

## 摘要

轴承是旋转机械中不可缺少的重要零件之一，其力学特性分析与轴承的设计和应用密切相关，而评定滚动轴承实际工作性能的各项技术因素如承载能力、疲劳寿命、变形与刚度等，都涉及到弹性接触问题。用有限元法求解轴承的接触问题，分析应力分布和弹性变形等，将成为提高滚动轴承的承载能力和使用寿命及进行优化设计的关键。本文的主要研究如下：

首先，用Hertz线接触理论计算了NU311直母线圆柱滚子轴承的接触应力和弹性变形，并用有限元软件ANSYS对相应轴承进行了接触非线性问题的数值模拟，将有限元分析结果与Hertz理论的结果进行比较，验证了有限元接触模型的正确性。

其次，利用切片法，得到了滚子修型母线为直线、直线加圆弧和圆弧时的载荷分布，并以滚子用圆弧修型的NU311轴承为例，得到不同凸度量下的载荷分布，确定了最佳凸度量及载荷与凸度量的匹配关系；用ANSYS的参数化设计语言APDL，实现滚子和内、外圈滚道均带凸度的NU系列轴承参数化有限元分析，并用VB对ANSYS进行二次开发，建立有可视化界面的圆柱滚子轴承接触分析软件。通过对不同凸度量下的有限元分析和结果比较，确定出NU311轴承在该设计载荷下的最佳凸度量，降低了最大接触应力，提高了承载能力和使用寿命。

然后，研究了基于ANSYS的滚子结构减重的优化设计方法：以滚子的长度和直径为设计变量，滚子体积为目标函数，在保证轴承承载能力和刚度的情况下，使滚子的质量最小，即减小了离心力，提高了高速轴承的疲劳寿命。

最后，在切片法的基础上，推导出凸度圆柱滚子轴承径向刚度的计算方法，讨论了滚子采用三种不同修型母线时，轴承刚度随载荷的变化规律，分析了凸度量对刚度的影响；并在考虑陀螺力矩的情况下，将轴承分别简化为刚性支承和弹性支承，研究了用ANSYS计算转子临界转速的方法，为更复杂的转子系统动力特性研究提供了参考。

**关键词：**滚子轴承，接触，ANSYS，凸度，力学特性，优化

## ABSTRACT

The bearing is one of essentially important components for the revolving machinery, whose mechanical characteristics analysis of the roller bearing is closely related to the bearings design and application. Several main technical factors used to evaluate the practical working performance of the bearing, such as loading capacity, fatigue life, deformation and stiffness should be involved in the contact problem. Contact problem of roller bearing could be solved to analyze stress distribution and elastic deformation on the base of finite element method, which is the key for optimization design of increasing the life span and loading capability of bearings.

Firstly, contact pressure and elastic deformation of NU311 cylindrical roller bearing with straight line profile is calculated based on hertz contact theory. ANSYS is used to simulate nonlinear contact problem of the roller bearing. The numerical simulation result of finite element method is compared with solution of hertz contact theory, which verity the finite element contact model.

Secondly, a method of section-cutting is used to get the load distribution of roller with different profile, such as straight line, straight line and circle arc, circle arc. The best crown and the relation between load and crown of NU311 roller bearing with circle arc profile of roller is determined; APDL is used to create a parametric model of bearing and solution process. ANSYS is developed with VB to create special software of contact analysis of cylindrical roller bearings of NU series with friendly interface. Taking NU311 with crowned roller, crowned inner and crowned outer for example, the best crown under the design load is determined by comparing with the results of finite element method, which could increase the loading capacity and life of roller bearing.

Then, taking the length and diameter of roller as design variable, the mass as object function, structure of roller is optimized with ANSYS by optimum design in the assurance of loading capacity and stiffness of roller bearing, which could decreasing the centrifugal force and increasing the life span of high speed bearings.

Last, radial stiffness of crowned cylindrical roller bearing is deduced based on section-cutting method. The regularity of radial stiffness as loading is compared, with three different profiles of roller. The influence of magnitude of crown to radial stiffness is found. Taking the gyroscopic couple in consideration, the critical speed of rotor is calculated based on ANSYS under rigid and elastic bearing support respectively.

**Keywords:** Roller bearing, contact, ANSYS, crown, characteristics, optimum

## 图、表清单

图 1.1 常见修型滚子的类型	2
图 2.1 两弹性柱体的线接触示意图	9
图 2.2 接触区域示意图	9
图 2.3 接触区应力分布示意图	10
图 2.4 轴承的载荷分布	11
图 2.5 圆柱滚子轴承的几何参数	12
图 3.1 两个物体相互接触	15
图 3.2 接触界面上的局部坐标	15
图 3.3 接触界面上的力和位移	15
图 3.4 接触点对应点时间的距离	16
图 3.5 非线性接触分析的流程图	19
图 3.6 直母线滚子的载荷分布	22
图 3.7 圆柱滚子轴承的模型	23
图 3.8 有限元模型	23
图 3.9 简化的有限元模型	24
图 3.10 滚子与内外圈的接触对模型	24
图 3.11 轴承 y 方向 (径向) 的位移云图	26
图 3.12 滚子 y 方向 (径向) 的位移云图	26
图 3.13 沿滚子直径和长度方向上的径向位移	27
图 3.14 等效应力云图	27
图 3.15 接触状态云图	28
图 3.16 接触应力云图	28
图 3.17 沿滚子长度方向的接触应力曲线	29
图 4.1 几种不同修型母线的滚子在轻载和重载时的载荷分布	31
图 4.2 凸度滚子轴承的切片法模型	33
图 4.3 圆柱滚子轴承的载荷分布	34
图 4.4 三种不同母线滚子的载荷分布	36
图 4.5 直线部分所占比例对最大载荷的影响	36
图 4.6 不同凸度量下的载荷分布	37

图 4.7 凸度量与载荷的匹配关系.....	37
图 4.8 圆弧修型的滚子轴承不同位置角处和不同游隙时的载荷分布.....	38
图 4.9 圆弧修型的几何关系.....	39
图 4.10 圆柱滚子轴承接触分析系统.....	41
图 4.11 结果显示界面.....	42
图 4.12 不同凸度量下的等效应力云图.....	43
图 4.13 不同凸度量下的等效应力云图.....	43
图 4.14 不同凸度量下的接触应力曲线图.....	44
图 4.15 滚子长度和直径对最大应力的影响.....	46
图 4.16 滚子长度和直径对弹性趋近量的影响.....	46
图 5.1 等效应力云图.....	54
图 5.2 轴承 y 方向 (径向) 位移云图.....	54
图 5.3 优化分析过程框图.....	55
图 5.4 状态变量随迭代次数的变化.....	56
图 5.5 设计变量随迭代次数的变化.....	56
图 5.6 目标函数随迭代次数的变化.....	56
图 5.7 优化前后滚子的形状对比.....	57
图 6.1 三种不同母线情况下的载荷 - 刚度的曲线.....	59
图 6.2 不同凸度量下的载荷 - 刚度曲线.....	59
图 6.3 转子系统中的陀螺力矩.....	60
图 6.4 弹性支承转子系统.....	61
图 6.5 轴承的模拟.....	62
图 6.6 弹簧单元 Combin14.....	62
图 6.7 梁单元 Beam188 .....	63
图 6.8 轴的截面特性.....	64
图 6.9 刚性支承下转子的前两阶振型图.....	64
图 6.10 刚性支承下的 CAMBELL 图.....	65
图 6.11 弹性支承下转子的前两阶振型图.....	66
图 6.12 弹性支承下的 CAMBELL 图.....	66
表 2.1 NU311 轴承的基本结构尺寸 .....	12
表 3.1 有限元法和赫兹理论的结果比较.....	29

表 4.1 不同凸度量下的最大应力值.....	44
表 4.2 改进前后轴承性能的对比.....	45
表 4.3 凸度滚子轴承长度对应力的影响.....	45
表 4.4 凸度滚子轴承直径对应力的影响.....	45
表 6.1 刚性支承下转子涡动角速度的变化.....	65
表 6.2 弹性支承下转子涡动角速度的变化.....	66

## 注释表

$b$	接触区半宽	$F_r$	径向载荷
$C_i$	各圆片的半径减小量	$F_w$	内复圆直径
$J_p$	转动惯量	$Q$	接触负荷
$K$	刚度	$R$	修正圆弧半径
$K_a$	接触负荷 - 变形常数	$w$	切片厚度
$l, l_s$	滚子的有效长度、直线部分	$X_n$	设计变量
$M_g$	惯性力矩	$Z$	滚子数
$p$	接触压力	$\sigma$	应力
$q$	线负荷密度		弹性趋近量
$u_r$	径向游隙	$\mu$	泊松比
$d_i, d_o$	内、外圈滚道直径	$\psi$	滚子的方位角
$D_w$	滚子直径	$\omega$	角速度
$E$	弹性模量	$\rho$	曲率半径

## 承诺书

本人声明所呈交的硕士学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。除了文中特别加以标注和致谢的地方外，论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包含为获得南京航空航天大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。

本人授权南京航空航天大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。

（保密的学位论文在解密后适用本承诺书）

作者签名：\_\_\_\_\_

日期：\_\_\_\_\_

## 第一章 绪论

### 1.1 引言

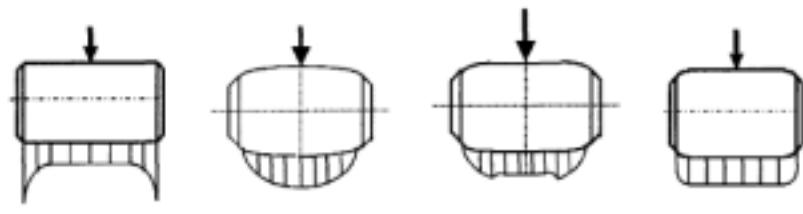
滚动轴承是一种精密的机械基础件，是通用性很强、标准化、系列化强度较高的机械基础件，包含了丰富制造、使用及维护技术内涵的先进制造技术的载体。轴承工业作为机械基础工业，其技术水平高低，对一个国家的工业技术发展水平具有一定的代表意义。如果说一个不具有轴承工业的国家，不是一个完整意义上的工业化国家的话，那么一个不具有先进轴承技术水平的国家，则很难说是一个拥有了先进制造技术的国家。我国轴承工业技术水平与国外先进技术水平相比，目前还存在着很大差距，需要我们不断地缩小。

首先，世界十大轴承公司已有九大轴承公司在中国合资或独资建厂，近期以来，又陆续出现新建的合资或独资企业，增加新项目，不断扩大规模的势头，如昆山NSK实施的二、三期工程，已相继启动，TIMKEN和NEK在苏州的合资建厂，一期工程也正在紧锣密鼓地进行等等。其次，国外大轴承公司有资金、产品、技术等方面的优势，而在中国建厂后也将采取人员和采购本地化的策略，使成本降低，从而使国内轴承企业原来存在的劳动力价格低的比较优势，产品价格低的市场优势等，都将不复存在了<sup>[1]</sup>。因此，要想使我国的轴承行业能够承受国外大公司的冲击，振兴我国的轴承行业，就必须提高产品的技术含量，研究出新型的轴承，以提高轴承的寿命。

一般工作条件下，滚子轴承的主要失效形式是表面疲劳点蚀，如果不存在偏载，疲劳点蚀常发生在滚子端部附近，或是内外圈与滚子端部接触的部位。滚动轴承在重载高速运转时，滚动体在滚动接触的交变应力的作用下，最大切应力发生在零件的次表面层。处于该区的材料在非金属夹杂物或粗大碳化物处形成应力集中而出现微裂纹，大多数的次表面疲劳剥落正是以这些微裂纹作为疲劳裂纹源，扩展形成剥落，最终造成滚动体的失效。为了提高滚子轴承的承载能力、疲劳寿命等，人们进行了大量的研究工作。

轴承的滚子母线修型技术是提高滚动轴承疲劳寿命的主要措施<sup>[2]</sup>。早在上个世纪30年代末Lundberg就提出了母线修型的基本理论，直至60年代SKF轴承公司进一步发展了滚子轴承的修型技术。

目前，工程中主要采用的滚子母线修型曲线有<sup>[1,3]</sup>：圆弧曲线(b)、直线加圆弧(c)、对数曲线(d)等，如图1.1所示。其中，对数曲线滚子轴承，在理论和实践中被公认为是一种最佳的滚子轴承。然而，各种曲面的加工均属于外廓修型的改进，而且这类修型的测量精度是在微米数量级。因此，这种修型方式需要高精度的机械加工技术，如果加工精度不够，就不能得到正确的外廓曲面，那么应力集中就不能避免，这意味着这类轴承对加工精度敏感。



a.直母线滚子 b.圆弧曲线滚子 c.直线加圆弧滚子 d.对数曲线滚子

图 1.1 常见修型滚子的类型

目前工程中常用“三凸”轴承<sup>[4]</sup>，即滚子和内、外圈滚道均有凸度的轴承，同样可以很好的减小边缘应力集中的产生，从而提高轴承的承载能力和使用寿命。该修型方法在工艺上比较容易实现，且当凸度的匹配关系合理时，滚子全长接触并且两端无边缘应力集中，并且能适应一定的偏载负荷作用，因此得到广泛的应用<sup>[5]</sup>。

## 1.2 研究背景

### 1.2.1 我国轴承工业的发展历程

二十世纪初，随着汽车工业的飞速发展，出现了大规模生产滚动轴承的专业厂。尤其是在第二次世界大战以后，随着航空、航海、宇航、核能、电子计算机等工业的迅猛发展，对滚动轴承的性能、可靠性、寿命等提出了越来越高的要求，从而大大促进了对滚动轴承的结构设计、计算理论、摩擦特性分析、制造技术、试验方法等方面的研究，也在这些方面取得了许多进展。但是，由于计算手段的制约，以往人们主要靠手工进行运算，仅仅是对滚动轴承的定量分析所涉及的庞大的数值计算，仅靠手工是无法想象的，因而对滚动轴承的分析多以简单的经验公式、类比设计为主，无法对其进行深入分析。

轴承是机械工业使用广泛、要求严格的配套件和基础件，被人们称为机械的关节。由于使用范围广泛，决定了轴承品种的多样性和复杂性。由于要求严格决定了轴承质量和性能的重要性。轴承制造业是一种精密的基础件制造业，它的精度以0.001mm来衡量，而普通机械零件的制造公差一般只有0.01mm<sup>[6]</sup>。电机的噪声和振动，在很大程度上取决于轴承质量；高精度机床主轴的摆差和温升，更是与轴承质量息息相关。通讯卫星的消旋装置中，轴承性能直接影响其通讯效果；航天、航空中关键轴承发生故障，就会造成严重的事故。总之，工业、农业、国防、科学技术和家用电器等各个领域中的主机，其精度、性能、寿命、可靠性和各项经济指标，都与轴承有着密切的联系，而且轴承工业的发展还关系着我国重大技术装备的制造水平及机械设备的出口能力。

轴承在国民经济和国防建设中正在起着越来越重要的作用：新中国建立前，轴承制造业几乎是一片空白。机械设备配套和维修需要的轴承基本上依赖进口。当时，仅在辽宁省瓦房店和沈阳、上海及山西省长治等地有一些轴承厂、店，但能独立生产轴承四元件（内外套圈、滚动

体和保持架)的工厂没有一家。1949年,全国轴承年产量仅为13.8万套。中国建立五十年来,轴承工业飞速发展,轴承品种从少到多,产品质量和技术水平从低到高,行业规模从小到大。目前,我国轴承产量达20亿套以上,产值已超过200亿元,年出口量逾7.7亿套,出口创汇约达7亿美元,世界排名第4,满足国内所需产品品种的70%以上,满足所需数量90%以上,出口量也以较高的比例递增<sup>[7]</sup>。我国已步入世界轴承大国的行列,但大不等于强。我国轴承工业虽然产能很大,但在生产集中度、研发和创新能力、设计制造水平等方面都与世界轴承强国有较大的差距,造成产品的技术质量水平低,品牌效应差,市场竞争力弱的局面,这与轴承的生产大国的地位极不相称。主要有这样三个方面的差距<sup>[8]</sup>:行业生产集中度低、研发和创新能力低、制造技术水平低,轴承的发展要从这几个方面着手改革。

### 1.2.2 存在问题

轴承在机械中既是载荷支撑件,又是运动连接件,滚动轴承将相互转动的固定体与活动体之间的滑动摩擦变为滚动摩擦,摩擦损失小,是一种精密的机械元件<sup>[9]</sup>。滚子轴承为滚动轴承中的一种,分析的困难在于滚动体和圈体的接触。滚动体在空载情况下与套圈接触为一条线,随着载荷的增大,线接触变为面接触,其接触区域的位置、大小、形状、接触面压力及摩擦力分布等接触参数在分析前未知,它们随外载荷的变化而改变,是边界非线性问题,因此它一直是工程学和力学共同面临的难题。即使采用数值分析方法也有很大的难度,对于接触问题并不存在通用解法。也正是因为该问题的普遍性和复杂性,该问题的计算分析也显得尤为重要,吸引了许多学者从理论和实验方向去努力。目前,对于滚子轴承而言,滚子和内外圈滚道有凸度的滚子轴承的相关研究较少。因此,在不考虑游隙的情况下,分析凸度滚子轴承的静态接触问题及其力学特性的研究,对实际工况下的轴承及轴承类零部件是有重要意义的。

接触问题是非线性问题,而且其接触半径很小,所以网格划分是一个十分关键的问题,单元长度一般取小于接触半径的一半为宜<sup>[10]</sup>。其次,占用计算机资源大和计算时间长,由于模型的建立需要大量的节点和单元,尤其在接触部位要网格细化,需另外占用大量的内存空间,耗费大量的计算机资源,即使在小型工作站上完成非线性接触问题的分析计算,也只能进行少数接触面的精确分析,当接触面较多时,需要在小型计算机上完成。

由于通常的设计方法在进行轴承的设计分析时,暴露出计算过程复杂、烦琐、难度大、数值计算中的精度低等不足,这些都制约着企业产品创新能力的提高。在滚动轴承系统分析中,需要利用新技术、新方法来有效地协调各种学科的计算。

随着有限元法的发展,大型商用有限元软件,如ANSYS,NASTRAN等的出现和日趋完善,以及计算机硬件配置的不断提高,为解决大规模的复杂工程问题提供的一种很好的方法和手段,使得计算模型更加接近真实情况,结果更加准确并且速度快,促进了滚动轴承三维数值仿真的

发展<sup>[11-13]</sup>。近几年，国内外在滚动轴承设计方面获得的最新成果，一些研究者借助于有限元软件对轴承进行结构分析计算，并以此作为进行轴承的结构设计的依据，可以看出每一项成绩的取得都与有限元技术和计算科学的应用有着直接的关系。

### 1.2.3 研究目的和意义

1) 轴承是旋转机械中不可缺少的重要零件之一，其力学特性分析与轴承的设计和应用密切相关。一般说来，接触应力和变形的计算是滚动轴承分析的基础。在考虑滚动轴承内的负荷分布、刚度、润滑、摩擦、振动以及轴承寿命时，都必须首先计算接触应力和变形。接触应力对轴承的接触疲劳和摩擦有重要的影响，在很大程度上决定着轴承的寿命。由于接触面很小，即使负荷不太大，接触应力也可能相当高的。

在工程运用中，评定滚动轴承实际工作性能的各项技术因素如承载能力、疲劳寿命、变形与刚度等，这些问题都涉及到弹性接触问题，与轴承的受力状态密切相关。尤其是最大滚动体载荷，因为其峰值接触应力直接影响着轴承系统的疲劳寿命，是确定轴承使用寿命和可靠性的关键因素<sup>[14,15]</sup>。因此，用有限元法求解轴承的接触问题，分析应力分布和弹性变形等，以后将会成为进行轴承设计的基础和发展方向。

2) 普通直母线型滚子轴承在受载后滚子两端不可避免地产生边缘应力集中，即所谓的“边缘效应”，滚子或滚道上靠近滚子端部的区域就会发生早期接触疲劳点蚀。研究表明<sup>[2,3]</sup>，轴承的寿命约与应力的7~9次方成反比，“边缘效应”的产生将使轴承的疲劳寿命大大降低。

目前，工程中使用带凸度的滚子以避免或降低直母线滚子和内外圈接触引起的“边缘效应”，但对滚子和滚道带凸度轴承的相关研究较少。值得注意的是，不合理的凸度量可能使滚子轴承修型滚子不但没有达到降低应力的目的，反而会使边界应力集中比普通直母线更严重，凸度则失去了意义。同时，设计凸度量时必须综合考虑轴承的实际载荷工况以及内、外滚道的凸度及凸度量变化。

因此，有必要对凸度滚子轴承的力学特性和结构设计的新方法等进行研究，为轴承的设计提供更多可参考的依据。

## 1.3 接触问题分析方法的发展趋势

### 1.3.1 接触问题研究的发展

接触问题在工程实际中的重要性不言而喻<sup>[16,17]</sup>。接触理论早在 1882 年有 Hertz 依据弹性理论而推导出结果<sup>[18]</sup>，该理论是单体在简单几何特性条件下由接触面的压力分布，与接触面上所作用的负荷对于形变假定所得到的，然而，由于接触面和多体的接触特性十分复杂，迄今为止，还未找到求解接触问题的一般方法。

继 Hertz 后半个多世纪接触问题的研究几乎没有进展，从本世纪五十年代以来，出现了几本关于接触理论的专著。然而由于实际工程问题的复杂性，使得接触理论很难直接应用，尤其对于三维摩擦接触问题，即使对于简单结构和简单载荷作用的情况，也很难甚至无法用解析公式表示、求解，但解析计算给出的结果很好，是封闭的解析解，能抓住物理本质所以仍在向前发展<sup>[19,20]</sup>。随着电子计算机的发展，接触问题求解由解析计算向数值计算发展<sup>[21]</sup>。随着数值计算方法及技术的飞速发展，有限元法是解决现代工程技术领域中实用性最强，应用最广泛的数值模拟方法，在非线性问题的计算中，具有相对完善的有限元法最具优势。在过去的几十年中，用于接触问题的数值求解方法有了很大的发展，例如 Newton-Raphson 法求解未知边界问题，用到离散模型大多为有限元法及边界元法。接触问题的有限元代表性解法有<sup>[9]</sup>：罚函数法 (Penalty functional method)、拉格朗日乘子法 (Lagrange multiplier method) 及增广拉格朗日乘子法 (augmented Lagrange method)。

国内对于接触问题的也开展了大量的研究并且取得了科研成果，如胡运南对无摩擦三维弹性接触应力分布与变形进行了分析<sup>[22]</sup>，任波研究了基于集群的接触/碰撞有限元法并行策略<sup>[23]</sup>，姜韶峰对高速精密密封角接触轴承的静承载能力进行了分析<sup>[24]</sup>，陈一鸣，刘德义研究了接触问题中的边界元法及其最优罚因子<sup>[25]</sup>，刘莉娜研究了基于有限元法的预紧力作用下的静接触问题<sup>[26]</sup>。最近几年，商业有限元软件在求解接触问题上已有了很大发展，如 ANSYS、MARC 等软件在国内外都得到广泛应用。

### 1.3.2 接触问题的求解方法概述

目前解决接触问题的计算方法主要有以下几种<sup>[27]</sup>：

#### 1) 传统赫兹理论：

已发展了一套对于弹性接触很成熟理论体系，对空间接触和平面接触都有基本解法。但赫兹理论是基于弹性理论且在理想模型下推导出典型接触问题的位移应力分析公式，计算也比较复杂繁琐，这些研究成果在分析复杂形体、大面积接触等具体的工程实际问题时存在着很大的局限性，不能很好的解决。

#### 2) 边界元法：

边界元法也是一种发展较快的精确的数值分析方法，在包括接触分析、应力集中、断裂机理等问题上已被证明较为精确。边界元法的基础是利用问题的基本解建立边界积分方程。其主要优点是：(1) 由于仅将区域的边界进行离散，使问题降低了一维，将三维问题转化为二维问题来处理，这样使输入数据少、计算时间少，便于计算机应用；(2) 由于仅对边界离散，离散化误差仅来源于边界，计算区域内的物理量时，无需全部求出就可计算指定点的值，因此计算精度高、效率高；(3) 由于边界元法基本解的奇异性，能较好处理一些关于应力集中的问题。

但是，它在材料和几何非线性问题上相对于有限元法的发展还不是很普遍和成熟，且需要较多的数学知识，求解不易。

### 3) 有限元法：

计算机技术的发展为接触问题的各种算法的实现提供了有力的工具，而有限元法则为复杂结构的应力分析奠定了坚实的基础，从而为各种复杂的接触问题通过各种数值解法解决提供了可能性，并且随着一些有限元软件的成熟，利用有限元软件分析接触问题得到越来越广泛的应用。此外，在各种文献中，解决接触问题的还有超元技术、数学规划解法等。目前应用有限元法及有限元分析软件进行计算是分析接触问题的最佳方法和发展趋势。

## 1.4 本文主要研究内容

轴承的力学特性分析与设计和应用密切相关，而评定滚动轴承实际工作性能的各项技术因素如承载能力、疲劳寿命、变形与刚度等，均与接触问题相关。研究表明，轴承的寿命约与应力的 7~9 次方成反比<sup>[28,29]</sup>，因此对滚动轴承进行接触问题的有限元分析具有十分重要的意义，将成为提高其承载能力和使用寿命及进行优化设计的关键。本文的主要内容概括如下：

第一章，介绍了滚动轴承的发展和研究概况，我国轴承工业的发展历程及目前存在的问题，接触问题研究的发展趋势等；

第二章，介绍了赫兹线接触问题的基本理论，研究了赫兹接触理论在滚动轴承计算分析中的应用，并以本课题的 NU311 短圆柱滚子轴承为例，计算了接触应力和弹性变形量。

第三章，用 ANSYS 软件对直母线滚子轴承进行接触非线性问题的有限元分析：阐述了轴承边缘应力产生的原因，它造成了轴承的早期疲劳失效。以短圆柱滚子轴承 NU311 为例，用 ANSYS 建立了三维模型并进行有限元分析，模拟了边缘应力的产生，应力分布与实际情况相符。并将有限元计算结果与 Hertz 理论的解析解做比较，验证了该有限元模型的正确性，为后面的设计分析提供了基础。

第四章，凸度滚子轴承的理论分析与有限元数值模拟：用切片法编程计算，得到三种不同凸度修型滚子的载荷分布。并以圆弧修型的 NU311 为例，得到不同凸度量时滚子的载荷分布，依此确定最佳凸度量及凸度量和载荷的匹配关系。

用 ANSYS 的参数化设计语言 APDL，实现了滚子和内、外圈均带凸度的轴承接触问题的参数化有限元分析。并用 VB 对 ANSYS 进行二次开发，创建有可视化界面的 NU 系列圆柱滚子轴承接触分析的软件，输入对应参数（如改变结构尺寸、材料，载荷等）即可在 ANSYS 后台完成整个有限元分析过程。通过对不同凸度量下有限元分析结果的比较，确定 NU311 轴承在该设计载荷下的最佳凸度量，提高了轴承的载能力和使用寿命。最后，讨论了滚子的长度和直径对最大应力和弹性趋近量的影响。本章的分析方法和相关结论为滚子轴承设计提供了依据和

基础。

第五章，在前一章参数化设计的基础上，研究了基于ANSYS的高速轴承的滚子减重优化设计方法：以滚子的长度和直径为设计变量，滚子的体积为目标函数，在保证轴承承载能力和刚度的情况下，使滚子的重量最小。优化后，减小滚子作用于外圈的离心力，降低了外圈破坏的几率，提高了轴承在高速运转时的疲劳寿命，为高速轴承的设计提供了一种很好的方法。

第六章，在切片法的基础上，推导了凸度圆柱滚子轴承径向刚度的计算方法，比较了滚子为直线、直线加圆弧和圆弧三种不同修型母线时，轴承刚度随载荷的变化规律，并分析了凸度量对刚度的影响。最后，在考虑陀螺力矩和剪切变形的情况下，将轴承简化为刚性支承和弹性支承，研究了用ANSYS计算转子临界转速的方法，为更复杂的转子系统研究提供了参考依据。

## 第二章 滚动轴承计算分析的理论基础

### 2.1 引言

滚动轴承设计的主要目的是确定合适的几何结构及相应的尺寸，以满足轴承性能和寿命的要求，其几何结构与其力学特性有密切联系，直接影响轴承的载荷分布、刚度等特性<sup>[10]</sup>。

接触应力和接触变形的计算是滚动轴承分析的基础。在考虑滚动轴承的载荷分布、刚度、润滑、摩擦、振动以及轴承寿命时，首先都必须计算接触应力和接触变形。

接触应力和变形是两个曲面物体相互挤压时，在接触部位邻近的应力和变形<sup>[30]</sup>。就滚动轴承而言，空载下滚动体和内外圈滚道之间为线接触（或点接触），在负荷作用下，接触线（或接触点）邻域变形，负荷作用在微小的面积上称其为接触面。接触面的形状取决于两物体在接触线（或接触点）的曲率，接触面积随负荷增加而加大。沿接触面压力分布是不均匀的。与此同时，由于接触部位邻近区域的变形，两物体将互相趋近。由此，接触应力和变形问题的分析就在于：计算接触部位的应力分布、接触面的形状和尺寸、以及两物体的互相趋近量。

本章主要讲了在弹性范围内，利用 Hertz 理论求解接触问题，并针对圆柱滚子轴承，将 Hertz 理论的应用于轴承的理论分析计算。本文“径向”是指作用线经过轴承的几何中心并垂直向下的方向，并非沿轴承的半径方向。

### 2.2 Hertz 弹性线接触理论

作为滚动轴承分析理论基础之一的弹性接触理论是由 Hertz 理论求解线接触问题时，采用如下假设<sup>[3,30-31]</sup>：

- (1) 接触物体只产生弹性变形，并服从虎克定律。
- (2) 负荷垂直于接触表面，即接触表面完全光滑。
- (3) 接触面的宽度与接触物体表面的曲率半径相比很小时，可以采取弹性半空间的基本解。
- (4) 柱体的长度远大于直径，可视为无限长。

#### 2.2.1 线接触问题

图 2.1 所示，相互平行的圆柱滚子与套圈的滚道，在滚子的有效长度  $l$ ，负荷  $Q$ ，负荷线密度  $q$ ，三者的关系为：

$$q = \frac{Q}{l} \quad (2.1)$$

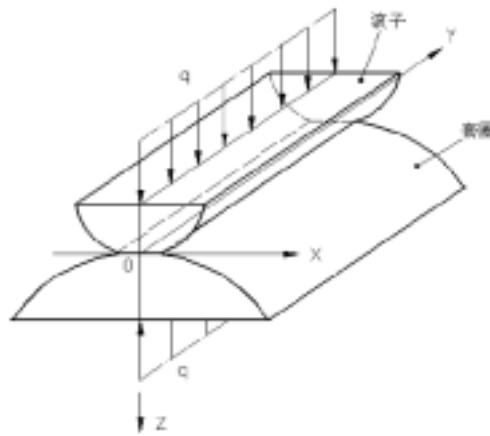


图 2.1 两弹性柱体的线接触示意图

### 2.2.2 接触应力及接触面尺寸

负荷作用下，在界面上形成了宽度  $2b$ 、长度  $l$  的矩形接触面（图 2-2）。在区间  $-b \leq x \leq b$  内，接触应力沿接触区按椭圆分布<sup>[31]</sup>，可表示为：

$$p(y) = p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad (2.2)$$

最大接触应力：

$$p_0 = \sqrt{\frac{2q \sum \rho}{\pi \left( \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right)^2}} \quad (2.3)$$

接触半宽度：

$$b = \sqrt{\frac{4q}{\pi \sum \rho} \left( \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right)} \quad (2.4)$$

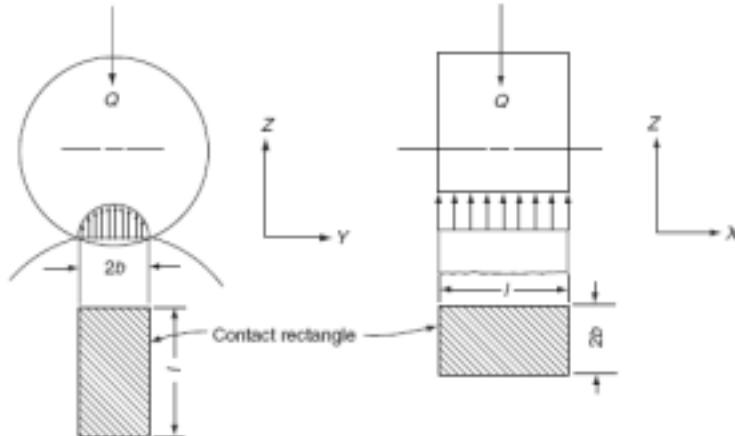


图 2.2 接触区域示意图

对于圆柱滚子轴承，计算方法如下。

滚子与内圈主曲率和：

$$\sum \rho_i = \frac{2}{d_i} + \frac{2}{d_w} \quad (2.5)$$

滚子与外圈主曲率和：

$$\sum \rho_o = \frac{2}{d_o} + \frac{2}{d_w} \quad (2.6)$$

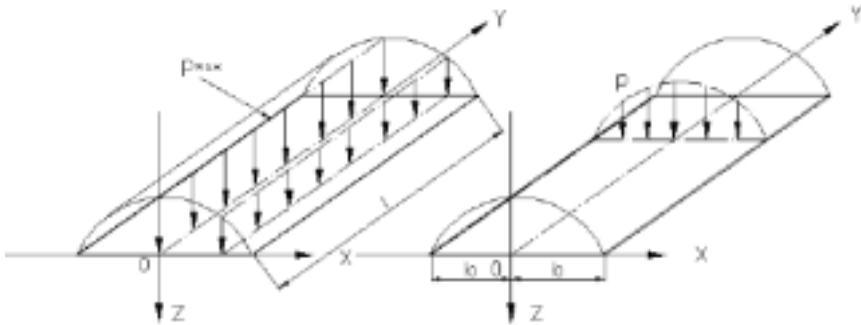


图 2.3 接触区应力分布示意图

### 2.2.3 弹性变形量

线接触问题的弹性变形量亦称弹性趋近量  $\delta$ ，没有准确的解析解，但是存在很多近似公式和经验公式，其中 Palmgren 给出了滚动轴承常用的钢制滚子的经验公式<sup>[32]</sup>：

$$\delta = 3.83 \times 10^{-5} \frac{Q^{0.9}}{l^{0.8}} \quad (2.7)$$

其中， $b, l$  的单位为  $mm$ ， $\rho$  的单位是  $1/mm$ ， $Q$  的单位是  $N$ ， $p, p_0$  的单位是  $MPa$

## 2.3 滚动轴承的载荷分布

分析径向载荷作用下向心滚子轴承中的载荷分布，通常分为在径向游隙为零和不为零两种情况<sup>[31]</sup>，本章只讨论径向游隙为零时的情况。

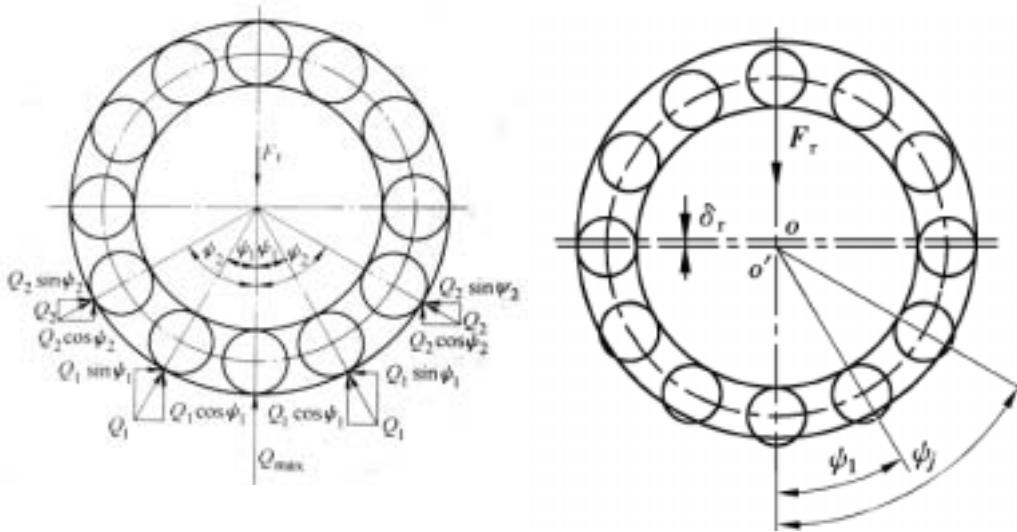


图 2.4 轴承的载荷分布

最早为 Stribeck 所研究, 如上图, 考虑有一个滚动体的中心位于径向载荷的作用线上。此时, 上半圈的滚动体不承受载荷, 而下半圈的滚动体承受载荷。分析此静不定问题, 由内圈在外载荷  $F_r$  和滚动体载荷  $Q_\psi$  作用下的平衡条件为:

$$F_r = Q_0 + 2 \sum_{j=1}^k Q_\psi \cos \psi \quad (2.8)$$

其中  $\psi \leq \pi/2$ 。

不考虑套圈的弯曲变形, 角度  $\psi$  处的变形协调条件

$$\delta_\psi = \delta_{\max} \cos \psi \quad (2.9)$$

由  $\delta_n = K_n Q^t$  得:

$$\frac{Q_\psi}{Q_0} = \left( \frac{\delta_\psi}{\delta_0} \right)^{\frac{1}{t}} \quad (2.10)$$

代入(2.8)和(2.9)得:

$$Q_0 = \frac{F_r}{Z J_r} \quad (2.11)$$

其中:  $J_r = \frac{1 + 2 \sum \cos^{1+1/t} \psi}{Z}$ ;  $Q_0$  为最下面一个滚子受力。

通常对于滚子轴承:

$$Q_0 = 4.08 \frac{F_r}{Z} \quad (2.12)$$

## 2.4 计算实例

计算所用轴承为NU311短圆柱滚子轴承，该类型轴承的几何参数如图2.5，其额定动负荷 $C_r = 122KN$ ，基本参数见表2.1。

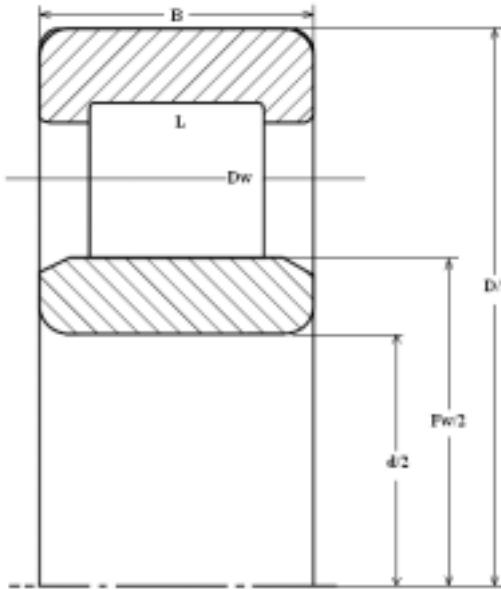


图 2.5 圆柱滚子轴承的几何参数

表 2.1 NU311 轴承的基本参数

基本参数	
公称内径d	55mm
公称外径D	120mm
内圈内径Fw	70.5mm
宽度B	29mm
滚子数Z	13
滚子直径Dw	18mm
滚子长度L	19mm
刚弹性模量E	208000N/mm
泊松比 $\mu$	0.3
径向载荷 $Fr$	$0.2C_r$

由(2.12)式可知，无游隙时，受载最大的滚子负荷为：

$$Q_{\max} = \frac{4.08Fr}{Z} = 7658N \quad (2.13)$$

$$q = \frac{Q_{\max}}{l_e} = 403 \text{ N/mm} \quad (2.14)$$

$$\sum \rho_i = \frac{2}{d_i} + \frac{2}{d_w} = 0.138 \text{ mm} \quad (2.15)$$

$$b = 3.34 \times 10^{-3} \sqrt{\frac{q}{l_e \sum \rho}} = 4.3 \times 10^{-2} \text{ mm} \quad (2.16)$$

对于轴承钢制滚动轴承，线接触的接触应力和变形的计算公式为：

$$\delta_i = 3.83 \times 10^{-5} \frac{Q^{0.9}}{l_e^{0.8}} = 11.4 \times 10^{-3} \text{ mm} \quad (2.17)$$

$$p_0 = \sqrt{\frac{2q \sum \rho}{\pi \left( \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right)}} = 190.6 \sqrt{q \sum \rho} = 1421.8 \text{ MPa} \quad (2.18)$$

该处所求为滚子与内圈的接触应力和变形，滚子与外圈的求解方法相似。低速轴承的破坏通常是发生在滚子和内圈处，因此，本章未计算滚子与外圈的变形与应力。

## 2.5 本章小结

本章介绍了赫兹接触问题的基本理论及赫兹接触理论在滚动轴承分析计算中的应用，并以本课题研究的短圆柱滚子轴承为例，计算了接触应力和弹性变形量等。

### 第三章 直母线圆柱滚子轴承接触问题的有限元分析

#### 3.1 引言

机械中各个零部件之间的力的传递，总是通过两零件的接触来实现的。接触问题一直是非线性问题中的难点之一，是普遍存在的力学问题。例如汽车车轮和路面的接触，火车车轮和铁轨的接触，发动机活塞和气缸的接触，轴和轴承的接触，齿轮传动过程中齿面的接触，以及本文分析的轴承滚子与内、外圈滚道的接触等，可以说是无处不在。除了共形面（即两相互接触面的几何形状完全相同，处处贴合）相接触的情况外，大量存在着异形曲面相接触的情况。这些异形曲面在未受到外力作用时的初始接触情况，不外乎是线接触和点接触，但是受力后，由于材料的变形，接触状态会发生改变<sup>[9,30]</sup>。接触过程中两个物体在接触界面上的相互作用是复杂的力学现象，同时也是接触部位经常产生损伤直至破坏的重要原因。随着计算机的发展和数值计算技术的不断完善，有限元法成为分析接触问题的有力工具，使接触问题的数值模拟得到了可能，也促进了滚动轴承三维数值仿真的发展<sup>[9]</sup>。

传统的圆柱滚子轴承其滚子的母线形状为直线，受载时两端会出现严重的边缘效应，形成接触压力的奇异分布区，是造成轴承的早期疲劳失效的主要因素<sup>[5]</sup>。赫兹弹性线接触理论是假设为无限长两圆柱的接触，其基本假设在许多场合是不成立的，不能解决如直母线滚子的“边缘效应”、柔性轴承的载荷分布、带凸度滚子和凸度滚道的接触问题等。因此，本章采用有限元方法模拟滚子与滚道间的应力分布和接触状态等，更加接近实际情况。

#### 3.2 有限元接触理论

接触非线性问题分为三种：材料非线性、几何非线性、边界的非线性，其中边界的非线性是接触问题特有的。接触界面非线性来源于两个方面<sup>[33]</sup>：

1. 几何非线性：其特点和难点在于接触区域的大小和接触状态事先未知，必须作为解的一部分而被确定；

2. 条件非线性：接触条件的内容包括：(1) 接触物体不可相互侵入；(2) 接触力的法向分量只能是压力；(3) 切向接触的摩擦条件。这些条件的特点是单边性的不等式约束，具有强烈的非线性。

##### 1) 接触界面模型

图 3.1 表示两个物体 A 和 B 相互接触的情形， ${}^0V^A$  和  ${}^0V^B$  是它们接触前的位形， ${}^tV^A$  和  ${}^tV^B$  是它们在  $t$  时刻相互接触时的位形； ${}^tS_C$  是该时刻两物体相互接触的界面，此界面在两个物体中分别是  ${}^tS_C^A$  和  ${}^tS_C^B$ 。

在每一时刻接触界面 $'S_C$ 上的每一点建立局部笛卡儿坐标系 $x'$ 、 $y'$ 、 $z'$ 。它的三个方向的单位向量分别是 $'e_1$ 、 $'e_2$ 、 $'e_3$ ，如图 3.2 所示，其中 $'e_1$ 和 $'e_2$ 位于 $'S_C^B$ 的切平面内， $'e_3$ 垂直于 $'S_C^B$ ，并指向它的外法线方向，即 $'e_3$ 是 $'S_C^B$ 的单位法向量 $'n^B$ 。它们之间存在如下关系：

$$'n^B = 'e_3 = 'e_1 \times 'e_2 \quad (3.1)$$

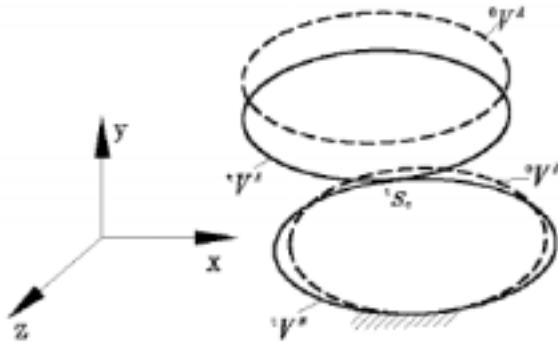


图 3.1 两个物体相互接触

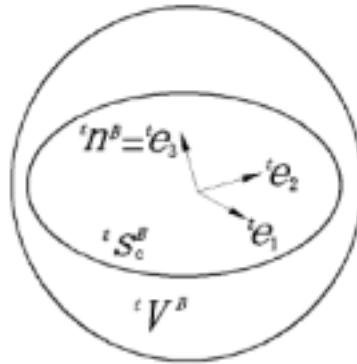


图 3.2 接触界面上的局部坐标

将 $t$ 时刻相互接触的两个物体分开一定的距离，如图 3.3 所示。接触面 $'S_C^A$ 和 $'S_C^B$ 上在 $'S^B$ 相互接触的两个点( $P$ 和 $Q$ )称为接触点对，作用于 $P$ 点和 $Q$ 点的接触力分别为 $'F_P^A$ 和 $'F_Q^B$ 。接触点的瞬时速度分别是 $'V^A$ 和 $'V^B$ 。则在该点的接触力在局部坐标系中可以表示为：

$$'F^r = 'F_N^r 'n^B + 'F_1^r 'e_1 + 'F_2^r 'e_2 = 'F_N^r + 'F_T^r \quad (3.2)$$

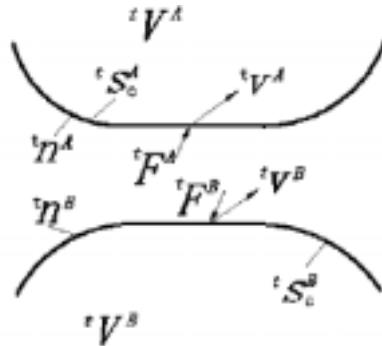


图 3.3 接触界面上的力和位移

## 2) 法向接触条件

法向接触条件是判定物体是否进入接触以及已经进入接触应该遵守的条件。此条件包括运动学条件和动力学条件两个方面：

## (1) 不可贯穿性

此条件是接触面间的动力学方面的条件。是指物体 A 和 B 的位形  $V^A$  和  $V^B$  在运动过程中不允许相互贯穿（侵入或覆盖）。设  ${}^t x_p^A$  为  ${}^t S^A$  上任一指定点 P 在时刻的坐标，该点至  ${}^t S^B$  面上最接近点  $Q({}^t x_p^B)$  的距离  $g$ ，如图 3.4 所示。

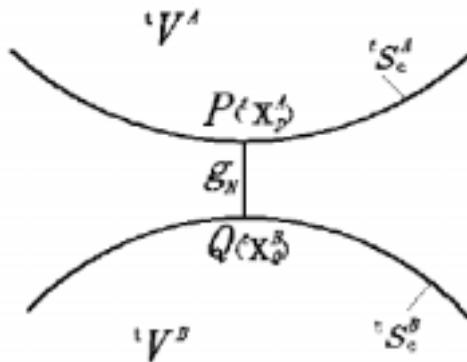


图 3.4 接触点对应点时间的距离

不可贯穿性的要求一般性地表示为：

$${}^t g_N = g({}^t x^A, t) = ({}^t x^A - {}^t x^B) \cdot {}^t n^B \geq 0 \quad (3.3)$$

## (2) 法向接触力为压力

此条件是接触面间动力学方面的条件。在不考虑接触面间的粘附或冷焊的情况下，它们之间的法向接触力只能是压力。所以法向接触力为压力的条件是：

$${}^t F_N^B \leq 0 \quad {}^t F_N^B \leq 0 = -{}^t F_N^B \geq 0 \quad (3.4)$$

## (3) 有摩擦的切向接触条件

在工程分析中，库仑摩擦模型因其简单和适用而被广泛应用。库仑摩擦模型认为切向接触力，即摩擦力  ${}^t F_T^A$  的数值不能超过它的极限值  $\mu |{}^t F_N^A|$ ：

$$|{}^t F_T^A| = \left[ ({}^t F_1^A)^2 + ({}^t F_2^A)^2 \right]^{1/2} \leq \mu |{}^t F_N^A| \quad (3.5)$$

其中： $\mu$  是摩擦系数； $|{}^t F_T^A|$  和  $|{}^t F_N^A|$  分别是切向和法向接触力的数值。

当  $|{}^t F_T^A| < \mu |{}^t F_N^A|$  时，接触面之间无切向相对滑动。

$$\text{即} \quad {}^t \bar{u} = {}^t u_T^A - {}^t u_T^B = 0 \quad (3.6)$$

当  $|{}^t F_T^A| = \mu |{}^t F_N^A|$  时，接触面之间发生切向相对滑动。

$$\text{即} \quad {}^t \bar{u} = {}^t u_T^A - {}^t u_T^B \neq 0 \quad (3.7)$$

## 3) 接触界面的定解条件和校核条件

接触分析中,最重要的区域是接触部分,接触条件是结构相互接触部分的位移和力的条件。假设物体A和B在t时刻的解已求,需求解 $t+\Delta t$ 时刻的解。由上述讨论接触面的条件可推得如下结论:

(1) 粘结接触时无相对滑动条件为:

$$u_N^A - u_N^B + \bar{g}_N = 0 \quad (3.8)$$

$$u_T^A - u_T^B = 0 \quad (3.9)$$

其校核条件为:

$$\left| {}^{t+\Delta t} F_N^A \right| > 0 \quad (3.10)$$

$$\left| {}^t F_T^A \right| - \mu \left| {}^t F_N^A \right| < 0 \quad (3.11)$$

当条件(3.10)不满足时,转为分离;当条件(3.11)不满足时,转为滑动。

(2) 滑动接触时相对滑动条件为:

$$u_N^A - u_N^B + {}^t \bar{g} = 0 \quad (3.12)$$

$$\left| {}^{t+\Delta t} F_T^A \right| - \mu \left| {}^{t+\Delta t} F_N^A \right| = 0 \quad (3.13)$$

其校核条件为:

$${}^{t+\Delta t} F_N^A > 0 \quad (3.14)$$

$$({}^t u_T^A - {}^t u_T^B) {}^{t+\Delta t} F_T^A \quad \left| {}^t u_T^A - {}^t u_T^B \right| > \varepsilon_d \quad (3.15)$$

当条件(3.14)不满足时,转为分离;当条件(3.15)不满足时,转为粘结;若不满足,则搜寻新的接触位置。

(3) 分离状态的定解条件为:

$${}^{t+\Delta t} F_T^A = {}^{t+\Delta t} F_T^B = 0 \quad (3.16)$$

其校核条件为:

$$({}^{t+\Delta t} x^A - {}^{t+\Delta t} x^B) {}^{t+\Delta t} n^B > \varepsilon_d \quad (3.17)$$

通过搜寻检查上列条件,若不满足,则转为粘结,并给出接触点对的位置。

#### 4) 接触问题的拉格朗日乘子法

Lagrange乘子法是用来求解带约束的函数或泛函的极值为提的方法。以之求接触问题的思路:由变分原理,在计算域 $\Omega$ 中,把接触约束条件中 $C(a)$ 与Lagrange乘子 $\lambda$ 相乘,然后与原结构势能一起构成一个修正泛函 $\Pi^*$ 。把接触问题转化为求修正泛函 $\Pi^*$ 的极值问题,即无约束泛函 $\Pi^*$ 的极值问题。由此得到最后考虑接触问题而引出有限元控制方程。

对于包含接触界面的接触问题,泛函可以表示为:

$$\Pi^* = \Pi_u + \Pi_{CL} \quad (3.18)$$

其中 $\Pi_u^*$ 表示不包括接触约束条件的势能泛函, $\Pi_{CL}^*$ 是用拉格朗日乘子法引入接触约束条件的附加泛函。将上述讨论的定解条件引入,得到其粘结接触状态的情况:

$$\Pi_{CL} = \int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} \left[ \lambda_N (u_N^A - u_N^B + \overline{g_N}) + \lambda_1 (u_1^A - u_1^B) + \lambda_2 (u_2^A - u_2^B) \right] dS \quad (3.19)$$

为了得到接触问题的求解方程，令  $\delta \Pi = 0$

$$\text{即 : } \delta \Pi = \delta \Pi_u + \delta \Pi_{CL} = 0 \quad (3.20)$$

$$\delta \Pi_{CL} = (\delta \Pi_{CL})_u + (\delta \Pi_{CL})_\lambda \quad (3.21)$$

$$\text{其中 : } (\delta \Pi_{CL})_u = \int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} [\lambda_J (\delta u_J^A - \delta u_J^B)] dS \quad (J=1,2,3\dots N) \quad (3.22)$$

$$(\delta \Pi_{CL})_\lambda = \int_{t+\Delta t}^{t+\Delta t} \left[ \delta \lambda_N (u_N^A - u_N^B + \overline{g_N}) + \delta \lambda_1 (u_1^A - u_1^B) + \delta \lambda_2 (u_2^A - u_2^B) \right] dS \quad (3.23)$$

$(\delta \Pi_{CL})_u$  和  $(\delta \Pi_{CL})_\lambda$  分别是  $\delta \Pi_{CL}$  对于位移增量和拉格朗日乘子进行变分而引起的部分。

考虑到  $\delta u_J^A$ ,  $\delta u_J^B$  和  $\delta \lambda_J$   $J=1,2,3\dots N$  变分的任意性，因而从  $\delta \Pi = 0$  可以得到：

$$\delta \Pi_u + (\delta \Pi_{CL})_u = 0 \quad (3.24)$$

从而得到：粘结状态下接触面  $S_C^A$  和  $S_C^B$  上的接触力为：

$$F_J^A = -\lambda_J \quad F_J^B = \lambda_J \quad (J=1,2,3\dots N) \quad (3.25)$$

有摩擦的滑动接触状态为：

$$|F_T^A| = \mu |F_N^A| \quad (3.26)$$

$$\lambda_J = -\lambda_u \overline{u_J} / \overline{u_T} \quad (3.27)$$

### 5) 拉格朗日乘子法的有限元求解方程

(1) 粘结接触状态：

$$\begin{pmatrix} {}^t K_L + {}^t K_{NL} & K_{c\lambda} \\ K_{cu}^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ {}^{t+\Delta t} \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{t+\Delta t} Q_L - {}^t F \\ -\overline{g} \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

(2) 有摩擦滑动接触状态：

$$\begin{pmatrix} {}^t K_L + {}^t K_{NL} & K_{c\lambda} \\ K_{cu}^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ {}^{t+\Delta t} \lambda_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} {}^{t+\Delta t} Q_L - {}^t F \\ -\overline{g_N} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

(3) 无摩擦滑动接触状态：

$$K_{c\lambda} = K_{cu}^T \quad (3.30)$$

对面 - 面的接触单元，程序可以使用扩增的拉格朗日算法或罚函数方法，通过使用单元关键字 KETOPT(2) 来指定。扩增的拉格朗日算法是为了找到精确的拉格朗日乘子而对罚函数修正项进行反复迭代，与罚函数的方法相比，拉格朗日方法不易引起病态条件，对接触刚度的灵敏度较小，然而，在有些分析中，扩增的拉格朗日方法可能需要更多的迭代，特别是在变形后网格变得太扭曲时。

执行一个典型的非线性接触分析的基本流程如图 3.5 所示：

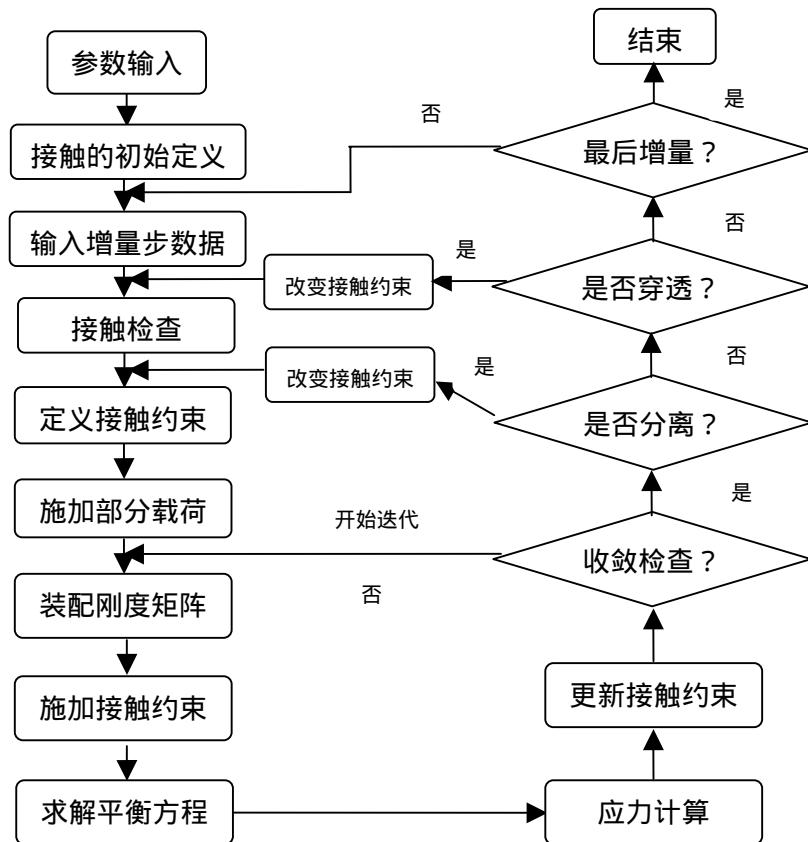


图 3.5 非线性接触分析的流程图

### 3.3 接触问题的 ANSYS 求解方法

接触问题是一种高度非线性行为，需要较大的计算资源，为了进行实用有效的计算，理解问题的特性和建立合理的模型是很重要的。

接触问题存在两个较大的难点：其一，在你求解问题之前，你不知道接触区域，表面之间是接触或分开是未知的，突然变化的，这随载荷、材料、边界条件和其它因素而定；其二，大多的接触问题需要计算摩擦，有几种摩擦和模型供你挑选，它们都是非线性的，摩擦使问题的收敛性变得困难。

#### 3.3.1 接触分析的分类

接触问题分为两种基本类型：(1) 刚体—柔体的接触；(2) 柔体—柔体的接触。

在刚体—柔体的接触问题中，接触面的一个或多个被当作刚体，(与它接触的变形体相比，有大得多的刚度)。一般情况下，一种软材料和一种硬材料接触时，问题可以被假定为刚体—柔体的接触，许多金属成形问题归于此类接触；另一类，柔体—柔体的接触，是一种更普遍的类

型，在这种情况下，两个接触体都是变形体（有近似的刚度）。

在本文的非线性接触分析中，由于材料的性能相近，而且同时受力，共同产生变形，所以采用的是柔体 - 柔体的接触方式。

ANSYS 支持三种接触方式：点 - 点，点 - 面，面 - 面，每种接触方式使用的接触单元适用于某类问题。为了给接触问题建模，首先必须认识到模型中的哪些部分可能会相互接触，如果相互作用的其中之一是一点，模型的对立应组元是一个结点。如果相互作用的其中之一是一个面，模型的对应的组元是单元，例如梁单元，壳单元或实体单元，有限元模型通过指定的接触单元来识别可能的接触对，接触单元是覆盖在分析模型接触面之上的一层单元，下面分类详述使用 ANSYS 中接触单元的具体方法和过程<sup>[34]</sup>。

### 1) 点 - 点接触单元

点 - 点接触单元主要用于模拟点 - 点的接触行为，为了使用点 - 点的接触单元，你需要预先知道接触位置，这类接触问题只能适用于接触面之间有较小相对滑动的情况（即使在几何非线性情况下）。

如果两个面上的结点一一对应，相对滑动又以忽略不计，两个面挠度（转动）保持小量，那么可以用点 - 点的接触单元来求解面 - 面的接触问题，过盈装配问题是一个用点 - 点的接触单元来模拟面 - 面的接触问题的典型例子。

### 2) 点 - 面接触单元

点 - 面接触单元主要用于给点 - 面的接触行为建模，例如两根梁的相互接触。

如果通过一组结点来定义接触面，生成多个单元，那么可以通过点 - 面的接触单元来模拟面 - 面的接触问题，面即可以是刚性体也可以是柔性体，这类接触问题的一个典型例子是插头到插座里。

使用这类接触单元，不需要预先知道确切的接触位置，接触面之间也不需要保持一致的网格，并且允许有大的变形和大的相对滑动。

Contact48 和 Contact49 都是点 - 面的接触单元，Contact26 用来模拟柔性点 - 刚性面的接触，对有不连续的刚性面的问题，不推荐采用 Contact26 因为可能导致接触的丢失，在这种情况下，Contact48 通过使用伪单元算法能提供较好的建模能力。

### 3) 面 - 面的接触单元

ANSYS 支持刚体 - 柔体的面 - 面的接触单元，刚性面被当作“目标”面，分别用 Targe169 和 Targe170 来模拟 2-D 和 3-D 的“目标”面，柔性体的表面被当作“接触”面，用 Conta171, Conta172, Conta173, Conta174 来模拟。一个目标单元和一个接单元叫做一个“接触对”程序通过一个共享的实常数来识别“接触对”，为了建立一个“接触对”给目标单元和接触单元指定相同的实常数。

与点 - 面接触单元相比，面 - 面接触单元有好几项优点：

- (1) 支持低阶和高阶单元，支持有大滑动和摩擦的大变形，协调刚度阵计算，单元提法不对称刚度阵的选项。
- (2) 提供工程目的采用的更好的接触结果，例如法向压力和摩擦应力；
- (3) 没有刚体表面形状的限制，刚体表面的光滑性不是必须允许有自然的或网格离散引起的表面不连续。
- (4) 允许多种建模控制。

面 - 面接触分析中，在涉及到两个边界的接触问题中，很自然把一个边界作为“目标”面而把另一个作为“接触”面，对刚体 - 柔体的接触，“目标”面总是刚性的，“接触”面总是柔性面，这两个面合起来叫做“接触对”使用 Targe169 和 Conta171 或 Conta172 来定义 2-D 接触对，使用 Targe170 和 Conta173 或 Conta174 来定义 3-D 接触对，程序通过相同的实常数号来识别“接触对”。

#### 4) 建模和网格划分的注意点

一个目标面可能由两个或多个面的区域组成，应该尽可能地通过定义多个目标面来使接触区域局部化（每个目标面有一个不同的实常数号）刚性目标面上的离散能足够描述出目标面的形状，过粗的网格离散可能导致收敛问题。如果刚性面有一个实的凸角，求解大的滑动问题时很难获得收敛结果，为了避免这些建模问题，在实体模型上，使用线或面的倒角来使尖角光滑化，或者在曲率突然变化的区域使用更细的网格。

### 3.3.2 接触分析的步骤

本文采用面 - 面接触分析。执行一个典型的面 - 面接触分析的基本步骤如下<sup>[34]</sup>：

- (1) 建立模型，并划分网格；
- (2) 识别接触对；
- (3) 定义刚性目标面；
- (4) 定义柔性接触面；
- (5) 设置单元关键字和实常数；
- (6) 定义 / 控制刚性目标面的运动；
- (7) 给定必须的边界条件；
- (8) 定义求解选项和载荷步；
- (9) 求解接触问题；
- (10) 查看结果。

### 3.4 直母线圆柱滚子轴承的有限元分析

#### 3.4.1 问题概述

传统的圆柱滚子轴承其滚子的母线形状为直线，滚子与滚道的相互作用线不是等长的，则在接触的边缘区域材料的变形量发生了变化。接触面的形状也发生了变化，不再是矩形，线接触的线扩展后的形状是两端小，中间大。如果单位截面上的压力不变，则压应力就要从中部向两端递减，两端会出现严重的边缘效应，如图3.6所示，形成接触压力的奇异分布区，这是造成轴承的早期疲劳失效的主要因素<sup>[35]</sup>。

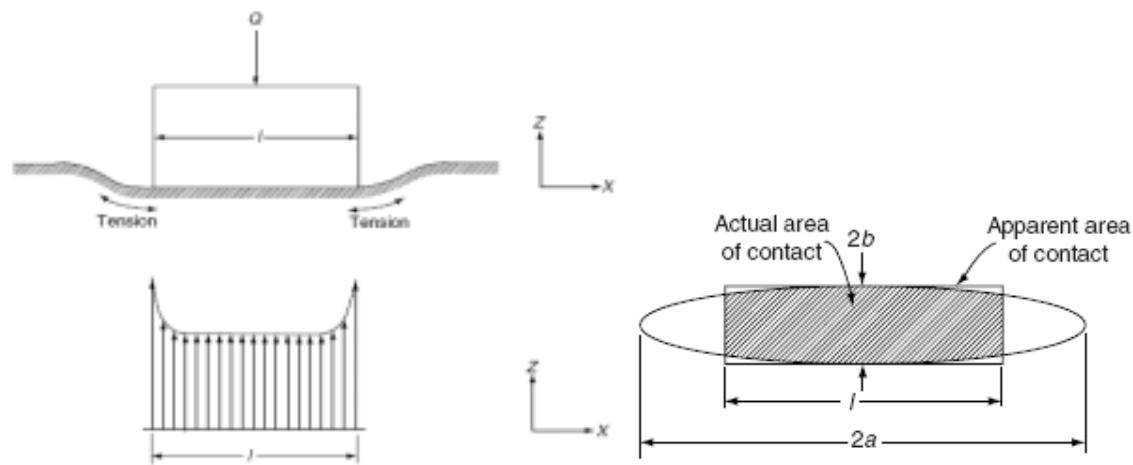


图 3.6 直母线滚子的载荷分布

赫兹弹性线接触理论是假设为无限长两圆柱的接触，无法解决边缘效应的问题，使采用赫兹理论计算的应力值小于实际边缘应力，因此采用有限元方法模拟滚子与滚道间的应力分布和接触状态等，更加接近实际情况。

研究表明<sup>[29,35]</sup>，轴承的寿命约与应力的 7~9 次方成反比，边缘效应的产生使轴承的疲劳寿命大大降低。由此可见，要想延长轴承的使用寿命，就应该消除边缘应力集中现象，降低最大应力值。因此，对滚动轴承的滚动体与内外圈进行应力分析具有十分重要的意义。

#### 3.4.2 建立模型

本章以 NU311 短圆柱滚子轴承为例来研究。

由于滚子与内外圈的接触属于非线性问题，为了得到相对准确的结果，必须在接触部位需要划分高密度的网格。然而，如果对整个模型进行研究，网格数量大且耗时长。根据接触力学理论并考虑轴承的结构受载特点可知，轴承最下端的滚子所受载荷最大，因此只取该滚子的四分之一有限元模型，大大降低了分析的时间，见图 3.7。

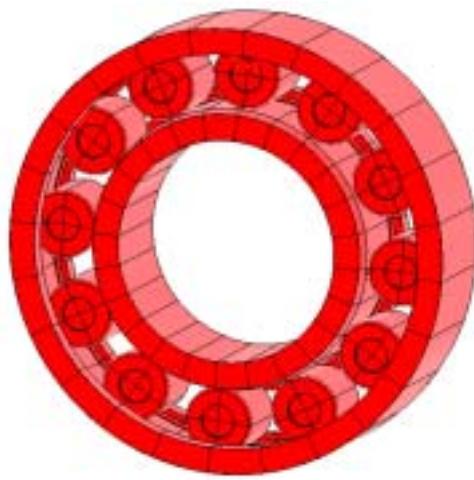


图 3.7a 完整模型

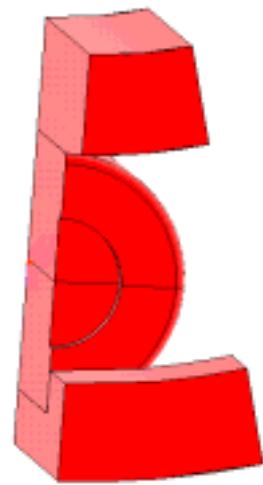


图 3.7b 简化模型

图 3.7 圆柱滚子轴承的模型

### 3.4.3 网格的划分

在有限元分析中，良好的网格划分是结果精度的保证。接触问题是非线性问题，而且其接触半径很小，所以网格划分是一个十分关键的问题。在进行网格划分时，单元长度一般取小于接触半径的一半为宜<sup>[10]</sup>。本文采用精度较高且相对节省资源的八节点六面体SOLID45单元，将接触部位划分较细以保证计算结果的精度。但对于接触非线性问题，需要因反复的进行迭代而需要大量的计算时间，所以在保证网格收敛性的情况下，对于不关心且对计算结果影响不大的部位的划分网格相对粗糙，以节省计算时间。

进行网格划分后，简化的有限元模型共有21779个单元和24800个节点，如图3.9。

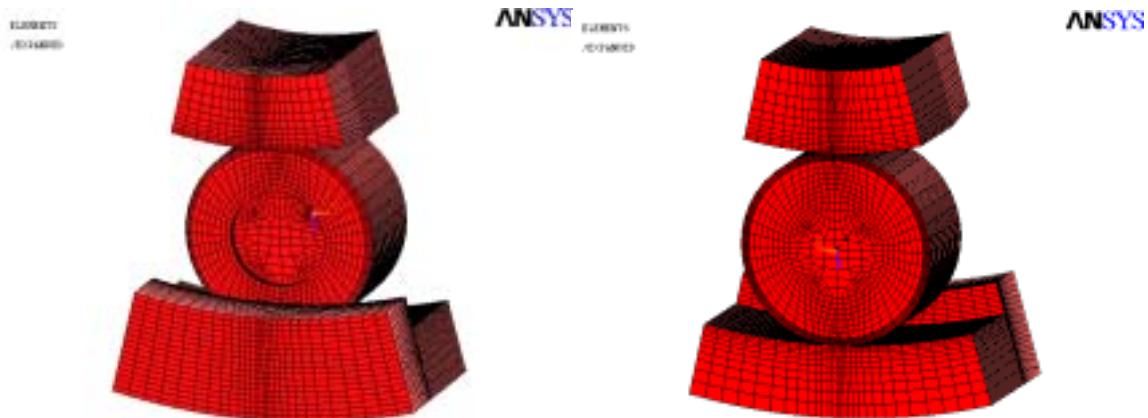


图 3.8 有限元模型

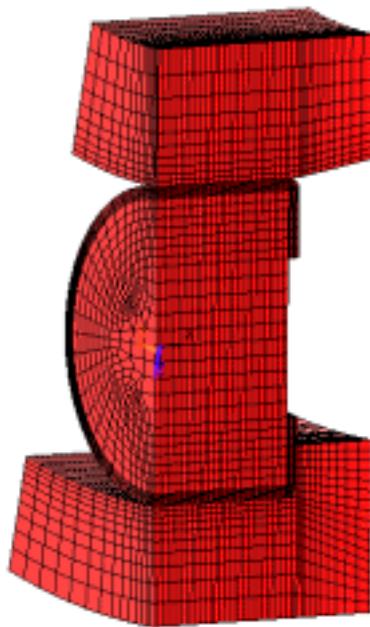


图 3.9 简化的有限元模型

#### 3.4.4 创建接触对

选取接触单元为CONTA174单元，目标面单元为TARGE170单元，它们为覆盖在接触的实体单元上面的辅助单元。利用接触向导创建出滚子与内圈、外圈两个接触对，为面 - 面接触，定义接触选项和设定相关的实常数，经过反复调试得到合理的接触刚度。接触模型中共有600个目标单元和560个接触单元，滚子与内、外圈滚道的接触对模型如图3.10。

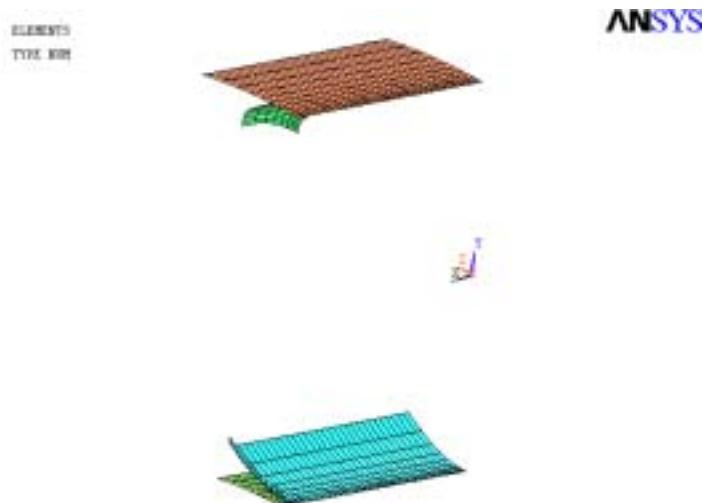


图 3.10 滚子与内外圈的接触对模型

### 3.4.5 接触刚度的调试

选择一个好的接触刚度需要反复调试，具体步骤如下：

- (1) 开始时采用一个“软的”FKN可以帮助克服收敛困难；
- (2) 求解，检查对分析比较重要的一些结果，如等效应力；
- (3) 增大 FKN 并重新求解；
- (4) 再检查结果；
- (5) 重复步骤 3 和 4，直到达到所预期的收敛，确定出合理的 FKN 值（超过改值时，等效应力不发生显著的改变）。

### 3.4.6 求解设置与施加边界条件

合理的求解设置是进行非线性有限元分析，得到收敛结果的基础。对于大多数面-面的接触分析应该考虑使用的选项如下：

- (1) 打开自动时间步长，关掉自适应下降因子。时间步长必须足以描述适当的接触，如果时间步太大，则接触力的光滑传递会被破坏，设置精确时间步长的可信赖的方法是打开自动时间步长；
- (2) 设置合理的平衡迭代次数，一个合理的平衡迭代次数通常在25和50之间；
- (3) 开启线性搜索选项。因为大的时间增量会使迭代变得不稳定，使用线性搜索选项来使计算稳定。
- (4) 开启FULL Newton - Raphson选项。如果在迭代期间接触状态变化，可能发生不连续，为了避免收敛太慢，使用修正的刚度矩阵，在每一步载荷增量内用FULL Newton - Raphson求解，这种方法一个很大的优点是可以追踪结构的接触和变形。

施加合理的边界条件非常重要，是进行任何有限元分析得到正确结果的保证。

根据滚子轴承的受载特点，无游隙和预紧时最下面滚子的受力计算式为（见第二章）：

$$Q = \frac{4.08 \times Fr}{Z} \quad (3.31)$$

边界条件：对 1/4 模型切割部分的几个面上施加对称位移约束，外圈外表面完全固定，滚子和内圈施加 X 方向的位移约束，在柱坐标下施加 Y 方向的位移约束；内圈内表面施加均布载荷，考虑了内圈弯曲变形的影响；依据公式(3.31)计算得到径向载荷，施加于内圈内表面。计算中仅考虑径向载荷的影响。

### 3.4.7 结果分析

轴承在Y方向（径向）的位移云图如下：

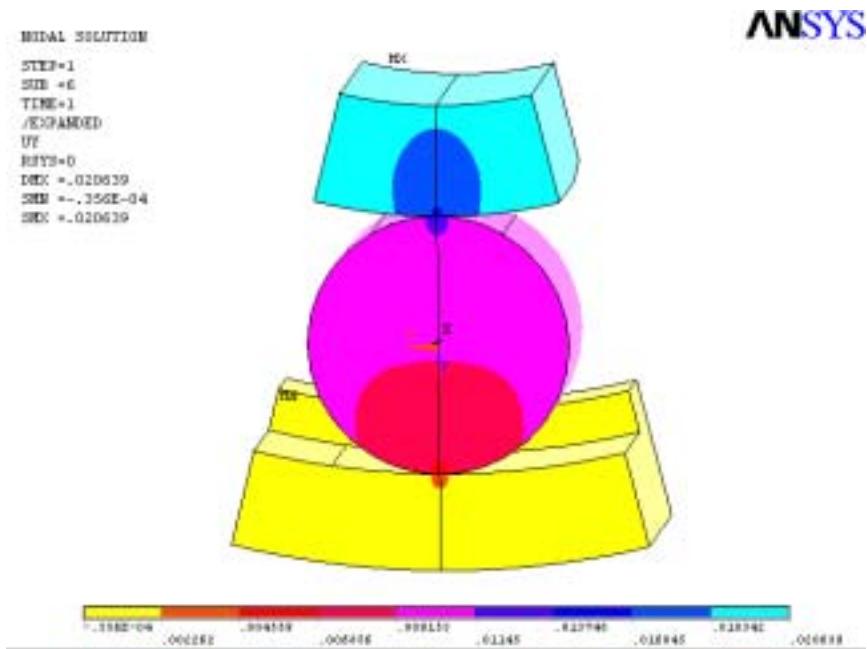


图 3.11 轴承 y 方向 (径向) 的位移云图

由图3.11可知，在径向载荷的作用下，轴承的弹性趋近量为 $20.6 \mu\text{m}$ 。

### 轴承的滚子在Y方向（径向）的位移云图：

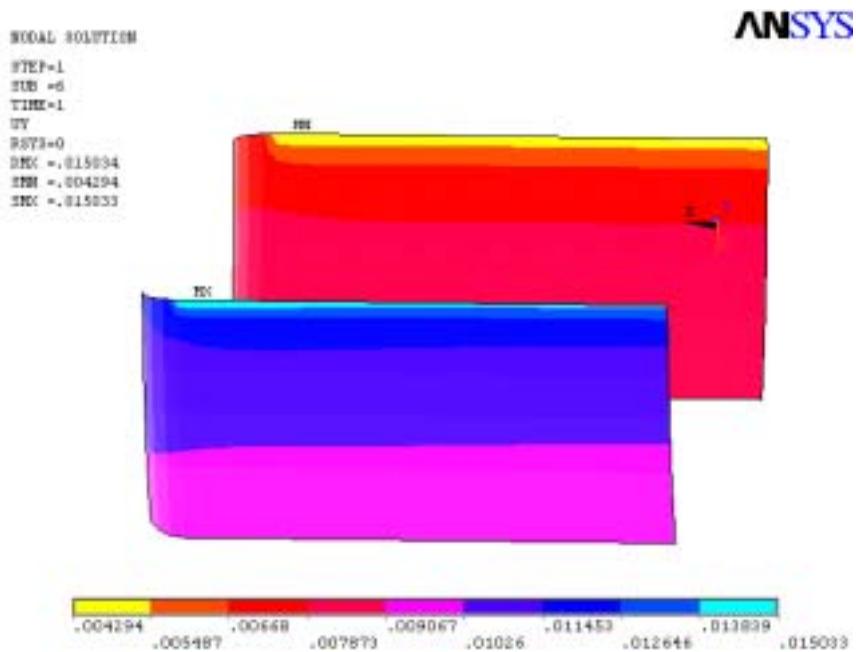


图 3.12 滚子 y 方向 (径向) 的位移云图

沿着滚子长度和直径方向各定义一条路径，径向位移  $UY$  映射到该路径上，如图 3.13。

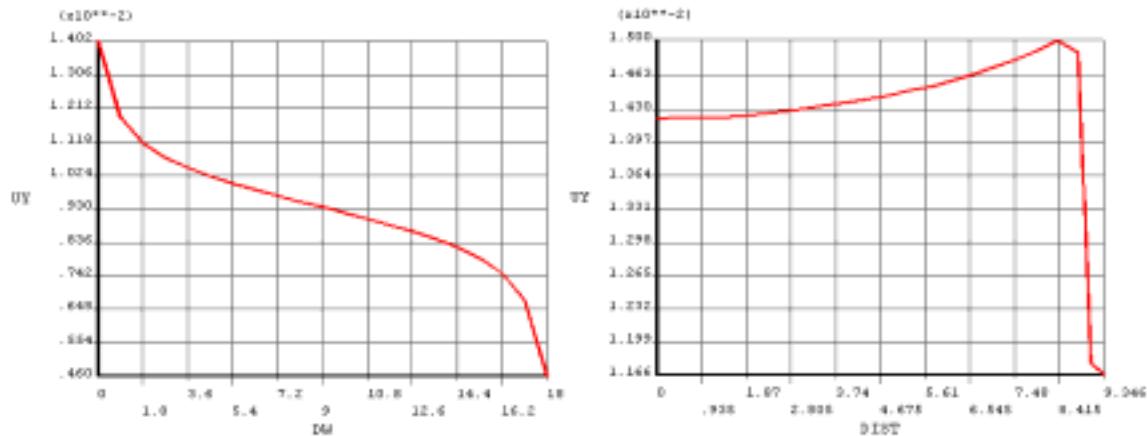


图 3.13a 沿滚子直径方向上的径向位移

图 3.13b 沿滚子长度方向上的径向位移

图 3.13 沿滚子直径和长度方向上的径向位移

轴承内部的等效应力云图：

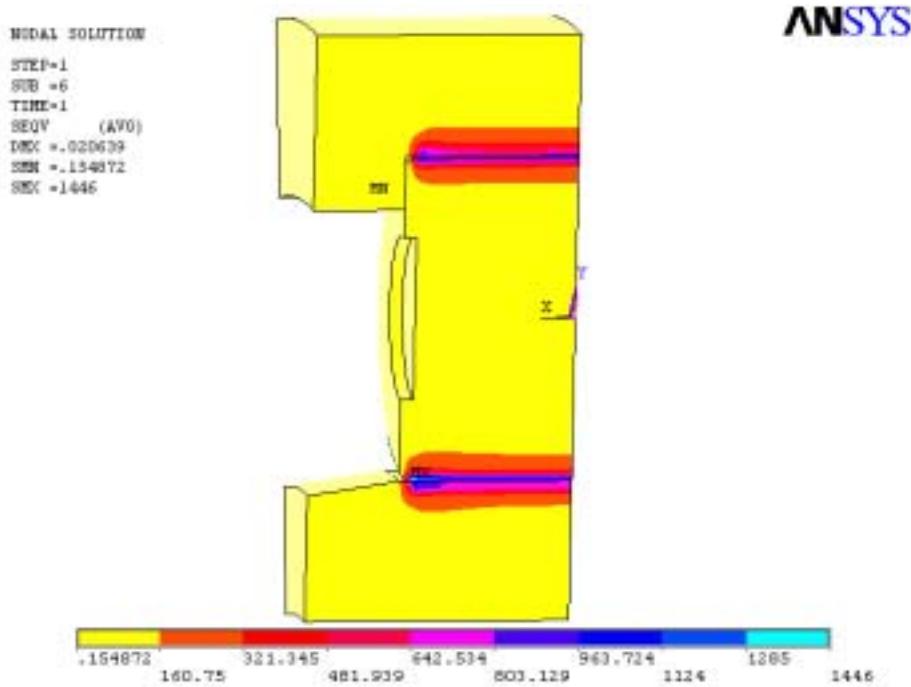


图 3.14 等效应力云图

从图 3.13 中看出，最大等效应力为  $1446MPa$ ，发生在滚子母线的两端且有应力集中现象，滚子与内圈处的等效应力大于外圈，应力分布情况与实际相符合。

接触状态的云图：

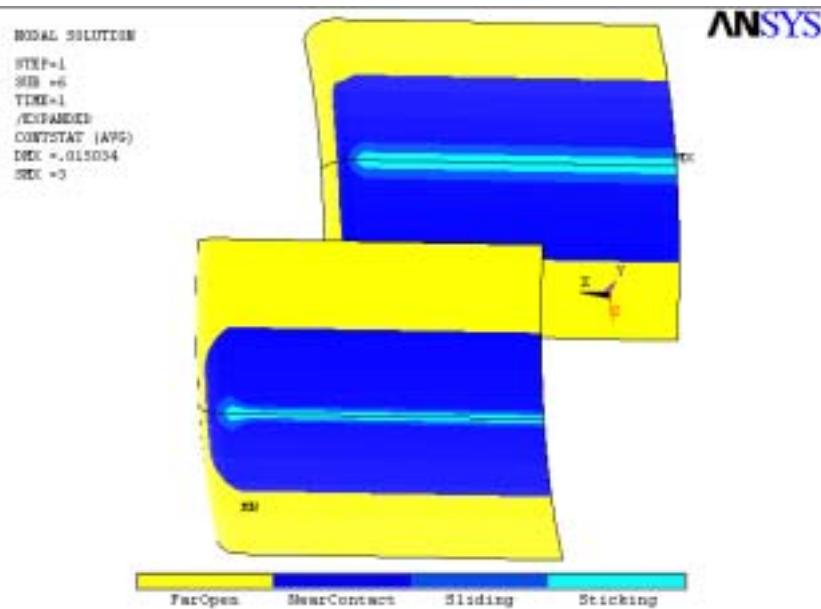


图 3.15 接触状态云图

从图 3.15 中可得该设计载荷下滚子与内、外圈的接触情况，滚子与外圈的接触区域大于与内圈的接触区域。

滚子的接触应力云图：

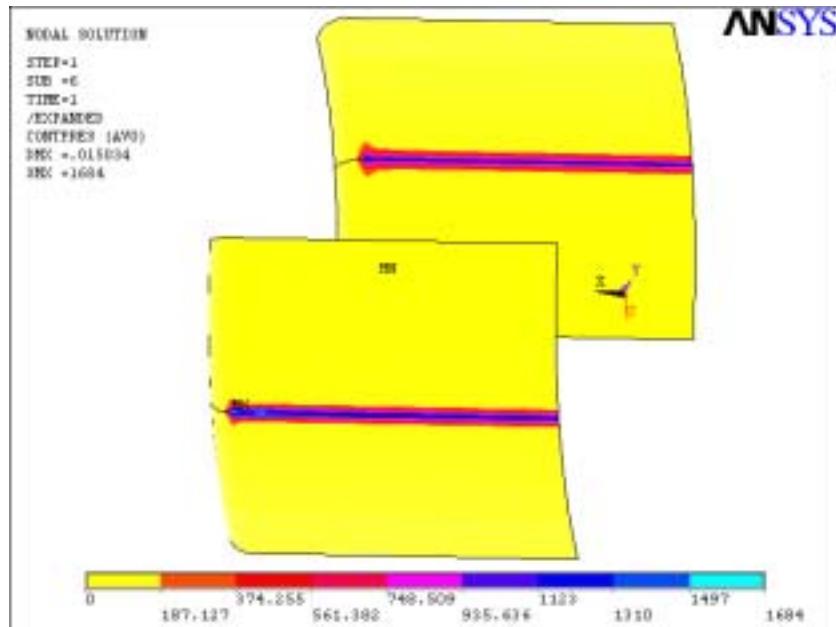


图 3.16 接触应力云图

沿着滚子长度的轴向定义一条路径，并将滚子的接触应力映射到该路径上，得到沿滚子母线方向的应力分布，如图 3.17。

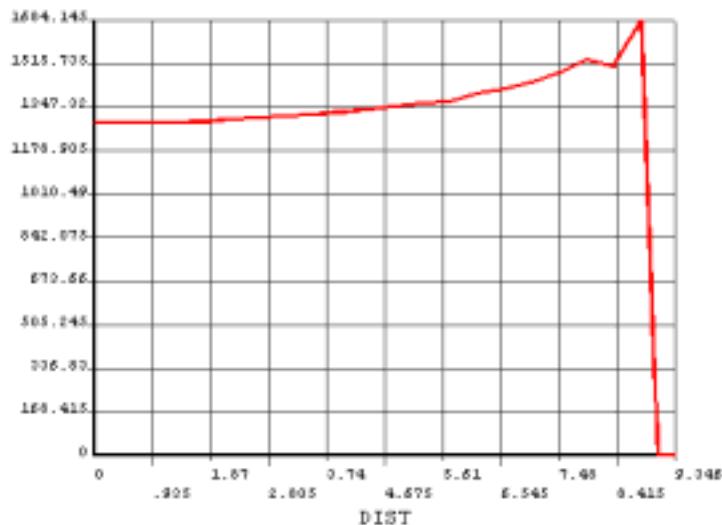


图 3.17 沿滚子长度方向的接触应力曲线

图 3.17 中横坐标为滚子沿轴向(母线方向)的距离, 横坐标原点是滚子中截面上的点; 纵坐标为接触应力的值。由图 3.16 和图 3.17 可知, 滚子中间的接触应力为 1347MPa, 并且中间应力分布比较均匀, 向两端缓和变化, 而达到端部时应力突然增大到 1684MPa, 产生了“边缘效应”, 应力分布情况与实际相符合。“边缘效应”大大降低了轴承的承载能力和使用寿命, 应该克服该现象的产生。

有限元法与赫兹理论的计算结果比较如表 3.1 所示。

表 3.1 有限元法和赫兹理论的结果比较

赫兹理论	有限元法	误差
接触应力/MPa	1421.8	1347.3

从表 3.1 中可知, 用 ANSYS 计算的结果与赫兹接触的理论解相差不大。因为赫兹接触理论赫兹弹性线接触理论是假设为无限长两圆柱的接触, 计算的应力为理想的均匀分布, 而有限元计算的结果有边缘应力并考虑了套圈的变形, 造成二者的结果有一定的误差。由此说明, 用 ANSYS 求解轴承的接触问题是可行的, 并且更加接近实际情况。同时证明了该有限元接触模型的网格划分、接触算法及边界条件的正确性和收敛性, 为后面的设计分析提供了基础和保证。

### 3.5 本章小结

本章介绍了利用有限元方法解决工程中接触问题的基本理论, 以及有限元分析软件 ANSYS 在求解接触问题的一般方法和基本步骤, 并比较了几种接触算法的优缺点。阐述了轴承边缘应力产生的原因, 造成了轴承的早期疲劳失效。

以本课题的 NU311 短圆柱滚子轴承为例来研究, 根据结构特点, 研究对象选取轴承中受载

荷最大滚子的四分之一，用 ANSYS 建立模型，合理的划分网格、创建接触对、施加边界并求解，对直母线滚子轴承的接触问题进行了数值模拟，得到的应力分布与实际情况相符。将有限元分析的结果与第二章 Hertz 理论的解析解做了比较，接触应力的误差为 5.2%，验证了三维接触模型的网格划分、接触算法及边界条件的正确性和收敛性，为后面的设计分析提供了基础。同时，进一步表明有限元法在解决接触问题是有效的。

## 第四章 凸度设计和 ANSYS 的二次开发

### 4.1 引言

圆柱滚子轴承主要应用于高刚度、重负荷的工程设计中。目前，我国圆柱滚子轴承的使用寿命仅相当于发达国家同类产品的  $1/8 \sim 1/12$ ，滚子的破坏比国内外分别占 80% 和 34.5%<sup>[36]</sup>，其主要原因之一是国内轴承大都不带凸度或凸度设计不合理，致使直母线滚子轴承在运转过程中滚子两端边缘压力奇异分布（即边缘效应），使滚子两端过早疲劳磨损而失效。

凸度技术的应用是改变这一现象的有效措施。理论和实践均表明，滚子表面的几何特性，或者说其母线的形状对其承载能力和接触疲劳寿命有决定性的影响。从凸型设计到制造、检测技术，我们称之为“凸度技术”。凸度技术的应用能有效地改善滚动接触区的压力分布，减小或消除滚子边缘压力集中，减小温升，有利于形成弹性流体润滑，从而降低轴承的振动和噪声，提高轴承的使用寿命，技术、经济效益巨大。因此，凸度技术已是圆柱滚子轴承优化设计不可缺少的技术。

### 4.2 滚子轴承的凸度设计

滚子凸度设计包含凸型设计和凸度量计算两部分，其中凸型研究是滚子凸度设计应用的基础。以有限长圆柱滚子与弹性半无限体接触为例，介绍滚子凸型对接触压力分布特性的影响。

目前在行业上普遍认同的凸度滚子轴承的母线形状一般有3种<sup>[36]</sup>：圆弧全凸型、部分凸度型和对数曲线型。

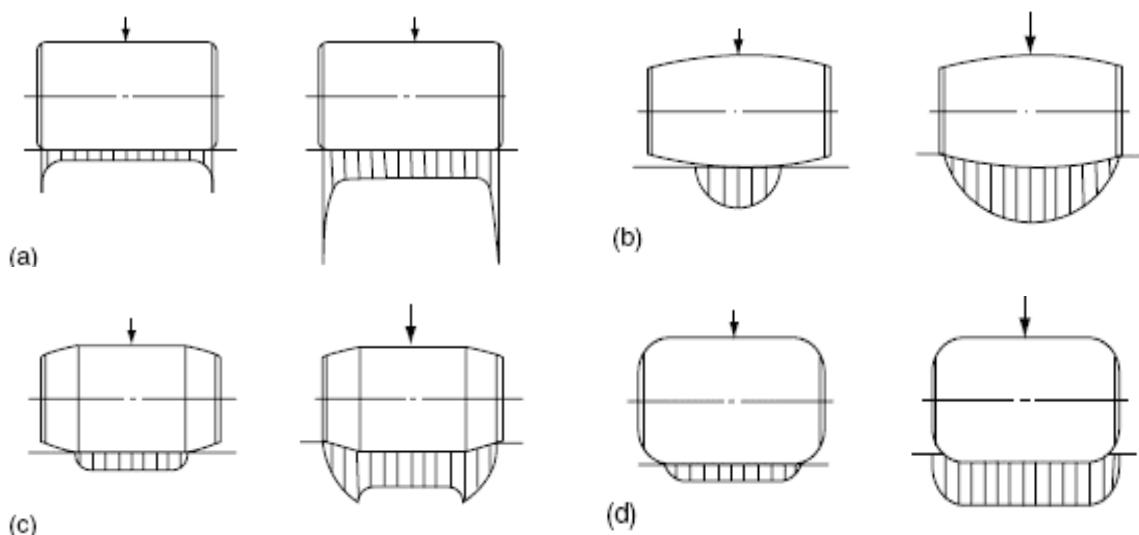


图 4.1 几种不同修型母线的滚子在轻载和重载时的载荷分布

a) 直线型滚子

由于滚子两端有突变的倒角，近似于直角边缘，两端出现严重的边缘效应，压力急剧增大，接触区域急剧扩展，形成了接触压力的奇异分布区，造成该处的早期疲劳失效。当受到偏载荷时，滚子的边缘效应急剧增大。因此在直母线圆柱滚子轴承安装时，不允许歪斜，否则轴承会很快地疲劳损坏。

b) 圆弧型滚子

当凸度半径取值合理时，即凸度量选择合理，滚子全长接触并且两端无边缘效应。但接触具有点接触的本质，接触区域为椭圆，接触压力按半椭球规律分布并容易引起倾斜。也正是由于此特点，它能适应一定的偏载负荷，这是此种凸度滚子的最大特点。

c) 直线加圆弧型

这种形状的母线，在轻载荷下，接触压应力小于圆弧型在同样载荷下的压应力；在重载荷下，与圆弧型滚子相比，这种凸度的滚子其接触面中心区域的应力比较低，但如果对直线与圆弧的过渡区处理不当，会在相交处出现应力集中，同样会降低耐久性，在工艺上对过渡区的处理提出了更高的要求，这也是这种曲线的一个缺点。

d) 对数母线型滚子

该曲线在中部70%的长度上接近于直线，在滚子两端曲率变化很快，接触压力沿长度方向均匀分布，是最为理想的压力分布，最有利于承载。当受偏载荷时，它的压力分布更优于上述各种凸型的滚子。因此，从理论上来说对数母线滚子是最理想的凸度滚子。

虽然说对数曲线是目前的理想修型曲线，但其对机械加工工艺的要求相当高，结合我国轴承行业当前的工艺水平，并考虑经济成本，目前在行业中被普遍采用的修型形状为圆弧型的母线形状<sup>[36,37]</sup>。

凸度量的大小直接影响应力的分布状况，凸度量小无法解决边缘应力，而凸度量过大会影响轴承的角刚度，同样会影响应力分布的均匀性，对轴承的装配精度又提出较高要求。

滚子的最佳凸度量与滚子所承受的最大滚动体载荷有关，滚子载荷越大，凸度量也越大。对于特殊使用的专用轴承，可以直接按轴承的工作载荷进行设计。但对于一般通用轴承，由于其应用范围广，无法事先确定其所承受的载荷，而且在工艺制造上和经济方面也不允许一种轴承的滚子给出几种不同的凸度量，因此，通用轴承滚子凸度量的合理选用就成为一个重要的问题。

合理选用凸度量的原则为<sup>[37]</sup>：(1) 最大限度地减小应力集中，提高轴承的承载能力，延长轴承使用寿命。(2) 力求加工制造的可能性和技术经济的合理性。

### 4.3 滚子凸度的近似计算方法

#### 4.3.1 切片法

切片法是计算沿滚子与滚道接触线的负荷分布的一种数值计算法<sup>[38]</sup>。切片法计算中，假想地将滚子沿轴线均匀地切成若干相互独立的薄圆片，在负荷作用下变形时，各圆片是相互独立的，彼此之间没有切应力作用，但是，变形后各圆片的中心仍保持在滚子的中心线上。依此建立计算模型。

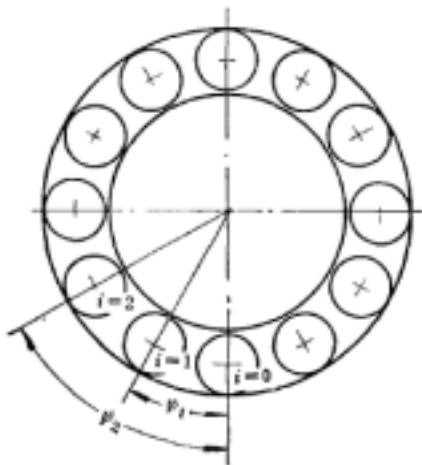


图 4.2a 滚子在轴承中的分布

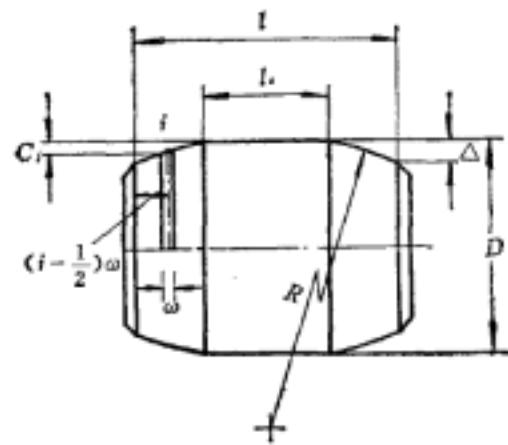


图 4.2b 带凸度的滚子

图 4.2 凸度滚子轴承的切片法模型

如图 4.2 所示的圆柱滚子轴承，令其滚子有直线加圆弧型的修型母线（当直线部分为 0 时即为圆弧型母线，直线部分为 1 即为直母线），滚子的几何参数示于图 4.2b。将滚子切成  $n$  片，每片宽度  $w$ ，即  $l = mw$ ，并近似地将每片都看作为圆柱形的薄片，取圆片的中间截面直径为其代表直径。然后，自左至右对各圆片标以序数  $i (1 \dots n)$ 。变形前，圆片与滚道之间的间隙，也就是各圆片半径的减小量可以用数学的形式表示为：

$$C_i = (R^2 - L_s^2 / 4)^{1/2} - \left\{ R^2 - [L/2 - (i-1/2)w]^2 \right\} \quad 0 \leq (i-1/2)w \leq \frac{L-L_s}{2} \quad (4.1)$$

$$C_i = 0 \quad \frac{L-L_s}{2} \leq (i-1/2)w \leq \frac{L+L_s}{2} \quad (4.2)$$

$$C_i = (R^2 - L_s^2 / 4)^{1/2} - \left\{ R^2 - [(i-1/2)w - L/2]^2 \right\} \quad \frac{L-L_s}{2} \leq (i-1/2)w \leq L \quad (4.3)$$

由于滚子负荷  $Q$  的作用，滚子与滚道之间产生接触变形。根据 Palmgren 的经验公式<sup>[32]</sup>，有限长的钢圆柱体在钢制的半无限体之间受压时，圆柱体轴线与任一弹性半无限体之间的弹性趋近量  $\delta$  为：

$$\delta = K_a \frac{Q^{0.9}}{l^{0.8}} \quad (4.4)$$

负荷密度：

$$q = \frac{Q}{l} \quad (4.5)$$

整理得：

$$q = \frac{\delta^{1.11}}{K_a^{1.11} l_e^{0.11}} \quad (4.6)$$

其中： $Q$  为滚动体与内圈或外圈之间的接触负荷； $F_r$  为轴承所受径向载荷；

$K_a$  为滚动体与内圈或外圈之间的负荷-变形常数，与几何特征及材料有关；

$\delta$  为滚动体与内圈或外圈之间的接触弹性变形量。

圆柱滚子轴承在径向负荷  $Q$  作用下，轴承内、外滚道中心线在  $Q$  方向应有相对径向位移  $\delta_r$ ；

假定轴承套圈具有足够的刚度，除局部接触变形外没有其它形式的弹性变形，因此在与  $Q$  呈角度  $\psi_j$  处，内外滚道的相对位移，如图 4.3。

$$u_j = \delta_r \cos \psi_j \quad (4.7)$$

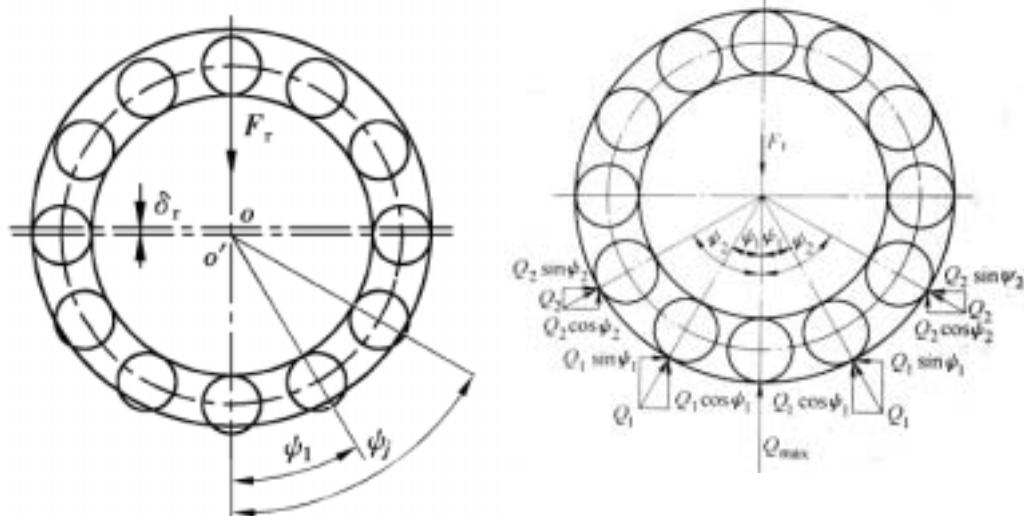


图 4.3 圆柱滚子轴承的载荷分布

如果轴承有径向游隙，则  $\psi_j$  处的径向位移  $u_j$  将由两部分组成，即一部分消除初始的径向游隙，另一部分为滚子与滚道接触的弹性变形，则有：

$$\delta_j^i + \delta_j^e = \delta_r \cos \psi_j - u_r / 2 \quad (4.8)$$

其中： $\delta_j^i$  和  $\delta_j^e$  分别为滚子与外滚道和内滚道的弹性接触变形；

$u_r$  为轴承的径向游隙；

$\delta_r$  为滚动体与内圈或外圈之间的接触弹性变形量；

$\psi_j$  为滚子的角位置。

由于滚子的重量与滚子承受的负荷相比小的，并且在一般的工作转速下，离心力可忽略不计。此时，滚子与内、外滚道之有完全对称的接触负荷分布，因而其变形量也应彼此相等，即：

$$\delta_j^i = \delta_j^e = \delta_j \quad (4.9)$$

联立(4.8)和(4.9)得 : 
$$\delta_j = \frac{1}{2}(\delta_r \cos \psi_j - u_r / 2) \quad (4.10)$$

由于变形  $\delta_j$  , 角度位置  $\psi_j$  处滚子的各圆片将有不同程度的变形 , 其中第  $i$  片的变形量  $\delta_{ij}$  为 : 
$$\delta_{ij} = \frac{1}{2}(\delta_r \cos \psi_j - u_r / 2) - C_i \quad (4.11)$$

作用于该圆片得负荷密度为 : 
$$q_{ij} = \frac{\delta_{ij}^{1.11}}{K_a^{1.11} l_e^{0.11}} \quad (4.12)$$

角位置  $\psi_j$  滚子所承受的负荷即为各圆片负荷之和为 :

$$Q_j = w \sum_{j=1}^n q_{ij} \quad (4.13)$$

根据轴承套圈的力平衡方程得 :

$$F_r - \sum_{j=1}^z Q_j \cos \psi_j = 0 \quad (4.14)$$

编制计算程序 , 并采用牛顿迭代法求解该非线性方程后得到  $\delta_r$  , 从而可计算其他量。

### 4.3.2 载荷分析与凸度设计

对于一般通用轴承 , 由于其应用范围广 , 无法事先确定其所承受的载荷 , 设计载荷一般取 0.2~0.3 倍额定动负荷<sup>[37,38]</sup>。本文的设计载荷均取 0.2 倍额定动负荷来计算。

以 NU311 短圆柱滚子轴承为例 , 利用 4.3.1 节的方法建立计算模型 , 编制程序得到结果。

#### 4.3.2.1 滚子凸型对载荷分布的影响

在滚子的母线修型形状分别为直线、直线加圆弧和圆弧时 , 计算得到最下面滚子 ( 受载最大 ) 的载荷分布情况如图 4.4。

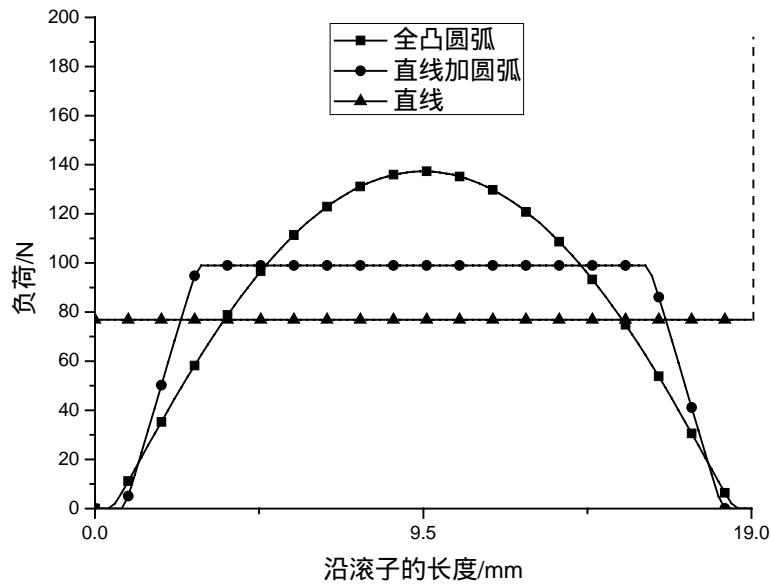


图 4.4 三种不同母线滚子的载荷分布

修型滚子的直线部分所占比例对最大负荷的影响如下：

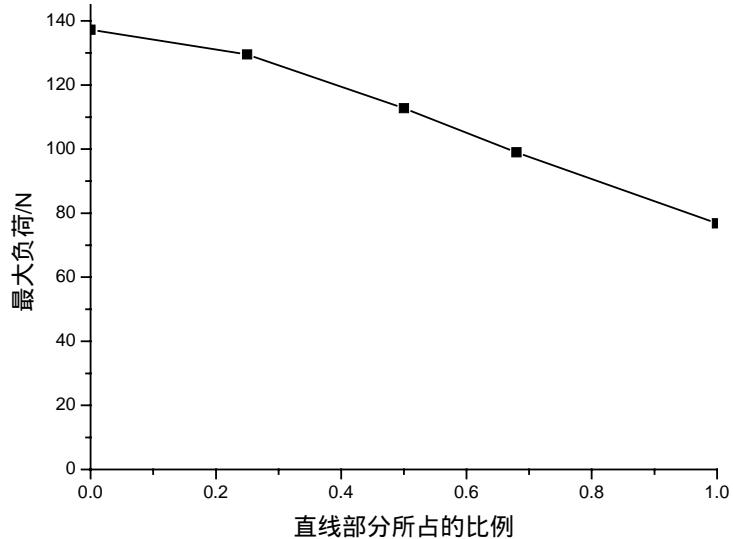


图 4.5 直线部分所占比例对最大载荷的影响

由图 4.4 和图 4.5 可以看出，滚子的直线部分越长，载荷越小且直母线时载荷均匀分布。但实际情况是直母线时，滚子两端会产生“边缘效应”，使载荷大于另外两种母线时的载荷。并且对于直线加圆弧的母线，如果直线与圆弧的交界部位过渡处理不当，同样会产生较大载荷。这些都时切片法无法模拟的。

因此，采用切片法设计滚子凸度量时，应根据滚子母线两端的 2~3 个圆片是否受载来判断该凸度量是否合理。

#### 4.3.2.2 滚子凸度量设计

以滚子采用圆弧修型滚子的 NU311 短圆柱轴承为例，研究其在设计载荷下的最佳凸度量。

最下面一个滚子（受载最大）在不同凸度量时的载荷分布情况如图 4.6。

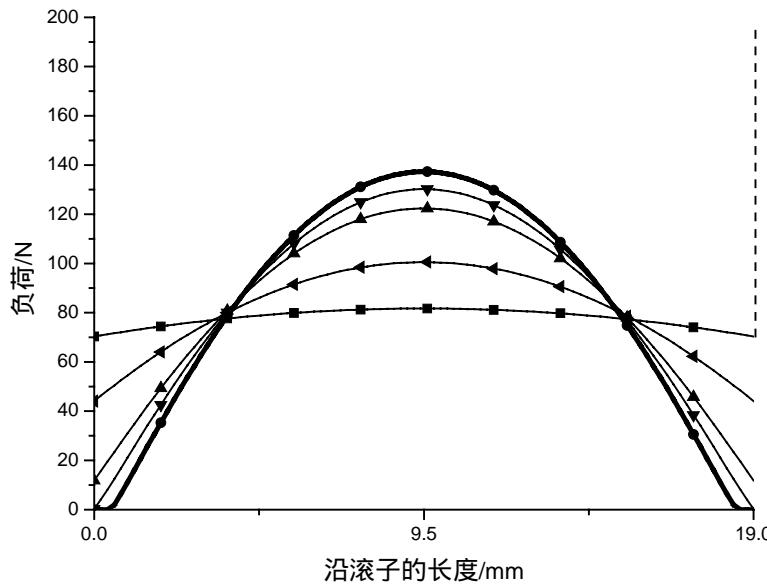


图 4.6 不同凸度量下的载荷分布

图 4.6 中的加点粗线曲线表示该凸度量时，滚子两端的 2~3 个切片所受负荷为 0，即滚子两端不产生边缘应力，此时的凸度量（ $12 \mu\text{m}$ ）在设计载荷下合理。

在设计载荷分别为 0.1、0.2、0.3、0.4、0.5 倍额定动负荷时，计算得到该轴承合理的滚子凸度量与载荷的匹配关系，如图 4.7。

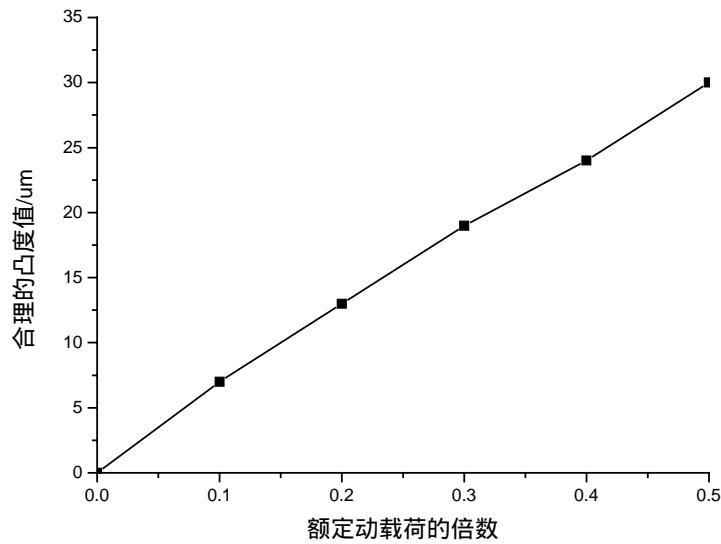


图 4.7 凸度量与载荷的匹配关系

#### 4.3.2.3 游隙对载荷分布的影响

在径向游隙分别为  $0 \mu\text{m}$ 、 $5 \mu\text{m}$ 、 $10 \mu\text{m}$ 、 $20 \mu\text{m}$  时, 轴承内不同位置角  $\psi_j$  处的各个滚子沿母线长度方向的载荷分布如图 4.8 (凸度  $12 \mu\text{m}$  )。

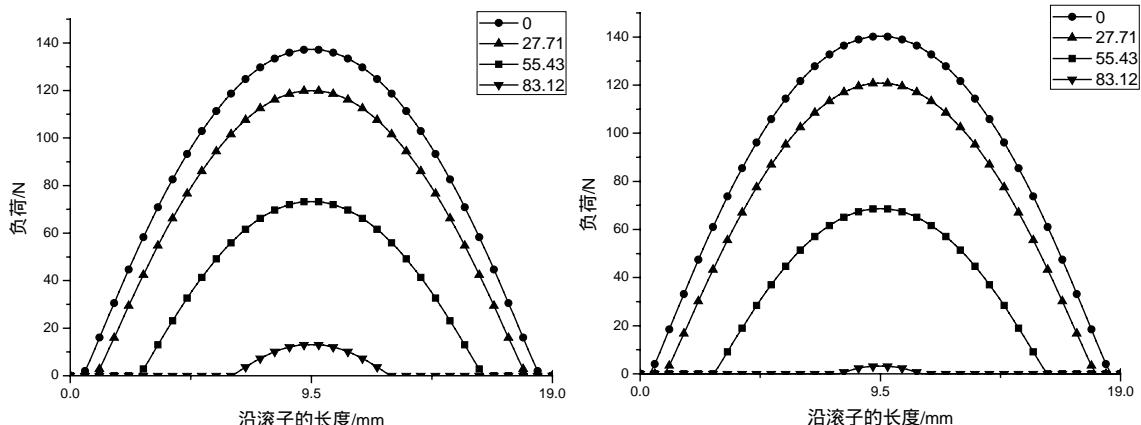
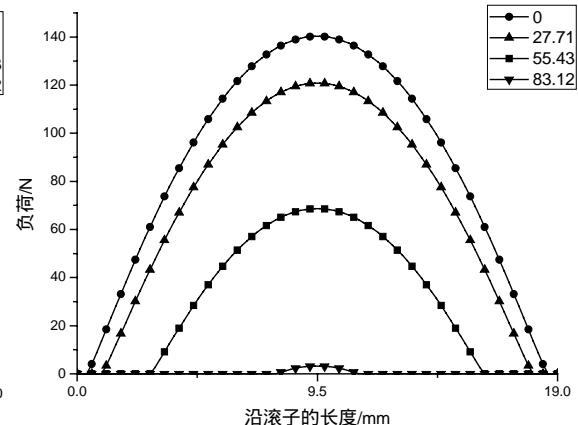
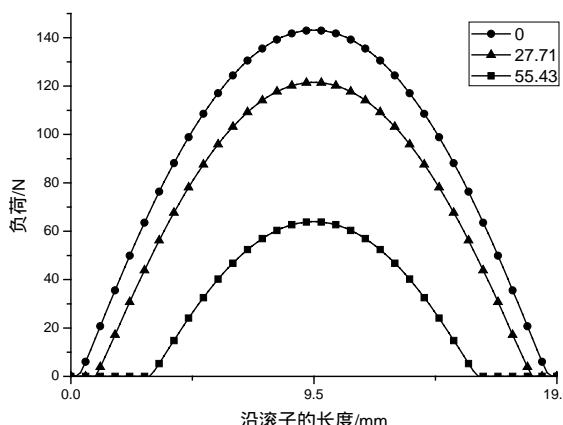
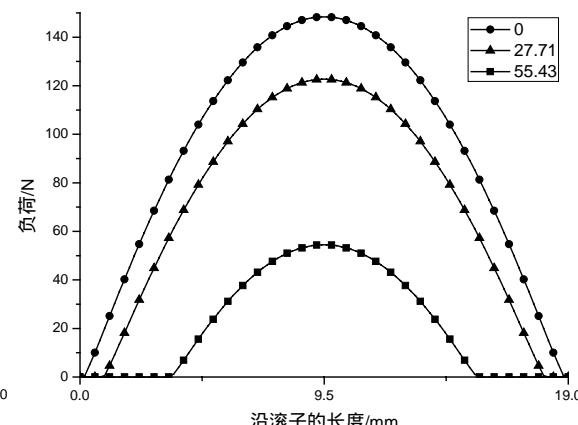
图 4.8a 游隙为  $0 \mu\text{m}$ 图 4.8b 游隙为  $5 \mu\text{m}$ 图 4.8c 游隙为  $10 \mu\text{m}$ 图 4.8d 游隙为  $20 \mu\text{m}$ 

图 4.8 圆弧修型的滚子轴承不同位置角处和不同游隙时的载荷分布

从图 4.8 中可知, 游隙为  $0$  和  $5 \mu\text{m}$  时, 轴承共 7 个( $1 + 2 \times 3$ )滚子受载; 当游隙为  $10 \mu\text{m}$  时, 受载滚子的个数已经减小为 5 个( $1 + 2 \times 2$ ), 且随着游隙的增大, 每个滚子所受的载荷也增大。

#### 4.4 凸度设计的有限元法与软件的二次开发

在利用有限元软件辅助进行轴承结构设计时, 要根据结果对模型进行重新修改, 因此需要反复地建立模型、划分网格、施加载荷、求解和后处理等, 浪费大量时间和精力。ANSYS软件的二次开发语言APDL可以实现结构的参数化建模分析过程, 可以避免大量的重复操作, 从而提高设计的效率。

但是, APDL是一种程序语言, 与用户交互能力不足, 对于非专业人士很难掌握。VB在图

形用户界面开发方面有其突出的优势，因此通过用VB对ANSYS前处理的二次开发得到友好的界面，在界面中输入参数即可后台调用ANSYS的全部分析过程和查看后处理结果，大大降低了使用难度。

#### 4.4.1 参数化设计的基本思想

APDL是ANSYS Parametric Design Language 的缩写，即ANSYS参数化设计语言。根据具体工程结构的设计特点与分析要求，用参数描述其特征尺寸及其它相关数据，并在建立有限元模型与分析时，以参数表征其过程，从而实现可变结构参数的有限元分析<sup>[39]</sup>。

一个完整的APDL编写的命令流文本其具体内容包括：

- (1) 以变量定义特征参数，并赋值；
- (2) 用特征参数表征的建模，加载等过程；
- (3) 分析类型与分析过程的定义；
- (4) 分析结果的读取与处理定义。

#### 4.4.2 轴承参数化建模分析方法

滚动轴承是标准机械零件，同一系列的轴承结构形式完全一样，其主要参数固定，只是内部设计参数不同，因此采用参数化设计可实现同一系列轴承的建模。本文利用ANSYS的APDL语言，建立轴承接触问题的参数化有限元分析过程，从而使得该模型具有重复可用性、开放性及修改性。即使在分析过程中发现问题，也可以得到快速的调整，提高工作效率。

实际工程中多采用修型的滚子和内外圈沟道来降低边缘应力，结合我国轴承行业当前的工艺水平，并考虑经济成本，目前在行业中被普遍采用的凸度形状为圆弧修型的母线形状<sup>[36]</sup>或采用滚子和滚道均带凸度的轴承。

切片法只能对滚子的凸度进行近似计算，无法解决内、外圈滚道均带凸度轴承的问题。因此，本节主要研究滚子和内、外圈滚道均为圆弧凸度的NU系列圆柱滚子轴承，更加接近于实际情况。

圆弧修型凸度的参数化设计实现方法如下：

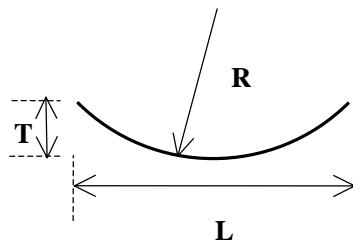


图 4.9 圆弧修型的几何关系

图 4.9 中：R 表示修正圆弧半径；L 表示滚子长度；T 表示凸度量。

由几何关系，可知：

$$R^2 = (R - T)^2 + (L/2)^2 \quad (4.15)$$

整理，得：

$$R = \frac{(T^2 + L^2/4)}{2 \times T} \quad (4.16)$$

其中， $L$ 为已知，这样即可根据凸度量来计算圆弧半径 $R$ ，实现创建圆弧，命令如下：

LARC, K1, K2, K3, R

K1, K2为两个端点；K3为圆弧内的点。

参数化有限元分析过程的典型命令如下：

参数定义：

\*SET,D,120

\*SET,B,29

.....

建立模型：

K,[num],L/2,DW/2 ! [num]为关键点号

.....

EX,1,E ! 弹性模量E

PRXY,1,PXY ! 泊松比PXY

.....

类似地，网格划分、接触对的创建、求解设置和加载等步骤均用命令实现，因为篇幅的原因在此不列出。同样只取轴承受载最大一个滚子的四分之一有限元模型。

为了得到结果图片，在相应的位置加入类似的命令（以接触应力为例）：

SET, LAST

/SHOW,[picturename].jpeg

PLNSOL,CONT,PRES

该段命令实现了将接触应力云图存在工作目录下（和 VB 在同一工作目录），以便后面在 VB 中加载该图片。

#### 4.4.3 VB 调用 ANSYS 的方法

在VB中调用ANSYS的方法在ANSYS帮助文件也有所表述<sup>[40]</sup>，使用的命令如下：

Dim k

k = Shell("“[path]\ansys100.exe -b -p -i input.txt -o output.txt”")

其中 : -p 后面为 ANSYS 产品特征码 ; -b 表示批处理工作模式 ; -i 标志后面的文件为输入文件 ; -o 标志后面的文件是输出文件 ; [path] 为 ansys100.exe 所在的安装目录 ; input.txt 为 APDL 命令流文件 ; output.txt 为结果输出文件。

因为需要将 VB 界面中输入的参数传入 APDL 文本 , 所以 APDL 文本中不应该包括参数定义的部分 , 再通过 VB 的读写文件函数对 APDL 文本文件进行操作 , 将在 VB 所创建的界面中输入的参数写入 APDL 文本中的参数定义部分 , 从而形成一个完整的分析流程。

```

Dim L As Long
Dim S As String
Open "[path]\rollerbearings.txt" For Output As #1
Print #1, "*SET,D,"; Text1.Text
.....
L=FileLen("[path]\file.txt")
Open "[path]\file.txt" For Input As #2
S = Input(L, #2)
Print #1, S
Close

```

在 APDL 中加入相应命令 , 将需要的结果图片存到工作目录中 , 因此只需在 VB 中加载对应的图片即可得到想要的图形结果显示。

```
pic.Picture=LoadPicture("path\picturename.jpeg")
```

其中 : file 为不包括参数定义部分的 APDL 文本 ; picture-name 为相应的图片文件名。



图 4.10 圆柱滚子轴承接触分析系统

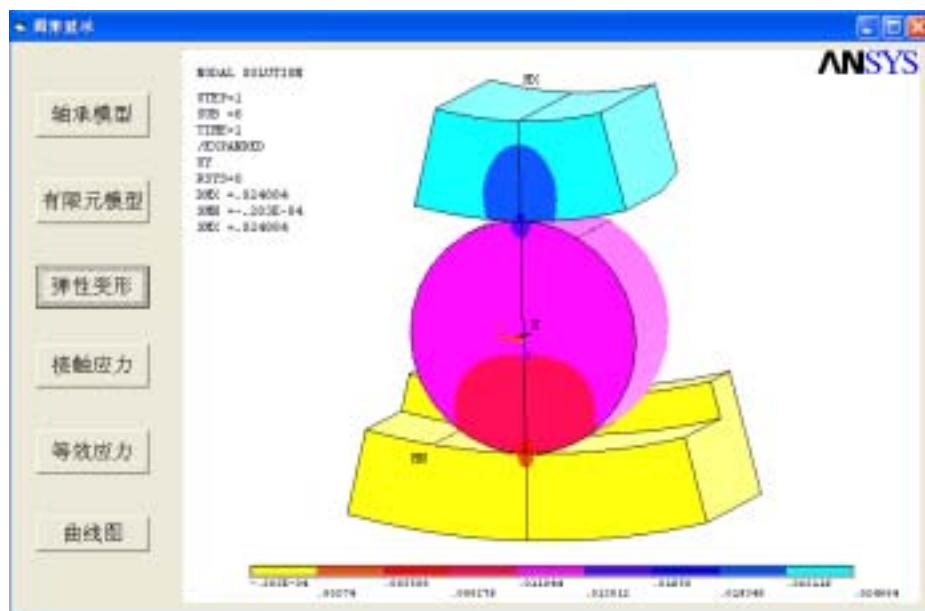


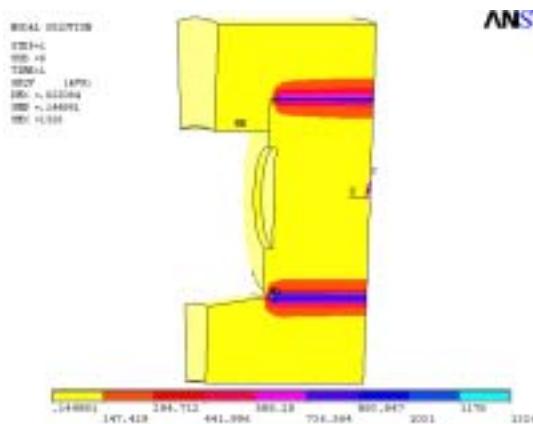
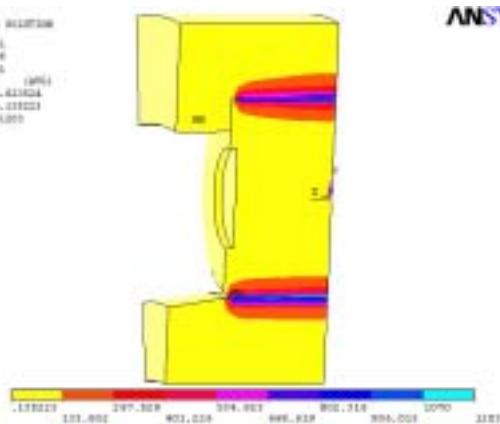
图 4.11 结果显示界面

如图 4.10, 用户只需要在界面中输入对应参数即可完成整个建模分析过程, 并在图 4.11 中点击对应按钮即可得到所需要的结果, 交互性很好且方便使用。

#### 4.4.4 凸度滚子轴承的有限元分析

##### 4.4.4.1 凸度量设计

利用前面二次开发的圆柱滚子轴承接触分析软件, 研究对象为 NU311 短圆柱滚子轴承, 分别计算在凸度量为  $3 \mu\text{m}$ 、 $4 \mu\text{m}$ 、 $5 \mu\text{m}$ 、 $6 \mu\text{m}$  时 (内、外圈和滚子的凸度量同时变化) 轴承内部的应力分布, 通过对结果的分析比较, 确定出合理的凸度值, 实现改善应力分布和减小最大应力, 提高轴承的承载能力和使用寿命。

图 4.12a 凸度量为  $3 \mu\text{m}$ 图 4.12b 凸度量为  $4 \mu\text{m}$

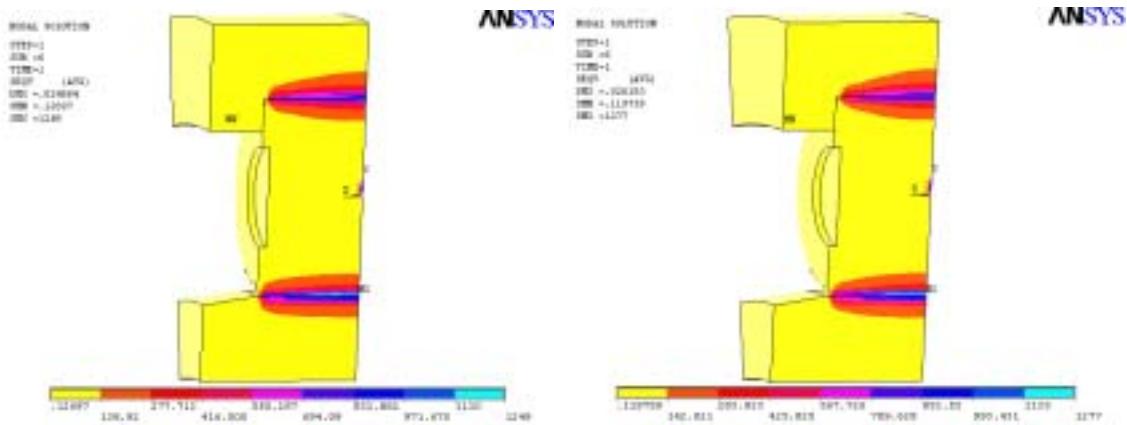


图 4.12c 凸度量为  $5 \mu\text{m}$

图 4.12d 凸度量为  $6 \mu\text{m}$

图 4.12 不同凸度量下的等效应力云图

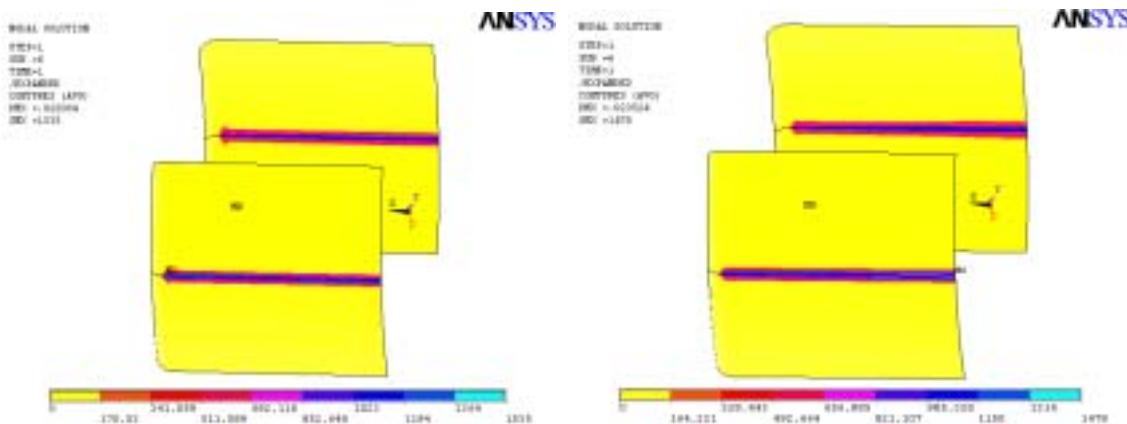


图 4.13a 凸度量为  $3 \mu\text{m}$

图 4.13b 凸度量为  $4 \mu\text{m}$

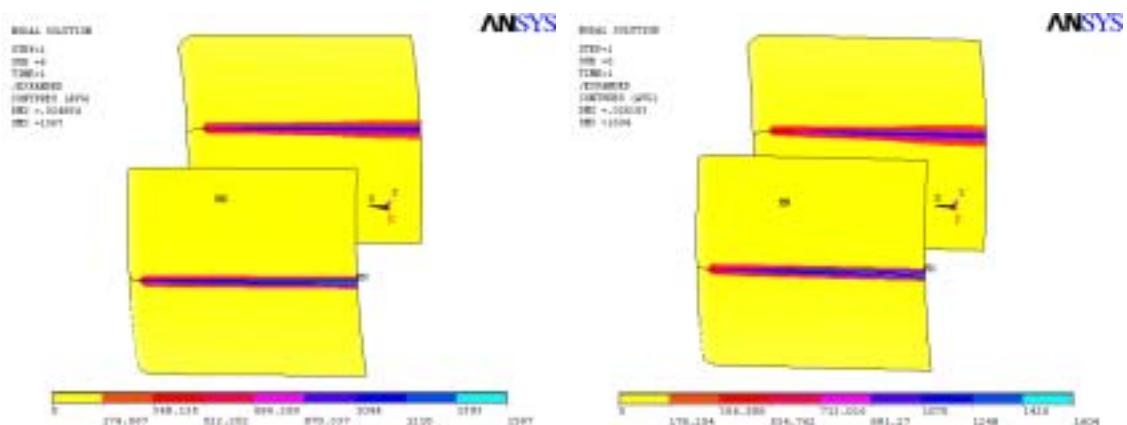


图 4.13c 凸度量为  $5 \mu\text{m}$

图 4.13d 凸度量为  $6 \mu\text{m}$

图 4.13 不同凸度量下的等效应力云图

沿着滚子长度的轴向方向定义一条路径，将滚子的接触应力映射到该路径上，获得沿母线方向的应力，可以更加直观地观察应力分布情况，如图 4.14。

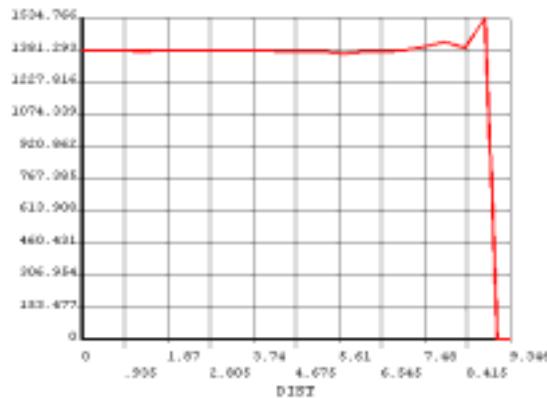
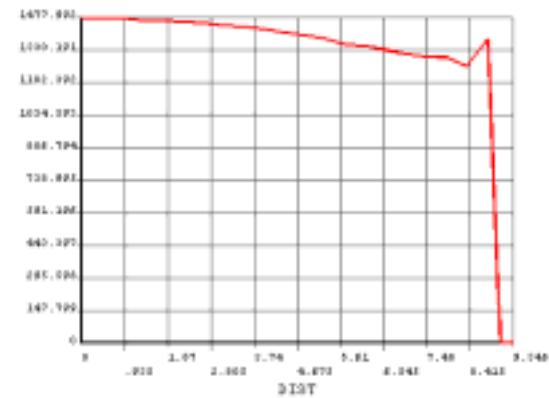
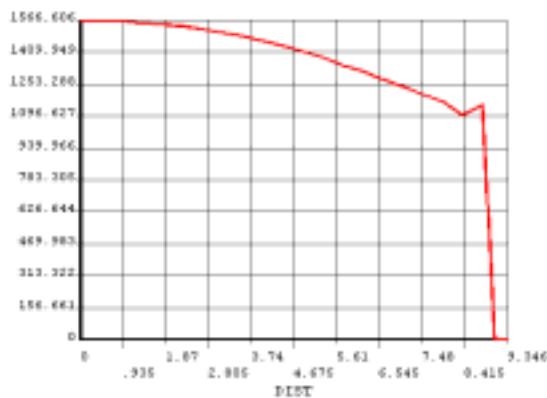
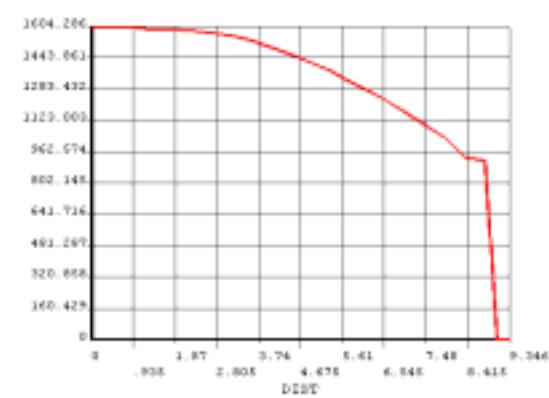

 图 4.14a 凸度量为  $3 \mu\text{m}$ 

 图 4.14b 凸度量为  $4 \mu\text{m}$ 

 图 4.14c 凸度量为  $5 \mu\text{m}$ 

 图 4.14d 凸度量为  $6 \mu\text{m}$ 

图 4.14 不同凸度量下的接触应力曲线图

从图 4.14 可看出，随着凸度量的逐渐增加，边缘应力集中逐渐消失，最大应力值逐渐减小；当凸度量达到  $5 \mu\text{m}$  时，最大应力开始逐渐增大，且发生在滚子母线的中间部位。

表 4.1 不同凸度量下的最大应力值

凸度量 ( $\mu\text{m}$ )	等效应力 (MPa)	接触应力 (MPa)
T=3	1326	1535
T=4	1203	1477
T=5	1249	1567
T=6	1277	1604

分析表 4.1 中的结果可知，该类型轴承的合理凸度为  $4 \mu\text{m} \sim 5 \mu\text{m}$ （滚子和内、外圈均有凸度，且大小相等）。而切片法设计的凸度量  $12 \mu\text{m}$  为仅滚子有凸度的情况，不能解决内、外圈滚道有凸度的问题，因此与有限元法的计算结果有所不同，但可以做近似比较  $12/2=6 \mu\text{m}$ 。可见有限元法与理论分析的结果相差不大，并且应用范围更广泛，适用情况更多。

进行凸度设计后，带凸度NU311短圆柱滚子轴承与直母线时的性能对比情况如表4.2。

表 4.2 改进前后轴承性能的对比

	直母线	带凸度	降低率
最大接触应力/MPa	1684	1477	12.3%
最大等效应力/MPa	1446	1203	18.2%

从表 4.2 中看出，进行凸度设计后轴承的最大接触应力和等效应力均有一定幅度的减小，提高了其承载能力和使用寿命。

因为滚子的最佳凸度量与轴承所承受的载荷有关，对于特殊使用的专用轴承，可以直接按轴承的工作载荷进行设计。但对于一般通用轴承，由于其应用范围广，无法事先确定其所承受的载荷。本文二次开发的圆柱滚子轴承接触分析软件，适用于整个 NU 系列圆柱滚子轴承，可以选择不同设计载荷和不同凸度量等进行分析，实现根据载荷来设计凸度量。该方法为轴承的凸度设计以及性能分析提供了很好的参考依据和新理念。

#### 4.4.4.2 滚子长度和直径对接触应力的影响

分别改变滚子的直径和长度，进行大量的有限元分析，根据计算结果分析滚子长度和直径对轴承的应力和弹性趋近量的影响，如表 4.3 和表 4.4。

表 4.3 凸度滚子轴承长度对应力的影响

直径 (mm)	长度 (mm)	等效应力 (MPa)	接触应力 (MPa)	弹性趋近量 ( $\mu m$ )
Dw=18	L=17	1305	1638	27.2
	L=18	1276	1601	26.0
	L=19	1249	1567	24.9
	L=20	1193	1496	23.9

表 4.4 凸度滚子轴承直径对应力的影响

直径 (mm)	长度 (mm)	等效应力 (MPa)	接触应力 (MPa)	弹性趋近量 ( $\mu m$ )
L=19	Dw=16	1285	1654	24.7
	Dw=17	1269	1612	24.8
	Dw=18	1249	1567	24.9
	Dw=19	1190	1475	25.0

根据表中结果数据得到曲线图如下：

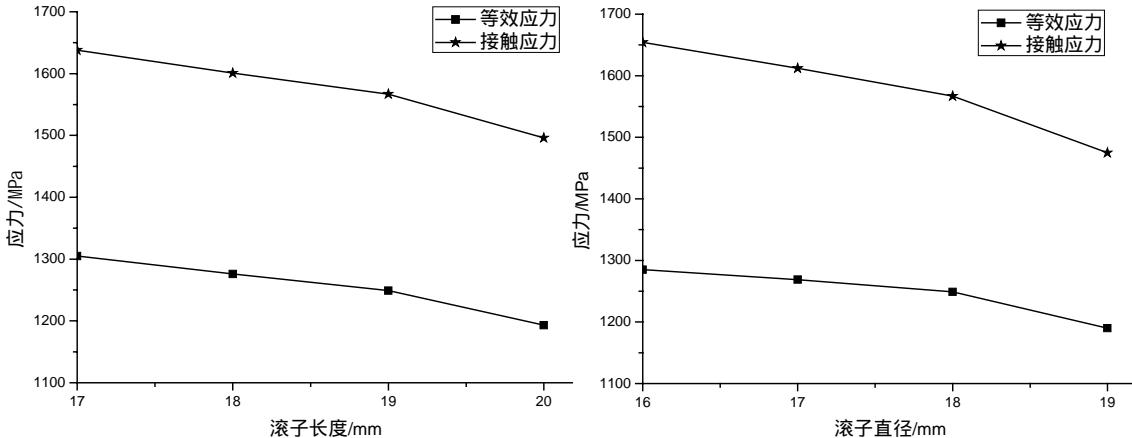


图 4.15a 长度改变

图 4.15b 直径改变

图 4.15 滚子长度和直径对最大应力的影响

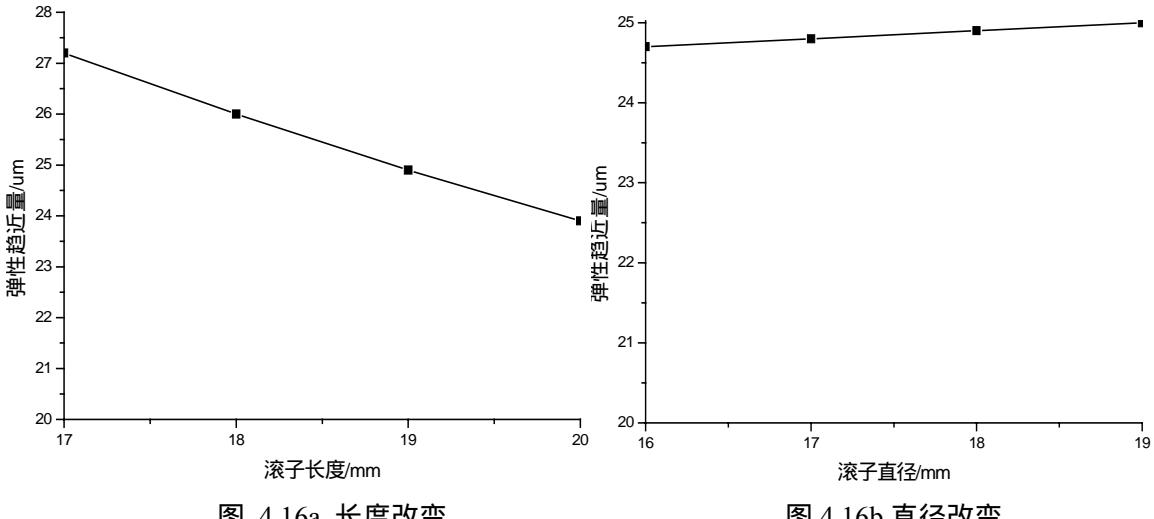


图 4.16a 长度改变

图 4.16b 直径改变

图 4.16 滚子长度和直径对弹性趋近量的影响

从表 4.3、表 4.4、图 4.15 和图 4.16 中可以得到以下结论：

- (1) 随着滚子直径和长度的增大，最大应力减小；
- (2) 滚子直径对应力的影响比长度稍大；
- (3) 随着滚子长度增加，弹性趋近量减小，相当于提高了轴承的刚度；
- (4) 滚子的直径对弹性趋近量的影响很小，几乎可以忽略。

因此，在进行轴承设计时，保证套圈壁厚和挡边的整体强度下，适当增加滚子的长度和直径可以提高轴承的承载能力和使用寿命。

## 4.5 本章小结

本章首先介绍了滚子轴承凸度设计的基本概念、常见方法和设计原则，以及常见的几种凸

度滚子轴承的母线形状对应力分布的影响，说明了凸度技术的重要性。

其次，利用切片法进行滚子凸度的近似计算，得到滚子修型母线为直线、直线加圆弧和圆弧的滚子时的载荷分布等。以圆弧修型的短圆柱滚子轴承 NU311 为例，根据不同凸度量时滚子的载荷分布，确定出滚子的最佳凸度量为  $12 \mu m$ ，并给出了合理的凸度量与载荷匹配关系，及不同位置角处、不同游隙下轴承内各个滚子的载荷分布情况等。

以滚子和内、外圈滚道均采用圆弧修型的 NU311 轴承为例，用 ANSYS 的参数化设计语言 APDL 语言实现了参数化有限元分析过程。并用 VB 对 ANSYS 进行二次开发，创建了具有友好界面的圆柱滚子轴承接触分析软件，用户只需输入对应参数（如果改变尺寸、材料，载荷等）即可在 ANSYS 后台完成整个参数化有限元分析过程，大大提高了设计效率和降低了使用难度。适用于整个 NU 系列圆柱滚子轴承，可以根据载荷来设计凸度量，为轴承的凸度设计提供了一种很好的方法。

利用二次开发的圆柱滚子轴承接触分析软件，通过有限元分析，得到不同凸度量时轴承内部及滚子沿母线方向的应力分布，分析确定出该设计载荷下（0.2 倍额定动负荷）滚子和内、外圈的最佳凸度量。结果表明：改进后的 NU311 凸度圆柱滚子轴承与直母线时相比，最大等效应力下降了 18.2%，最大接触应力下降了 12.3%，效果明显，提高了轴承的承载能力和使用寿命。

最后，通过大量有限元分析得到滚子的长度和直径对最大应力和弹性趋近量的影响，相关方法和结论为轴承的设计提供了参考依据和基础。

## 第五章 圆柱滚子轴承的滚子结构优化设计

### 5.1 引言

在轴承设计中，由于用途不同对设计的要求也有所不同。对于通用圆柱滚子轴承应从以下几个方面考虑<sup>[37]</sup>：(1) 所设计的轴承具有较长的寿命；(2) 轴承零件尺寸及公差最大限度地通用化和标准化；(3) 设计的轴承有尽可能好的工艺性。但是，在设计一些特殊用途的圆柱滚子轴承时，一些特殊因素必须加以考虑，如发动机高速轴承时的离心力、微电机轴承要求有低的噪声和振动等。

轴承在保持外形尺寸不变的情况下，采用新型结构、优化内部设计等方法，可大幅度提高轴承额定动负荷和静负荷，提高使用寿命和动态性能。而对于高速轴承，其疲劳寿命主要取决于滚动体作用于外圈的离心力，减小滚动体离心力是提高轴承寿命的最有效途径<sup>[41]</sup>。基于有限元分析的优化设计方法为产品设计提供了一种很好的手段，抛弃了传统结构设计的被动校核方法，进而主动地在可行域内寻求最佳设计方案<sup>[42]</sup>。

本章研究了基于ANSYS的滚子结构减重的优化设计方法，在保证高速轴承承载能力和刚度的情况下，对滚子结构进行优化设计，使滚子的质量最小，降低了外圈的破坏几率，即提高了轴承的使用寿命。

### 5.2 基于 ANSYS 的优化设计方法

#### 5.2.1 基于 CAE 的优化设计方法介绍

在保证产品达到某些性能目标并满足一定约束条件的前提下，通过改变某些允许改变的设计变量，使产品的指标或性能达到最期望的目标，就是优化方法。例如，在保证结构刚、强度满足要求的前提下，通过改变某些设计变量，使结构的重量最轻，这不但使得结构耗材上得到了节省，在运输安装方面也提供了方便，降低运输成本。

传统的优化是一种数学方法，利用对解析函数求极值的方法来达到寻求最优值的目的。基于数值分析技术的CAE方法<sup>[43]</sup>，显然不可能对我们的目标得到一个解析函数，CAE计算所求得的结果只是一个数值。然而，样条插值技术又使CAE中的优化成为可能，多个数值点可以利用插值技术形成一条连续的可用函数表达的曲线或曲面，如此便回到了数学意义上的极值优化技术上来。样条插值方法当然是种近似方法，通常不可能得到目标函数的准确曲面，但利用上次计算的结果再次插值得到一个新的曲面，相邻两次得到的曲面的距离会越来越近，当它们的距离小到一定程度时，可以认为此时的曲面可以代表目标曲面。那么，该曲面的最小值，便可以

认为是目标最优值。

作为优化技术与 CAE 方法的完美结合的产物，基于 CAE 的优化设计方法必然有比之更丰富的特点<sup>[44]</sup>。

首先，一个优化迭代过程通常是从前处理开始，经过建模、分网、加载、求解和后处理，而优化问题通常需要较多的迭代才能收敛。因此，软件具有统一的数据库是高效的 CAE 优化过程的前提，这种统一指的是前后处理数据与求解所用的数据应该在同一个数据库中，而不是通过数据文件来传递，这势必降低优化过程的效率。

其次，优化过程实际上是一个不断自动修正设计参数的过程，所以要想保证优化过程的流畅，CAE 软件必须具有完备高效的参数流程控制技术。

第三，高精度网格是成功的有限元分析的关键因素之一。一个良好的 CAE 软件要想很好地处理优化过程，尤其是形状优化问题，必须具备智能的网格划分器，以解决模型在形状参数变化剧烈时出现的网格奇异化问题。

最后，现代的 CAE 软件通常具备非线性处理能力，而非线性问题的收敛控制有很大难度。对于一个非线性问题的优化过程，往往会因各种各样的因素而影响收敛。但优化过程是程序自动控制迭代的，人不能过多参与，因此，非线性收敛的智能控制技术对非线性优化问题是不可或缺的。

一个典型的基于 CAE 优化设计的过程通常需要以下步骤来完成<sup>[43]</sup>：

(1) 参数化建模：利用 CAE 软件的参数化建模功能把将要参与优化的数据（设计变量）定义为模型参数，为以后软件修正模型提供可能。

(2) 求解：对结构的参数化模型进行加载与求解

(3) 后处理：把状态变量（约束条件）和目标函数（优化目标）提取出来供优化处理器进行优化参数评价。

(4) 优化参数评价：优化处理器根据本次循环提供的优化参数（设计变量、状态变量及目标函数）与上次循环提供的优化参数作比较之后确定该次循环目标函数是否达到了最小，或者结构是否达到了最优，如果最优，完成迭代，退出优化循环圈，否则，进行下步。根据已完成的优化循环和当前优化变量的状态修正设计变量，重新投入循环。

总之，一个完整的优化过程通常是从前处理开始，经过建模、分网、加载、求解和后处理，因此要求有参数化设计模型，高精度的智能网格划分，强大稳定的求解器和全面的后处理功能。大型商业有限元分析软件 ANSYS 正是集这些功能于一身的 CAE 软件，可以进行多场耦合分析，具有较强大的前后处理能力，尤其在智能网格划分上有卓越特点，具有较强的显式或隐式非线性求解能力，非线性收敛控制具有智能化，对于大多数工程问题不需人工干预便能完成非线性问题的收敛。ANSYS 中强大的参数化设计语言 - APDL 具有参数、数学函数、宏（子过程）判

断分支及循环等高级语言要素，是一个理想的程序流程控制语言，其前后处理及求解数据库的统一性及不同平台数据库兼容的特点使ANSYS很适合于进行高级的优化分析。

### 5.2.2 ANSYS 的优化算法解释

最优化理论与算法是一个重要的数学分支，早在公元前500年，古希腊数学家毕达哥拉斯就已发现了黄金分割法，后来又出现著名的拉格朗日乘数法等古典最优化算法。20世纪中后期随着数学规划理论的成熟和电子计算机的飞速普及，出现了很多优化算法并迅速成为解决实际问题有力工具<sup>[45]</sup>。

ANSYS提供了两种优化方法：零阶近似算法（Sub-Problem）和一阶算法(First-Order)<sup>[46]</sup>。零阶方法是主要通过对目标函数添加罚函数将问题转化为非约束的优化问题，再用曲线拟合来建立目标函数和设计变量之间关系来实现逼近的；一阶优化方法则在此基础上还需要计算目标函数和约束函数的导数，在每次迭代过程中，采用最速下降搜索或者共轭方向搜索以确定优化搜索的方向，需要大量的计算资源。

#### 5.2.2.1 算法理论

工程优化问题通常定义目标变量、状态变量和设计变量，成为约束优化问题。目前对约束优化问题的解法一般分为两类：直接法和间接法等。前者用原来的目标函数限定在可行域内进行搜索，如复合形法等；后者将约束最优化问题通过变换转成无约束最优化问题，应用最广的是惩罚函数法等<sup>[46]</sup>，一般来讲，后者的最小化方法比前者更有效率。

ANSYS两种优化算法均属间接法，即通过对目标函数逼近加罚函数的方法计入所加约束而转换为无约束优化问题。通俗地讲，就是在无约束最优化问题的目标函数中，引进约束影响的附加项，从而构成一个新的无约束最优化问题的目标函数<sup>[47]</sup>。如式(5.1)：

$$\begin{aligned} \min_{X \in D \subset R^n} f(X) &\xrightarrow{\text{转换为}} \min_{X \in R^n} \varphi(X, r_1^{(k)}, r_2^{(k)}) \\ &= \min \left\{ f(X) + r_1^{(k)} \sum_{n=1}^m G[g_u(X)] + r_2^{(k)} \sum_{n=1}^m H[h_v(X)] \right\} \end{aligned} \quad (5.1)$$

其中，D为约束：

$$g_u(X) \geq 0 \quad (u = 1, 2, \dots, m) \quad (5.2)$$

$$h_v(X) = 0 \quad (v = 1, 2, \dots, p < n) \quad (5.3)$$

$\varphi(X, r_1^{(k)}, r_2^{(k)})$  即为程序构造的参数型新目标函数（罚函数）； $f(X)$  为原目标函数； $G[g_u(X)]$  和  $H[h_v(X)]$  分别是关于  $g_u(X)$  和  $h_v(X)$  的泛函； $r_1^{(k)}$  和  $r_2^{(k)}$  为随迭代次数不断调整的罚因子； $r_1^{(k)} \sum_{n=1}^m G[g_u(X)]$  和  $r_2^{(k)} \sum_{n=1}^m H[h_v(X)]$  为惩罚项，随着迭代次数k的增大，惩罚项的影响越来越小和趋于消失。

这样，我们看到式(5.1)中既包含了原目标函数又引入了约束条件的影响。

### 5.2.2.2 零阶近似算法

之所以称为“零阶”，是由于该方法只用到因变量（状态变量和目标函数）而不用到它们的偏导数<sup>[47]</sup>。

#### 1) 逼近

零阶算法中，程序用几个设计变量序列计算目标函数，然后求得各数据点间最小平方实现曲线拟合来建立目标函数和设计变量之间的关系，该结果曲线（或平面）即为逼近。该算法每次优化循环生成一个新的数据点，目标函数完成一次更新。

状态变量也是同样处理方法。每个状态变量都生成一个逼近并在每次循环后更新。

该算法适应全部现有的设计集，以形成近似式  $H_3$ 。用户可以控制优化近似的逼近曲线。可以指定线性( $H_1$ )拟合，二次平方( $H_2$ )拟合或二次项+交叉项( $H_3$ )拟合。一般情况下，二次平方( $H_2$ )拟合状态变量，用二次项+交叉项( $H_3$ )拟合目标函数。

$$H_1 = a_0 + \sum_{n=1}^N a_n X_n \quad (5.4)$$

$$H_2 = a_0 + \sum_{n=1}^N a_n X_n + \sum_{n=1}^N b_n X_n^2 \quad (5.5)$$

$$H_3 = a_0 + \sum_{n=1}^N a_n X_n + \sum_{n=1}^N b_n X_n^2 + \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N c_{mn} X_m X_n \quad (5.6)$$

$H_x$ ——目标函数或状态变量的近似值；  $X_n$ ——设计变量  $n$ ；  $a, b, c$ ——系数；

$N$ ——设计变量数。

#### 2) 收敛

零阶算法在每次循环结束时都要进行收敛检查。当前设计、前面设计或最佳设计是合理的而且满足下列条件之一时，问题即收敛：

- (1) 目标函数值由最佳合理设计到当前设计变化值小于目标函数允差；
- (2) 最后两个设计间的差值小于目标函数允差；
- (3) 当前设计到最佳合理设计所有设计变量的变化值小于各自允差；
- (4) 最后两个设计所有设计变量变化值小于各自允差；

零阶算法收敛并不代表实际的最小值已经得到了，只是满足了以上四个准则之一。因此，用户必须确定当前设计优化结果是否足够。如果不足，就要做附加分析。

有时候求解过程会在收敛前终止，这是因为：

- (1) 达到指定循环次数；
- (2) 达到指定的连续不合理设计次数。

以上情况可通过改变指定值或在状态变量逼近时选择交叉项等方法避免。

### 5.2.2.3 一阶算法

一阶算法使用因变量对设计变量的偏导数来决定搜索方向并获得优化结果。该算法没有近似，更加精确<sup>[47]</sup>。

#### 1) 迭代

与零阶算法不同的是，一阶算法将真实的有限元结果最小化，而不是对逼近数值进行操作。在每次迭代中，梯度计算（用最大斜度法或共轭方向法）确定搜索方向，并用线搜索法对非约束问题进行最小化。用户可以指定计算梯度的设计变量范围变化程度，也可以指定线搜索步长的范围。

#### 2) 收敛

一阶算法在收敛或中断时结束。当前设计序列相对于前面序列和最佳序列满足下面任意一种情况时，问题收敛：

- (1) 目标函数值由最佳合理设计到当前设计的变化小于目标函数允差。
- (2) 当前设计到前一设计目标函数变化值小于允差。

一阶算法要求最后迭代使用最大斜度搜索，否则进行附加迭代。若最大迭代次数达到指定值时仍不收敛则求解中断。

### 5.2.2.4 算法比较

两种算法各有优劣，具体采用那种算法则需视情况而定。若求解的工程问题精度很重要，零阶算法不能满足需要，且计算机性能足够好时，一阶算法是极好的处理器；若速度很重要，或者计算机性能不能满足一阶算法的要求，或者不要求太高精度，则零阶算法会很快将问题得到解决。

另外，一阶算法有一个缺点是对研究整个设计空间不如零阶算法优秀，如果一阶算法从设计空间的一个序列开始计算求解，起点很接近局部最小值的话，就会选择该最小值而找不到全局最小值，甚至有时会在不存在合理设计空间时，在不合理设计序列上收敛。此时，需使用零阶算法，或者先运行随机搜索确定合理设计空间（假设存在），然后以合理设计序列为起点重新运行一阶算法。由此可见，零阶方法可以更好地研究整个设计空间，比较容易收敛于全局最优解，而且收敛的速度比较快，虽然其精度相比一阶方法低，但是可以很有效地处理大多数的工程问题；一阶方法虽然精度比较高，但却容易收敛于局部最优解。

本文为考虑接触非线性下的优化设计，计算量大且耗时长，因此采用零阶方法。

## 5.3 基于接触非线性的高速轴承的滚子结构优化设计

### 5.3.1 设计变量取值空间的确定

对于本章研究的 NU311 短圆柱滚子轴承，建立如下的约束条件<sup>[37,48]</sup>：

#### 1) 滚子长度的约束条件

标准规定滚子直径都不大于滚子长度，即：

$$XSL \cdot B - L \geq 0 \quad (5.7)$$

根据经验  $XSL$  取值如下：

$$\text{当 } D \leq 60 \text{ 时} : \quad XSL = 0.60$$

$$60 < D < 200 \text{ 时} : \quad XSL = 0.73$$

$$D \geq 200 \text{ 时} : \quad XSL = 0.75$$

#### 2) 滚子直径的约束条件

滚子直径的取值范围：保证滚子中心圆直径不小于轴承的平均直径，但又不至于太大，致使轴承外圈壁厚小于设定值。

$$(D + d) / 2 + BBK - (F_w + D_w) \geq 0 \quad (5.8)$$

$$(F_w + D_w) - (D + d) / 2 \geq 0 \quad (5.9)$$

$BBK$  为滚子中心圆外移量，由外圈最小壁厚决定； $F_w$  为滚子内复圆直径。

#### 3) 滚子个数的约束条件

为使额定动负荷最大，滚子数目越多越好，但滚子太多会使保持架过梁宽度太窄，为了不出现这种情况必须有一定约束或限制，即：

$$\pi \times [F_w + 1.5 \times D_w] - 1.3 \times Z \times D_w \geq 0 \quad (5.10)$$

$$1.3 \times Z \times D_w - \pi \times (D + d) / 2 \geq 0 \quad (5.11)$$

### 5.3.2 优化设计的数学模型

传统的滚动轴承优化设计，通常是以获得最大的额定动负荷为目标，如对于通用轴承，在保持外形尺寸不变的情况下，采用新型结构、优化内部设计等方法，可大幅度提高轴承额定动负荷和静负荷，提高承载能力和使用寿命等。对于高速轴承，其疲劳寿命主要取决于滚动体作用于外圈的离心力，减小滚动体离心力是提高轴承寿命的最有效途径<sup>[42]</sup>。

从 4.4 章的结果可知，增加滚子的长度和直径可以提高轴承的承载能力和使用寿命，然而对于高速轴承，滚子的长度和直径过大将使质量增大和套圈过薄而致使离心力增大，增加了外圈破坏的几率，反而降低了该类轴承的疲劳寿命。

本章的主要研究为在保证高速轴承承载能力和刚度的情况下，对滚子结构进行优化设计，使滚子的质量最小，具体优化设计的数学模型如下：

## 1) 设计变量 :

$$X = [Dw, L] \quad (5.12)$$

其中 :  $Dw$  为滚子直径 ,  $L$  为滚子的长度。

## 2) 目标函数 :

滚子的体积最小 :

$$V = f_{\min}(Dw, L) \quad (5.13)$$

$$V = \frac{1}{4} \times \pi \times \left(\frac{Dw}{2}\right)^2 \times L \quad (5.14)$$

## 3) 约束条件 :

应力约束 :  $\sigma_{\max} \leq [\sigma_{\max}]$

变形约束 :  $\delta \leq [\delta]$

其中 :  $[\sigma_{\max}]$  表示之前计算出的最大等效应力 , 表征轴承的承载能力和使用寿命 ;

$[\delta]$  表示之前计算出的内圈和外圈的弹性趋近量 , 表征轴承的刚度特性。

通过初始有限元分析 , 获得应力和变形约束条件 , 如下 :

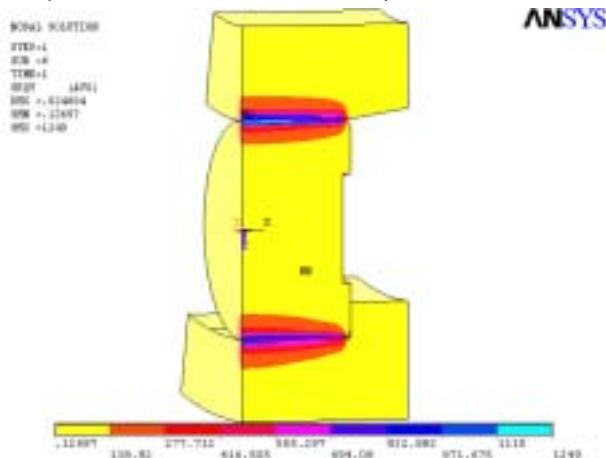


图 5.1 等效应力云图

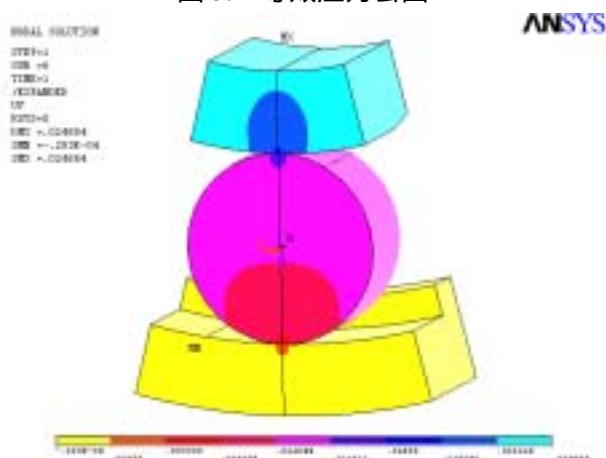


图 5.2 轴承 y 方向 (径向) 位移云图

由图5.1和图5.2可知，轴承内部的最大等效应力为1249MPa，用来表征轴承的承载能力；内外圈的弹性趋近量为0.025mm，用来表征轴承的刚度特性。由此，建立约束条件：

应力约束条件： $\sigma_{\max} \leq 1249 \text{ MPa}$

变形约束条件： $\delta \leq 0.025 \text{ mm}$

根据 5.3.1 节建立的约束条件，计算得设计变量的取值范围如下：

滚子直径： $15.6 \text{ mm} \leq D_w \leq 18.2 \text{ mm}$

滚子长度： $D_w \leq L \leq 21.2 \text{ mm}$

本文采用零阶方法，具体优化过程如图 5.3。

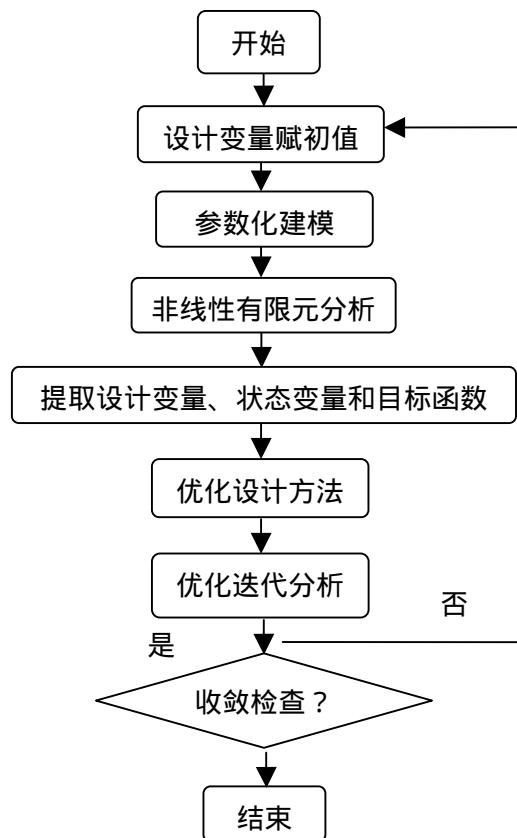


图 5.3 优化分析过程框图

### 5.3.3 优化结果分析

在进行优化前，通过反复调试，合理设置设计变量、状态变量和目标函数的容差很重要，否则会造成结果不易收敛、计算时间过长或优化效果不明显等。

按照图5.3的优化设计流程，共进行了7次迭代，具体优化结果如下：

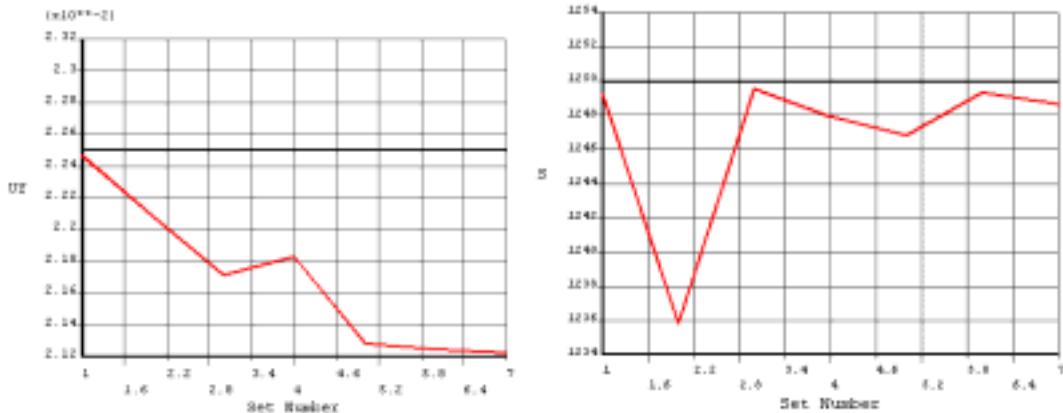


图 5.4 状态变量随迭代次数的变化

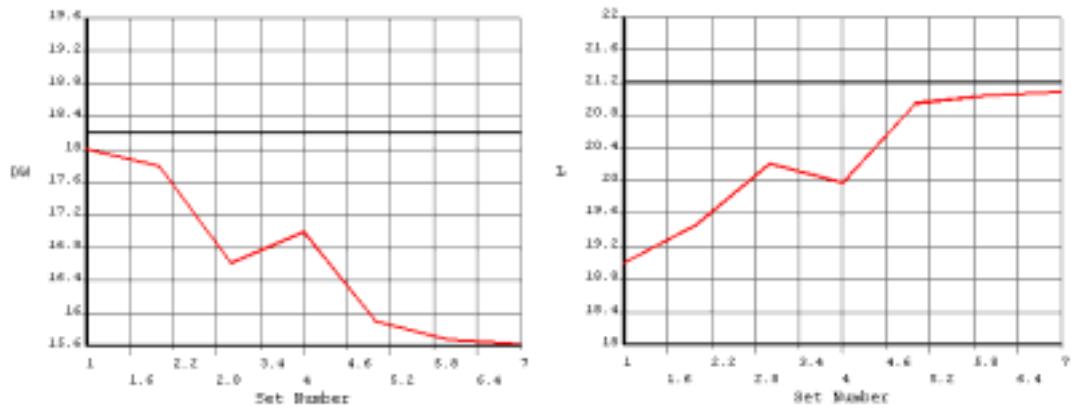


图 5.5 设计变量随迭代次数的变化

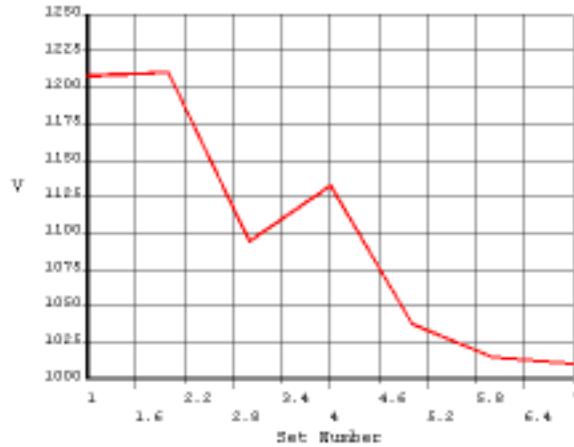


图 5.6 目标函数随迭代次数的变化

从图 5.4~图 5.6 中看出，随着迭代次数的增加，目标函数呈总体逐步下降趋势，最后稳定在某一个值。设计变量和状态变量也随着迭代的进行，最后也稳定在某一个值。由此可见，优化设计的结果收敛且逼近效果良好。

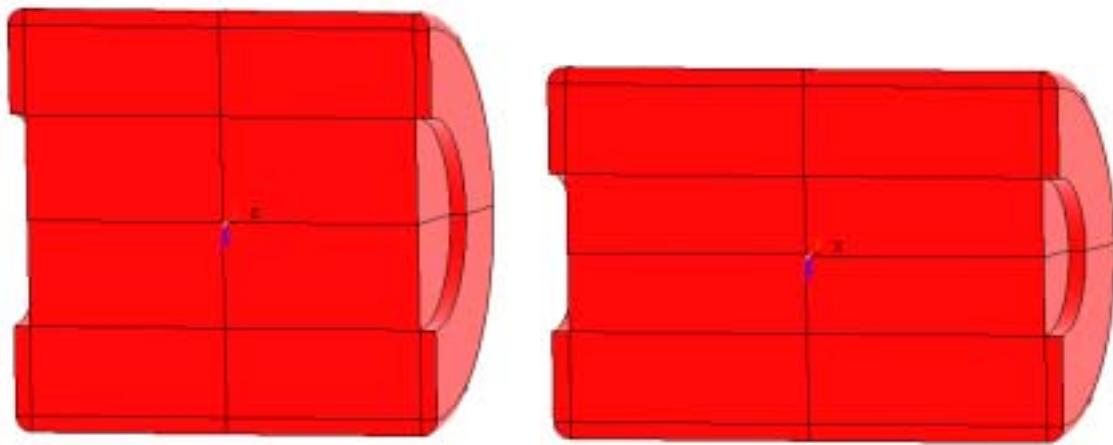


图 5.7a 优化前

图 5.7b 优化后

图 5.7 优化前后滚子的形状对比

优化后，轴承的性能有以下改进：

- 1) 滚子的体积减小为 1010.5，和优化前的 1208.2 相比（即质量）下降了 16.4%，可减小高速旋转时产生的离心力，降低外圈破坏的几率，提高了高速轴承的寿命，优化效果比较明显。
- 2) 从图 5.4 中看出，优化后滚子的长度有所增加，使轴承的变形减小，提高了轴承的刚度。
- 3) 最大等效应力略小于优化前的 1249MPa，保持了轴承承载能力不变。

该方法适用性强，也可根据实际不同需要建立不同的目标函数来进行优化设计，如以降低最大等效应力为目标来提高轴承的承载能力和寿命等。

#### 5.4 本章小结

本章首先介绍了基于CAE的优化设计方法，软件ANSYS优化设计方法的基本原理和基本流程、两种优化算法的比较等。

在考虑接触非线性的情况下，研究了基于ANSYS的高速轴承的滚子结构优化设计方法。以滚子的长度和直径为设计变量，滚子体积为目标函数，在保证轴承承载能力和刚度的情况下，采用零阶方法对滚子结构进行优化设计，使滚子的质量最小。结果表明：优化后，滚子质量下降了16.4%，即减小了离心力，提高了高速轴承的疲劳寿命，且滚子长度的增加可提高轴承刚度。

该方法同样适用于其它类型的轴承优化设计，如降低最大等效应力来提高轴承的额定动负荷等，可根据实际需要建立不同的目标函数，适用性强。验证了基于有限元分析技术的优化设计在实际工程中的应用价值，抛弃了传统结构设计的被动校核方法，进而主动地在可行域内寻求最佳设计方案，很大程度上减少了设计成本和缩短设计周期。

## 第六章 轴承 - 转子系统的动态性能研究

### 6.1 引言

转子 - 轴承系统的动力学特性很大程度上取决于支承转子的滚动轴承的刚度性能<sup>[49]</sup>，过去在处理转子动力学问题时，通常把滚动轴承作为绝对刚度支承计算模型来进行，将问题简单化。并且转子的“陀螺效应”一直是制约转子动力学有限元分析的“瓶颈”问题，因此无法得到准确的计算结果，使转子 - 轴承系统的研究结果不够准确。因此，在研究滚动轴承支承的转子动力学问题时，首先应该研究滚动轴承的刚度，并在此基础上分析转子的动力特性，这是具有理论和实际意义的重要课题。

本章推导了未考虑油膜时，凸度滚子轴承的径向刚度计算方法。并采用有限元法，在考虑陀螺力矩和弹性支承的情况下，对转子临界转速的求解方法进行了研究。

### 6.2 凸度圆柱滚子轴承的刚度计算

在前面 4.3 节切片法的基础上，仅考虑径向载荷的情况下，推导得到凸度圆柱滚子轴承的径向刚度，具体过程如下：

根据力的平衡方程  $F_r - \sum_{j=1}^z Q_j \cos \psi_j = 0$ ，两边分别对  $\delta_r$  求偏导数得：

$$\frac{\partial F_r}{\partial \delta_r} = \sum_{j=1}^z \frac{\partial Q_j}{\partial \delta_r} \cos \psi_j = w \sum_{j=1}^z \sum_{i=1}^n \frac{\partial q_{iji}}{\partial \delta_r} \cos \psi_j \quad (6.1)$$

其中：

$$\frac{\partial q_{iji}}{\partial \delta_r} = \frac{1.11}{K_a^{1.11} l_e^{0.11}} \delta_{iji}^{0.11} \frac{\partial \delta_{iji}}{\partial \delta_r} = \frac{1.11}{K_a l_e^{0.11}} \left( \frac{1}{2} \cos \psi_j \right)^{0.11} \quad (6.2)$$

整理得，轴承的径向刚度：

$$\begin{aligned} K &= \frac{\partial F_r}{\partial \delta_r} = \frac{1.11 w}{2 K_a^{1.11} l_e^{0.11}} \sum_{j=1}^z \sum_{i=1}^n \delta_{iji}^{0.11} \cos \psi_j^2 \\ &= \frac{1.11 w}{2 K_a^{1.11} l_e^{0.11}} \sum_{j=1}^z \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{2} \delta_r \cos \psi_j - \frac{1}{4} u_r - C_i \right)^{0.11} \cos \psi_j^2 \end{aligned} \quad (6.3)$$

因此，公式(6.3)即可计算凸度滚子的修型母线为直线、直线加圆弧和圆弧三种情况时，轴承的径向刚度。

同样以 NU311 短圆柱滚子轴承为例进行研究，具体计算结果如下。

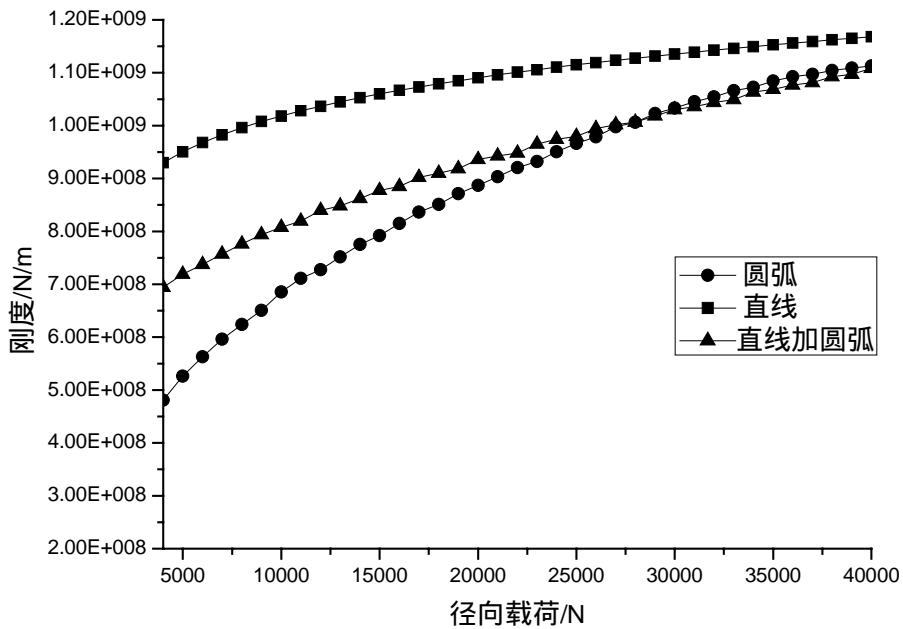


图 6.1 三种不同母线情况下的载荷 - 刚度的曲线

图 6.1 表明 : (1) 三种不同母线滚子轴承的刚度均随着载荷的增加而逐渐增大 , 圆弧修型滚子轴承的刚度变化幅度最大 , 直母线轴承变化最小 ; (2) 轻载时 , 三种不同母线滚子轴承的刚度相差较大 , 凸度滚子轴承的刚度变化幅度大于直母线轴承 ; 在载荷达到一定程度后 , 刚度变化幅度较小 ; (3) 凸度滚子轴承的刚度小于直母线滚子轴承。

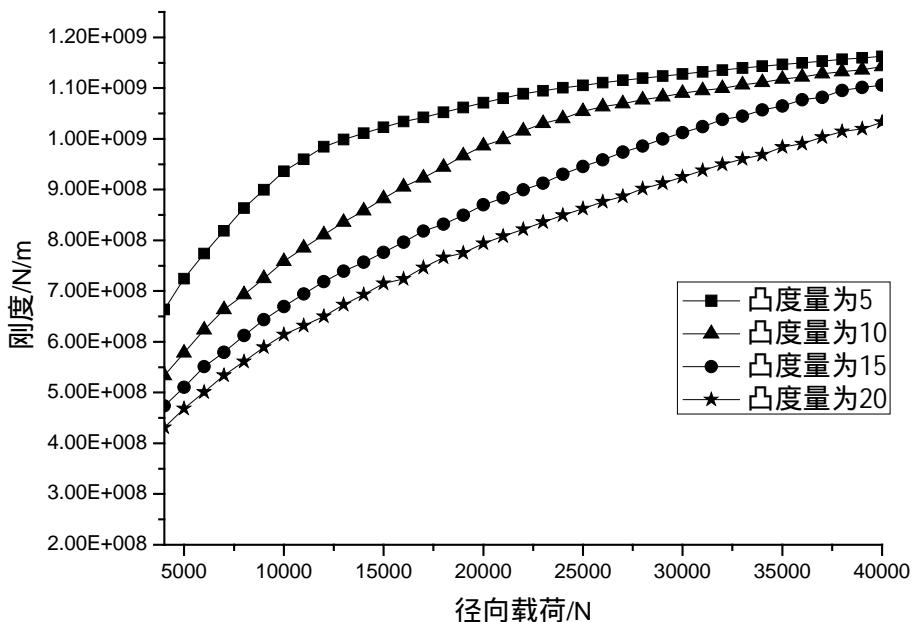


图 6.2 不同凸度量下的载荷 - 刚度曲线

图 6 表明 , 凸度量的增加会使轴承的径向刚度减小 , 尤其在轻载时表现明显。由此可见 , 对于凸度滚子轴承 , 施加一定的预紧载荷能增加刚度稳定性。

## 6.3 转子动力学问题的 ANSYS 求解

### 6.3.1 问题概述

转子动力学计算与转子系统在旋转预应力条件下的模态固有频率计算有相似之处，当不考虑回转效应和工作环境等因素时，回转体的临界转速在数值上与其横向自由振动的固有频率相同；但计算转子临界转速必须要考虑旋转结构涡动时产生的陀螺效应对转子临界转速的影响，这是转子临界转速计算同其他非旋转结构固有频率计算的差异所在<sup>[50-52]</sup>。

多年来，转子的“陀螺效应”一直是制约转子动力学有限元分析的“瓶颈”问题，无法得到准确的计算结果。但ANSYS软件能很好地解决了动力特性分析中“陀螺效应”影响的问题，并且陀螺效应的考虑不受计算模型上的限制，使得转子动力学有限元分析变得简单高效<sup>[50]</sup>。采用ANSYS计算转子的临界转速，可将转子系统简化为梁结构，用BEAM系列或PIPE系列单元建模，这两种单元都可输入其自转角速度，并提供陀螺阻尼矩阵计算选项，直接考虑陀螺效应<sup>[53]</sup>。此外，国内用ANSYS对临界转速的计算大多局限于刚性支承及无阻尼情况<sup>[54,55]</sup>，然而实际情况下转子支承系统都是弹性支承，而且考虑支承刚度系数时计算的临界转速数值与刚性支承计算的结果有差别。

### 6.3.2 临界转速的影响因素

旋转机械的主要部件是转子，其结构型式虽然多种多样，但对一些简单的旋转机械来说，为分析和计算方便，一般都将转子的力学模型简化为一圆盘装在一无质量的弹性转轴上，转轴两端由刚性或弹性的轴承及轴承座支承<sup>[56]</sup>。

随着机器转动速度的逐步提高，当转子转速达到某一数值后，振动就大得使机组无法继续工作，即所谓临界转速。Jeffcott用一个对称的单转子模型在理论上分析了这一现象，证明只要在振幅还未上升到危险程度时，迅速提高转速，越过临界转速点后，转子振幅会降下来。

影响临界转速的因素如下<sup>[56,57]</sup>：

#### 1) 陀螺力矩对转子临界转速的影响

如图 6.3 所示，当转子上的圆盘不是安装在两支承的中点而是偏于一侧时，转轴变形后，圆盘的轴线与两支点 A 和 B 的连线有夹角  $\theta$ 。

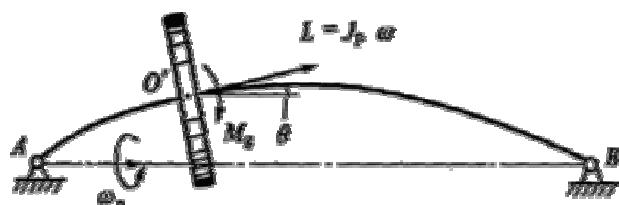


图 6.3 转子系统中的陀螺力矩

设圆盘的自转角速度为  $\omega$ ，转动惯量为  $J_p$ ，则圆盘对质心  $O'$  的动量矩为  $L = J_p \omega$  它与轴线  $AB$  的夹角也应该是  $\theta$ ，当转轴有自然振动时，设其频率为  $\omega_n$ 。由于进动，圆盘的动量矩  $L$  将不断改变方向，因此有惯性力矩：

$$M_g = L \times \omega_n = J_p \omega \times \omega_n \quad (6.4)$$

方向与平面  $O'AB$  垂直，大小为： $M_g = J_p \omega \omega_n \sin \theta$  (6.5)

因夹角  $\theta$  较小， $\sin \theta = \theta$ ，故： $M_g = J_p \omega \omega_n \theta$  (6.6)

这一惯性力矩称为回转力矩或陀螺力矩，它是圆盘加于转轴的力矩，与  $\theta$  成正比，相当于弹性力矩。在正进动 ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) 的情况下，它使转轴的变形减小，因而提高了转轴的弹性刚度，

即提高了转子的临界角速度。在反进动 ( $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ) 的情况下，它使转轴的变形增大，从而降低了转轴的弹性刚度，即降低了转子的临界角速度。因此陀螺力矩对转子临界转速的影响是：正进动时，它提高了临界转速；反进动时，它降低了临界转速。

## 2) 臂长附加力矩对转子刚度的影响

对较长的柔性转子，不平衡质量离心力作用点与转子和轴的连接点可能不重合而有一定臂长，与较短的转子相比，连接点处由同等离心力所产生的挠度将不一样，因为此时在计算连接点处的挠度时，要将力进行移位，而添加的等效力矩将改变轴的变形。分析表明，这种影响会使轴的挠度和转角增大，从而降低轴的临界转速，对柔性转子有利。

## 3) 弹性支承对转子临界转速的影响

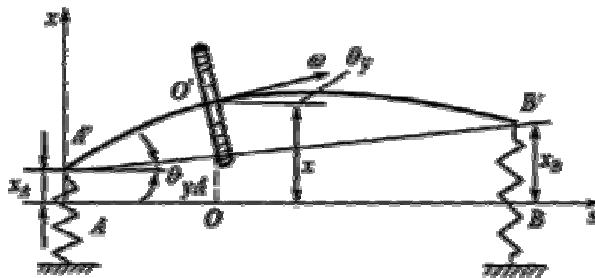


图 6.4 弹性支承转子系统

只有在支承完全不变形的条件下，支点才会在转子运动时保持不动。实际上，支承不可能是绝对刚性不变形的，因而考虑支承的弹性变形时，支承就相当于弹簧与弹性转轴相串联，如图 6.4 所示。

支承与弹性转轴串联后，其总的弹性刚度要低于转轴本身的弹性刚度。因此，弹性支承可使转子的进动角速度或临界转速降低。在实际工程中表现为，减小支承刚度可以使临界转速显著降低。

### 6.3.3 单元介绍

滚动轴承通常可简化为在 x、y 方向上的，仅具有刚度的一维弹簧，在 ANSYS 中可用 Combin14 单元模拟轴承支撑。

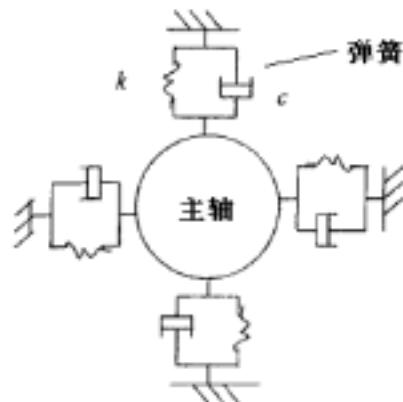


图 6.5 轴承的模拟

#### 1) Combin14 单元描述

Combin14 单元为 1 维线性弹簧阻尼单元，只沿弹簧线性方向传递力，单元的两端节点处，有 UX、UY、UZ 三个方向的自由度。在 ANSYS 软件中，Combin14 单元可以设置两个特征参数刚度 K 和阻尼 C。

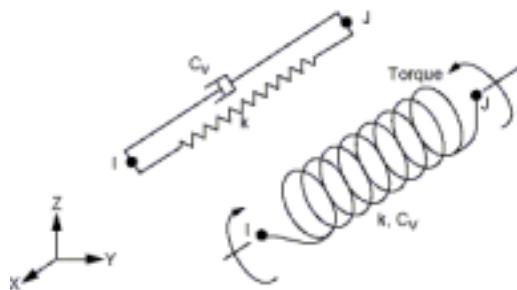


图 6.6 弹簧单元 Combin14

Combin14 具有 1 维、2 维或 3 维应用中的轴向或扭转的性能。轴向的弹簧-阻尼器选项是一维的拉伸或压缩单元。它的每个节点具有 3 个自由度：x、y、z 的轴向移动。它不能考虑弯曲或扭转。扭转的弹簧-阻尼器选项是一个纯扭转单元。它的每个节点具有 3 个自由度的：x、y、z 的旋转，不能考虑弯曲或轴向力。

根据 Combin14 单元的这些特性，用 x、y 方向上相互垂直的两对 Combin14 单元，并设置其特征参数刚度 K 分别等于滚动轴承在 x、y 方向上刚度的一半，即可以比较好的符合已经有

的支撑模型，模拟一个滚动轴承。本文假设阻尼  $C = 0$ 。

## 2) Beam188 单元描述

Beam188 单元适合于分析从细长到中等粗短的梁结构，该单元基于铁木辛哥梁结构理论，并考虑了剪切变形的影响，具有更高的计算精度。

Beam188 是三维线性(2 节点)或者二次梁单元，每个节点有六个或者七个自由度，自由度的个数取决于 KEYOPT(1)的值。当 KEYOPT(1) = 0(缺省)时，每个节点有六个自由度，节点坐标系的 x、y、z 方向的平动和绕 x、y、z 轴的转动；当 KEYOPT(1)=1 时，每个节点有七个自由度，这时引入了第七个自由度(横截面的翘曲)。该单元非常适合线性、大角度转动和/并非线性大应变问题。

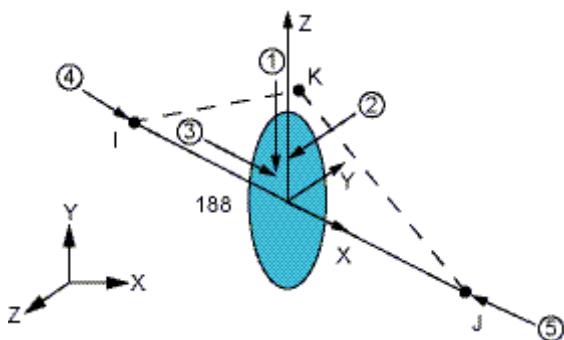


图 6.7 梁单元 Beam188

优点：可考虑剪切变形的影响；具有出色的截面数据定义功能和可视化特性，截面可设置多种材料，用"/eshape,1"显示形状，且截面惯性矩不用自己计算而只需输入截面特征；可以考虑扭转效应，可变截面等。

缺点：ANSYS 旧版本的 Beam188 用的是一次形函数，其精度低于 Beam4 等单元，一根梁必须多分几个单元；而 ANSYS 新版本有所改进，可以设置“KEYOPT(3)=2”变成二次形函数，很好解决了这个问题。

因此，本章尝试使用具有二次插值形函数的 Beam188 单元进行分析，划分足够的网格以保证计算精度。

### 6.3.4 转子临界转速的求解

算例<sup>[53,56]</sup>：单盘转子用滚动轴承支承在刚性基座上，轴长  $L = 570mm$ ，直径  $d = 15mm$ ，支承在轴两端，圆盘在离支承  $L/4$  处，圆盘厚  $t = 20mm$ ，直径  $D = 120mm$ ，材料密度  $7800kg/m^3$ ，材料的弹性模量  $E = 2.1 \times 10^5 N/mm^2$ ，不计阻尼影响，求转子的临界转速。

用顿克公式计算转子的临界转速，参见文献<sup>[53]</sup>，得到考虑轴质量的一阶临界转速为：

$$\omega = 40.82 Hz = 2449.2 r/min$$

用 ANSYS 求解时，整个转子采用梁单元 Beam188 划分，使划分的单元个数保证网格收敛

性, 转子两端用弹簧单元 Combin14 来模拟轴承的弹性支承 (刚度值很大时代表刚性支承), 用点质量单元模拟圆盘, 考虑陀螺力矩, 激活哥氏力选项。

轴的截面特性如图 6.8。

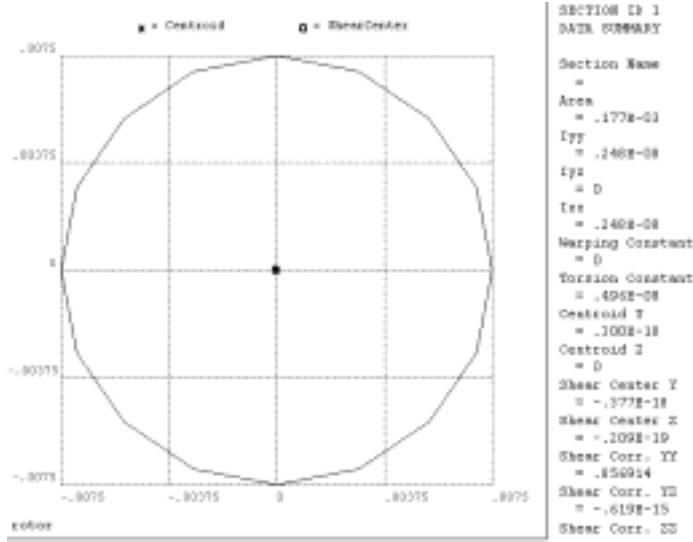


图 6.8 轴的截面特性

### 1) 刚性支承

ANSYS 计算得转子前两阶振型如图所示：

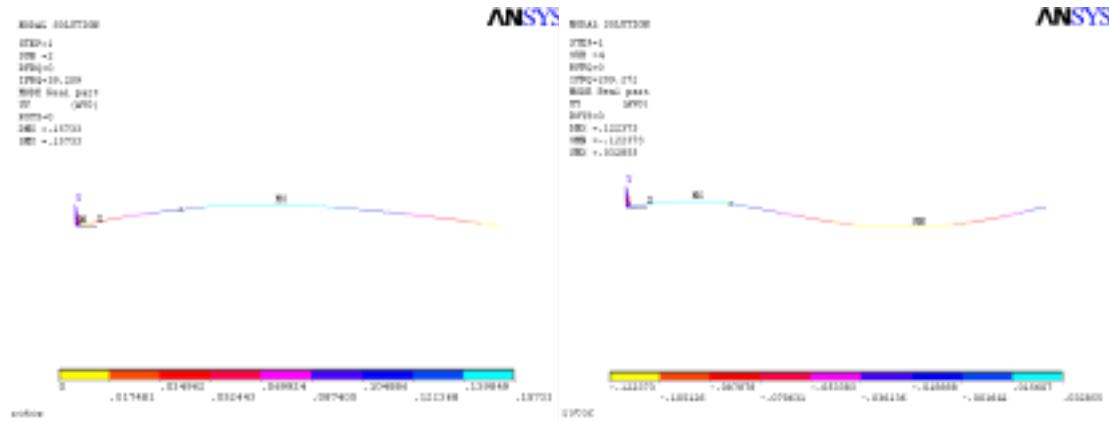


图 6.9 刚性支承下转子的前两阶振型图

在工作转速分别为  $0$ 、 $2000r/min$ 、 $4000r/min$ 、 $8000r/min$ 、 $12000r/min$ 、 $16000r/min$ 、 $20000r/min$ 、 $24000r/min$  时, 用 ANSYS 求得涡动角速度随工作转速的变化如表 6.1 和图 6.10。

表 6.1 刚性支承下转子涡动角速度的变化

	0	33.3	66.7	133.3	200	266.7	333.3	400
一阶反涡动	39.607	38.555	37.469	35.222	32.927	30.650	28.453	26.382
一阶正涡动	39.607	40.621	41.593	43.401	45.026	46.473	47.756	48.893
二阶反涡动	211.40	200.52	188.73	165.24	145.00	129.09	117.01	107.89
二阶正涡动	211.40	220.79	228.49	239.36	246.10	250.46	253.46	255.63
三阶反涡动	348.74	331.34	318.27	301.51	292.14	286.48	282.78	280.19
三阶正涡动	348.74	371.11	398.62	467.68	551.66	646.24	748.21	855.37

画出 CAMBELL 图如下：

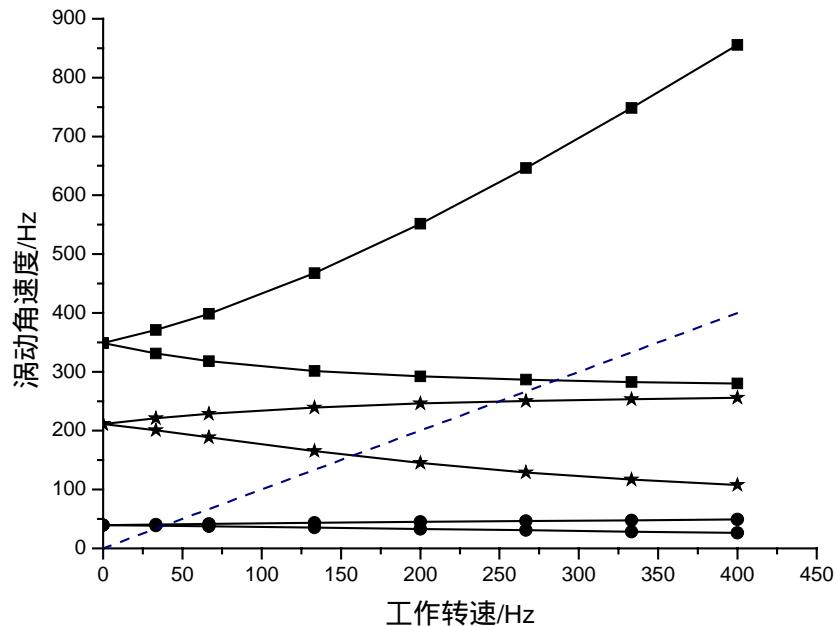


图 6.10 刚性支承下的 CAMBELL 图

如图，当  $\Omega = \omega$  时（正涡动），得到一阶临界转速为  $40.88 \text{ Hz}$ ，二阶临界转速为  $276.6 \text{ Hz}$ 。可见，一阶临界转速比顿克解大  $0.15\%$ ，结果比较精确。

因为顿克法只能计算一阶临界转速，二阶临界转速的结果与文献<sup>[53]</sup>结果  $258.80 \text{ Hz}$  比较，相差为  $6.8\%$ 。可见，用 ANSYS 的计算刚性支承下的转子临界转速时可行的。

## 2) 弹性支承

前两阶振型如下图：

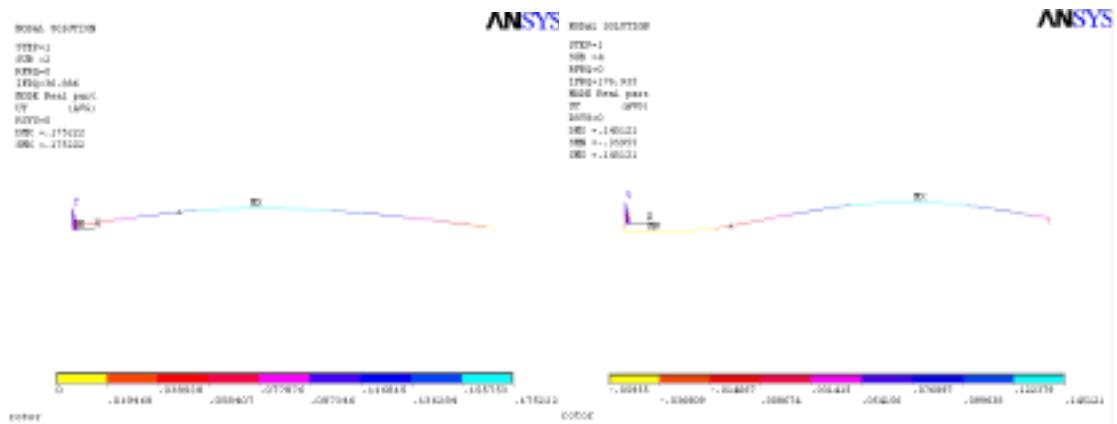


图 6.11 弹性支承下转子的前两阶振型图

将弹簧的刚度改为  $10^6 N/m$ ，求得涡动角速度随工作转速的变化，如表 6.2 和图 6.12。

表 6.2 弹性支承下转子涡动角速度的变化

	0	33.3	66.7	133.3	200	266.7	333.3	400
一阶反涡动	37.216	36.447	35.631	33.865	31.953	29.953	27.935	25.968
一阶正涡动	37.216	37.938	38.612	39.826	40.875	41.781	42.565	43.246
二阶反涡动	178.21	165.83	153.15	129.88	111.47	97.902	88.103	81.017
二阶正涡动	178.21	189.41	198.81	212.02	219.85	224.68	227.86	230.10
三阶反涡动	304.68	290.97	281.03	268.57	261.59	257.29	254.43	252.3
三阶正涡动	304.68	323.13	346.85	409.38	487.67	576.53	672.34	772.80

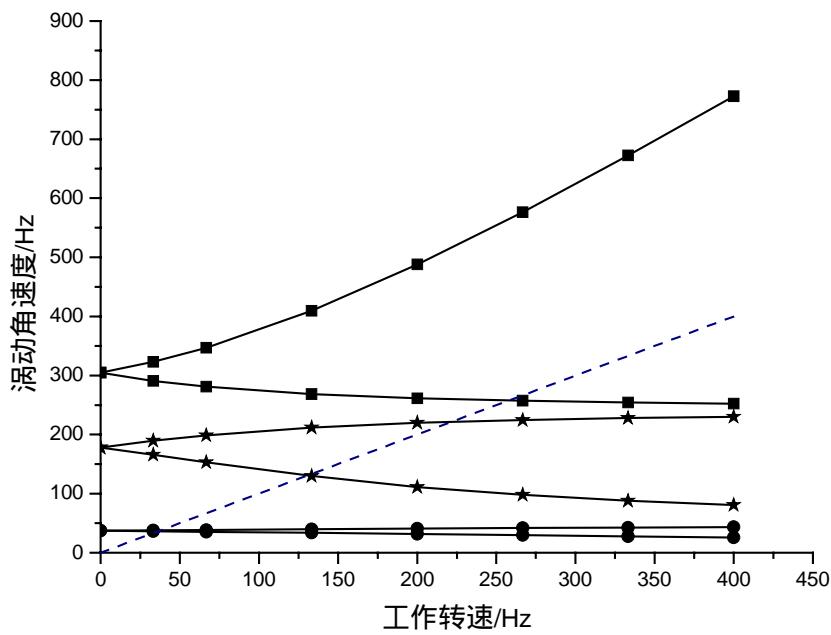


图 6.12 弹性支承下的 CAMBELL 图

如图,同样当  $\Omega = \omega$  时(正涡动),得到一阶临界转速为  $38.1\text{ Hz}$ ,二阶临界转速为  $250.3\text{ Hz}$ ,与文献<sup>[53]</sup>的结果( $39.03\text{ Hz}$ )相差  $2.4\%$ ,二阶临界转速( $228.27\text{ Hz}$ )相差  $9.6\%$ 。

## 6.4 本章小结

本章首先在切片法的基础上,研究了凸度圆柱滚子轴承径向刚度的计算方法,比较了直母线、直线加圆弧和圆弧母线凸度滚子轴承的刚度随载荷的变化规律,并分析了凸度量对刚度的影响,发现凸度滚子轴承的刚度小于直母线滚子轴承,轻载时刚度变化比较明显。

在考虑陀螺力矩的情况下,分别将轴承作为刚性支承和弹性支承,用 ANSYS 计算得到单圆盘转子的前两阶临界转速和振型。结果表明,弹性支承使转子的临界转速减小,陀螺力矩的作用提高了转子的临界转速,与实际情况相符合;本文的方法计算转子一阶临界转速的结果比较精确,二阶的结果误差相对稍大。本章对 ANSYS 计算转子临界转速方法进行的研究和相关结论,为以后更复杂转子系统的分析提供了基础。

## 第七章 总结与展望

### 7.1 本文的主要工作和结论

本文主要将理论分析与有限元数值模拟相结合，在接触分析的基础上，对滚子轴承相关的力学特性进行了研究，为凸度滚子轴承的结构设计和性能研究提供可参考依据。基于以上几个方面的研究，本文主要工作的总结如下：

1. 用 ANSYS 对直母线 NU311 短圆柱滚子轴承的接触问题进行了有限元分析，结果表明：滚子母线为直线时，两端有“边缘效应”的产生，应力分布与实际情况相符。并将有限元计算结果与 Hertz 接触理论的解析解做了比较，接触应力的误差较小，验证了有限元接触模型的正确性，表明有限元法在解决接触问题是有效的。

2. 用切片法进行滚子凸度的计算。以滚子采用圆弧修型的 NU311 轴承为例，根据不同凸度量时滚子的载荷分布，确定了最优凸度量，并给出合理的凸度量与载荷的匹配关系。此外，计算得到不同游隙时，轴承内不同位置角处滚子的载荷分布，结果表明：游隙的增加使滚子受载增大。

3. 用 ANSYS 的参数化设计语言 APDL，实现了滚子和内、外圈滚道均带凸度的 NU 系列轴承参数化有限元分析，并用 VB 对 ANSYS 进行二次开发，建立有可视化界面的圆柱滚子轴接触分析软件。用户在界面中输入对应参数（如果改变尺寸、材料，载荷等）即可在 ANSYS 后台完成整个参数化有限元分析，可以分析不同的结构参数对力分布、弹性变形等的影响，为轴承的结构设计提供了新方法和参考依据，提高了设计效率。

在此基础上以 NU311 轴承为例，通过不同凸度量时有限元计算结果的分析和比较，确定出在该设计载荷下，滚子和内、外圈滚道的最佳凸度量。结果表明：改进后的凸度滚子轴承无“边缘效应”，与直母线时相比，最大等效应力下降了 18.2%，最大接触应力下降了 12.3%，效果明显，提高了轴承的承载能力和使用寿命。

4. 在考虑接触非线性的情况下，研究了基于 ANSYS 的高速轴承的滚子结构优化设计方法。以滚子的长度和直径为设计变量，滚子体积为目标函数，在保证轴承承载能力和刚度的情况下，使滚子的质量最小。结果表明：优化后，滚子质量下降了 16.4%，即减小了离心力，提高了高速轴承的疲劳寿命，且滚子长度的增加可提高轴承刚度。

5. 对凸度圆柱滚子轴承径向刚度的计算方法进行研究，比较了滚子母线为直线、直线加圆弧和圆弧时，轴承刚度随载荷变化的规律，分析了凸度量对刚度的影响。结果表明：凸度滚子轴承的刚度小于直母线滚子轴承，且轻载时刚度变化比较明显；凸度量的增大使刚度减小。

6. 将轴承简化为刚性支承和弹性支承，在考虑陀螺力矩的情况下，对 ANSYS 计算转子临

界转速的方法进行了研究。结果表明：弹性支承使转子的临界转速减小，陀螺力矩的作用提高了转子的临界转速，与实际情况相符合；本文方法计算转子一阶临界转速的结果比较精确，二阶的结果误差相对稍大。对 ANSYS 计算转子临界转速方法的研究和相关结论，为以后更复杂转子系统的研究提供了一定参考依据和基础。

## 7.2 工作展望

由于滚动轴承的力学特性分析是个相当复杂的工程，涉及的学科非常管广泛，很多问题值得进一步探讨和解决：

1. 用 ANSYS 软件进行圆柱滚子轴承接触问题的有限元分析时，仅考虑了滚子母线为直线和圆弧修型两种情况，今后需要进一步对其它修型凸度，如滚子母线为直线加圆弧和对数曲线等，进行更完善的研究。

2. 本文仅考虑了轴承径向受载的情况，且在计算各切片与内外滚道的接触变形量时忽略了接触区油膜厚度的影响。为了能更准确的分析，在今后的工作中需要研究滚子修型凸度对弹流油膜的影响。

3. 用 ANSYS 计算转子的临界转速时，如果转子结构比较复杂，采用梁 - 质量单元有限元模型会对结果有一定误差。为了得到更加准确的结果，今后研究中利用可考虑陀螺力矩的三维实体单元建模进行计算。

4. 滚动轴承的动态 CAE 仿真目前资料鲜有报道，滚动轴承及轴类零部件的动力学接触建模及分析，及轴承的预紧、润滑、磨损和寿命等方面，仍需要不懈地努力进行深入的研究。

## 参考文献

- [1] 张松哲 ,新型材料圆柱滚子轴承承载能力研究 ,[硕士学位论文] ,大连 ,大连交通大学 ,2007.
- [2] 魏延刚 ,魏伟 ,圆柱滚子轴承滚动体新的修型曲线 ,机械设计与制造 ,2003 ,4(2) : 81~83.
- [3] Harries T. A., Roller Bearing Analysis (fifth edition), New York, Taylor and Francis group, 2006: 121~134.
- [4] 孙立明 ,王大力 ,赵斌海 ,汽车轮毂轴承凸度有限元分析 ,轴承 ,2005 , (2) : 1~3.
- [5] 魏延刚 ,王忠敏 ,曲容君 ,修型圆柱滚子轴承滚子凸度量设计 ,大连铁道学院学报 ,2004 , 25(3) : 23~27.
- [6] 王时任 ,周都刚 ,彭文生 ,轴承基础知识 ,上海 ,科学技术出版社 ,1983 , 5.
- [7] 郭敦霖 ,谢志强 ,国外轴承工业概况 ,机械工业部第十设计研究院 ,机械工业科技情报课题92100302号 .
- [8] 罗继伟 ,滚动轴承受力分析及其进展 ,轴承 ,2001 , (9) : 28~34.
- [9] 伍生 ,基于滚动轴承基础问题的有限元分析 ,[硕士学位论文] ,内蒙古 ,内蒙古工业大学 , 2007.
- [10] 唐云冰 ,航空发动机高速滚动轴承的力学特性研究 ,[博士学位论文] ,南京 ,南京航空航天大学 ,2005.
- [11] 小山武夫 (日) ,有限元 (FEM) 在汽车轴承中的应用 ,国外轴承技术 ,1995 , (1) : 9~15.
- [12] 张宝生 ,陈嘉庆 ,蒋力培 ,等 ,MARC在接触分析中的应用 ,轴承 ,2003 , (11) : 1~3.
- [13] 邵希猛 ,杜翠香 ,使用I-DEAS FEM进行有限元分析的方法 ,轴承 ,1995 , (7) : 5~7.
- [14] Hoeprich, Michael R., Rolling element bearing contact geometry analysis. Tribology Transactions, 1995, 38(4): 879~882.
- [15] Pinel S. I., Signer H R, Zaretsky E. V. Design and operating characteristics of high-speed, small bore ball bearings. Tribology Transactions, 1998, 41(4):423~434.
- [16] 俞茂宏 ,工程强度理论 ,北京 ,高等教育出版社 ,1998.
- [17] P.A别捷尔曼 , . 茨伯金 ,滚动轴承手册 ,北京 ,机械工业出版社 ,1966.
- [18] H. Hertz, Uber die Beruhrung Fester Elastischer Korpper(On the contact of elastic solids), J. Reine Angew, 1882, 92(3): 156~171.
- [19] Galin, L. A., Contact Problem in the Theory of Elasticity. Moscow, 1953: 78~93.
- [20] Parson B., Wilson E.A., A method for determining the surface contact stresses resulting from interference fits. ASME J Engng for Industry, 1970: 208~21

- [21] 冯登泰 , 接触力学的发展概况 , 力学进展 , 1987 , 17(4) : 87~92.
- [22] 胡运南 , 无摩擦三维弹塑性接触应力分布与变形的研究 , [硕士学位论文] , 广州 , 华南理工大学 , 1988.
- [23] 任波 , 集群的接触/碰撞有限元法并行策略 , [博士学位论文] , 武汉 , 华中科技大学 , 2003.
- [24] 姜韶峰 , 高速精密密封角接触球轴承的研究 , [硕士学位论文] , 合肥 , 合肥工业大学 , 2003.
- [25] 陈一鸣 , 刘德义 , 接触问题中的边界元法及其最优罚因子 , 燕山大学学报 , 25(2) : 103~106.
- [26] 刘莉娜 , 电气化铁道接触网抱箍类零部件有限元分析 , [硕士学位论文] , 天津 , 天津大学 , 2004.
- [27] 张海涛 , 混合陶瓷角接触球轴承的有限元分析及其仿真初探 , [硕士学位论文] , 天津 , 天津大学 , 2006.
- [28] Lundberg G, Palmgren A., Dynamic Capacity of Rolling Bearing. Acta Polytechnical Mechanical Engineering Sciences, Royal Swedish Academy of English Science, Stockholm, Sweden, 1947.
- [29] 刘彦奎 , 沈卫 , 魏延刚 , 滚动体素线形状对圆柱滚子轴承应力的影响 , 轴承 , 2007 , (3) : 1~3.
- [30] Gladwell G. M. L., Contact problems in the classical theory of elasticity, Sijthoff and Noordhoff, 1980.
- [31] 万长森 , 滚动轴承的分析方法 , 北京 , 机械工业出版社 , 1985.
- [32] Palmgren A., Ball and Roller Bearing Engineering, Burbank, Philadelphia, 1959.
- [33] 王勣成 , 有限单元法 [M] , 清华大学出版社 , 2003 , 7.
- [34] ANSYS Release 11.0 Documentation, ANSYS Inc., 2007.
- [35] 施宝丽 , 赵淑丽 , 刘文波 , 边缘应力对轴承寿命的影响及凸度工艺 , 汽车工艺与材料 , 2004 , (8) : 20~23.
- [36] 王世锋 , 段富宣 , 姚志国 , 圆柱滚子凸度设计应用 , 功能部件 , 2004 , (8) : 91~92.
- [37] 张俊杰 , 潘德仁 , 王敏 , 现代圆柱滚子轴承设计 , 轴承 , 2000 , (4) : 5~7.
- [38] 马家驹 , 圆柱滚子凸度的近似计算 , 轴承 , 1980 , (2) : 35~43.
- [39] 赵长勇 , 张系斌 , 翟晓鹏 , 基于 ANSYS 参数化语言 APDL 的结构优化设计 , 山西建筑 , 2008 , 34(3) : 362~363.
- [40] 顿月芹 , 孔宇 , 基于 VB 调用 ANSYS 与 MATLAB 的电机电磁场计算 , 微特电机 , 2006 , (2) : 11~13.
- [41] 魏延刚 , 张松哲 , 钢制和陶瓷圆柱滚子轴承高速性能的有限元分析 , 机械设计 , 2007 , 7(24) : 48~50.

- [42] 赵长勇 , 张系斌 , 翟晓鹏 , 基于ANSYS/LS-DYNA的齿轮结构的优化设计 , 现代制造技术与装备 , 2008 , 3(3) : 66~68.
- [43] 杨宗明 , 马哲树 , 王健雄 , 基于CAE技术的优化方法及其应用 , 机械设计与制造 , 2004 , (4) : 5~6.
- [44] 刘明保 , 曹秋霞 , 张春梅 , ANSYS优化技术在零件结构设计中的应用 , 机械研究与应用 , 2005 , 18(6) : 92~94.
- [45] 孙靖民 , 机械优化设计 , 北京 , 机械工业出版社 , 1998
- [46] 宋巨龙 , 钱富才 , 基于黄金分割的全局最优化方法 , 计算机工程与应用 , 2005 ,(4) :94~95.□
- [47] 王学文 , 杨兆建 , 大型网架结构参数优化及算法研究 , 安世亚太用户年会论文集 , 2006.
- [48] 刘珍莲 , 圆柱滚子轴承优化设计及计算机辅助设计 - CRBD系统 , 轴承 , 1990 , (5) : 2~6.
- [49] 任继红 , 高速滚珠轴承的刚度计算与转子 - 轴承系统的动力学分析 , 西安 : 西安建筑科技大学硕士论文 , 2005
- [50] 雷先华 , ANSYS中的转子动力学计算[J] , 安世亚太 , 2008.
- [51] Harris T. A., Broschard J. L, Analysis of an improved planetary gear-transmission bearing, Journal of Basic Engineering, Transactions of the ASME, 1964, 86(3): 457~462.
- [52] Rohl R. L., Booker J L.A finite element model for distributed parameter turbo rotor systems, Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, 1972, 94(1): 126~132.
- [53] 章璟璇 , 柔性转子动平衡及转子动力特性的研究 , [硕士学位论文] , 南京 , 南京航空航天大学 , 2005.
- [54] 张谦 , 曹磊 , 基于ANSYS的临界转速计算 , 振动工程学报增刊 , 2004 , 17(5) : 234~237.
- [55] 姚学诗 , 大型汽轮发电机组转子 - 支承系统动态优化设计研究 , [硕士学位论文] , 南京 , 南京航空航天大学 , 2001.
- [56] 顾家柳 , 转子动力学 , 北京 , 国防工业出版社 , 1985
- [57] 钟一鄂 , 转子动力学 , 北京 , 清华大学出版社 , 1987

## 致 谢

本文的研究工作是在导师孙慧玉教授的精心指导下完成的。导师在我攻读硕士期间，不仅在学业方面给予了无私的指导和帮助，而且在生活方面也给予了无微不至的关心。导师渊博的学识、严谨求实的治学态度、丰富的经验、敏锐的洞察力，特别是勇于创新的精神使我深受教育与启发，将是我终身学习的榜样。值此论文完成之际，谨向导师孙慧玉教授致以崇高的敬意和诚挚的谢意！

同时，衷心感谢浙江四通轴承集团有限公司的对本课题所提供的大力支持。在课题遇到技术难题时，徐振拔高级工程师对我的细心指导和热心帮助，在此表示由衷的感谢！

在学习和生活中，结构强度研究所的周光明教授、王新峰讲师的无私关怀和帮助，在此表示诚挚的感谢。感谢所有关心我的各位兄弟姐妹对我的帮助和鼓励，让我拥有的难忘的学习生涯。

感谢家人对我多年来的支持和鼓励，是你们无私的爱促使我不断前进！

最后，感谢为本文审查、评阅和答辩付出辛劳的专家教授！

## 在学期间的研究成果及发表的学术论文

### 攻读硕士学位期间发表（录用）论文情况

- [1] 马文博，孙慧玉，徐振拔等， 基于 VB 和 ANSYS 的滚动轴承接触分析，中国计算力学大会 2008 ' 学术会议，2008 年 8 月。
- [2] 马文博，孙慧玉，徐振拔等，基于接触非线性的滚动轴承结构优化设计，机械研究与应用，2009 年 2 月。