon + b_1 & (\varepsilon \leq \varepsilon_{y1}) \\ k_2 \cdot \varepsilon + b_2 & (\varepsilon_{y1} < \varepsilon \leq \varepsilon_{y2}) \\ M & \\ k_n \cdot \varepsilon + b_n & (\varepsilon > \varepsilon_{y(n-1)}) \end{cases} \quad (4-21)$$

其中： $b_1 = 0$ ， $b_2 = \Psi(\varepsilon_{y1}) - k_2 \cdot \varepsilon_{y1}$ ， $\dots \dots$ ， $b_n = \Psi(\varepsilon_{y(n-1)}) - k_n \cdot \varepsilon_{y(n-1)}$ 。

设：

$$Q_1 = \sum_{i=0}^{N_1} [f(\varepsilon_i) - k_1 \cdot \varepsilon_i - b_1]^2 \quad (4-22)$$

要使 Q_1 达到最小，则：

$$\frac{dQ_1}{dk_1} = \sum_{i=0}^{N_1} \varepsilon_i \cdot [f(\varepsilon_i) - k_1 \cdot \varepsilon_i - b_1] = 0 \quad (4-23)$$

由式(4-23)简化整理得：

$$k_1 = \frac{\sum_{i=0}^{N_1} \varepsilon_i}{\sum_{i=0}^{N_1} \varepsilon_i^2} \cdot f(\varepsilon_i) \quad (4-24)$$

设：

$$Q_2 = \sum_{i=N_1}^{N_1+N_2-1} [f(\varepsilon_i) - k_2 \cdot \varepsilon_i - b_2]^2 \quad (4-25)$$

将 $\Psi(\varepsilon_{y1})$ 、 ε_{y1} 代入 b_2 表达式解出 b_2 代入式(4-25)得出：

$$Q_2 = \sum_{i=N_1}^{N_1+N_2-1} [f(\varepsilon_i) - k_2 \cdot \varepsilon_i - \Psi(\varepsilon_{y1}) + k_2 \cdot \varepsilon_{y1}]^2 \quad (4-26)$$

要使 Q_2 达到最小，则：

$$\frac{dQ_2}{dk_2} = \sum_{i=N_1}^{N_1+N_2-1} (\varepsilon_{y1} - \varepsilon_i) \cdot [f(\varepsilon_i) + k_2 \cdot \varepsilon_{y1} - k_2 \cdot \varepsilon_i - \Psi(\varepsilon_{y1})] = 0 \quad (4-27)$$

由式(4-27)简化整理得：

$$k_2 = \frac{\sum_{i=N_1}^{N_1+N_2-1} (\varepsilon_i - \varepsilon_{y1})}{\sum_{i=N_1}^{N_1+N_2-1} (\varepsilon_{y1} - \varepsilon_i)^2} \cdot (f(\varepsilon_i) - \Psi(\varepsilon_{y1})) \quad (4-28)$$

设： $Q_n = \sum_{i=N_1+N_2+\dots+N_{n-1}}^{N_1+N_2+\dots+N_{n-1}+M-1} [f(\varepsilon_i) - k_n \cdot \varepsilon_i - b_n]^2$

将 $\Psi(\varepsilon_{y(n-1)})$ 、 $\varepsilon_{y(n-1)}$ 代入 b_n 表达式解出 b_n 代入上式得出：

$$Q_n = \sum_{i=N_1+N_2}^{N_1+N_2+M-1} [f(\varepsilon_i) - k_n \cdot \varepsilon_i - \Psi(\varepsilon_{y(n-1)}) + k_n \cdot \varepsilon_{y(n-1)}]^2 \quad (4-29)$$

要使 Q_n 达到最小, 则

$$\frac{dQ_n}{dk_n} = \sum_{i=N_1+N_2+\dots+N_{n-1}}^{N_1+N_2+\dots+N_{n-1}+M-1} (\varepsilon_{y(n-1)} - \varepsilon_i) \cdot [f(\varepsilon_i) + k_n \cdot \varepsilon_{y(n-1)} - k_n \cdot \varepsilon_i - \Psi(\varepsilon_{y(n-1)})] = 0 \quad (4-30)$$

由式(4-30)简化整理得:

$$k_n = \frac{\varepsilon_{y(n-1)} \cdot \sum_{i=N_1+N_2+\dots+N_{n-1}}^{N_1+N_2+\dots+N_{n-1}+M-1} (\varepsilon_i - \varepsilon_{y(n-1)})}{\sum_{i=N_1+N_2+\dots+N_{n-1}}^{N_1+N_2+\dots+N_{n-1}+M-1} (\varepsilon_{y(n-1)} - \varepsilon_i)^2} \cdot (f(\varepsilon_i) - \Psi(\varepsilon_{y(n-1)})) \quad (4-31)$$

鉴于实验测试数据的不稳定性, 因此, 一般采用多组实验数据, 以便减小实验误差对材料性能参数获得的影响。假设试样测试数据有 N 组, 则对第 i 组实验数据分段线性拟合获得 n 个弹性常数: k_{i1} 、 k_{i2} 、……、 k_{in} , 再将 N 组数据的弹性常数值综合归纳总结后得出: \bar{k}_1 、 \bar{k}_2 、……、 \bar{k}_n 。从上述公式推导可以看出 \bar{k} 并非是简单的算术平均, 而是与应变转折点的数值密切相关的(即权值平均, 应变转折点值就是相应的权值)。从试验图中也可以发现应变转折点越大, 弹性常数越小, 上述公式中充分反映了这一点, 符合实际情况。

对样本进行正态分布检验, 对于小样本数据, 采用 Shapiro-Wilk 检验。统计假设: H_0 : 样本来自正态分布的总体; H_1 : 样本来自非正态分布的总体。首先, 将全体观测值按从小到大次序排列。

Shapiro-Wilk 检验(程序见附录三)的统计量为:

$$W = \frac{\left[\sum_{i=1}^l a_i(w) \cdot (x_{n+1-i} - \bar{x}) \right]^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (4-32)$$

当 $W < Z_a$ 时, 拒绝 H_0 , 即分布不呈正态; 当 $W \geq Z_a$ 时, 接受 H_0 , 即分布呈正态。当样本呈正态分布时, 对样本个体作异常值检验, 对于正态分布样本, 小样本量, 用 Dixon 检验, 分别对数据中的最大、最小值进行检验, 证实并无出现异常值。

样本是对总体进行统计分析和推断的依据, 因此, 可以通过样本对总体均值进行区间估计^[51], 假设总体: $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ 为未知参数,

而 $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ 为 ξ 的一个样本，在方差未知的情况下，正态总体 μ 的 $1-a$ 的置信区间为：

$$\bar{\xi} \pm \frac{S}{\sqrt{n-1}} t_{1-a/2}(n-1) \quad (4-33)$$

其中： S 为样本标准差， $\bar{\xi}$ 为样本均值。

4.6.3. 模型验证

从节 4.4 和节 4.6 所提出的两个模型的 5 个方程（式(4-5)、(4-8)、(4-11)或式(4-16)、(4-18)以及(4-8)，(4-12)、(4-13)中共有 6 个变量，即 3 个应力变量 σ_y 、 σ_{yx} 、 σ_{yz} ，2 个应变变量 ε_y 、 ε_{yx} 和 1 个位移量，可以通过几何结构关系由 Y 向应力解得 X 及 Z 向的应力。利用数学软件进行数值模拟，其程序的 N-S 流程如图 4-9 所示（程序见附录二）。

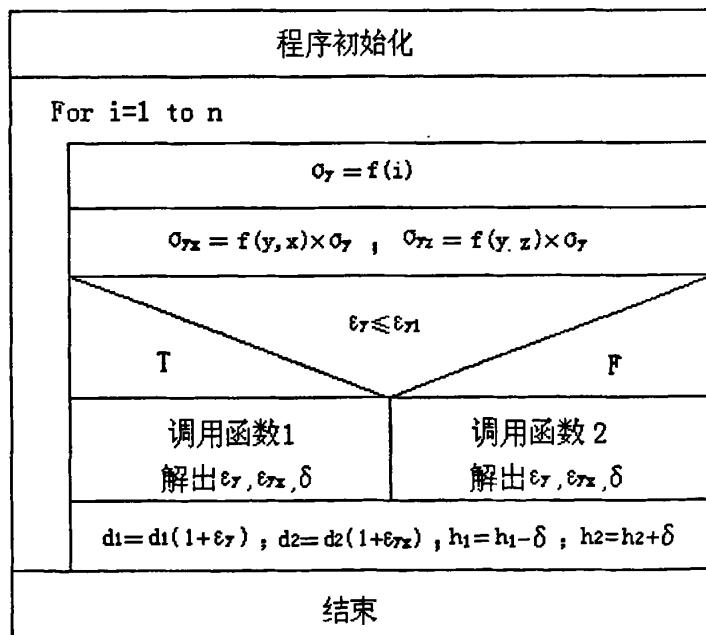


图 4-9 非线性弹塑性模型程序流程图

(1) 试样参数

根据节 4.6.1 模型参数中的假设，通过对试样截面图的测试，得出的参数列于表 4-2。

表 4-2 织物及膜材料的屈曲波长(L)及波幅(a)

参数	织物		膜材料	
	纬向	经向	纬向	经向
密度(cm^{-1})	5.80	5.80	5.97	5.64
波长(cm)	3.45	3.46	3.35	3.55
波幅(cm)	0.12	0.12	0.18	0.06

根据表 4-2 中所列的参数可知, 涂层后织物在经向伸长变形为 $\varepsilon_{Lw} = 2.61\%$, 纬向伸长变形为 $\varepsilon_{Lf} = -2.90\%$ 。在获得织物在涂层过程中的变形后, 再由涂层前织物的拉伸性能, 就可根据本文所建立的模型预测膜材料的拉伸性能。

综合分析织物与膜材料中织物的几何结构参数及织物的拉伸应力—应变曲线, 得知织物在加工成膜材料的过程中, 由于受到了经向的拉伸作用, 膜材料中的经纱几乎完全处于伸直状态, 而纬纱的屈曲波则较高。从第三章的图 3-5、图 3-6 和图 3-7 可知, 纱线、织物和膜材料的拉伸曲线中都有明显的应变转折点, 在转折点前后拉伸性能发生明显的差异。

纱线的载荷变形曲线(图 3-5)中有一个明显的应变转折点, 而在转折点之前或之后曲线的斜率基本保持稳定, 因此可以采用两个弹性常数来描述纱线拉伸力学性能的非线性(材料非线性)。织物的应力应变曲线(图 3-6)中有二个明显的应变转折点: 第一个源于织物拉伸时经、纬纱的屈曲转换变形(即几何结构非线性); 第二个源于原料纱线的拉伸力学非线性(材料非线性)。在转折点之前或之后, 应力—应变曲线的斜率同样也基本保持稳定, 因此可以采用三个弹性常数来描述织物拉伸力学性能的非线性(包括几何结构非线性和材料非线性)。

将离散的试验数据点转变成连续函数(即拟合函数), 本文采用多项式回归的方法, 为了使试验曲线与拟合曲线吻合的更好, 选用拉伸应力—应变曲线中的一部分(应变量为 0~5 之间), 从试验曲线表明应变转折点必然包含在这个范围内, 根据节 4.6.2 中的分段点确定

的方法来获得多项式回归方程：

$$y=0.02-0.47x+3.93x^2-16.25x^3+32.95x^4-26.74x^5+8.67x^6-0.42x^7 \quad (4-34)$$

图 4-10 为织物经向拉伸的试验回归曲线。从拟合效果来看，拟合曲线与试验曲线具有良好的一致性。再对回归曲线（多项式回归方程）求二阶导数，二阶导数的零点就是拟合曲线的拐点（即试验曲线的应变转折点）。对每一组数据进行上述分析，得出应变转折点和每段曲线的斜率，列于表 4-3 和表 4-7 中。

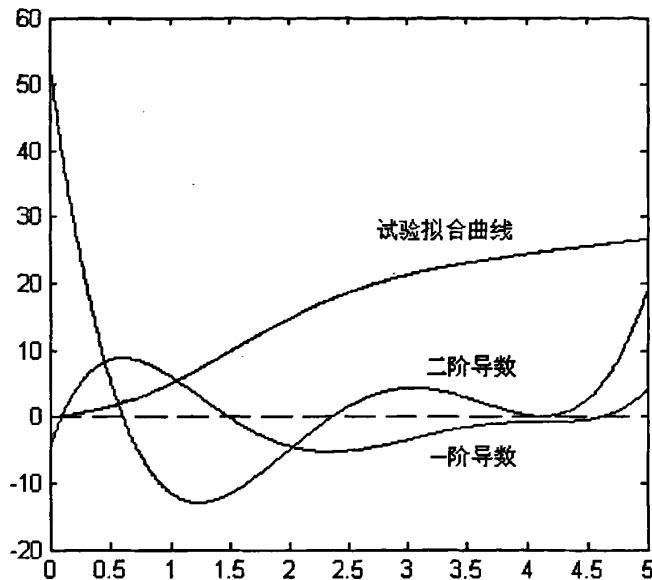


图 4-10 试验拟合曲线及求导曲线

根据以上分析，将 $n=3$ 代入到节 4.6.2 中式(4-21)~(4-31)的拉伸力学性能的数值分析（最小二乘法分段线性拟合），就可以获得具体的弹性常数数值，具体数值求解程序本文采用 N-S 流程图 4-11 所示来描述，程序见附录一。

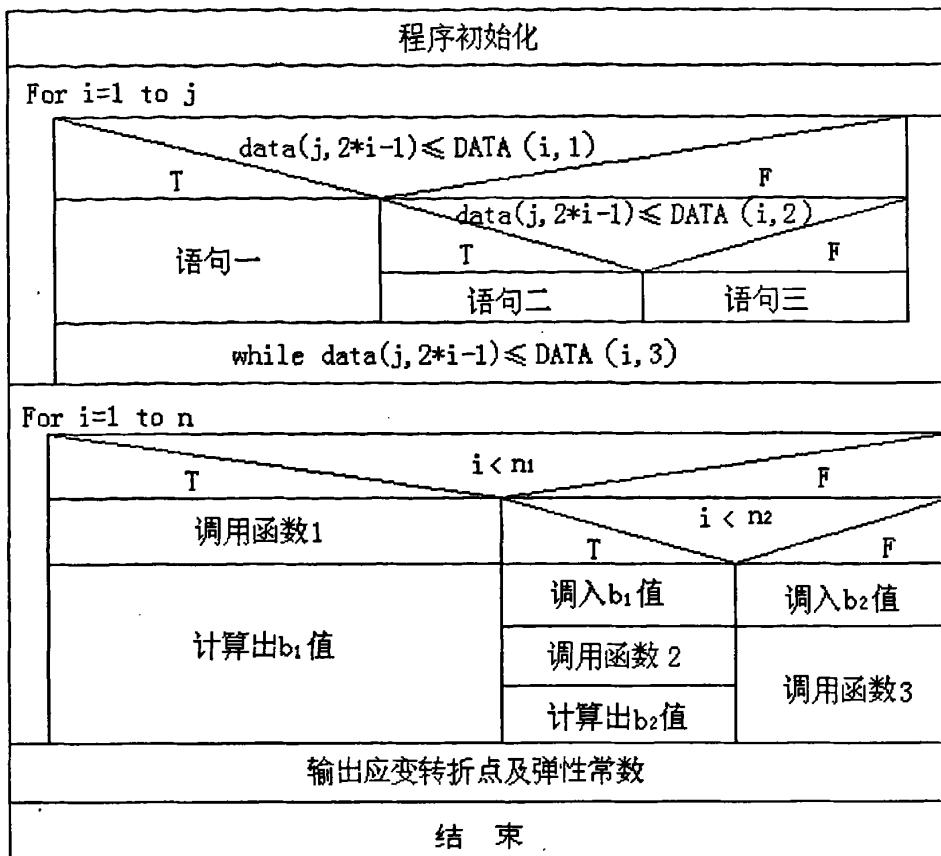


图 4-11 织物拉伸分段线性拟合程序流程图

结构单元中织物纬向应力—应变曲线的分段线性拟合的模型方程如下：

$$\Psi(\varepsilon_f) = \begin{cases} k_{f1} \cdot \varepsilon_f + b_{f1} & (\varepsilon_f \leq 0.72\%) \\ k_{f2} \cdot \varepsilon_f + b_{f2} & (0.72\% < \varepsilon_f \leq 2.68) \\ k_{f3} \cdot \varepsilon_f + b_{f3} & (\varepsilon_f > 2.68\%) \end{cases} \quad (4-35)$$

根据式(4-35)，再通过程序（见附录一）获得结构单元中织物拉伸试验曲线及分段线性拟合曲线如图 4-12 所示。

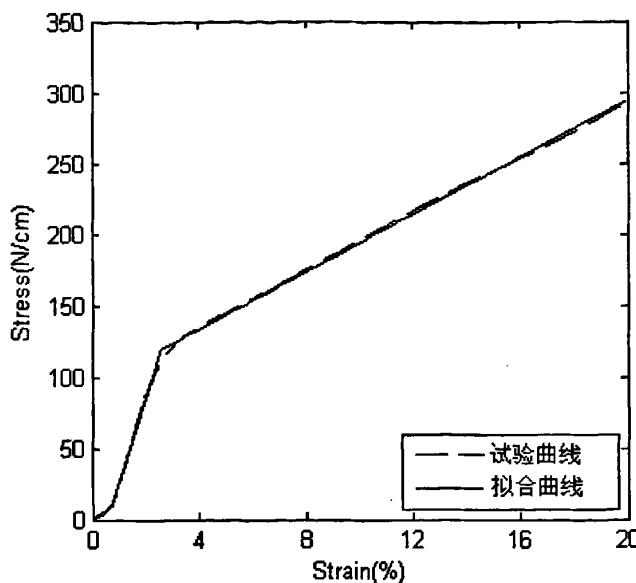


图 4-12 织物纬向拉伸试验及拟合曲线

织物纬向拉伸试验曲线与线性分段拟合曲线吻合较好, 这表明织物纬向拉伸非线性可以由织物分段线性拟合曲线来表示。

表 4-3 涂层前织物纬向拉伸性能

试 样	弹性常数 1 (N/cm)	应变点 1 (%)	弹性常数 2 (N/cm)	应变点 2 (%)	弹性常数 3 (N/cm)
1	226.88	0.69	1136.79	2.55	223.77
2	204.95	0.76	1115.38	2.66	228.90
3	246.91	0.70	1014.87	2.84	231.15
4	212.12	0.72	1121.24	2.60	225.68
5	218.34	0.74	1100.42	2.76	224.57
6	242.22	0.75	1082.76	2.72	228.45
7	214.27	0.69	1038.55	2.65	230.46
8	244.32	0.71	1098.22	2.66	230.22
均 值	226.25 ± 21.30	0.72 ± 0.04	1088.97 ± 47.82	2.68 ± 0.16	227.94 ± 4.17

对该样本进行正态性检验, 及在符合正态性分布的情况下求得样本总体的均值的置信区间, 具体数值方法见节 4.6.2。Shapiro-Wilk 检验的第一步是根据样本量 n 从表中查取 n 个 Shapiro-Wilk 检验系

数, 记为 $a_j(W)$ 。当 $n=8$ 时查得如表 4-4 所示。

表 4-4 计算统计量 W 的系数 $a_j(W)$

J	1	2	3	4
$a_j(W)$	0.6052	0.3164	0.1743	0.0561

织物纬向拉伸性能参数的小样本统计量 W 值如表 4-5 所示。

表 4-5 统计量 W 值

纬向	弹性常数 1	应变点 1	弹性常数 2	应变点 2	弹性常数 3
W	0.8527	0.8990	0.9260	0.9839	0.8490

根据 a 和 n , 查表^[52]可知 W 的临界值 Z_a 。当 $n=8$ 时, 查得的数据如表 4-6 所示。

表 4-6 W 检验 统计量 W 的 a 分位数 Z_a

A	0.01	0.05	0.1
Z_a	0.749	0.818	0.851

由此可作出判断: $W \geq Z_a$ 时, 接受 H_0 , 即样本呈正态分布。

因置信度 $1 - a = 0.95$, 故 $a = 0.05$, 查 t 分布表得 $t_{1-a/2}(7) = 2.36$, 故 95% 的置信限为见表 4-3 中的均值。

与纬向的情况类似, 结构单元织物经向的应力-应变曲线的分段线性拟合的模型方程如下:

$$\Psi(\varepsilon_w) = \begin{cases} k_{w1} \cdot \varepsilon_w + b_{w1} & (\varepsilon_w \leq 0.71\%) \\ k_{w2} \cdot \varepsilon_w + b_{w2} & (0.71\% < \varepsilon_w \leq 2.68\%) \\ k_{w3} \cdot \varepsilon_w + b_{w3} & (\varepsilon_w > 2.68\%) \end{cases} \quad (4-36)$$

根据式(4-36), 再通过程序 (见附录一) 可获得结构单元中织物经向拉伸分段线性拟合曲线, 如图 4-13 所示。

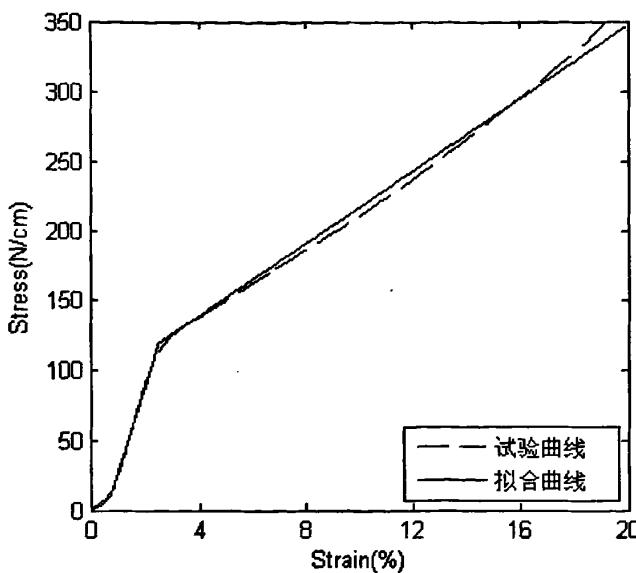


图 4-13 织物经向拉伸实验拟合曲线

结构单元中织物经向拉伸试验曲线与分段拟合曲线吻合较好,这就说明织物经向拉伸非线性可以由最小二乘法分段线性拟合来线性表示。只是在应变量大于 16% 时,试验曲线的斜率明显大于拟合曲线,影响模型的准确度,但由于本文所涉及的应变范围在 0-20% 之间。

表 4-7 涂层前织物经向拉伸性能

试样	弹性常数 1 (N/cm)	应变点 1 (%)	弹性常数 2 (N/cm)	应变点 2 (%)	弹性常数 3 (N/cm)
1	231.44	0.69	1140.44	2.55	257.35
2	214.23	0.75	1104.20	2.66	263.40
3	277.73	0.68	1060.76	2.84	265.35
4	235.56	0.76	1118.12	2.76	261.24
5	244.28	0.66	1078.34	2.59	264.18
6	256.62	0.67	1132.53	2.62	264.02
7	223.12	0.74	1112.88	2.72	258.26
8	246.04	0.73	1065.82	2.70	264.44
均值	241.13±36.60	0.71±0.05	1101.80±41.04	2.66±0.16	262.31±4.68

按上述对织物纬向的性能分析方法,同理可得 W 值如表 4-8 所

示。与表 4-6 对比分析得出, 样本呈正态分布。再对总体均值作区间估计, 95% 的置信限为见表 4-7 中的均值。

表 4-8 统计量 W 值

经向	弹性常数 1	应变点 1	弹性常数 2	应变点 2	弹性常数 3
W	0.8834	0.9124	0.9084	0.9693	0.8980

从上述分析中, 本文获得了模型验证必须的几何结构参数及力学性能参数, 同时反映了织物及膜材料变形的几何结构非线性和材料非线性。

(2) 数值模拟

膜材料在经向轴拉伸应力作用下, 如节 4.6.1 中表 4-7 所示, 模型中杆件 6 的弹性常数分两个阶段, 第一阶段的弹性常数为 $k_{w1}=1108.40$, 第二阶段的弹性常数为 $k_{w2}=262.39$, 应变转折点为 $\varepsilon_{w2}=0.49$, 将弹性常数 $k_1=k_{w1}=1,108.40(\text{N}/\text{cm})$, $k'_1=k_{w2}=262.39(\text{N}/\text{cm})$ 和应变转折点 $\varepsilon_{w2}=0.49\%$ 代入模型方程, 可得出膜材料经向拉伸性能, 如图 4-14 所示。

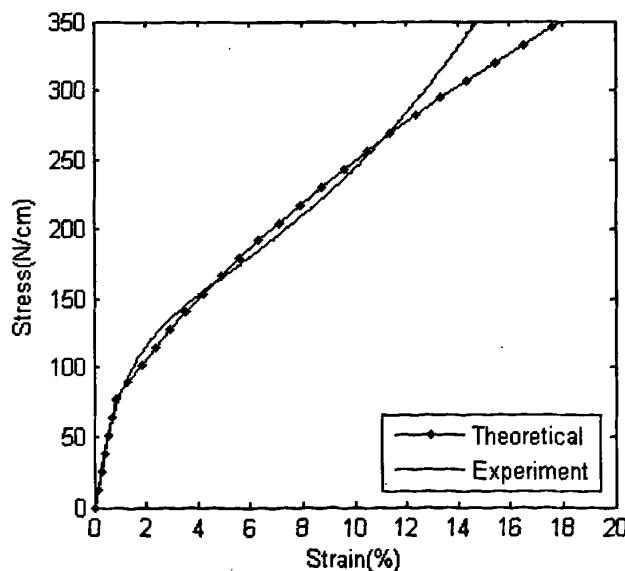


图 4-14 膜材料经向拉伸模拟实验图

从图 4-14 中可以看出, 当拉伸应变 $\varepsilon_{w2} < 0.49\%$ 时, 弹性常数较高, 且呈线弹性变形, 模型预测值与试验测试值吻合较好; 当应变 $\varepsilon_{w2} > 0.49\%$ 时, 弹性常数逐渐变小, 呈现为非线性变形, 当拉伸应变超过 12% 后, 模型预测值与试验测试值之间存在一定的偏差。

在应变量 $\varepsilon_w > 0.49\%$ 时, 弹性模量逐渐变小, 这是由于作为增强材料的织物中的纱线内部大分子结构发生了变化, 甚至部分发生了断裂现象, 属于不可恢复性弹塑性变形, 模型预测值与试验测试值之间存在一定的偏差。

同经向的情况类似, 膜材料在纬向拉伸应力作用下, 其第一阶段的弹性常数为 $k_{f1} = 226.25$, 第二阶段的弹性常数为 $k_{f2} = 1088.97$, 应变转折点为 $\varepsilon_{f1} + \varepsilon_{Lf} = 3.62$, 将 $k_1 = k_2 = 1,088.97(\text{N}/\text{cm})$, $k'_1 = k'_2 = 253.58(\text{N}/\text{cm})$, 应变转折点 $\varepsilon_{y1} = \varepsilon_{f1} + \varepsilon_{Lf} = 5.85\%$ 代入模型方程中, 得出膜材料纬向的拉伸性能, 如图 4-15 所示。

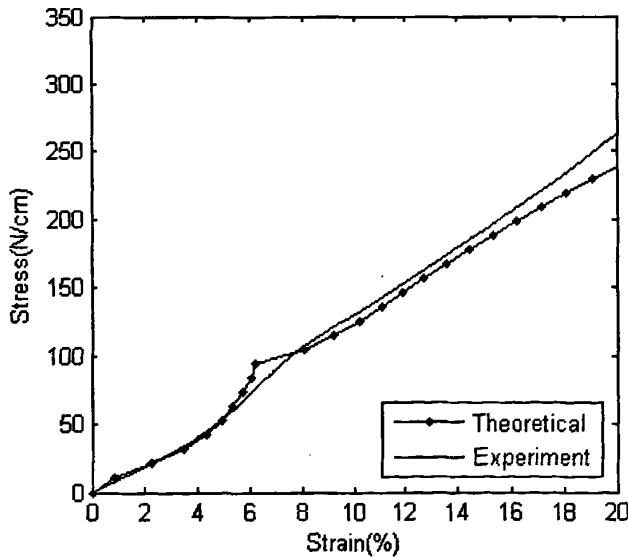


图 4-15 膜材料纬向拉伸模拟实验图

图 4-15 中, 应变量在 3.62% 范围内, 膜材料中的织物以屈曲转换变形为主, 弹性常数较低, 模型预测值与试验测试值吻合较好; 应

变量在 3.62%~5.85% 范围内, 织物以拉伸伸长变形为主, 弹性常数逐渐增大, 模拟值与测试值基本吻合; 在应变转折点 5.85% 的附近, 模型预测值与试验测试值偏差较大; 应变量在 5.85% 以后, 织物的拉伸性能发生突变, 模型中的弹性常数也随之变化, 因此, 模型预测值与试验测试值仍基本符合; 然而当应变高于 16% 以后模拟值与测试值的偏差有呈扩大趋势。

从图 4-14 中可以看出, 膜材料纬向拉伸曲线在应变量 $\varepsilon_f < 3.62\%$ 时, 拉伸曲线一直保持线弹性状态, 模拟值与实验值吻合得较好, 在 $\varepsilon_f = 3.62\%$ 时其弹性模量突然增大, 但是直到 $\varepsilon_f = 5.85\%$ 时仍保持线弹性变形, 主要是由于该阶段以拉伸伸长变形为主, 而前一阶段以屈曲转换为主。当应变量 $\varepsilon_f > 5.85\%$ 时, 实验值与模拟值具有一定的偏差, 造成这些差异的原因是多方面的, 其中主要原因是纱线的力学性能表现为高度的非线性弹塑性变形。

从图 4-15 中可以看出, 膜材料的弹性模量在应变突变点之前基本保持恒定, 而在制造设计膜材料时主要的力学性能参数是其初始模量, 本文充分考虑其初始模量具有一定的线性度, 假设其作为增强材料的纱线分阶段的服从胡克定律的线弹性变形。

4.6.4. 分析讨论

如图 4-14 所示, 当经向应变量高于 12%; 或如图 4-15 所示, 当纬向应变量高于 16% 时, 模型的预测值低于试验测试值。造成差别的主要原因是织物非线性拉伸行为和模型线性拟合之间所存在的差距。若要减少预测值在较大变形条件下的误差, 则应该对织物的拉伸行为更为细致的分段, 但这必然增加了计算量。对于膜材料的设计需求而言, 一般只考虑小变形的情况。因此, 本文所推荐的模型应能够满足工程上的要求, 在大变形的条件下本文所建立的模型至少提供了一种略为保守的预测。

4.7. 本章小节

本章假设膜材料为正交各向异性材料，并假设膜材料中的屈曲纱线及涂层材料为服从胡克定律的杆件，在此基础上建立了体现膜材料应力—应变关系的非线性弹性本构模型和非线性弹塑性本构模型。模型忽略了纱线交织点处的纱线与纱线之间、纱线与涂层材料之间的相互摩擦、滑移及压缩变形。

非线性弹性本构模型将膜材料中的纱线及涂层材料假设成完全线弹性变形的杆件，纱线拉伸的载荷—变形曲线及其制成的织物拉伸的应力—应变曲线都存在着明显的曲线斜率突变点，在突变点前或者突变点后呈现为线弹性变形即曲线斜率保持恒定，而突变点前和突变点后的曲线斜率者具有明显的差异。而模型只取了突变点前的曲线斜率（弹性常数），因此，模型预测值与试验测试值在突变点之后存在着较大的差异。基于上述分析，通过分析膜材料中纱线的非线弹性变形（即分段线弹性变形）而将非线性弹性本构模型改进为非线性弹塑性本构模型。模型中通过多项式拟合及求取二阶导数的零点获取应变转折点，再用最小二乘法分段线性拟合织物拉伸试验曲线，结果表明拟合曲线与拉伸试验曲线基本吻合。由于对织物经纬向分别采取 8 个样本进行测试，属于小样本试样，可以采用 W 检验验证小样本试样是否服从正态分布，结果表明样本服从正态分布，在显著性水平 $\alpha=0.05\%$ 下由样本均值来得出总体均值的置信区间。同时，充分考虑了织物在涂层加工成膜材料的过程中，由于经向拉伸的影响而产生了织物几何结构相的改变所导致拉伸力学性能的变化，从而有可能根据织物拉伸性能及细观几何结构来预测膜材料的拉伸力学性能。采用 PVC/PES 膜材料的拉伸实验来验证模型的可靠性。从模型预测值及试验测试值的对比表明，模型能够较准确地反映膜材料拉伸力学性能。

由于涂层过程中织物在经向的拉伸变形，除了膜材料的拉伸行为与织物基布的拉伸性能存在着明显的差异外，膜材料经纬向的拉伸行为也有较大的差别。本文通过分析和建模表明，只要知道涂层前织物的拉伸性能，以及涂层过程中织物的伸长变形（这可通过涂层工艺控制来实现），是可以预测涂层后膜材料的拉伸性能。

第五章 总结与结论

5.1. 研究总结与结论

a) 材料性能测试

通过对纱线及织物的拉伸试验曲线研究分析得出：在拉伸伸长变形过程中二者都具有明显的应变转折点，转折点前后的曲线斜率变化较大。织物经纬向拉伸伸长表现出非线性变形，但是在某一段范围内（经向：0.71%~2.66%、2.66%以后；纬向：0.72%~2.68%、2.68%以后）却表现出线弹性变形。

通过对未涂层前织物及膜材料横截面测试分析得出：织物在涂层工艺中经向的拉伸导致织物几何结构相的变化：经纱屈曲波高减小，波长伸长；纬纱屈曲波高增大，波长缩短。

上述的研究结果表明：织物拉伸试验曲线可以用最小二乘法进行分段线性来模拟逼近拉伸非线性变形；由于涂层过程中织物在经向的拉伸变形，除了膜材料的拉伸行为与织物基布的拉伸性能存在着明显的差异外，膜材料经、纬向的拉伸行为也有较大的差别；在膜材料应用场合中，经、纬向需求的力学性能基本相同的情况下，可以适当的降低织物经向拉伸性能，提高织物纬向拉伸性能，从而缩小膜材料经纬向拉伸性能之间的差异，提高膜材料的利用率，降低成本。

b) 模型研究

本文假设面内载荷均匀分布于受力轴向以及由屈曲转换引起的另一轴向的变形量也是均匀的，即可以由经、纬纱线及其单个交织点和涂层材料组成的结构单元来描述膜材料的整体变形。首先，在假设纱线及涂层材料为服从胡克定律的杆件、并忽略剪切及压缩变形的基础上建立了膜材料拉伸的非线性弹性本构模型。该模型体现为经、纬纱屈曲转换非线性变形，以及纱线和涂层材料拉伸伸长线弹性变形。根据能量守恒定律，列出三个方程组成的非线性方程组，共有4个独立的未知参数，利用MATLAB数值模拟得出膜材料拉伸应力—应变

曲线。

通过 PVC/PES 膜材料拉伸试验来验证模型的可靠性。研究结果表明：在应变较小时，模型预测值与试验测试值吻合的较好；但当应变达到一定值时，模型预测值与试验测试值之间存在偏差，且随应变的增大，两者之间的差异随之增大。

通过对纱线及机织基布的拉伸性能的非线性现象的研究分析，在上述模型的基础上充分考虑纱线拉伸伸长的非线性变形以及织物在涂层过程中的经向拉伸对膜材料拉伸性能的影响而建立了反映膜材料拉伸变形的非线性弹塑性本构模型。模型及试样参数在非线性弹性本构模型的基础上还需织物拉伸伸长非线性变形的分段点及各段的弹性常数，其数值分析方法如下：本文从总体中分别抽取样本容量为 8 的织物经、纬向拉伸试验曲线，对其求多项式回归方程二阶导数的零点即回归方程的拐点（试验曲线的转折点）；在此基础上采用最小二乘法分段线性拟合织物拉伸性能的非线性，得出各段的曲线斜率即材料的弹性常数；采用 W 检验证实小样本试样服从正态分布，对正态总体在显著性水平 $\alpha=5\%$ 的情况下求得样本总体均值的置信区间。本模型同样根据能量守恒定律列出非线性方程组，通过改变拉伸伸长变形中纱线的弹性常数，利用 MATLAB 数值模拟得出膜材料的拉伸应力—应变曲线。

通过对 PVC/PES 膜材料拉伸实验证实非线性弹塑性本构模型是可靠的，除了应变在（经向：12%；纬向：16%）以上模型预测值与试验测试值具有较小的差异，这主要是由织物拉伸性能非线性引起的，而模型中只采用了最小二乘法分两段线性来描述织物拉伸的非线性变形，要提高膜材料整个拉伸行为预测的准确性，应将织物的拉伸曲线分为较小的线性区域，分段计算拉伸弹性常数。但这必然增添模型的复杂程度和计算量。实际上，在膜材料的设计中只需得知其在小变形下的弹性常数。事实上，在较大变形的情况下，通过较为简单的假设（如本文列举的实例），就可以为膜材料的拉伸性能提供较为保守的预测。

以上研究结果表明：若知道涂层前织物的拉伸性能，以及涂层过程中织物的伸长变形（这可通过涂层工艺控制来实现），可以通过膜材料拉伸的非线性弹塑性本构模型来预测涂层后膜材料的拉伸性能。确定了织物与膜材料的拉伸性能关系，就可以根据客户对膜材料拉伸性能的要求，来预测出涂层前织物的拉伸性能，从而确定织物的经、纬纱密度及纱支粗细。

5.2. 今后的研究

本课题研究的不足之处在于由于模型计算的复杂性，采用最小二乘法分三段线性来描述织物拉伸应力—应变曲线非线性。从理论上来讲，可以用无数段线性曲线来无限逼近非线性曲线。但是由于以PES为原料的机织物基布拉伸曲线具有两个明显的应变突变点（几何非线性变形：屈曲转换变形→拉伸伸长变形；材料拉伸非线性变形：拉伸伸长变形的突变），该分段点将拉伸曲线分成三段，而每段曲线都具有一定的线性度，这难免会使模型显得粗略，导致应变（经向：12%；纬向：16%）以上模型预测值与试验测试值之间存在着一定的偏差，同时，本文忽略了纱线与涂层材料之间的滑移及脱粘现象。

本文通过PVC/PES拉伸试验证实非线性弹塑性模型是有效可靠的，该模型可靠性的验证为扩展到双轴拉伸模型提供了充分的依据，双轴向拉伸的十字形试样制作参见文献^[53]及试验装置参见文献^[54]。同时，改进织物及膜材料的细观几何结构模型，即要表现出材料屈曲转换变形的重要特性以及模型计算的简单化，又要更贴切的描述材料的几何结构；可以考虑涂层材料的非线性，可以参考马克思韦尔模型（Maxwell），由弹簧（弹性模量为 E ）和粘壶（牛顿粘壶的粘滞系数为 η ）组成，来描述涂层材料的非线性变形。纱线和涂层材料之间的脱粘及滑移现象；织造及涂层过程中工艺参数对膜材料性能的影响。膜材料使用过程中徐变和松弛现象，即需考虑时间、温度对膜材料性能的影响。

参考文献

- [1] 张华, 单建. 建筑膜材的强度性能及连接技术. 建筑技术. 2002, 33(8): 596-598.
- [2] 薛士山. 谈膜材与膜结构. 建筑知识. 2001, 21(1): 23-24.
- [3] 刘扬. PTFE膜材料性能介绍. 建筑技术及设计. 2005(3): 114-115.
- [4] 邓燕. 现代建筑膜结构材料在我国的开发及应用. 产业用纺织品. 2004, 22(4): 1-3.
- [5] 张俊才, 张春玉. 前景广阔的膜结构与膜材料. 建材技术与应用. 2003(3): 3-5.
- [6] Kim J H. Fabric mechanics analysis using large deformation orthotropic shell theory, North Carolina State University, Ph.D. Thesis, 1991.
- [7] 张义同. 织物力学研究的新进展. 力学进展. 2003, 33(2): 217-226.
- [8] Zhang Yitong, Xie Yuxin. Nonlinear micro-mechanical model for plain woven fabric. *Acta Mechanica Solida Sinica*. 2003, 16: 134-140.
- [9] Zhang Y T, Xu J F. The buckling analysis of woven fabric subjected to uniaxial tension along any direction. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2002, 23(5): 597-605.
- [10] Amirkhayat J, Hearle J W S. The anatomy of buckling of textile fabrics: drape and conformability. *J Text Inst*. 1989, 80(1): 51-68.
- [11] 董孚允. 织物结构力学中几个问题研究的进展. 纺织基础科学学报. 1991, 4(1): 64-70
- [12] 徐一耿. 织物结构力学理论发展的现状、问题和对策. 力学与实践. 1996, 18(1): 9-12.
- [13] Pierce F T. The geometry of cloth structure. *J Text Inst*, 1937, 28(2): 45-97.
- [14] Warren W. The large deformation elastic response of woven kevlar fabric. *Polymer Composites* 1992, 13(4): 278-284.
- [15] Sagar T V, Potluri P, Hearle J W S. Mesoscale modeling of interlaced fibre assemblies using energy method. *Computational Material Science*. 2003, 28: 49-62.
- [16] Kawabata S, Niwa M, Kawai H. The finite deformation theory of plain weave fabrics. Part I: The biaxial deformation theory. *Journal of the Textile Institute*.

- 1973, 64(1), 21-46.
- [17] Kawabata S, Niwa M, Kawai H. The finite deformation theory of plain weave fabrics. Part II: The uniaxial deformation theory. *Journal of the Textile Institute*. 1973, 64(2), 47-61.
- [18] Kawabata S, Niwa M, Kawai H. The finite deformation theory of plain weave fabrics. Part III: The shear deformation theory. *Journal of the Textile Institute*. 1973, 64(2), 62-85.
- [19] Realff M.L, Boyce M C, Backer S. A micromechanical model of the tensile behavior of woven fabric, *Textile Research Journal*. 1997, 67 (6): 445-459.
- [20] King M J, Jearanaisilawong P, Socrate S. A continuum constitutive model for the mechanical behavior of woven fabrics. *International Journal of Solids and Structures*, 2005, 42(13): 3867-3896.
- [21] 冯虹, 钱素萍, 袁勇. 索膜结构分析理论研究综述与展望. *同济大学学报*. 2002, 30(9): 1033-1037.
- [22] 齐藤嘉仁, 唐泽靖子. 膜结构的现状与展望. *建筑学报*. 2001(6): 62-64.
- [23] 衣洪建, 黄世敏, 唐曹明等. 索加强张拉膜结构的荷载分析方法. *空间结构*. 2004, 10(2): 13-16.
- [24] 魏德敏, 戴维荧. 张拉膜结构的有限元分析. *力学与实践*. 2005, 27: 46-50.
- [25] 徐其功, 陈兰, 王勇等. 上海和平公园海豚馆膜结构工程设计与分析. *华南理工大学学报*. 2003, 31(4): 85-88.
- [26] Niranjan N. *Woven fabric composite*. Technomic publishing company. 1994. 18-19.
- [27] 王春敏. 机织复合材料弹性模量极值分析法. *纺织学报*. 2004, 25(3): 44-47.
- [28] 卫东, 王臣, 向阳等. 建筑膜材的材性试验研究. *空间结构*. 2002, 8(1): 37-43.
- [29] 王臣. 建筑膜材力学特性分析及试验研究. 硕士学位论文. 哈尔滨工业大学. 2002: 37-49.
- [30] 关富玲, 廖理, 夏劲松等. 膜结构发展综述—理论、设计、施工. *钢结构与建筑业*, 2002, (2): 31-38.
- [31] 易洪雷, 丁辛, 陈守辉. PET/PVC膜材料拉伸性能的各向异性及破坏准则. 2005, 22(6): 98-102.

- [32] Hufenbach W, Böhm R, Kroll L, et al. Theoretical and experimental investigation of anisotropic damage in textile-reinforced composite structures. *Mechanics of composite material*. 2004, 40(6): 519-532.
- [33] Bridgens B N, Gosling P D. Direct stress-strain representation for coated woven fabrics. *Computers and Structures*. 2004, 82: 1913-1927.
- [34] Luo S -Y, Mitra A. Finite elastic behavior of flexible fabric composite under biaxial loading. *Journal of Applied Mechanics*. 1999, 66: 631-638.
- [35] Testa R B, Stubbs N, Spillers W R. A bilinear model for coated square fabrics. *Journal of Engineering Mechanics Division*, 1978, 104: 1027-1042.
- [36] Stubbs N, Fluss H. A space truss model for plain-weave coated fabrics. *Applied Mathematics Modelling*. 1980, 4(2): 52-58.
- [37] Stubbs N, Thomas S. A nonlinear elastic constitutive model for coated fabrics. *Mechanics of Materials*, 1984, 3: 157-168.
- [38] Stubbs N, Thomas S. An inelastic constitutive model for fabrics. *Proceedings of the Fourth Engineering Mechanics Division Specialty Conference*. 1983, 389-393.
- [39] Thomas S, Stubbs N. Inelastic Biaxial Constitutive Model for Fabric-Reinforced Composites, *J. Coated Fabrics*, 1984, 13(3): 144-160.
- [40] Stubbs N. Elastic and inelastic response of coated fabrics to arbitrary loading paths. In: *Textile Structural Composites*, Eds Chou T W, Ko K Frank. Elsevier Science Publishing Company Inc, New York, 1989: 331-354.
- [41] Kato S, Yoshino T, Minami H. Formulation of constitutive equations for fabric membranes based on the concept of fabric lattice model. *Engineering Structures*. 1999, 21: 697-708.
- [42] Pargana J.B, Lloyd Smith D, Izzuddin B.A. Advanced material model for the analysis of tensioned fabric structures. *Computation Methods for Shell and Spatial Structures*. IASS-IACM2000. Chania-Crete, Greece.
- [43] 国家标准局. 玻璃纤维增强塑料拉伸性能试验方法, GB1447-83.
- [44] Zhang Y T, Fu Y B. A micromechanical model of woven fabric and its application to the analysis of buckling under uniaxial tension. Part 1: The

- micromechanical model. *Inter J Eng Sci.* 2000, 38(17): 1895-1906.
- [45] Zhang Y T, Fu Y B. A micromechanical model of woven fabric and its application to the analysis of buckling under uniaxial tension. Part 2: Buckling analysis. *Inter J Eng Sci.* 2001, 39(1): 1-13.
- [46] 张义同. 变形构形下织物的细观线性本构方程. *天津大学学报.* 2003, 36(3): 271-275.
- [47] 张孝传编译. 聚氯乙烯薄膜. 北京: 轻工业出版社. 1980.
- [48] Nassi I, Shneiderman B. Flowchart techniques for structured programming. ACM Press. 1973, 8(8): 12-26.
- [49] Pierce F T. Geometrical principles applicable to the design of functional fabrics. *Text R J.* 1947, 17(4): 123-147.
- [50] 杨大地, 淡骏渝. 实用数值分析. 重庆: 重庆大学出版社. 2000: 122-124.
- [51] 庄楚强, 吴亚森. 应用数理统计基础. 广州: 华南理工大学出版社. 2002: 161-166.
- [52] 郁崇文, 汪军, 王新厚. 工程参数的最优化设计. 上海: 东华大学出版社 2003: 264.
- [53] Muller W, Pohlandt K. New experiments for determining yield loci of sheet metal. *Journal of Materials Processing Technology* 1996, 60: 643-648.
- [54] Xiang-Dong Wu, Min Wan, Xian-Bin Zhou. Biaxial tensile testing of cruciform specimen under complex loading. *Journal of Materials Processing Technology* 2005, 168: 181-183.

附录一

```

function experiment=main(string,k)

%函数功能说明，完成实现用分段线性来描述织物拉伸非线性；其中
要调用两个函数：分段点的求取，根据分段点求分段线性曲线及相关
参数；说明：织物实验的excel数据中织物伸长量的单位是mm，而初
始长度是20cm，因此，应变量=伸长量/（初始长度×10）×100%=
伸长量/2；织物实验的excel数据中单根纱线受到的力=力/试样宽度
4CM中纱线的根数；string为打开excel实验数据文件目录；k(1)为将
伸长转变为应变的参数，k(2)为将力转变为单位长度上的应力参数
函数使用说明，如在命令窗口输入以下信息。

织物纬向拉伸：k=[2,23.5];string='C:\Program Files\MATLAB71\work\
罗国建\excel数据处理\fabric_Uff1.xls';main(string,k);织物经向拉伸：
k=[2,4];string='C:\Program Files\MATLAB71\work\罗国建\excel数据
处理\fabric_Ufw1.xls';main(string,k);

data1=xlsread(string);
[m,n]=size(data1);
n=2;
for i=1:n/2
    figure(i);
    data(:,1)=data1(:,2*i-1)/k(1); data(:,2)=data1(:,2*i)/k(2);
    turn_point=point(data);
    %调用求转折点函数，输出分段点以及多项式回归函数
    %data为一组试验数据,out_point为输出转折点；
    linear(turn_point,data);
    %调用用最小二乘法求分段线性回归函数
    %point为转折点，data为一组试验数据，输出弹性常数
end

```

```
function experiment=point(data)
%该函数实现的功能：利用多项式回归，求二阶导数的零点，即试验
曲线的转折点；
syms x y;x1=0;y1=0;j=2;
while data(j,1)<=5
    x1=[x1,data(j,1)];
    y1=[y1,data(j,2)];
    j=j+1;
end
plot(x1,y1);hold on;
a=polyfit(x1,y1,7)
x1=0:0.01:5;
y1=polyval(a,x1);plot(x1,y1,'k');
for i=1:8
    y=y+a(i)*x^(8-i);
end
y_3=diff(y,3); y_2=diff(y,2);
t=double(solve(y_3));t=sort(real(t));temp=[t(1),t(2)];
hold on;
i=1;
for j=0:0.01:5
    y3(i)=vpa(subs(y_3,x,j));
    y2(i)=vpa(subs(y_2,x,j));
    i=i+1;
end
y2=double(y2);y3=double(y3);
x2=0:0.01:5;
plot(x2,y2,'k'); hold on;
plot(x2,y3,'b');hold on;
x=[0,5];y=[0,0];plot(x,y,'k--');hold off;experiment=temp;
```

```

function experiment=linear(point,data)
%此函数为根据曲线分段点point, 用最小二乘法分段线性拟合织物
拉伸非线性曲线,data为一组拉伸试验数据;
x1=data(1,1);y1=data(1,2);j=2;
while data(j,1)<=point(1)
    x1=[x1,data(j,1)];
    y1=[y1,data(j,2)];
    j=j+1;
end
n1=j-1;x2=x1(n1);y2=y1(n1);
while data(j,1)<=point(2)
    x2=[x2,data(j,1)];
    y2=[y2,data(j,2)];
    j=j+1;
end
n2=j-n1-1;x3=x2(n2);y3=y2(n2);
while data(j,1)<=20
    x3=[x3,data(j,1)];
    y3=[y3,data(j,2)];
    j=j+1;
end
plot(data(:,1),data(:,2),'k--');
axis([0 20 0 350]);
hold on;
m=j-n1-n2;
a1=sum(x1.*y1)/sum(x1.*x1);
xx1=0:0.0001:x1(n1);
N1=length(xx1);
yy1=a1*xx1;
plot(xx1,yy1,'k');

```

```
y1(n1)=yy1(N1);
hold on;
a2=(x1(n1)*sum(y2)-n2*x1(n1)*y1(n1)-sum(x2.*y2)+y1(n1)*sum(x2))/(
2*x1(n1)*sum(x2)-sum(x2.*x2)-n2*x1(n1)^2);
b2=y1(n1)-a2*x1(n1);
xx2=x1(n1):0.0001:x2(n2);
yy2=a2*xx2+b2;
plot(xx2,yy2,'k');
N2=length(xx2);
y2(n2)=yy2(N2);
hold on;
a3=(x2(n2)*sum(y3)-m*x2(n2)*y2(n2)-sum(x3.*y3)+y2(n2)*sum(x3))/(
2*x2(n2)*sum(x3)-sum(x3.*x3)-m*x2(n2)^2);
b3=y2(n2)-a3*x2(n2);
xx3=x2(n2):0.0001:x3(m);
yy3=a3*xx3+b3;
plot(xx3,yy3,'k');
hold off;
xlabel('Strain(%)');
ylabel('Stress(N)');
legend('实验曲线','拟合曲线',4);
```

```

function experiment=linear(point,data)
%此函数为根据曲线分段点point, 用最小二乘法分段线性拟合织物拉
伸非线性曲线,data为一组拉伸试验数据;
x1=data(1,1);y1=data(1,2);j=2;
while data(j,1)<=point(1)
    x1=[x1,data(j,1)];
    y1=[y1,data(j,2)];
    j=j+1;
end
n1=j-1;x2=x1(n1);y2=y1(n1);
while data(j,1)<=point(2)
    x2=[x2,data(j,1)];
    y2=[y2,data(j,2)];
    j=j+1;
end
n2=j-n1-1;x3=x2(n2);y3=y2(n2);
while data(j,1)<=20
    x3=[x3,data(j,1)];
    y3=[y3,data(j,2)];
    j=j+1;
end
plot(data(:,1),data(:,2),'k--');
axis([0 20 0 350]);
hold on;
m=j-n1-n2;
a1=sum(x1.*y1)/sum(x1.*x1);
xx1=0:0.0001:x1(n1);
N1=length(xx1);
yy1=a1*xx1;
plot(xx1,yy1,'k');

```

```
y1(n1)=yy1(N1);
hold on;
a2=(x1(n1)*sum(y2)-n2*x1(n1)*y1(n1)-sum(x2.*y2)+y1(n1)*sum(x2))/(
2*x1(n1)*sum(x2)-sum(x2.*x2)-n2*x1(n1)^2);
b2=y1(n1)-a2*x1(n1);
xx2=x1(n1):0.0001:x2(n2);
yy2=a2*xx2+b2;
plot(xx2,yy2,'k');
N2=length(xx2);
y2(n2)=yy2(N2);
hold on
a3=(x2(n2)*sum(y3)-m*x2(n2)*y2(n2)-sum(x3.*y3)+y2(n2)*sum(x3))/(
2*x2(n2)*sum(x3)-sum(x3.*x3)-m*x2(n2)^2);
b3=y2(n2)-a3*x2(n2);
xx3=x2(n2):0.0001:x3(m);
yy3=a3*xx3+b3;
plot(xx3,yy3,'k');
hold off
xlabel('Strain(%)');
ylabel('Stress(N)');
legend('实验曲线','拟合曲线',4);
```

附录二

```

function theory=main()
global fx fy fz h1 h2 d1 d2 kf kw ky1 ky2 k6 k7 l1 l2 temp;
kw=1108.4;kf=226.2544;k6=100;k7=100;d1=0.084;d2=0.088;h1=0.011
78;h2=0.00495;kf1=1100;kf2=241.134;
l1=sqrt(h1^2+d1^2);l2=sqrt(h2^2+d2^2);
i=1;x=[0 0 0];xx=[0 0 0];
for fy=0:1.5:70
fx=fy*d2^2*(1+x(1))*(1+x(2))*(h1-x(3))*(h2+x(3))/((d1^2*(1+x(2))^2
+(h1-x(3))^2)*(d2^2*(1+x(1))^2+(h2+x(3))^2));
fz=fx;
fxx(i)=fx;
if x(2)<temp
[x,fval]=fsolve(@fun_cf1,[0;0;0]);
else
[x,fval]=fsolve(@fun_cf2,[-0.01;temp;0]);
end
ex(i)=100*x(1);ey(i)=100*x(2);
mx(i)=fx;my(i)=5.8*fy;
i=i+1;
end
plot(ey,my,'k.');
hold on;
plot(ey,my,'k');
hold on;
k=[1,1,3];string=' C:\Program Files\MATLAB71\work\罗国建\excel数
据处理\coated_fill.xls';
experiment (string,k);
%调用试验曲线函数，画出试验曲线

```

```
xlabel('Strain(%)');
ylabel('Stress(N/cm)');
hold off;
axis([0 20 0 350]);
legend('Theoretical','Experiment');

function theory=experiment (string,k)
%函数功能：画试验验曲线。
%string为试验数据存放路径， k为计算应力应变的参数
data=xlsread(string);
[m,n]=size(data);
j=1;
for i=1:n/2
    if i==k(3)
        data(:,2*j-1)=data(:,2*i-1)/k(1);
        data(:,2*j)=data(:,2*i)/k(2);
        plot(data(:,2*j-1),data(:,2*j),'k');
        hold on;
        j=j+1;
    end
end
xlabel('Deformation(cm)');
ylabel('Loading(N)');
axis([0 20 0 350]);
hold on;
```

```

function F=fun_cf1(x)
%函数功能：数值计算应变量小于某一特定值时的函数，x为数值，  

包括x(1),x(2),x(3): 分别表示X、Y轴向应变，以及Z轴向位移。在调  

用时需输入初始值
global fx fy fz h1 h2 d1 d2 kw kf k6 k7 l1 l2 ;
F=[d2*(kw*(1+x(1))*(1-l2/sqrt((h2+x(3))^2+d2^2*(1+x(1))^2))+2*k7*  

x(1))/(2*d1)-fx;  

d1*(kf*(1+x(2))*(1-l1/sqrt((h1-x(3))^2+d1^2*(1+x(2))^2))+2*k6*x(  

2))/(2*d2)-fy;  

kw*(h2+x(3))*(1-l2/sqrt((h2+x(3))^2+d2^2*(1+x(1))^2))+kf*(h1-x(  

3))*(-1+l1/sqrt((h1-x(3))^2+d1^2*(1+x(2))^2))-fz];

```

```

function F=fun_cf2(x)
%函数功能：数值计算应变量大于某一特定值时的函数，x为数值，  

包括x(1),x(2),x(3): 分别表示X、Y轴向应变，以及Z轴向位移。在调  

用时需输入初始值。
global fx fy fz h1 h2 l1 l2 d1 d2 kw kf1 kf2 k6 k7 Qy0;
F=[d2*(kw*(1+x(1))*(1-l2/sqrt((h2+x(3))^2+d2^2*(1+x(1))^2))+2*k7*  

x(1))-fx;  

d1*((1+efc)*kf1*(1-Qy0)+(1+x(2))*kf2*(1-l1/(Qy0*sqrt((h1-x(3))^2  

+d1^2*(1+x(2))^2)))+2*k6*x(2))-fy;  

kw*(h2+x(3))*(1-l2/sqrt((h2+x(3))^2+d2^2*(1+x(1))^2))-(h1-x(3))*  

(-kf1*(1-Qy0)+kf2*(-1+l1/(Qy0*sqrt((h1-x(3))^2+d1^2*(1+x(2))^2  

))))-fz];

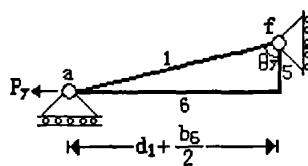
```

附录三

```
function w_test=main(x,k)
%函数功能: W检验; 输入需检验的数组x,k;
% 如在命令窗口输入:
% x=[0.69 0.75 0.68 0.76 0.66 0.67 0.74 0.73;2.55 2.66 2.84 2.76 2.59 2.62 2.72
2.70];
% k=[1140.44 1104.20 1060.76 1118.12 1078.34 1132.53 1112.88 1065.82;257.35
263.40 265.35 261.24 264.18 264.02 258.26 264.44];
n=8;
a=[0.6052 0.3164 0.1743 0.0561];
W=[0 0 0 0];
for i=1:2
    x(i,:)=sort(x(i,:));
    k(i,:)=sort(k(i,:));
end
x
k
for i=1:2
    for j=1:4
        W(2*i-1)=W(2*i-1)+a(j)*(x(i,n+1-j)-x(i,j));
        W(2*i)=W(2*i)+a(j)*(k(i,n+1-j)-k(i,j));
    end
    W(2*i-1)=W(2*i-1)^2/sum((x(i,:)-mean(x(i,:))).^2);
    W(2*i)=W(2*i)^2/sum((k(i,:)-mean(k(i,:))).^2);
    mean(k(i,:))
end
W
```

附录四

Y 向的拉伸将会使 Y 向的屈曲波高减小, 导致杆件 5 向下移动, X 向的屈曲波高增大, 因此, Y 向的拉伸将产生 X 及 Z 向的应力。由 Y 向拉伸变形所导致 X 及 Z 向的应力值亦可通过图 2 所示的几何关系计算获得。假设杆件 1 与杆件 5 之间的夹角为 θ_y 时杆件 6 的长度为 $d_1 + \frac{b_6}{2}$, 并设此时 Y 向的作用力为 P_y , 在 P_y 作用下, 杆件将发生变形, θ_y 的变化量为 $\Delta\theta_y$, 杆件 6 的变化量为 $\Delta(d_1 + \frac{b_6}{2})$, 则杆件 1 的变化量为 Δb_1 。



$$\Delta b_1 = \frac{d_1 + \frac{b_6}{2} + \Delta(d_1 + \frac{b_6}{2})}{\sin(\theta_y + \Delta\theta_y)} - \frac{d_1 + \frac{b_6}{2}}{\sin\theta_y} \quad (1)$$

$$\lim_{\Delta\theta_y \rightarrow 0} \Delta b_1 = \frac{\Delta(d_1 + \frac{b_6}{2})}{\sin\theta_y} \quad (2)$$

杆件 1 和 6 共同承担 P_y 作用于 a 点的力, 分别为 P_{y1} 和 P_{y6} , 则

$$P_y = \frac{P_{y1}}{\sin\theta_y} + P_{y6} \quad (3)$$

其中: $\frac{P_{y1}}{\sin\theta_y} = \frac{k_1 \Delta b_1}{\sin\theta_y}$; $P_{y6} = k_6 \Delta(d_1 + \frac{b_6}{2})$;

$$P_y = \left(\frac{k_1}{\sin^2\theta_y} + k_6 \right) \cdot \Delta(d_1 + \frac{b_6}{2}) \quad (4)$$

解得:

$$\Delta(d_1 + \frac{b_6}{2}) = \frac{\sin^2\theta_y}{k_1 + k_6 \sin^2\theta_y} \cdot P_y \quad (5)$$

则:

$$P_{y1} = \frac{k_1}{k_1 + k_6 \sin^2\theta_y} \cdot P_y \cdot \sin\theta_y \quad (6)$$

由杆件 1 的力 P_{y1} 引起杆件 5 的作用力为(见下图)

$$P_{yz} = P_{y1} \cdot \cos \theta_y \quad (7)$$



将代入上式得：

$$P_{yz} = -\frac{k_1}{k_1 + k_6 \sin^2 \theta_y} \cdot P_y \cdot \sin \theta_y \cdot \cos \theta_y \quad (8)$$

同理可得：

$$P_{yz} = -\frac{k_1}{k_1 + k_6 \sin^2 \theta_y} \cdot P_y \cdot \sin \theta_y \cdot \cos \theta_y \cdot \sin \theta_x \cdot \cos \theta_x \quad (9)$$

Y 和 X 轴向的应力为单位长度上的力(N/cm)：

$$\sigma_y = \frac{1}{2d_2} \cdot P_y; \quad \sigma_{yx} = \frac{1}{2d_1} \cdot P_{yx}; \quad (10)$$

Z 轴向的应力为单位面积上的力(N/cm²)：

$$\sigma_{yz} = \frac{1}{2d_1 \cdot 2d_2} \cdot P_{yz} \quad (11)$$

则：

$$\sigma_{yz} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2d_1} \cdot \frac{k_1}{k_1 + k_6 \sin^2 \theta_y} \cdot \sin 2\theta_y \cdot \sigma_y \quad (12)$$

$$\sigma_{yx} = -\frac{1}{4} \cdot \frac{d_2}{d_1} \cdot \frac{k_1}{k_1 + k_6 \sin^2 \theta_y} \cdot \sin 2\theta_x \sin 2\theta_y \cdot \sigma_y \quad (13)$$

其中： θ_y 是杆件 5 与杆件 1 的夹角， θ_x 是杆件 5 与杆件 3 的夹角。

$$\sin 2\theta_y = \frac{2 \tan \theta_y}{1 + \tan^2 \theta_y} \quad (14)$$

$$\tan \theta_y = \frac{d_1(1 + \varepsilon_y)}{h_1 - b_z} \quad (15)$$

将公式(40)代入到公式(39)中简化得出下式：

$$\sin 2\theta_y = \frac{2d_1(1 + \varepsilon_y)(h_1 - \delta)}{d_1^2(1 + \varepsilon_y)^2 + (h_1 - \delta)^2} \quad (16)$$

同理可得：

$$\sin 2\theta_x = \frac{2d_2(1 + \varepsilon_{yx})(h_2 + \delta)}{d_2^2(1 + \varepsilon_{yx})^2 + (h_2 + \delta)^2} \quad (17)$$

攻读学位期间发表的学术论文目录

1、涂层过程中织物的拉伸对膜材料拉伸性能的影响, 纺织
学报(已投稿), 第1作者

致 谢

感谢我的导师丁辛教授！丁老师渊博的学识、敏捷的思维、严谨的治学态度以及他的敬业精神给我留下了深刻的印象。在本论文的研究中，尤其是在面临一次一次的挫折时，丁老师给予我很多指导和建议，使我的学习和科研水平都得到了提高。值此论文完成之际，谨向丁老师致以崇高的敬意和衷心的感谢！

感谢我的师姐陈守辉博士！在我的课题研究过程中给予了极大的帮助、并提出了启发性的见解，在此向她表示诚挚的敬意！

感谢纺织学院实验中心的张志奋老师的大力支持和帮助，在此，向他致以衷心的感谢！

感谢我的父母！是他们无时无刻的关怀体贴，让我完成了学业，完成了硕士论文。在此，我保证一定不会辜负他们的期望，做一个对祖国及社会有用之才。

感谢所有给予我帮助的老师、同学和朋友们！