

摘 要

本文总结了国内外在上部结构与地基、基础共同作用分析方面的研究方法和成果，连续—离散化方法是目前比较新的共同作用分析方法，具有计算准确，输入数据少，计算时间短等特点。而子结构法是较为成熟和广泛使用的分析方法。本文将两种连续—离散化共同作用分析方法和子结构分析方法分别在理论和公式推导上作了详细的阐述。并建立了一个计算模型，对这几种方法在每层相同荷载作用下，不同层数的框架结构的基础沉降、基底反力和筏板基础内力的数据进行了对比和分析。

从计算结果数据来看，以基于梅耶霍夫等代梁公式的连续—离散化方法不仅能反映上部结构刚度贡献的有限性，而且其计算结果与子结构法相比，比较准确，误差控制在比较小的范围之内。而基于框架剪切刚度的连续—离散化方法不能反映上部结构刚度贡献的有限性，且计算结果误差相对较大。

用基于梅耶霍夫等代梁公式的连续—离散化方法对一具有实测数据的工程实例进行了计算，其基础下沉降和反力的分布规律与实测值相比，在定性上基本符合。因此此方法在工程实践中有着良好的准确性和实用性。

关键词： 共同作用 连续—离散化分析方法 子结构 框架结构

Abstract

This article has summarized the research approach and achievement of the interaction between superstructure, foundation and ground. At the present time, the continuity - discreteness method is a new idea of interaction analysis. This method have the advantage of others by exact result, convenient and shortly calculating time. And the finite element method is the most efficient method now. In this article, a calcation model has been formed and two continuity - discreteness method have been compared with the finite element method in three aspect of foundation settlement, the force under raft and the moment of raft.

Form the calculation result, we can see that the continuity - discreteness method based on Meyerhof equivalent beam formula can not only embody the limited stiffness contribution of superstructure but also have more exact result, and the other method based on shear stiffness of frame structure can not reflect the limited stiffness contribution and has a relative inaccurate result.

This article has calculated a engineer project having original data by the continuity - discreteness method based on Meyerhof equivalent beam formula . The results of settlement and reaction under foundation accord with original data by a qualitative analysis. So this method is more exact and applied in engineering practice.

Keyword interaction , continuity - discreteness method
finite element method , frame structure

声 明

本人郑重声明：本人在导师的指导下，将独立进行研究工作所取得的成果，撰写成硕士学位论文“上部结构与地基、基础共同作用的连续—离散化方法”。除论文中已经注明引用的内容外，对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本论文中不包含任何未加明确注明的其他个人或集体已经公开发表或未公开发表的成果。

本声明的法律责任由本人承担。

学位论文作者签名 陆上云

2004年 3月 3日

第一章 绪论

1.1 引言

上部结构与地基、基础共同作用的问题已受到了工程界和学术界的重视。近 10 年来，大量建造高层建筑的丰富实践、高层建筑地基基础的现场测试研究、以及计算机和计算技术的迅速发展，为解决高层建筑与地基基础的共同作用分析这一迫切需要解决的问题提供了可能性。各种计算程序和计算方法相继提出，如子结构法、波前法和分块求解法等。目前，在共同作用的整体分析中，以子结构法（包括双重与多重的子结构逐步扩大法）较为有效。它不仅解决了大型结构与计算机存储量小的矛盾，而且可以反映施工期间结构逐层增加，荷载与结构刚度的实际变化及其对共同作用结果的影响。在耦合各个不同结构单元体系等方面，均有独特的长处。也便于在计算机中应用。

但子结构法在实际应用方面还存在着不少问题。现在建筑物越来越高，结构体系也日趋复杂，当用子结构法来算这种工程时，先要根据结构特点（例如框架结构，剪力墙结构），将整个结构分割成若干个子结构，如结构复杂，则需再分一级或多级的附属子结构。然后按照先附属，后基本；先层内，后层间的顺序进行各个子结构刚度和荷载的凝聚，最后实现整个结构刚度和荷载的凝聚。计算过程复杂，数据输入工作量大。计算一个工程需要花费很长的时间，这往往是在实际工程中所不能接受的。虽然现阶段国内外研究人员在结构上或子结构划分方法上进行了很多简化的努力，但工作量大的缺点仍存在。特别是合理划分子结构需要一定的经验。所以子结构法在为工程建设服务过程当中受到种种限制。

目前，大型有限元程序，例如（ANSYS, SAP2000, MARC）等，广泛在设计系统得到应用。但这些都是通用的有限元程序，并不是单独针对土木建筑行业的，这就要求设计人员要有足够的经验，设置合理的参数。可见熟练的掌握这些软件也并非易事。

因此探索一个既省时简便又有实用价值的共同作用分析方法就显得很有必要。这种方法要既能准确又能在较短时间内得出数据结果，以便对工程建设有指

导作用。而本论文就是以此为目的，作为对发展共同作用分析方法的一种尝试。

1.2 研究现状及文献评述

1.2.1 本学科发展概况

高层建筑与地基基础共同作用学科是一门新兴的应用学科，它是随着高层建筑大量兴建及计算机计算技术迅速发展而产生的新学科。目前，把上部结构与地基，基础三者结合一体进行整体分析的思想，已日益受到工程技术人员的重视和采纳。

早在 50 年代已开始注意，梅耶霍夫 (G. G. Meyerhof) ^[2]提出估算框架结构等效刚度的公式以考虑共同作用。而后，芩米斯基 (S. Chamecki) ^[3]，格罗斯霍夫 (H. Grosshof) ^[4]相继研究单独基础上多层多跨框架结构的共同作用。当跨入 60 年代，萨玛 (H. Sommer) ^[5]提出一个考虑上部结构刚度计算基础沉降、接触应力和弯距的方法，随着有限元和计算机的发展，申凯维茨和张佑启 (O. C. Zienkeiwicz and Y. K. Cheung) ^[6]应用有限元研究地基基础的共同作用，普齐米尼斯基 (J. S. Przemieniecki) ^[7]提出子结构的分析方法，为哈达丁 (M. J. Haddad) ^[8]首次利用子结构的分析方法研究地基基础与上部结构共同作用打下基础。克里斯琴 (J. T. Christian) ^[9]在高层建筑的规划与设计会议上阐述高层建筑与地基基础共同作用问题。从事该课题的研究人员日益增多，例如，李和哈里申 (I. K. Lee and H. B. Harrison) ^[10]，海恩和李 (S. J. Hain and L. K. Lee) ^[11]等人。迄至 1977 年，在印度召开第一次“土与结构物共同作用”国际性会议。论文集中反映该课题在当时的新水平。以后，对共同作用课题越来越引人注目。几乎涉及到所有工程问题。例如，在第十、十一届国际土力学及基础工程会议 (1981, 1985) 和第三、四、五届国际土质力学的数值方法会议 (1979, 1982, 1985) 都有一个“土与结构物共同作用”组进行讨论，普洛斯 (H. G. Poulos) ^[12]利用明特林 (R. D. Mindlin) ^[13]公式提出桩与地基土共同作用的弹性理论法，推动了桩土与上部结构基础共同作用的深入研究，他在第十届国际土力学及基础工程会议上作了土和结构物共同作用的总报告^[14]，详述了土与结构物共同作用的发展和前景。Price, G 等人^[15]1986 年利用共同作用原理对 11 层高层建筑桩筏基础作了设计尝试。

在国内，60年代初对共同作用问题也做过一些研究工作，70年代，我国高层建筑逐渐兴起，促使高层建筑与地基基础共同作用研究加速开展。从1974年起先后在京沪等地区对十栋高层建筑箱形基础与地基共同作用进行比较全面的现场测试，在理论上作了比较系统的探索，积累了宝贵的经验和难得的数据。为我国《高层建筑箱形基础设计与施工规程》(JGJ6-80)的编制创造了有利条件，使我国的箱形基础设计提高到一个新的水平。1981年在上海同济大学召开“高层建筑与地基基础共同作用学术交流”，检阅了我国当时在该课题的研究水平。例如上海同济大学张问清课题组^[16]提出扩大子结构法计算高层结构刚度，北京张国霞课题组^[17]，建研院何颐华课题组^[18]，北京工业大学叶于政课题组^[19]相继对高层建筑与地基基础共同作用作了理论和实践的研究。

1982年、1986年、1990年我国第一、二、三届岩土力学解析与数值方法会议和1983年、1987年、1991年我国第四、五、六届土力学及基础工程学术会议上均设有共同作用专题组进行讨论。特别在1993年召开了第一届结构与介质相互作用学术会议，使共同作用课题不但在岩土工程中得到发展，而且应用到其他学科中去。1985年董建国、路佳等对共同作用原理在高层建筑地基基础中的应用作了首次尝试^[20]，随着建筑物越造越高，高层建筑与地基基础（包括箱、筏、桩）的共同作用研究也得到深入开展。赵锡宏等著的《上海高层建筑桩筏与桩箱基础设计理论》^[21]反映了80年代后期该课题的理论和实践成果。董建国等^[22]对共同作用在设计上的应用提出建议，杨敏^[23]对上部结构与桩筏基础共同作用作了深入的理论和试验研究，黄绍铭、裴捷等^[24]的减少沉降桩的研究与其在多层建筑的应用以及疏桩工程的设计均是上部结构与地基基础共同作用理论在基础设计上的应用。1991年编制的《建筑桩基技术规范》也在多处强调要考虑承台、桩群、土之间的共同作用。共同作用分析难度大，通过理论和实践结果的分析，已得到了一些定性的结论，可用于工程实践。现在更重要的是能给出共同作用的定量分析，共同作用课题的研究，涉及三者本身特性的结合，由于影响因素很多，相互结合成一个整体进行研究，确实相当复杂和困难，主要表现在建筑物的施工和使用期间，地基变形的变化规律，建筑物刚度的变化，它们之间的相互影响，地基的差异变形引起建筑物内部荷载和应力的重分布，在施工期间的施工条件对地基变形和建筑物刚度的影响，高低建筑物基础的差异沉降，桩箱（筏）

基础的差异沉降和变形规律，桩与筏（箱）分担上部荷载的关系及其影响因素等等方面，可知，共同作用问题的范围广泛。

在 90 年代中期，又有一种新的力学分析方法被众多学者所关注，这种方法综合了有限元方法和连续化方法的特点，既保留了作为离散化构件的详细数值分析，又引进了连续化后整体自由度少的优点，大规模节省计算工作量。这种方法就是连续—离散化方法。

有限单元法的特点主要是在于分析方法本身完成了两个转变：即从连续到离散和从解析到数值。但事物总有其两面性。随着有限元法应用的广泛深入，特别是对工程实践的应用，一些问题也随之出现，主要表现在两个方面。一是由于有限元法的特点是不管什么对象和什么问题，均在各方向离散，当然这有通用性强的一面，但不可避免带来自由度多、工作量大的不足。其实质是由于分析方法从解析到数值引起的。有限元法另一方面不足在于应用到工程中常见的多构件复杂结构体系中存在的问题。有限元法的提出与发展一直是针对一些连续体结构，如板壳、平面问题以及诸如大坝、岩体、流体等三维问题，将这些连续体离散为若干单元，按单元进行数值分析，然后并装与集合求解，因而有很大灵活性。从连续到离散是有限元法过程重要前提。这一过程同样应用到本来就是离散化的结构体系（如桁架、框架、剪力墙以及各种组合、复合结构），由于有限元只着眼于其组成构件（梁、杆、轴、拱、弦、膜、板、壳等）的进一步离散与协调，这势必对原本由成千上万个构件组成的复杂结构带来更为巨大的计算工作量。显然其实质是由于分析方法从连续到离散引起的。为了解决这一问题，不能再采用传统的单纯连续化方法——就是过去几十年所应用的所谓等效连续体方法，其方法不但等效常数难以确定，误差很大，而且对于刚度有变化，体型复杂的结构则往往难以对付。

而连续—离散化方法则不但保留作为离散化构件的详细数值分析，适合变刚度，体型复杂的结构体系，而且引进了整体化的自由度，自由度总数大大减少，大规模的节省计算和准备数据的工作量。曹志远^[25] [26]对连续—离散化方法的基本思想作了系统的阐述。

1.2.2 目前共同作用的主要分析方法和评述

梅耶霍夫^[2] (G. G. Meyerhof) 的估算框架结构等效刚度公式以考虑共同作用的方法在设计领域得到广泛的应用。很多国家都将此方法选入规范，该方法简便实用，但有局限性，这是因为它是根据纯框架的各柱距相等，忽略梁、柱的轴向变形，并假设各楼层的弹性曲线均相等的条件推导出来的。所以，它只是把上部结构的荷载和刚度作简单的叠加，不能反映上部结构参与共同作用以后，柱荷载的重分布和底部柱子对基础的约束作用，也未能反映上部结构刚度（贡献）的有限性等。

有限单元分析法是将上部结构、基础和地基作为一个整体的计算域，统一划分单元，形成总刚度矩阵，得到全计算域的有限元方程。在统一划分单元中，可视结构情况，采用梁单元、杆单元、板单元、地基土体单元以及界面单元等。但该方法节点自由度数目相当庞大，不经济，对计算机存储量提出了较高的要求。

当用梅耶霍夫估算框架结构等效刚度公式等简化方法不能满足精度要求而转而采用有限元方法进行整体共同作用分析时，就必须寻求有效的方法来解决计算机容量不足的问题。

结构分析的子结构法最早是为了解决飞机结构这类大型和复杂结构的有限元分析问题而建立起来的，而后才被用到共同作用分析。此后随着建筑物结构形式的日趋复杂，发展了双重与多重的子结构逐步扩大法。子结构法是目前共同作用分析方法中较为有效的一种，它将整体结构分成若干个子结构，通过刚度凝聚来减少有限元方程中的节点自由度数。解决了大型结构与计算机存储量小的矛盾，它能明确地表达上部结构刚度与荷载的凝聚过程，并特别适用于高层建筑结构所特有的，以标准层沿竖向呈串联的构成方式。经双重或多重化，得以公式化地处理复杂的上部结构，解决复杂形体的高层建筑与地基基础的共同作用的问题。宰金珉、宰金璋^[27]对此作了总结。但该方法存在着计算边界刚度矩阵较繁琐，输入数据工作量大，耗费时间长的缺点。

由于用子结构有限元计算相当复杂，许多学者对上部结构刚度的贡献先后做过许多简化考虑。其中比较典型的是刘开国^[28]的结构连续化方法。该方法将上部结构简化为等效的梁或板，在整个结构的求解域上选择位移函数，建立梁或板

与地基共同作用的微分方程，进而运用加权残数法求解。但解法只停留在解析解上，边界条件难以确定，限制了在工程中的应用。

自从 90 年代提出连续—离散化分析方法以后，首先将此方法应用的是在上部结构设计领域，王寿康^[29]和李从林，赵建昌^{[30] [31]}等人对此方法在上部结构在水平力作用下的应用有着详细的论述。该方法将上部结构（包括高层框架、单、多肢剪力墙和它们组合而成的结构）简化为等效柱作计算模型，可以反应上部结构剪切或剪弯变形。所提出的计算方法具有自由度少，可适用刚度多阶变化及荷载形式复杂情况。特别是后文将不同形式的结构连续化处理以后，用统一形式的等效柱代替，再用矩阵位移法分析时，单元刚度矩阵具有同一形式，计算简便，便于编程。

而此方法在上部结构与地基、基础共同作用分析中的应用研究还只是在刚刚起步阶段，孙建琴等人首次将连续——离散化方法应用到共同作用分析中去^[32]。应用此方法在推导单元刚度矩阵时，以剪—弯梁的挠曲线微分方程的齐次解作为单元位移函数，不会引起由于离散带来的二次误差，单元的大小不会影响计算精度。当刚度不变时，具有和连续化方法相同的精度。在算例中基础梁的沉降和剪力与有限元方法计算结果非常相近。沉降量最大误差只有 0.4%，剪力最大相对误差为 4.2%，其计算简便，结果比较准确。该方法代表了共同作用分析方法的最新方向，值得进一步发展。但目前的研究只局限于将该方法应用于十字交叉基础梁与弹性地基相互作用分析，并且未与梅耶霍夫（G. G. Meyerhof）的框架结构等效刚度公式进行比较，未考虑框架柱轴向变形，因此尚需进一步研究。

1.3 本文主要研究方法与内容

1.3.1 主要研究内容

本文主要研究内容为将连续—离散化方法应用到上部结构、地基和基础共同作用分析中去，以往在用子结构方法进行分析时，上部结构要占据计算工作量的大半。而上部结构除了用子结构法进行分析外，还可以用连续—离散化方法进行简化分析，目前上部结构连续—离散化方法主要有两种。一种是基于梅耶霍夫（Meyerhof）等代梁公式的连续—离散化方法，该方法假设上部框架各柱距相等，忽略梁、柱的轴向变形，并假设各楼层弹性曲线均相等，考虑到柱子的附加力矩作用将上部框架结构连续化为一根梁，然后将等代梁按实际情况进行单元划分，形成上部结构的等效刚度矩阵，再与地基、基础的刚度矩阵迭加后进行共同作用整体计算分析。第二种方法为基于框架剪切刚度的连续—离散化方法，根据参考文献中提出的框架结构在竖向荷载下，上部结构如同剪弯梁那样工作。因此就可以将上部框架结构连续化为剪弯梁，根据参考文献可以推得此剪弯梁的单元刚度矩阵。形成上部结构的等效刚度矩阵后，再与地基、基础的刚度矩阵迭加后进行共同作用整体计算分析。此两种连续—离散化方法主要的区别在于上部框架结构的连续化方法的不同。

本论文用 Visual Fortran 编程语言编制了一个共同作用分析的计算程序。用此程序将两种连续—离散化方法和子结构方法的计算结果进行比较，主要是基础沉降和基地反力的结果进行对比，分析各个方法的优劣。并且用连续—离散化方法进行了一工程实例分析，与该工程的实测资料进行比较，以检验该连续—离散化方法在上部结构、地基和基础共同作用分析中的实用性。

1.3.2 本文的主要工作

在前人成果的基础上，本人主要完成了以下工作：

- (1) 根据相关文献，系统地总结了两种上部结构、地基和基础共同作用分析的连续—离散化方法的原理和推导过程。
- (2) 通过算例，将基于梅耶霍夫（Meyerhof）等代梁公式的连续—离散化方法，基于框架剪切刚度的连续—离散化方法，和子结构法这三种共同作用分析方

法进行比较，分析各个方法的优劣。

(3) 通过多个算例计算，将两种连续—离散化方法在上部结构不同层数下基础沉降和地基反力的计算结果进行了整理，总结此方法在共同作用分析中的规律和特点。

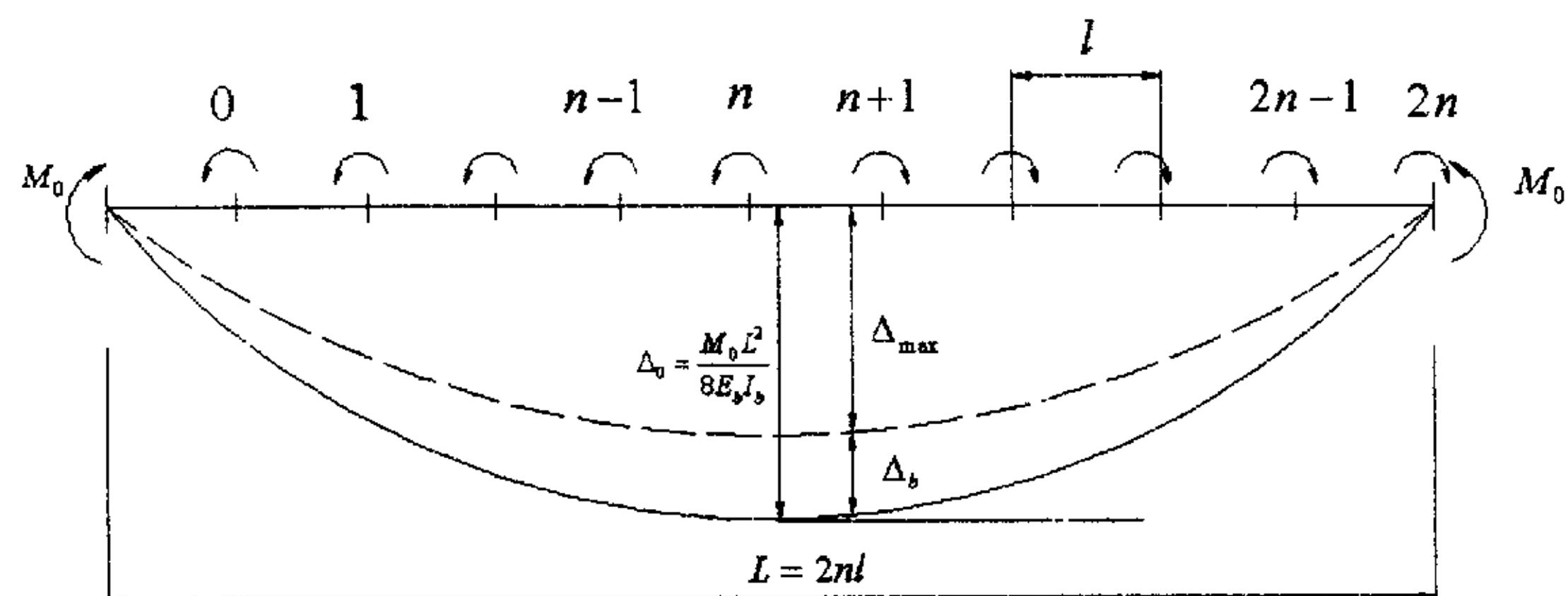
(4)用连续—离散化方法进行了一工程实例分析，与该工程的实测资料进行比较，以检验该连续—离散化方法在上部结构、地基和基础共同作用分析中的实用性。

第二章 共同作用分析方法的基本理论

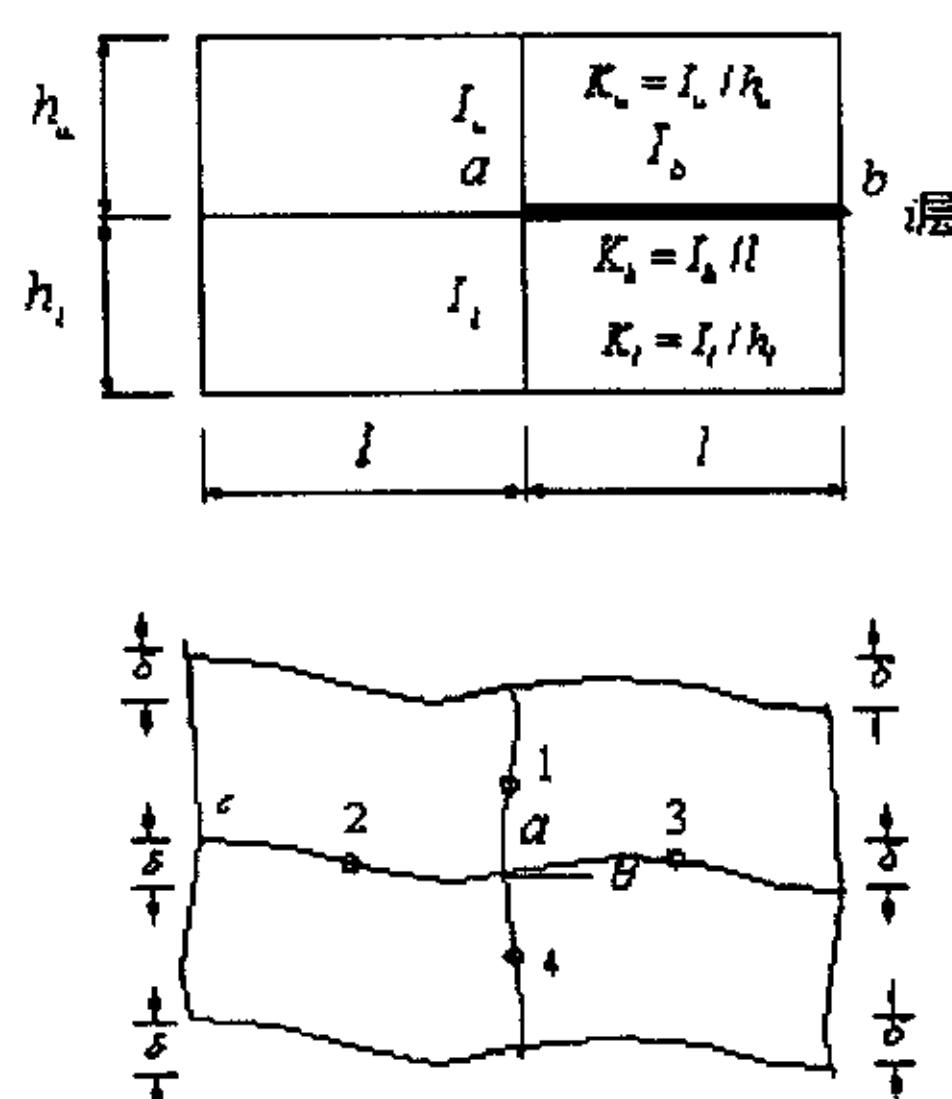
本章主要介绍的是三种共同作用分析方法，即基于梅耶霍夫（Meyerhof）等代梁公式的连续—离散化方法，基于框架剪切刚度的连续—离散化方法和子结构法的基本理论和主要推导过程。

2.1 基于梅耶霍夫（Meyerhof）等代梁公式的连续—离散化方法^[2]

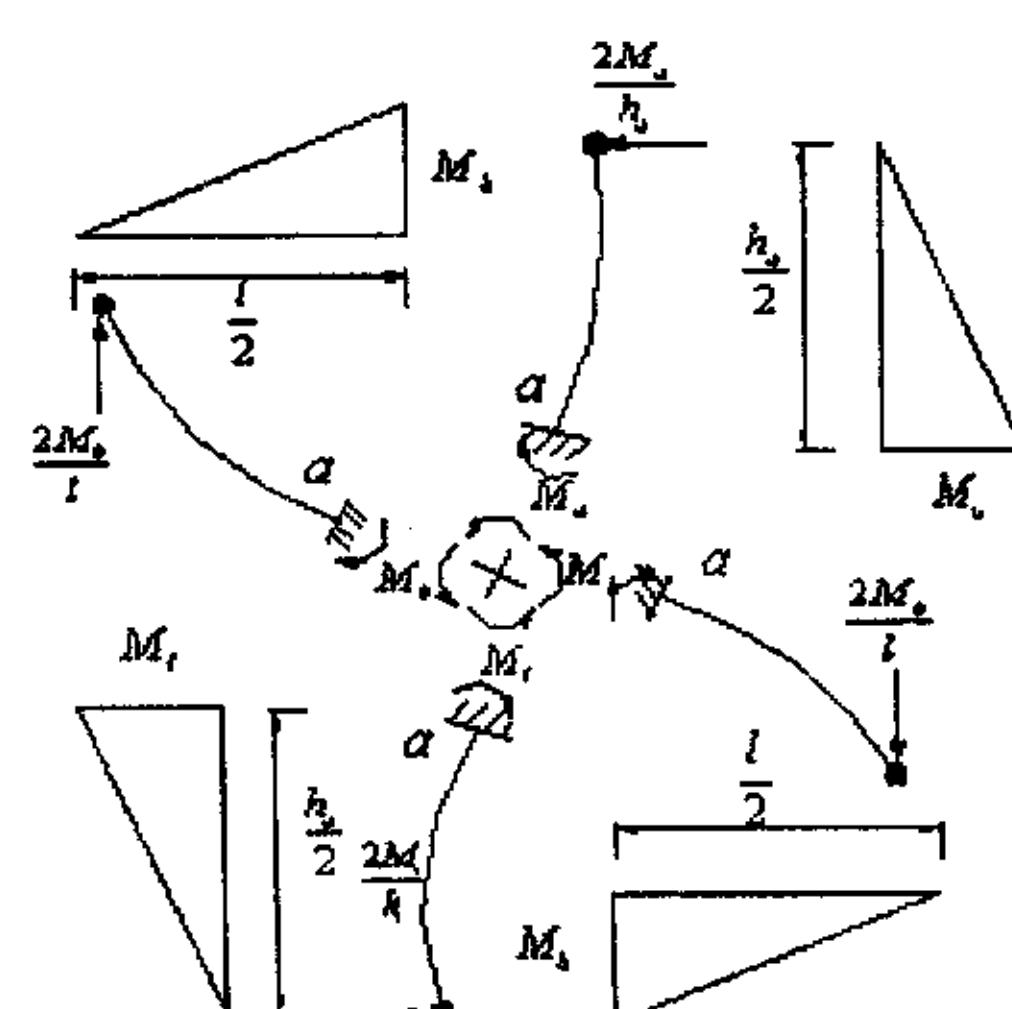
2.1.1 无填充墙的框架结构抗弯刚度的推导



(a)



(b)



(c)

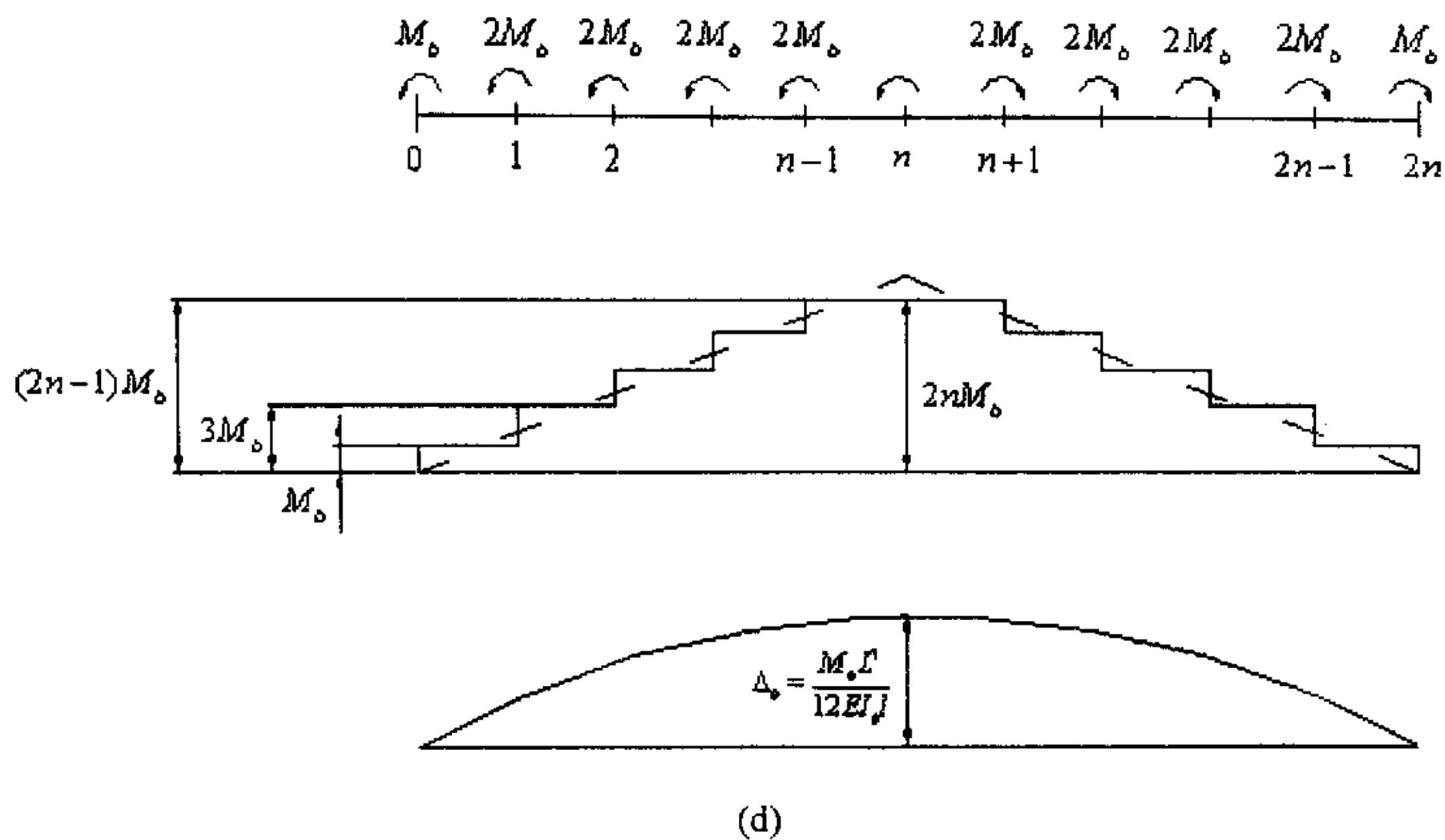


图 2-1

图 2-1 为框架结构近似抗弯刚度的推导示意图。第 i 层的某梁 ab , 其长为 l , 相对刚度 $K_{bi} = I_{bi}/l$; 下柱的相对刚度分别为 $K_u = I_u/h_u$ 及 $K_h = I_h/h_h$ 。首先考虑图 2-1 (a) 所示的第 i 层梁, 其总长为 $L = 2nl$ ($m = 2n$, l 为开间长度)。当两端作用弯距 M_0 , 那么, 当无柱子的约束作用时, 则梁中点挠度为

$$\Delta_0 = \frac{M_0 L^2}{8 E_b I_b} \quad (a)$$

事实上, 因有柱子的约束作用, 将产生附加力矩作用在梁, 柱的节点, 如图中虚线所示。这些附加力矩将使梁的中点挠度减小 Δ_b , 这样, 最大挠度 Δ_{\max} 为

$$\Delta_{\max} = \Delta_0 - \Delta_b \quad (b)$$

注意: 式中 Δ_b 为未知数。

图 2-1 (b) 为第 i 层节点 a 和梁 ab ; 设节点 a 的转角为 θ , 柱间沉降差均为 δ , 并近似地假定柱的反弯点 (1,4) 及梁的反弯点 (2,3) 均位于中点。

图 2-1 (c) 中, 考虑上柱的一半 ($\overline{a1}$ 段), 因点 1 为反弯点, 其水平位移为零:

$$h_u/2 * \theta - \frac{1}{3}(2M_u/h_u)(h_u/2)^3(1/EI_u) = 0$$

解得：

$$M_u = 6E(I_u/h_u)\theta = 6EK_u\theta \quad (c)$$

同理，考虑下柱的一半（ $\overline{a4}$ 段），得

$$M_l = 6EK_l*\theta \quad (d)$$

考虑梁的一半（ $\overline{2a}$ 或 $\overline{3a}$ 段），可得

$$(l/2)*\theta + \frac{1}{3}(2M_b/l)(\frac{l}{2})^3(1/EI_b) = \delta/2$$

（注意到2和a点或3和a点的相对位移为 $\delta/2$ ）， $K_b = I_b/l$ ，则上式为

$$\theta + \frac{1}{6} \frac{M_b}{EK_b} = \frac{\delta}{l} \quad (e)$$

根据节点的平衡条件：

$$2M_b = M_u + M_l$$

将式(c)与(d)代入上式得

$$2M_b = 6EK_u\theta + 6EK_l\theta$$

故 $\theta = \frac{M_b}{3E(K_u + K_l)}$ (f)

将式(f)代入式(e)，则有

$$\frac{M_b}{3E(K_u + K_l)} + \frac{1}{6} \frac{M_b}{EK_b} = \frac{\delta}{l}$$

这样

$$M_b = 6EK_b \left(\frac{K_u + K_l}{2K_b + K_u + K_l} \right) \frac{\delta}{l} \quad (g)$$

求得 M_b 后，推导过程已完成一大半。

由于柱子的约束作用在节点(1, 2, ..., n-1, ..., 2n-1)的附加力矩为 $2M_b$ ，中点n是对称点，故没有附加弯距。而在左端点0和右端点2n的附加力矩近似假定为 M_b （见图2-1(d))。

这样第i层的全梁的附加弯距可以记得为阶梯型弯距，（见图2-1(d))，近

似地用三角形弯距图（以虚线表示）来代替阶梯型弯距，则中点弯距为 $2nM_b$ ，用图乘法可以求得中点挠度。

$$\Delta_b = \frac{M_b L^3}{12EI_b l} \quad (h)$$

将式 (a) 和式 (h) 代入式 (b) 得

$$\Delta_{\max} = \frac{M_0 L^2}{8EI_b} - \frac{1}{2} \left(\frac{K_u + K_l}{2K_b + K_u + K_l} \right) \delta * \frac{L^3}{l^3} \quad (i)$$

近似地假定

$$\delta = \frac{\Delta_{\max}}{n} = \frac{2l}{L} \Delta_{\max}$$

代入式 (i) 得

$$\Delta_{\max} = \frac{M_0 L^2}{8EI_b} * \frac{1}{1 + \left(\frac{K_u + K_l}{2K_b + K_u + K_l} \right) \frac{L^2}{l^2}} \quad (j)$$

比较式 (j) 和式 (a) 可知：

$$I_b' = I_b \left[1 + \left(\frac{K_u + K_l}{2K_b + K_u + K_l} \right) \frac{L^2}{l^2} \right] \quad (2-1)$$

式 (2-1) 就是考虑柱子的附加力矩作用时，使第 i 层梁的有效惯性矩增加的惯性矩公式。

2.1.2 有填充墙的框架结构抗弯刚度的推导

推导方法与无填充墙的框架结构抗弯刚度的推导相似，在此不详细列出。

$$EI_b' = EI_b \left[1 + \left(\frac{K_u + K_l}{2K_b + K_u + K_l} \right) \frac{L^2}{l^2} \right] + \frac{E_p I_p L^2}{2h^2} \quad (2-2)$$

式 (2-2) 就是考虑柱子和填充墙的附加力矩作用时，使第 i 层梁的有效惯性矩增加的惯性矩公式的推导。

当推导出经上部框架连续化，即考虑柱子或填充墙的附加力矩影响时的等代梁惯性矩公式后，就可以方便得将此公式带入到等代梁的单元刚度矩阵中去，将等代梁按实际情况进行单元划分，形成上部结构的等效刚度矩阵，再与地基、基础的刚度矩阵迭加后进行共同作用整体计算分析。

2.2 基于框架剪切刚度的连续—离散化方法

2.2.1 框架剪切刚度推导^[35]

图 2-2 (a) 所示为一框架基本体系，受竖向荷载作用，在图 2-2 (b) 中，邻开间的梁端用辊轴支承代替，其变形情况与实际接近。为进一步简化分析，可在基本体系中假定柱反弯点在其中点（在一般有侧移刚构的形变中，构件的反弯点常接近位于其中点）；再从横向剖开成三个独立的梁单元，如图 2-2 (c) 所示。

中间的梁单元是一个典型梁单元，其变形如图 2-3 (a) 所示。现用这个典型的梁单元来推导抗剪刚度 G_F 和反弯点 i_0 。

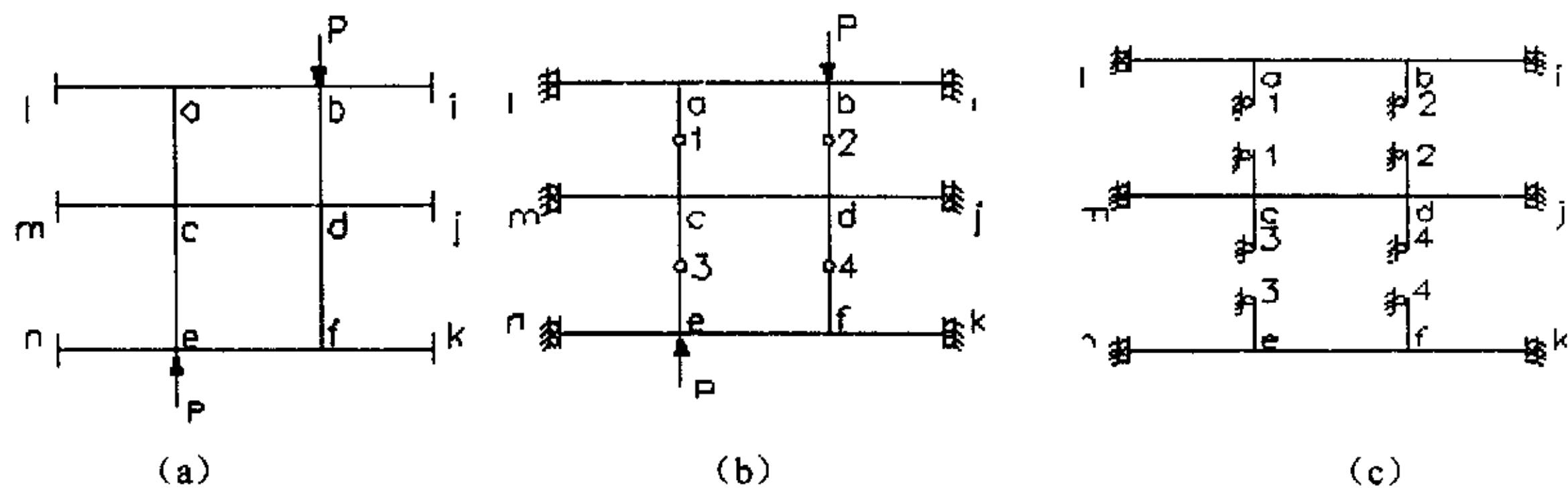


图 2-2

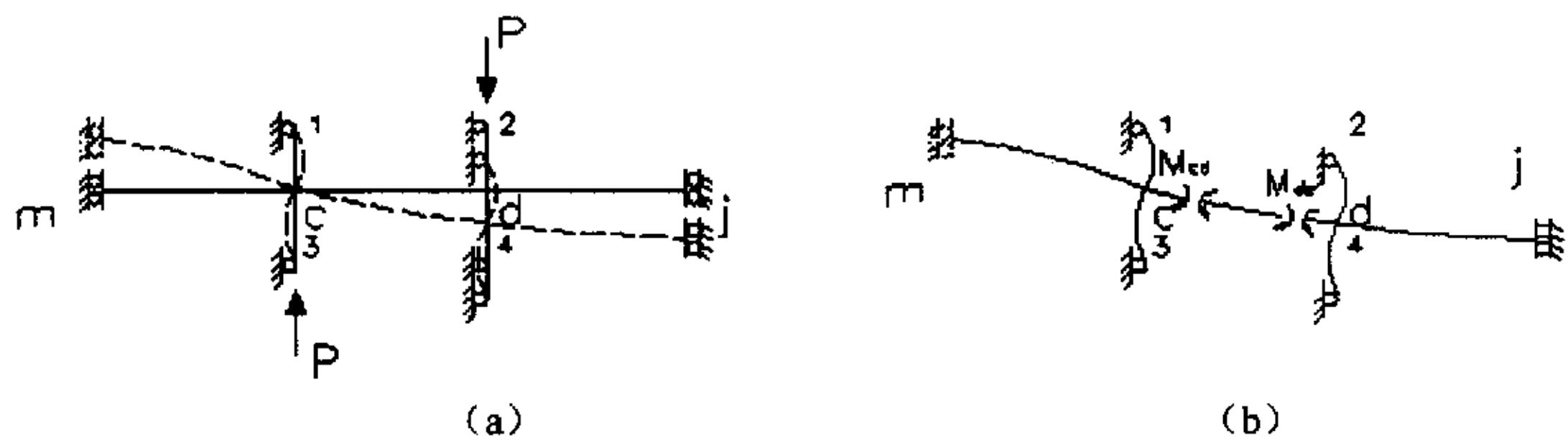


图 2-3

将梁 cd 从 c, d 点与节点断开，分别用力矩 M_{cd}^0 和 M_{dc}^0 表示它们之间的连系关系，按梁的变形可用图 2-5 所示的三项迭加而得，即

$$\begin{aligned}\theta_{cd} &= \frac{\Delta}{L} - \alpha_{cd} M_{cd}^0 + \beta M_{dc}^0 \\ \theta_{dc} &= \frac{\Delta}{L} + \beta M_{cd}^0 - \alpha_{dc} M_{dc}^0\end{aligned}\quad (2-3)$$

式中 α 、 β 的意义见图 2-4

图 2-3 (b) 的 M_{cd} 作用于 c 点, 必产生转角 φ_c , 其值 $\varphi_c = \frac{M_{cd}^0}{\sum S_{cnm}}$, 这里 $\sum S_{cnm} = S_{c1m} + S_{c3m} + S_{cmn}$, 即与节点 c 相联各杆的修正刚度之和。这里先求邻层梁 cm 的修正刚度 S_{cmn} (今后令 $K = \frac{EI}{L}$):

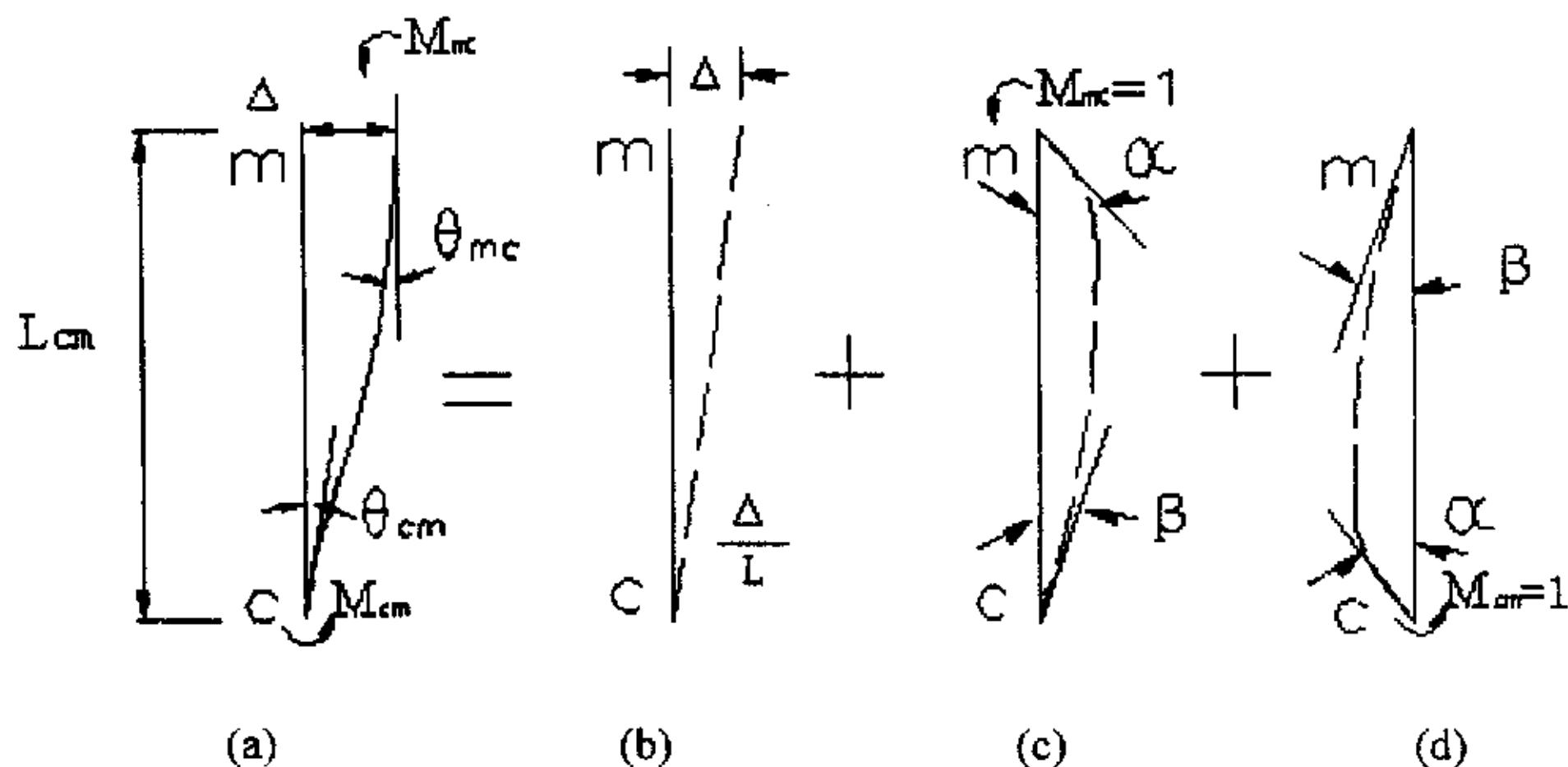


图 2-4

由图 2-5 (a) 得

$$EI_{cm} \theta_c = \int_0^L M_{cm} dx = M_{cm} L_{cm}$$

故

$$M_{cm} = K_{cm} \theta_c$$

根据修正刚度的定义, 当 $\theta_c = 1$ 时的 M_{cm} 即为 S_{cmn} , 故

$$S_{cmn} = K_{cm}$$

以下求柱的修正刚度 S_{c1m}

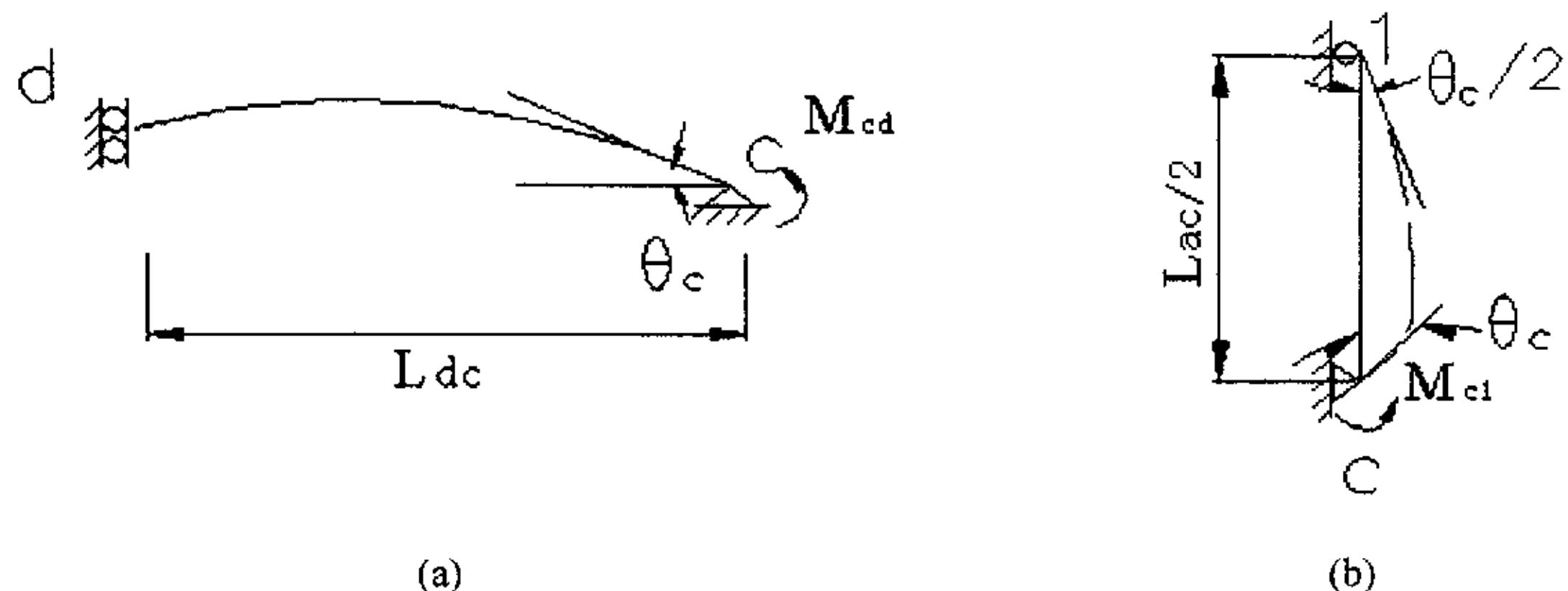


图 2-5

由图 2-5 (b) 得

$$M_{c1} = \frac{2EI_{ca}}{\frac{1}{2}L_{ca}}(2\theta_c - \frac{1}{2}\theta_c) = 6K_{ca}\theta_c$$

$$S_{c1m} = 6K_{ca}$$

同理

$$\varphi_d = \frac{M_{dc}^0}{\sum S_{dnm}}$$

$$\sum S_{dnm} = S_{c2m} + S_{c4m} + S_{cdj}$$

由于 $\theta_{dc} = \varphi_d$ 及 $\theta_{cd} = \varphi_c$, 故得

$$\begin{aligned} \frac{\Delta}{L} - \alpha_{cd}M_{cd}^0 + \beta M_{dc}^0 &= \frac{M_{cd}^0}{\sum S_{cnm}} \\ \frac{\Delta}{L} + \beta M_{cd}^0 - \alpha_{dc}M_{dc}^0 &= \frac{M_{dc}^0}{\sum S_{dnm}} \end{aligned} \quad (2-3a)$$

对于等截面刚构: $\alpha_{cd} = \alpha_{dc} = \frac{1}{3K_{cd}}$ 及 $\beta = \frac{1}{6K_{cd}}$, 并进行简化, 令

$$F_c = 3 + \frac{K_{cd}}{\frac{1}{6}\sum S_{cnm}} = 3 + \frac{K_{cd}}{K_{ca} + K_{ce} + \frac{1}{6}K_{cm}}$$

$$F_d = 3 + \frac{K_{cd}}{\frac{1}{6}\sum S_{dnm}} = 3 + \frac{K_{cd}}{K_{db} + K_{df} + \frac{1}{6}K_{dj}}$$

故

$$\begin{aligned} M_{cd}^0 &= \frac{F_c}{(F_c - 1)(F_d - 1) - 1} \times \frac{6K_{cd}}{L_{cd}} \Delta \\ M_{dc}^0 &= \frac{F_d}{(F_c - 1)(F_d - 1) - 1} \times \frac{6K_{cd}}{L_{cd}} \Delta \end{aligned} \quad (2-3)$$

求梁 cd 的抗剪刚度

$$Q_{cd} = \frac{M_{cd}^0}{i_0 L_{cd}} = \frac{1}{i_0 F_c - 1} \times \frac{6K_{cd}}{(L_{cd})^2} \Delta \quad (2-4)$$

至此，梁的抗剪刚度推导完毕。

在考虑框架的剪切刚度（即在柱距 s 范围内产生一单位剪变， $\Delta/s = 1$ 时所需的竖向剪力），将框架连续化，框架系统以剪切变形为主，将各层柱刚度给相邻两跨各一半，并取 $i_0 = \frac{1}{2}$ ，由式 (2-4) 得：

$$(GF)^k = \frac{6 \sum K_b}{(i_0 F_a - 1)s} \frac{\Delta}{s} = \frac{12}{s} \frac{1}{\left(\frac{1}{K_b} + \frac{1}{K_c}\right)} \quad (2-5)$$

$$K_b = \frac{\sum EI_b}{s} \text{ 及 } K_c = \frac{\sum EI_c}{h}, \quad F_a = \frac{K_b}{K_c}$$

式中： $\sum EI_b$ 为同一开间各层梁的抗弯刚度之和； $\sum EI_c$ 为同一根柱各层柱的抗弯刚度之和， F_a 为侧移时柱端约束柔度系数。 s 为柱距， h 为层高，如图 2—7 所示。

2.2.2 框架连续化剪弯型微分方程

文献^[51]根据框架变形特点，从整体上看，在竖向荷载作用下框架的竖向变形是以剪切变形为主（所谓剪切变形即因梁柱的弯曲变形与节点的转动引起的各柱之间相互竖向错动）。当为基础梁时，整个体系如同剪弯梁那样工作。如图 2—6 所示。

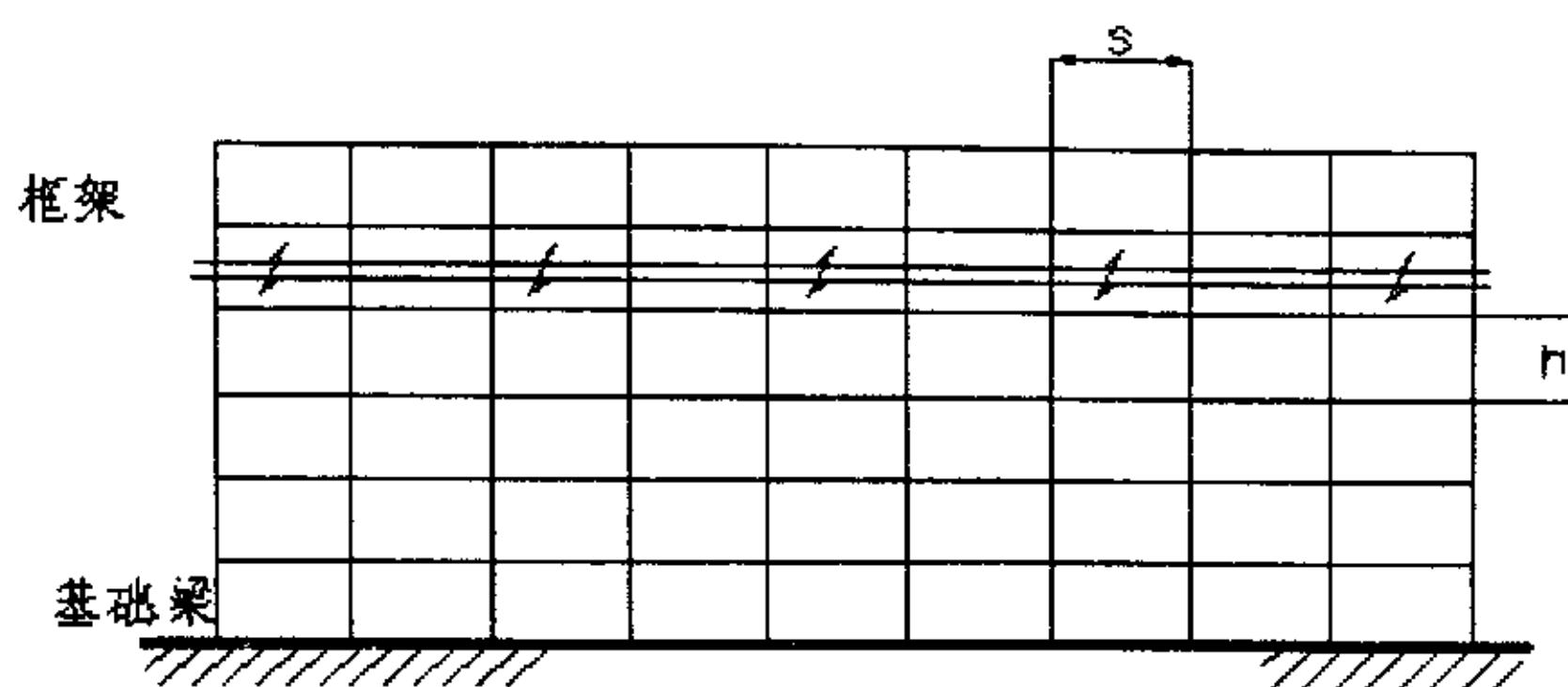


图 2-6

为了简化计算，只考虑框架的剪切变形和地基梁的弯曲变形，略去地基梁的剪切变形时（取地基梁的抗剪刚度为无限大），其微分方程为

$$EIz''' - (GF + m)z'' = q(x) \quad (2-6)$$

式中 EI 为基础梁的弯曲刚度； GF 为框架的竖向剪切刚度，其值见公式 (2-5)； m 为底层柱端的约束线刚度， $m = \frac{6k_{cl}}{s}$ ，其中 k_{cl} 为框架底层柱的线刚度， s 为柱的间距。当基础较高，考虑刚度影响时， $m = \frac{6(1+\alpha)k_{cl}}{(1-\alpha)s}$ ，其中 α 为刚度长度系数。

2.2.3 剪弯梁单元刚度矩阵推导^[32]

式 (2-6) 可改写为

$$\frac{d^4 z}{d\zeta^4} - \lambda^2 \frac{d^2 z}{d\zeta^2} = \frac{L^4 q(x)}{EI} \quad (2-7)$$

式中 $\zeta = x/L$ ； $\lambda = L\sqrt{(GF+m)/EI}$ ； L 为剪—弯梁的长度。

方程 (2-7) 的齐次解为

$$z = C_1 + C_2\zeta + A \sinh(\lambda\zeta) + B \cosh(\lambda\zeta) \quad (2-8)$$

以此式作为剪—弯梁单元的位移函数，单元长度为 l ，即 $\xi = x/l$ ， $\lambda = l\sqrt{(GF+m)/EI}$ ，其转角为

$$\theta = \frac{1}{l} \frac{dy}{d\xi} = \frac{1}{l} [c_2 + A\lambda \cos h(\lambda\xi) + B\lambda \sin h(\lambda\xi)] \quad (2-8a)$$

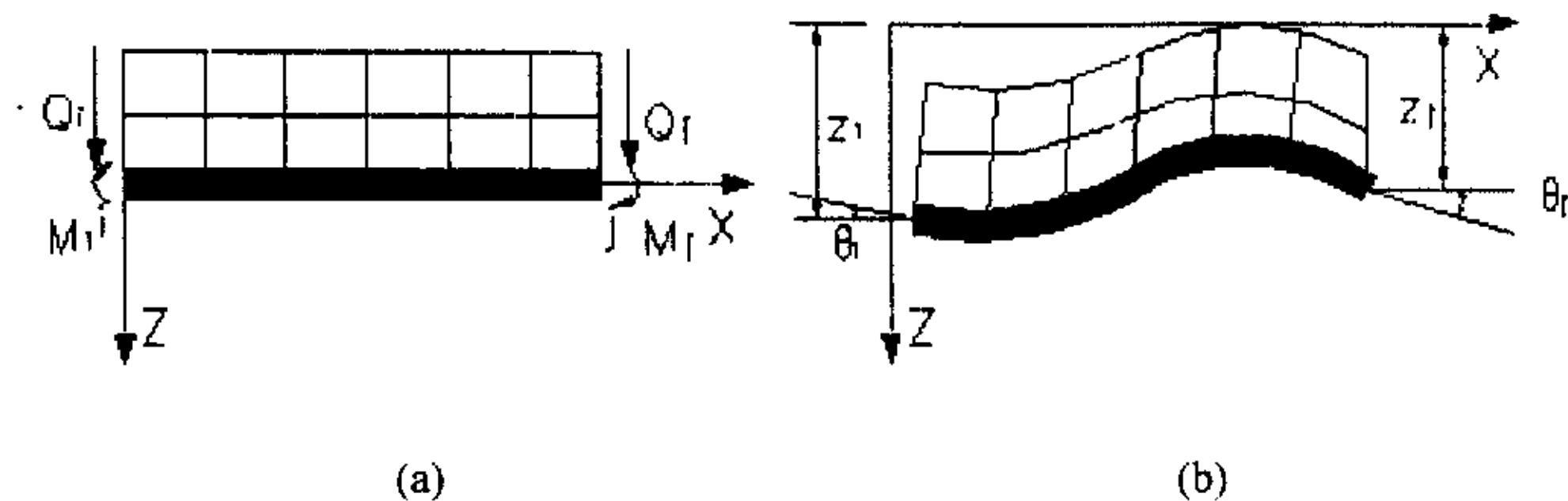


图 2-7

单元端部力的方向如图 2-7 (a) 所示, 端部位移方向如图 2-7 (b) 所示。

在图示的坐标系下, 由边界条件

$$\xi = 0, z = z_i, \theta = \theta_i \quad \text{和} \quad \xi = 1, z = z_j, \theta = \theta_j$$

可确定四个积分常数 c_1, c_2, A, B 。再将所确定的积分常数代入式 (2-8), 经整理得

$$z = N_1 z_i + N_2 \theta_i + N_3 z_j + N_4 \theta_j \quad (2-9)$$

$$\text{其中: } N_1 = (1/\alpha) [\alpha + \lambda s_2 - \lambda s_3 \xi + s_3 \sin h(\lambda\xi) - \lambda s_2 \cos h(\lambda\xi)]$$

$$N_2 = (1/\alpha) [\gamma_2 l + (\alpha - \gamma\lambda) l \xi + \gamma l \sin h(\lambda\xi) - \gamma_2 l \cos h(\lambda\xi)]$$

$$N_3 = (1/\alpha) [-\lambda s_2 + \lambda s_3 \xi - s_3 \sin h(\lambda\xi) + \lambda s_2 (\lambda\xi)]$$

$$N_4 = (1/\alpha) [s_1 l - \lambda s_2 l \xi + s_2 l \sin h(\lambda\xi) - s_1 l (\lambda\xi)]$$

$$\text{式中: } s_1 = \sin h\lambda - \lambda; \quad s_2 = \cos h\lambda - 1; \quad s_3 = \lambda \sin h\lambda$$

$$\gamma = s_3 - s_2; \quad \gamma_2 = \lambda s_2 - s_1; \quad \alpha = s_2^2 \lambda - s_1 s_3$$

由材料力学公式得剪-弯梁单元的端部弯距和剪力分别为

$$\left. \begin{aligned} Q_i &= Q_{wi} + Q_{fi} = \frac{EI}{l^3} \frac{d^3 z}{d\xi^3} \Big|_{\xi=0} - \frac{GF + m}{l} \frac{dz}{d\xi} \Big|_{\xi=0} \\ M_i &= M_{wi} = -\frac{EI}{l^2} \frac{d^2 z}{d\xi^2} \Big|_{\xi=0} \\ Q_j &= Q_{wj} + Q_{fj} = -\frac{EI}{l^3} \frac{d^3 z}{d\xi^3} \Big|_{\xi=1} + \frac{GF + m}{l} \frac{dz}{d\xi} \Big|_{\xi=1} \\ M_j &= M_{wj} = \frac{EI}{l^2} \frac{d^2 z}{d\xi^2} \Big|_{\xi=1} \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

其中 Q_{wi} , M_{wi} —— 分别为 i 端基础梁部分的剪力和弯距;

Q_{wj} , M_{wj} —— 分别为 j 端基础梁部分的剪力和弯距;

Q_{fi} , Q_{fj} —— 分别为 i 端和 j 端框架部分广义剪力。

对式 (2-9) 微分代入式 (2-10), 经整理得

$$\left. \begin{aligned} Q_i &= (EI/l^3\alpha) [\lambda^3 s_3 y_i + \lambda^3 s_2 l \theta_i - \lambda^3 s_3 y_j + \lambda^3 s_2 l \theta_j] \\ M_i &= (EI/l^3\alpha) [\lambda^3 s_2 l y_i + \lambda^2 \gamma_2 l^2 \theta_i - \lambda^3 s_2 l y_j + \lambda^2 s_1 l^2 \theta_j] \\ Q_j &= (EI/l^3\alpha) [-\lambda^3 s_3 y_i - \lambda^3 s_2 l \theta_i + \lambda^3 s_3 y_j - \lambda^3 s_2 l \theta_j] \\ M_j &= (EI/l^3\alpha) [\lambda^3 s_2 l y_i + \lambda^2 s_1 l^2 \theta_i - \lambda^3 s_2 l y_j + \lambda^2 \gamma_2 l^2 \theta_j] \end{aligned} \right\} \quad (2-10a)$$

将式 (2-10a) 写成矩阵形式

$$\{P\} = [K]^e \{\delta\} \quad (2-11)$$

式中 $[K]^e$ —— 单元刚度矩阵, 其具体形式如下:

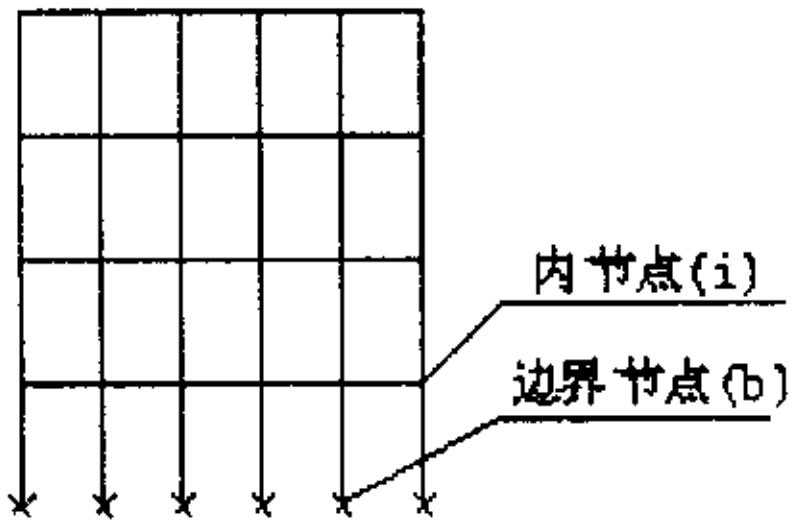
$$\begin{bmatrix} \lambda s_3 & \lambda s_2 l & -\lambda s_3 & \lambda s_2 l \\ \lambda s_2 l & \gamma_2 l^2 & -\lambda s_2 l & s_1 l^2 \\ -\lambda s_3 & -\lambda s_2 l & \lambda s_3 & -\lambda s_2 l \\ \lambda s_2 l & s_1 l^2 & -\lambda s_2 l & \gamma_2 l^2 \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \{P\} &= [Q_i \ M_i \ Q_j \ M_j]^T \\ \{\delta\} &= [y_i \ \theta_i \ y_j \ \theta_j] \end{aligned} \quad (2-11a)$$

当剪弯梁的单元刚度矩阵推导出来以后, 就为下一步的离散做好了准备, 就可以将剪弯梁按实际情况进行单元划分, 形成上部结构的等效刚度矩阵, 再与地

基、基础的刚度矩阵迭加后进行共同作用整体计算分析。

2.3 子结构法^[45]

为了便于阐明子结构分析方法的原理，以一个平面框架为例，如图 2-8 所示。现把结构内的节点自由度区分为内节点自由度（以 i 表示）和边界节点自由度（以 b 表示），则结构内的总自由度为 n ，即 $n=i+b$ 。



整个结构的节点位移 $\{U\}$ 和荷载 $\{P\}$ 的关系可写出平衡方程为

图 2-8 框架结构得节点与内节点

$$\{P\} = [K]\{U\} \quad (2-12)$$

式中： $[K]$ —— 整个结构的刚度矩阵 ($n \times n$)。

把式 (2-12) 用分块矩阵形式表示，则

$$\begin{Bmatrix} P_i \\ P_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ib} \\ K_{bi} & K_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ U_b \end{Bmatrix} \quad (2-13)$$

式中： U_i ， U_b —— 内节点和边界节点位移的列向量；

P_i ， P_b —— 相应于内节点和边界节点位移的荷载列向量；

展开上式得：

$$\{P_i\} = [K_{ii}]\{U_i\} + [K_{ib}]\{U_b\} \quad (2-14)$$

$$\{P_b\} = [K_{bi}]\{U_i\} + [K_{bb}]\{U_b\} \quad (2-15)$$

式 (2-15) 移项后为

$$\{U_i\} = [K_{ii}]^{-1} (\{P_i\} - [K_{ib}]\{U_b\}) \quad (2-16)$$

把 (2-16) 代入式 (2-14)，得

$$\{P_b\} - [K_{bi}][K_{ii}]^{-1}\{P_i\} = ([K_{bb}] - [K_{bi}][K_{ii}]^{-1}[K_{ib}])\{U_b\} \quad (2-17)$$

$$\text{令 } \{S_b\} = \{P_b\} - [K_{bi}][K_{ii}]^{-1}\{P_i\} \quad (2-18)$$

$$\{K_b\} = \{K_{bb}\} - [K_{bi}][K_{ii}]^{-1}\{K_{ib}\} \quad (2-19)$$

$$\text{则 } \{S_b\} = [K_b]\{U_b\} \quad (2-20)$$

式中: $\{S_b\}$ —— 凝聚后的等效边界荷载列向量;

$[K_b]$ —— 凝聚后的等效边界刚度矩阵。

式(2-18)的物理含义是: 内节点自由度消去后, 在边界节点上的等效荷载 $\{S_b\}$ 系由原先作用的边界节点上的荷载 $\{P_b\}$ 和内节点上的荷载向边界节点移置时的贡献($-[K_{bi}][K_{ii}]^{-1}\{P_i\}$)两部分荷载所组成。

式(2-19)的物理含义是: 凝聚后的等效边界刚度矩阵系由所有内节点固定时, 边界节点处的刚度矩阵 $[K_{bb}]$ 和考虑到内节点实际并非固定而必须作出修正($-[K_{bi}][K_{ii}]^{-1}[K_{ib}]$)两部分刚度矩阵所组成。

由上述公式可见, 结构的求解问题就可按下列步骤进行:

1. 刚度矩阵的凝聚, 按式(2-18)和式(2-19)计算等效边界荷载列向量 $\{S_b\}$ 和等效边界刚度矩阵 $[K_b]$;
2. 按式(2-20)求解边界节点位移 $\{U_b\}$, 此时, 求得所需的方程阶数要比原结构少的多;
3. 按式(2-16)回代求解内节点位移 $\{U_i\}$ 。

综上所述, 刚度矩阵凝聚的过程, 实质上是消去内节点自由度的过程。通过凝聚, 整个结构的位移分解为先求边界节点位移 $\{U_b\}$ 和后求内节点位移 $\{U_i\}$ 两个过程。

将有限元应用于上部结构、地基和基础共同作用分析时, 采用整体有限元分析节点自由度总数可能非常庞大, 特别对高层建筑、基础和地基进行共同作用分析时节点自由度更多。子结构法是将整体结构分成数个子结构, 通过刚度凝聚以减少有限元方程中的节点自由度数。

今以图2-9所示的结构、基础和地基为例加以说明。

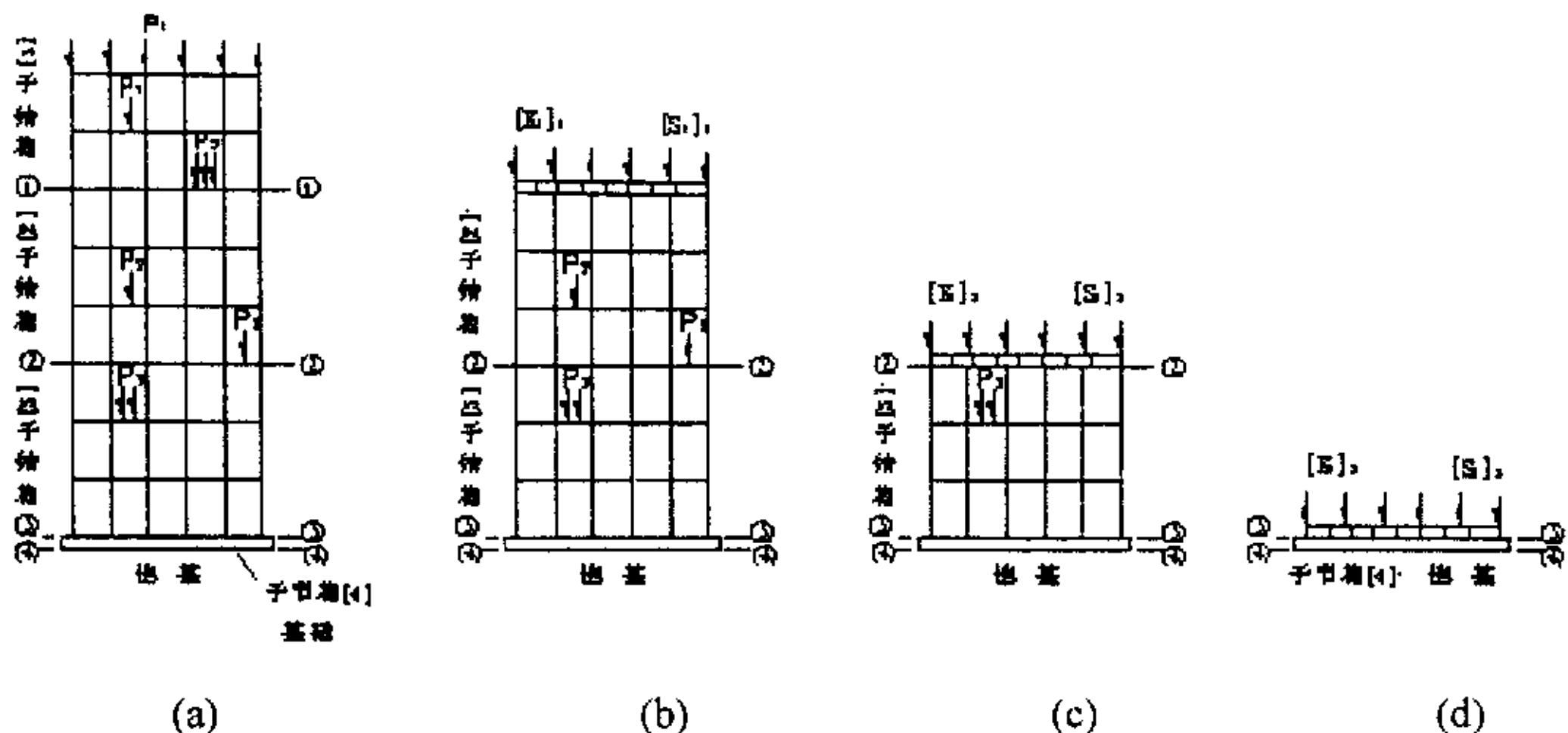


图 2-9 高层结构和基础的凝聚与地基共同作用分析示意

整个结构分成四个子结构（以[1]，[2]，[3]和[4]表示），子结构的边界有四个，以①，②，③和④表示。先把子结构[1]向边界①进行凝聚，将式(2-19)和式(2-18)计算子结构[1]的边界刚度矩阵 $[K_b]$ 与边界荷载 $\{S_b\}$ ，叠加到子结构[2]上，形成子结构[2]'（图2-8(b)）。然后，再把子结构[2]'向边界②进行凝聚，依次逐个进行直至上部结构刚度和荷载全部凝聚到基础上（图2-9(d)）此时子结构[4]'为已考虑上部结构效应的基础。根据（图2-9(d)），可写出子结构[4]'的平衡方程

$$\left([K_F] + [K_b]_{[3]} \right) \{U\}_{[4]} = \{S_b\}_{[3]} - \{R\} \quad (2-21)$$

式中：

$\{U\}_{[4]}$ ——子结构[4]的广义位移列向量;

$[K_F]$ ——子结构[4]（即原基础）的刚度矩阵；

$[K_b]_{[3]}$ —— 上部结构的等效边界刚度矩阵;

$\{S_b\}_{[3]}$ — 上部结构的等效边界荷载列向量;

$\{R\}$ — 基础接触压力（反力）列向量（未知）

迄今为止，可以把总共由 m 个子结构组成的结构体系看

到此为止，可以把总共由 m 个子结构组成的结构体系在其 i 个子结构时 ($m > i$) 的平衡方程表示为：

$$\begin{bmatrix} K_n^{(i)} + K_b^{(i-1)} & K_{ib}^{(i)} \\ K_{bi}^{(i)} & K_{bb}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i^{(i)} \\ U_b^{(i)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_i^{(i)} + S_b^{(i-1)} \\ P_b^{(i)} - R_b^{(i)} \end{Bmatrix} \quad (2-22)$$

式中的 $[K_b^{(i-1)}]$ 为在 $i-1$ 个子结构底部边界节点上的凝聚等效边界刚度矩阵, $\{S_b^{(i-1)}\}$ 为相应的等效边界荷载列向量; $\{R_b^{(i)}\}$ 为在 i 个子结构时边界节点所受的反力列向量, 当 $i=m$ 时的 $\{R_b^{(m)}\}$ 即为基底反力列向量, 整个 m 个子结构的平衡方程为

$$[K_b^{(m)}] \{U_b^{(m)}\} = \{S_b^{(m)}\} - \{R_b^{(m)}\}$$

可简写为

$$[K_b] \{U_b\} = \{S_b\} - \{R\} \quad (2-23)$$

式中:

$[K_b]$, $\{S_b\}$ ——整个结构 (包括基础) 对基底接触面边界节点的等效刚度矩阵和等效列向量;

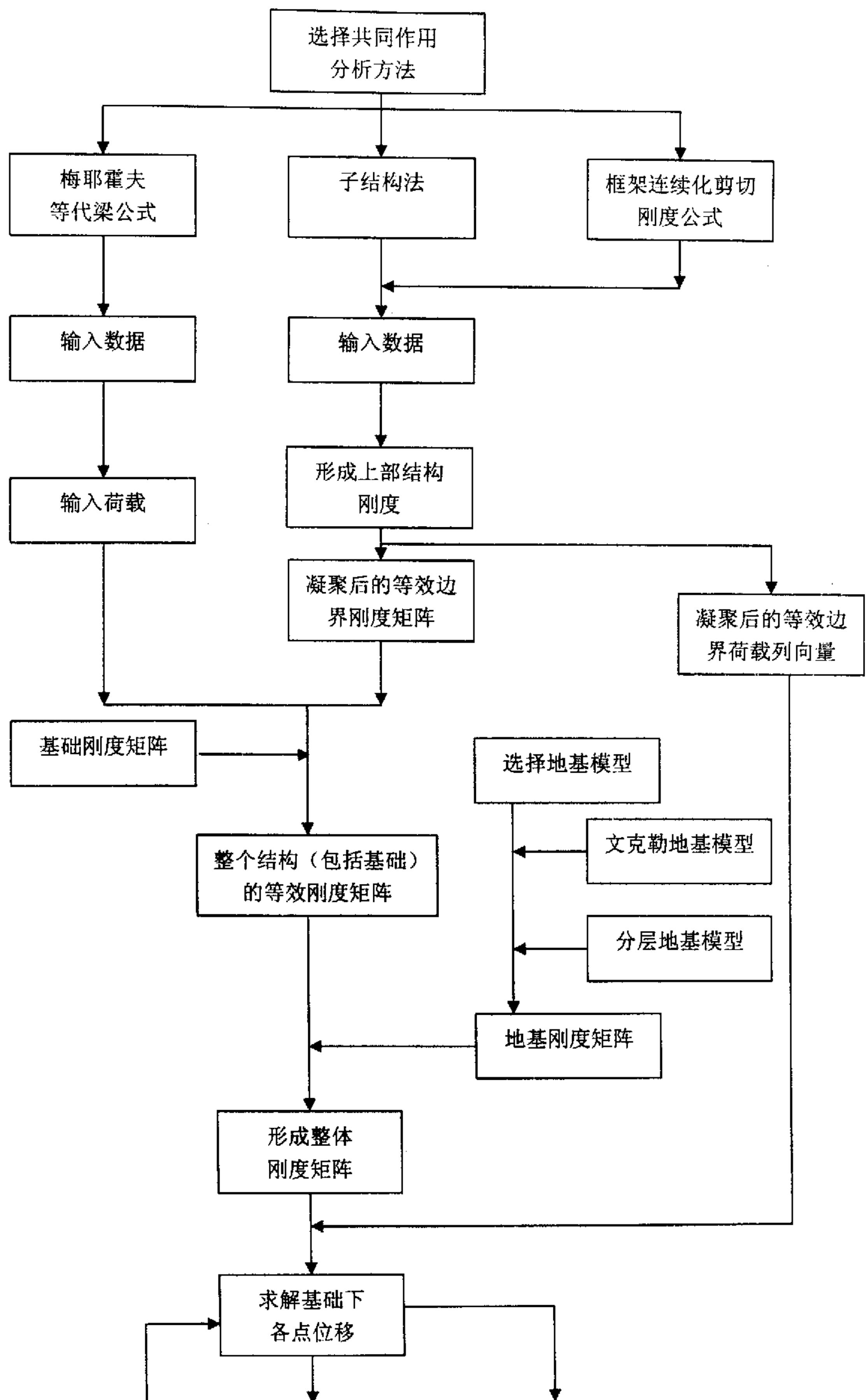
$\{U_b\}$ ——相应的边界节点位移列向量;

$\{R\}$ ——基底反力列向量。

式 (2-23) 中, 边界节点位移列向量 $\{U_b\}$ 和基底反力列向量 $\{R\}$ 均为未知数, 因此到此刻, 式 (2-23) 仍没办法求解。但是我们可以看到: 基础的边界位移列向量 $\{U_b\}$ 应该和地基的变形 $\{S\}$ 相等。对于确定的地基模型, 地基的变形 $\{S\}$ 和地基反力 $\{R\}$ 可以确定关系。利用接触面的变形协调条件: $\{U_b\} = \{S\}$, 这样, 式 (2-23) 就只有一个未知数了。可以求解。顺便指出, 这里阐述的子结构分析方法不仅可以用于整个结构体系 (包括基础), 而且可用于地基。

2.4 计算程序编制

本论文用 Visual Fortran 编程语言编制一个上部结构，地基与基础共同作用分析的计算程序。该程序的主要功能是可以分别用两种连续—离散化方法和子结构法进行上部结构、地基和基础共同作用分析，以便于对这三种共同作用分析方法进行比较。而地基模型可以选用文克勒地基或分层地基模型，并可以用迭代法进行非线性分析。上部结构可以是框架或框剪体系。基础可以考虑十字交叉梁基础，筏板基础和箱形基础。计算结果用 Matlab 进行后处理。图 2-10 是该计算程序的程序框图。



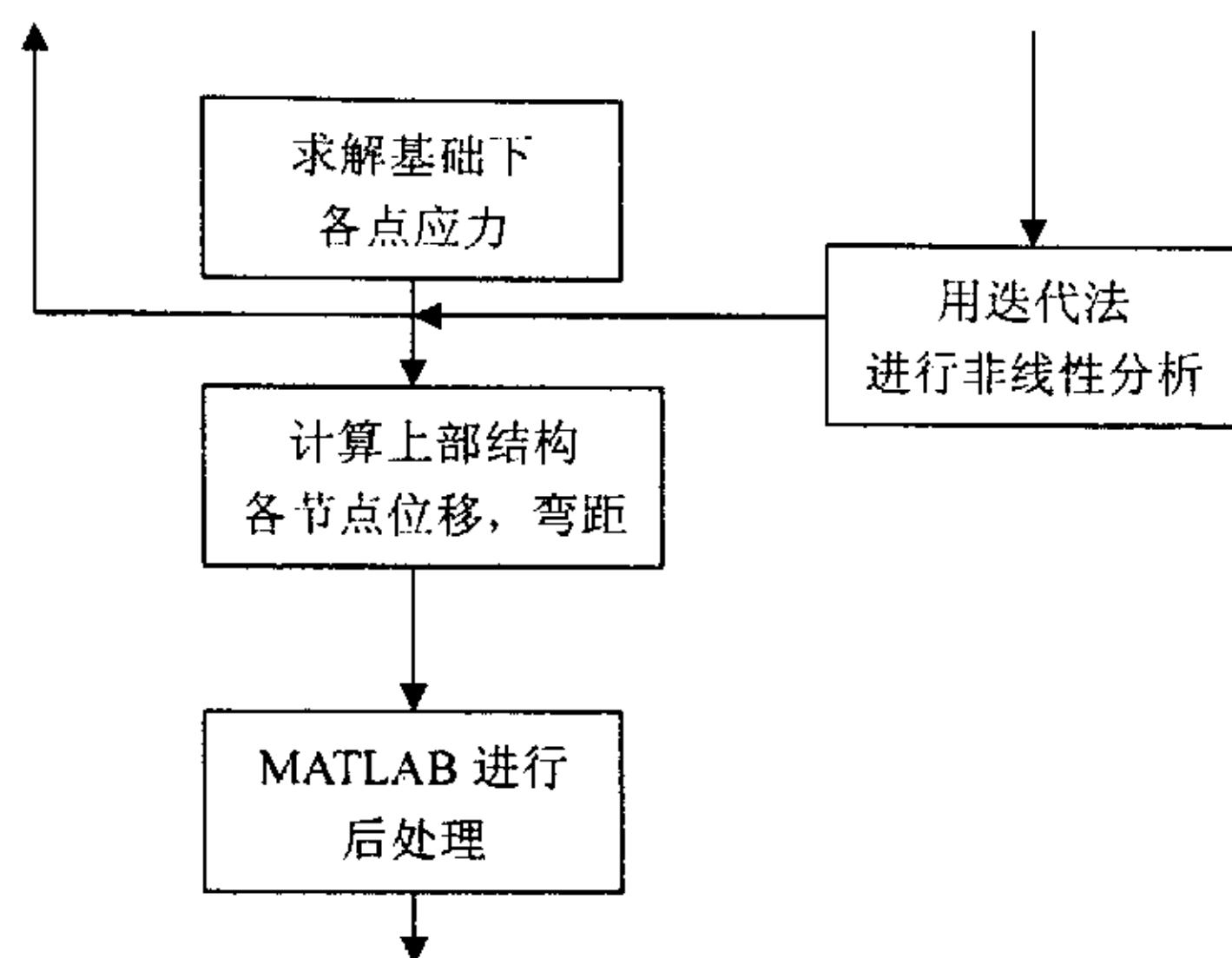


图 2-10 程序计算框图

第三章 三种共同作用计算方法的比较与分析

上一章介绍了三种共同作用分析方法的基本理论，它们分别是子结构法，基于梅耶霍夫（Meyerhof）等代梁公式的连续—离散化方法和基于框架剪切刚度的连续—离散化方法。子结构法解决了大型结构与计算机存储量小的矛盾，可以反映施工期间结构逐层增加，荷载与结构刚度的实际变化及其对共同作用结果的影响，可以说是共同作用整体分析中较为有效的一种方法。但它在计算边界刚度矩阵时比较繁琐，输入数据工作量大。为了简化计算，提出了连续—离散化方法，此方法吸收了连续化方法自由度少和离散化方法适合变刚度的优点，计算简便，适用于框架柱距不同，各跨层数变化等复杂情况，应用广泛。但连续—离散化方法计算精度如何，误差多大，还没有多少人进行这方面的分析。本章主要的工作就是将基于两种不同连续化方法的连续—离散化方法与子结构共同作用分析方法的计算结果进行比较，分析这三种方法各自的优劣。

3.1 计算模型的建立

比较这三种共同作用分析方法的计算结果，就需建立一个相同的计算模型。此计算模型具体参数如下：

此算例上部结构为 6 跨×2 跨的框架体系，纵向跨距为 4 米，横向跨距为 8 米，层高 3.5 米。为了全面反映不同层数下三种共同作用分析方法之间的差异，分别计算了 5 层、10 层、15 层、20 层、25 层共 5 种情况，每层作用 $10\text{kN}/\text{m}^2$ 的均布荷载。框架梁柱的断面尺寸分别为 $250\times 500\text{mm}$ 和 $500\times 500\text{mm}$ ，基础类型为筏板基础。基础梁为 $600\times 900\text{mm}$ ，板厚 40cm。混凝土弹性模量取 $E=3\times 10^7\text{kN}/\text{m}^2$ ，剪切模量 $G=2.5\times 10^7\text{kN}/\text{m}^2$ 。地基模型取分层地基模型，共分四层，压缩模量分别为 6.5MPa, 7.4MPa, 11.3MPa, 12.3MPa。层厚分别为 1.5 米，3 米，3 米，4 米。基础平面示意图及节点编号图（1），基础板长边方向划分 25 个节点，短边方向 11 个节点，共 275 个节点，240 个矩形单元。

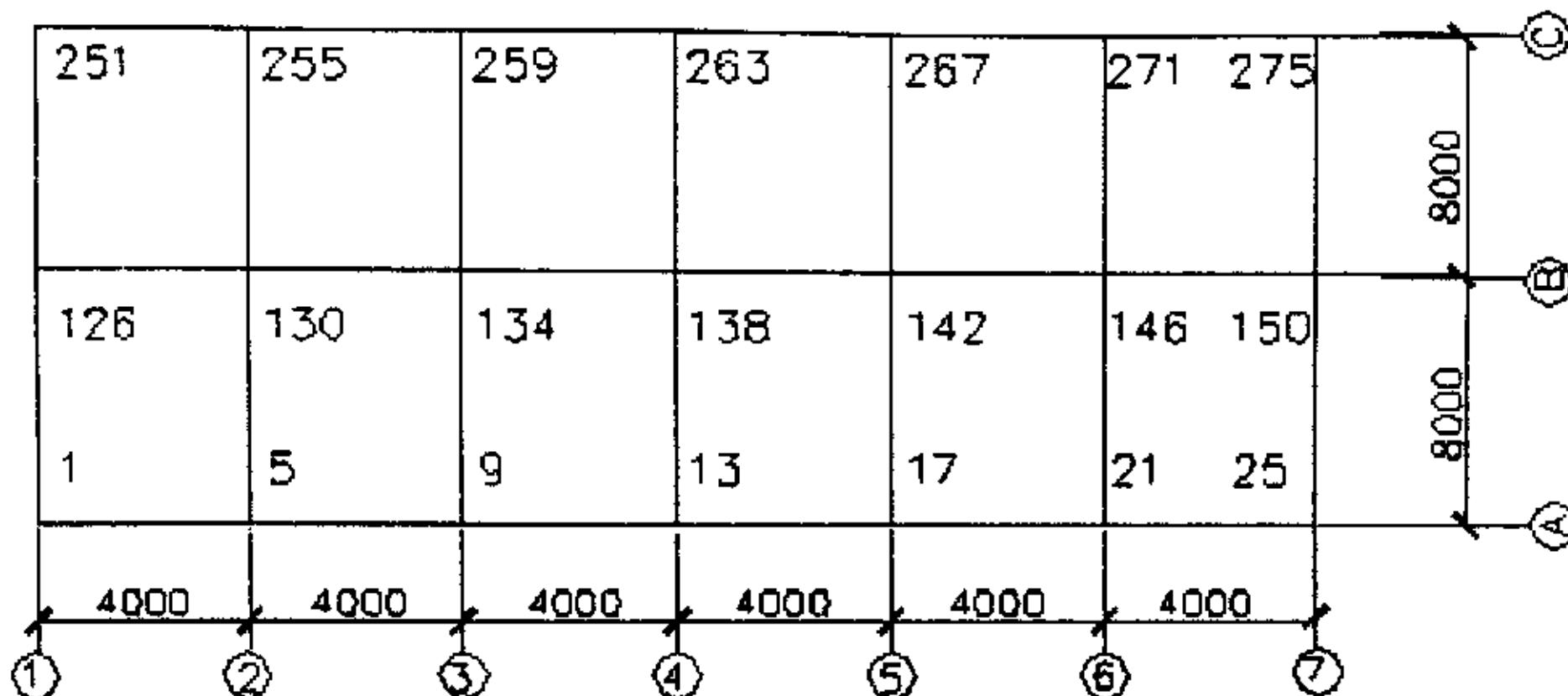


图 3-1 平面示意图及节点编号图

3.2 三种分析方法能否体现上部结构刚度有限性

此章节首先要比较的是三种共同作用分析方法能否能体现上部结构刚度有限性，一般认为单纯连续化方法，比如梅耶霍夫等代梁公式、框架连续化剪切刚度公式都是上部结构刚度简单的迭加，在楼层层数比较低时，计算结果还比较准确，当楼层层数较高时，则误差就比较大了。这主要是因为连续化方法往往高估了上部结构刚度，因此在实际使用中不能无限制按全部实际层数迭加，一般把层数控制在 10 至 15 层之间。

共同作用分析的连续一离散化方法是上部结构连续化方法和离散化（即有限元）方法的综合，因此是否能体现上部结构刚度有限性，直接影响到此方法的应用范围。

由以前的研究文献可知，上部结构的刚度系水平刚度、竖向刚度、和抗弯刚度的综合。一般来说，随着层数的增加，水平刚度和抗弯刚度只是在最初的几层增加较快，继而迅速减缓，趋于某一稳定值；而竖向刚度则随层数增加以某种规律增加，同样达到某一层时，亦趋稳定，所不同的是比前两者多几层而已。上部结构抵抗不均匀沉降的刚度贡献主要体现在竖向刚度的增加，而这种贡献也是有限的。

为了研究这三种共同作用分析方法是否能体现上部结构刚度有限性，特分别用这三种分析方法计算了从 5 层到 25 层的框架结构，在相同荷载，相同的地基模型下的基础沉降，计算结果见以下图表。

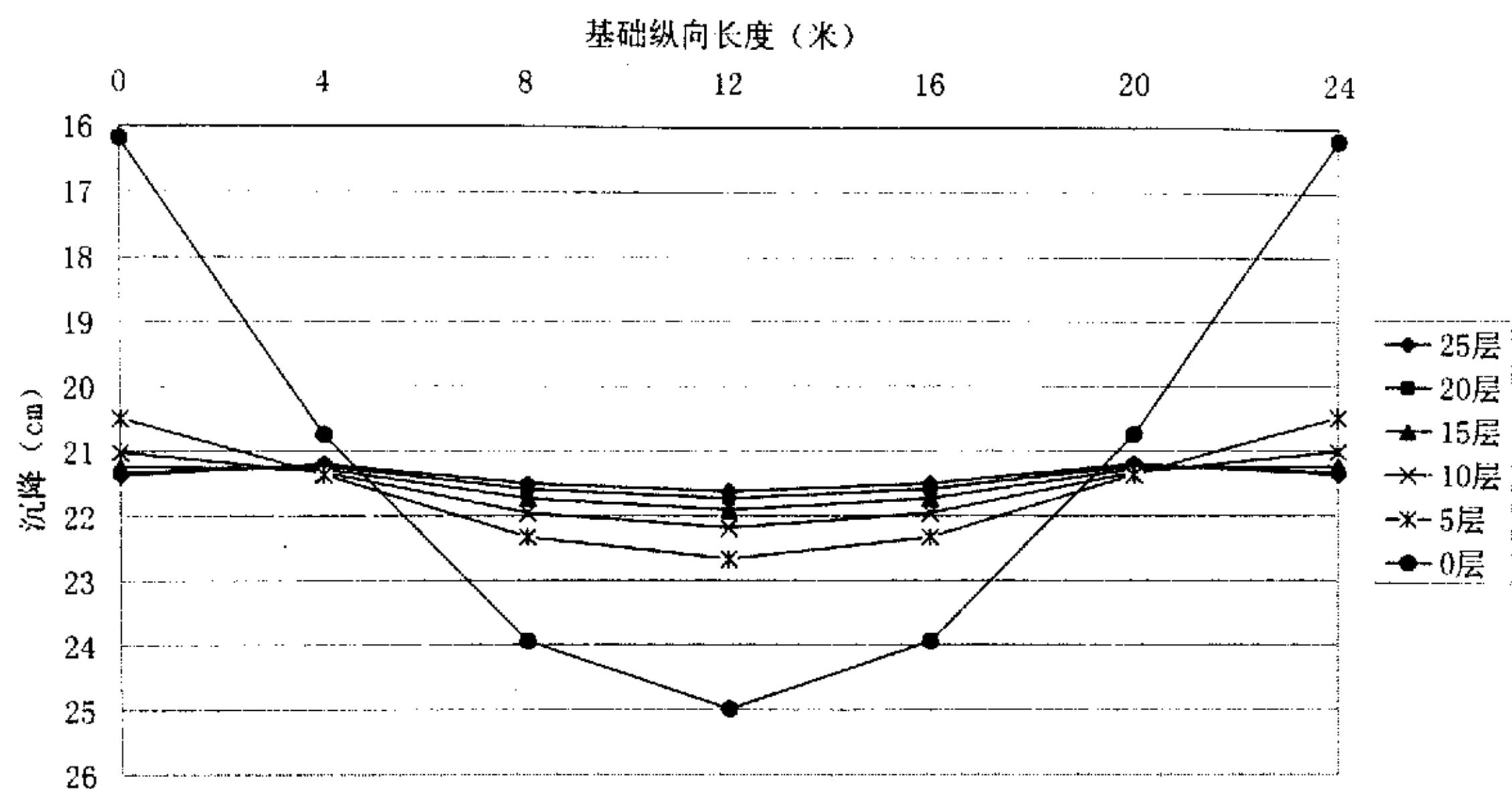


图 3-2 应用子结构法的不同层数基础沉降示意图

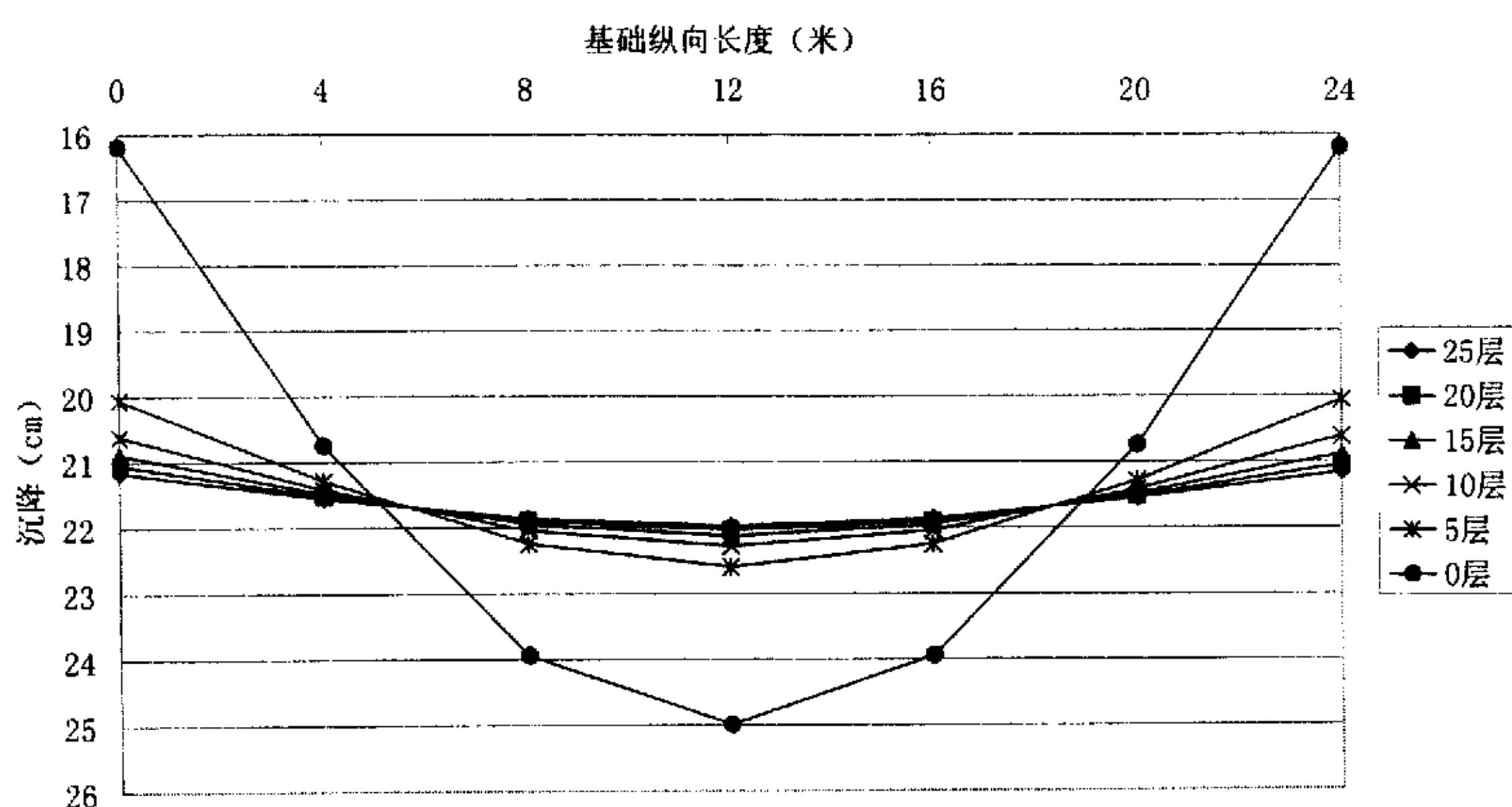


图 3-3 应用梅耶霍夫 (Meyerhof) 等代梁公式的不同层数基础沉降示意图

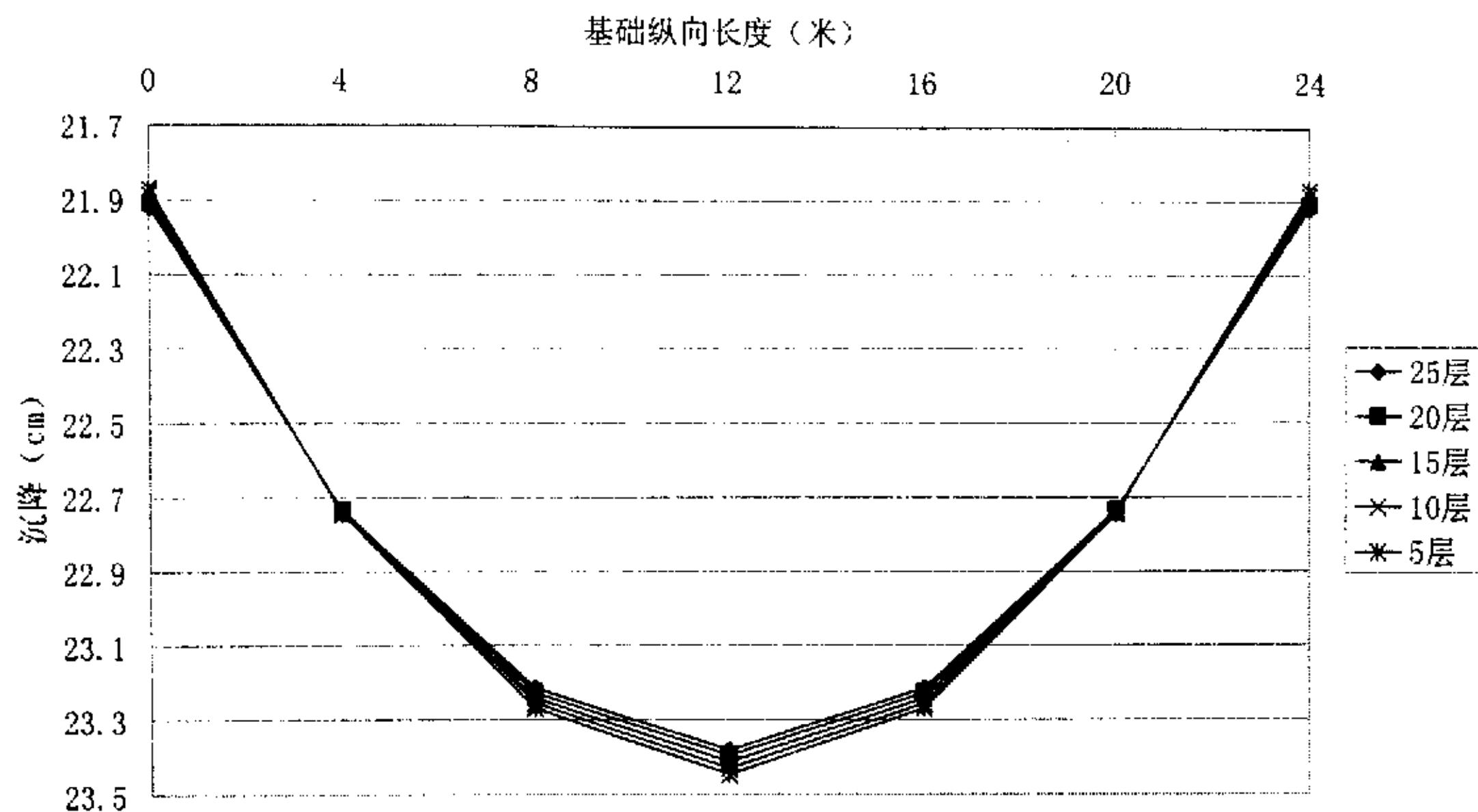


图 3-4 应用框架剪切刚度公式的不同层数基础沉降示意图

由以上三图可以看出，用三种共同作用分析方法在分析上部结构不同层数下基础的沉降曲线时有着不同的特点。子结构法和基于梅耶霍夫等代梁公式的连续一离散法在随着上部结构层数的增加，基础的不均匀沉降变化幅度越来越小，体现了上部结构刚度贡献的有限性。基于框架剪切刚度的连续一离散化方法随着上部结构层数的增加，基础每次的不均匀沉降变化幅度是不变的。也就是说上部结构刚度是简单的迭加，体现不出刚度贡献的有限性。

以往的研究文献认为梅耶霍夫等代梁公式是上部结构刚度的简单迭加，但通过此算例表明，梅耶霍夫公式同样也能体现出上部结构刚度贡献的有限性，为了找出其中的原因，将三种共同作用分析方法的上部结构柱底处的边界刚度矩阵中的竖向刚度 K_{vv} 进行了整理分析。

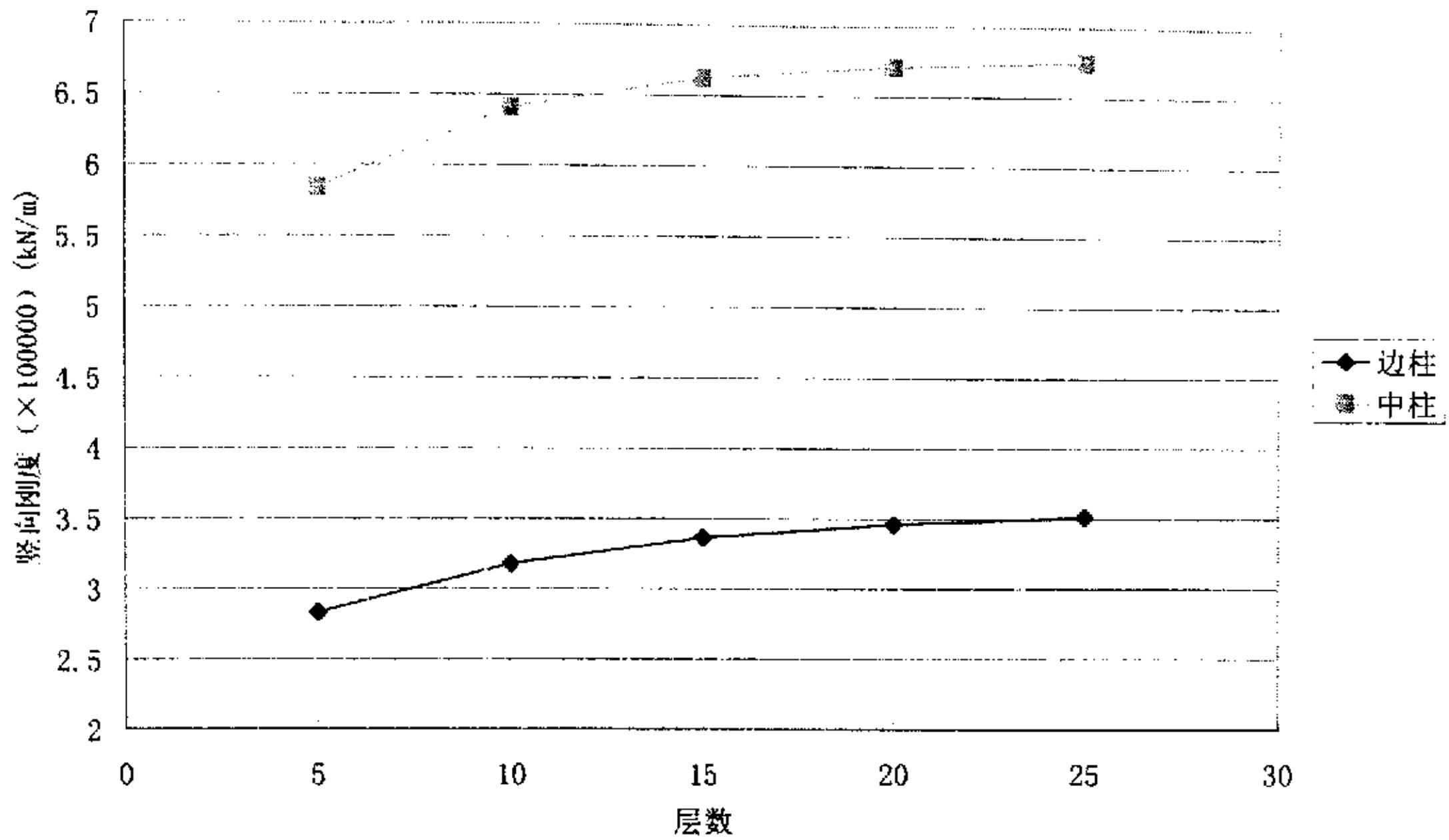


图 3-5 子结构法柱在底处竖向边界刚度 K_w

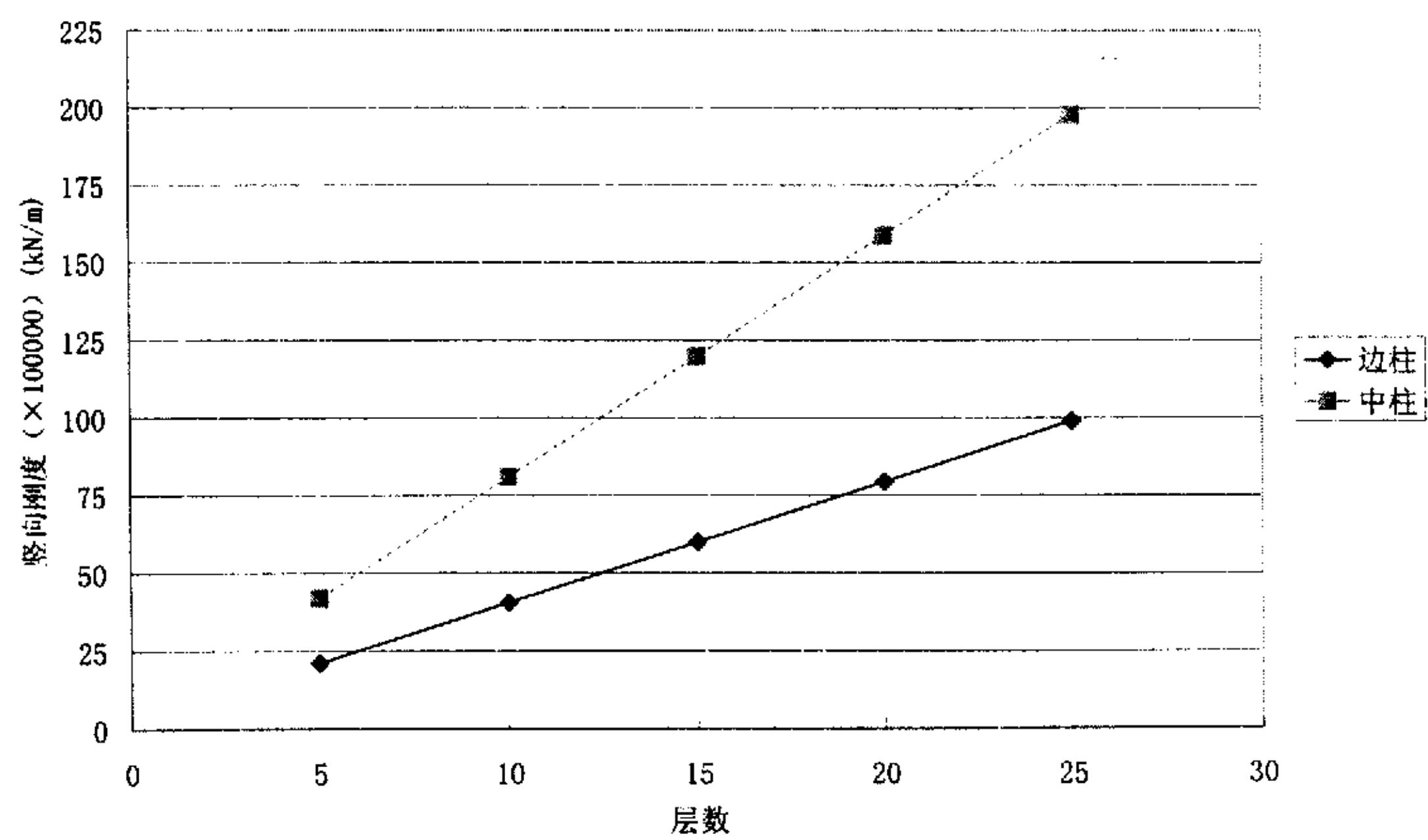
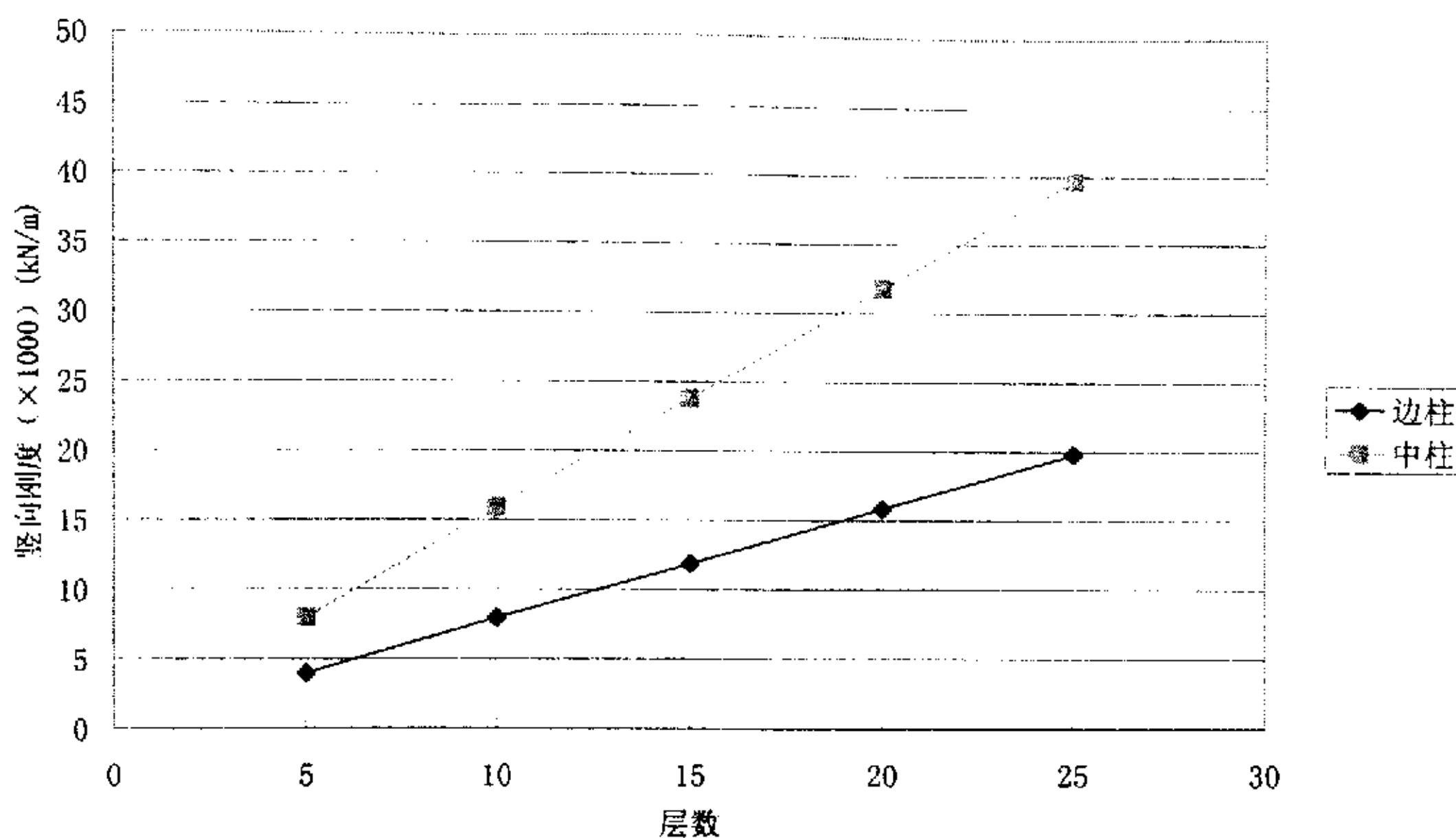


图 3-6 基于梅耶霍夫等代梁公式的柱底处竖向边界刚度 K_w

图 3-7 基于框架等效剪切刚度公式的柱底处竖向边界刚度 K_w

无论用何种方法进行共同作用分析，到最后都要解以下方程：

$$([K_b] + [K_s])\{U_b\} = \{S_b\}$$

式中： $[K_b]$ ， $[K_s]$ ——分别为整个结构（包括基础）对基底接触面边界节点的等效刚度矩阵和地基刚度矩阵；

$\{U_b\}$ ——相应的边界节点位移列向量；

$\{S_b\}$ ——整个结构（包括基础）对基底接触面边界节点的等效荷载列向量；

在式中，地基刚度矩阵是不变的，而整个上部结构的等效刚度矩阵在每一种方法中相差很大。从以上三种方法柱底处竖向边界刚度折线图中可以看出，用子结构方法进行计算时，框架结构的刚度随层数增加而增加。但增加的速度逐渐减缓，到达一定层数后便趋于稳定。而按梅耶霍夫公式和等效剪切刚度公式时，但上层框架层数无限增加时，结构的刚度也是无限的。同时，也可以看出用等效剪切刚度公式所得到的竖向边界刚度数值最小。而用梅耶霍夫公式所得到的竖向边界刚度数值最大，基本上是子结构法的 10 到 40 倍左右，并且随着框架结构层数的增加，其差值也就越大。

这样，就可以在三种不同的计算方法是否能体现上部结构刚度有限性问题上

给出不同的解释。

用子结构法能体现出上部结构刚度贡献有限性，是因为上部结构竖向边界刚度随层数的增加而增长速度逐渐变缓，并到达一定层数而趋于稳定。

用梅耶霍夫公式得出的边界竖向刚度虽然随框架层数的增加而线性增长，但由于其竖向边界刚度数值很大，相对而言，基础和地基的刚度就显得较小了。框架每增加一定层数，其增加的刚度是以原框架刚度数值为基数，在解矩阵方程时，上部结构层数越多，就越需要有很大的数值变化才能对结果有影响，而每层所贡献的刚度是相同的，相对于越来越大的边界刚度竖向系数，其影响越来越小。也就是说，用梅耶霍夫等代梁公式所折算出的等代梁刚度越大，就对刚度的继续增加所造成的影响就越不敏感。

用基于框架等效剪切刚度得出的边界竖向刚度也是随框架层数的增加而线性增长，但是其刚度数值在三种方法中最小，相对而言，基础和地基的刚度就显得较大了。在整个结构的刚度矩阵中，以基础和地基的刚度数值为主，所以框架每增加一定层数，其增加的刚度以基础和地基的刚度数值为基数，增加的比例是差不多的，其不均匀沉降也就按相同幅度变化。也就是说此方法体现不出上部结构刚度贡献的有限性。

另外值得说明的是，虽然以上三种方法的上部结构柱下竖向刚度相差很大，但计算结果（即竖向位移）是差不多的。这主要是因为在上部结构刚度矩阵中，其相邻柱下的竖向刚度相差也很大。基本上是柱下竖向刚度越大，其相关节点的竖向刚度（负值）就越小。还有在子结构方法中的边界荷载列向量是凝聚后的等效边界荷载列向量，其数值是有变化的，不是每层荷载简单的迭加。以上这些因素决定了三种共同作用分析方法的计算结果是相差不大的。

3.3 三种共同作用分析方法计算结果比较

3.3.1：基础沉降比较

为了比较这三种共同作用分析在计算上的误差，分别计算了 5 层、10 层、

15 层、20 层、25 层框架结构，共 5 种情况，每层作用 $10\text{kN}/\text{m}^2$ 的均布荷载。图 3—8 到图 3—10 和表 3—1 是对框架纵向中跨下基础梁的沉降数据的整理和分析。图 3—11 是框架横向中跨基础下沉降示意图。

为了叙述方便，将基于梅耶霍夫等代梁公式的连续—离散法称为方法一，将基于框架剪切刚度的连续—离散化方法称为方法二。

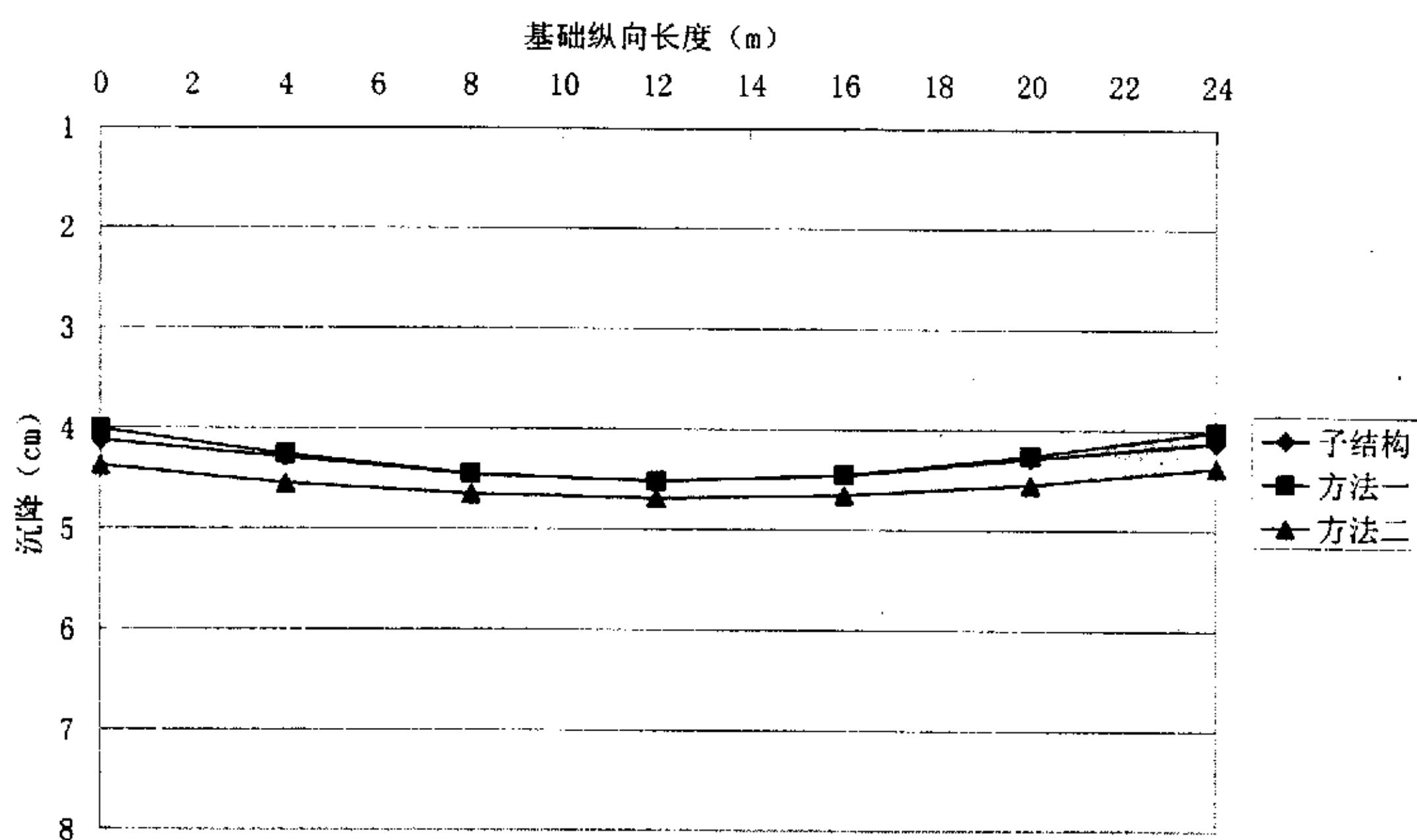


图 3—8 5 层框架在纵向中跨的柱下沉降示意图

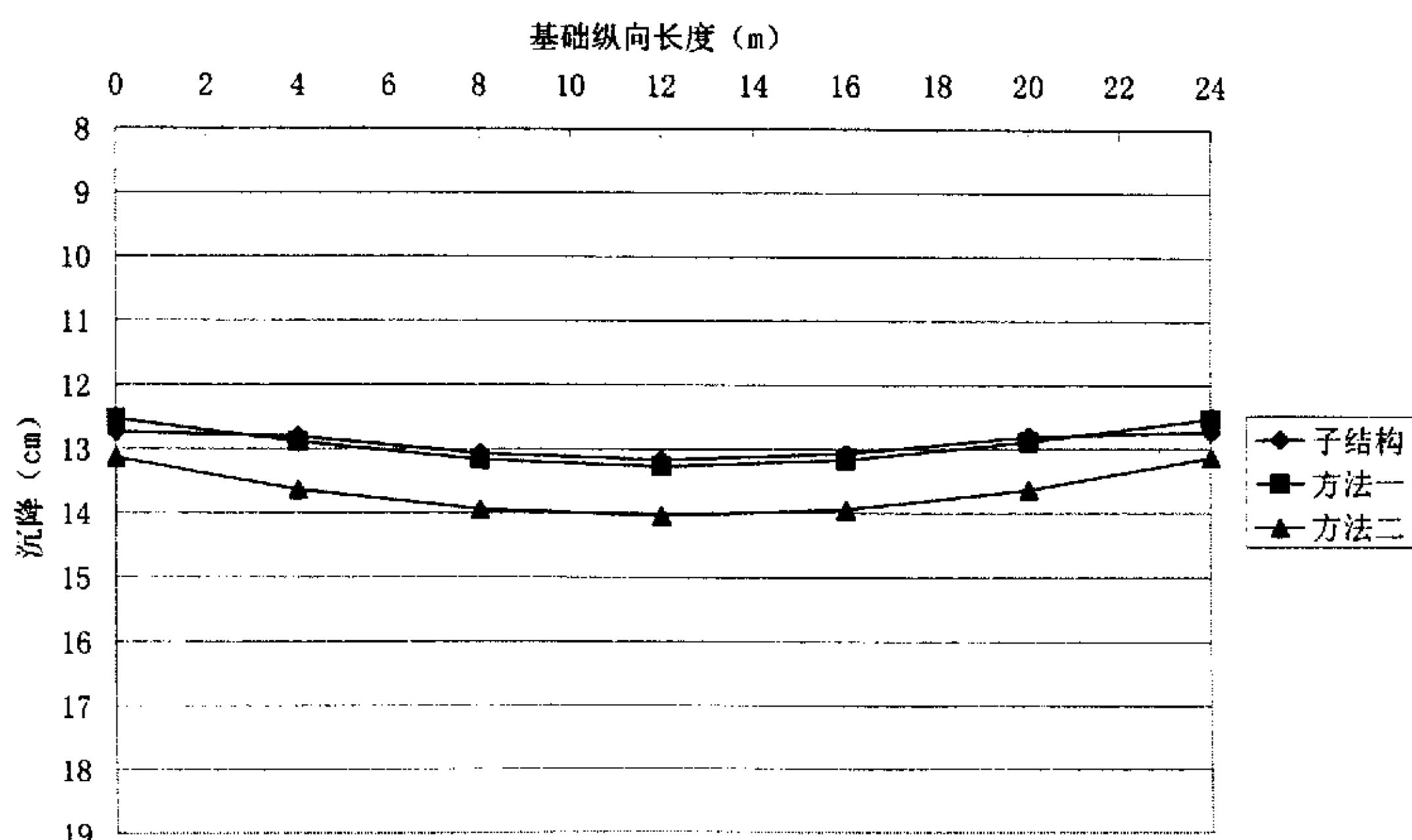


图 3—9 15 层框架在纵向中跨的柱下沉降示意图

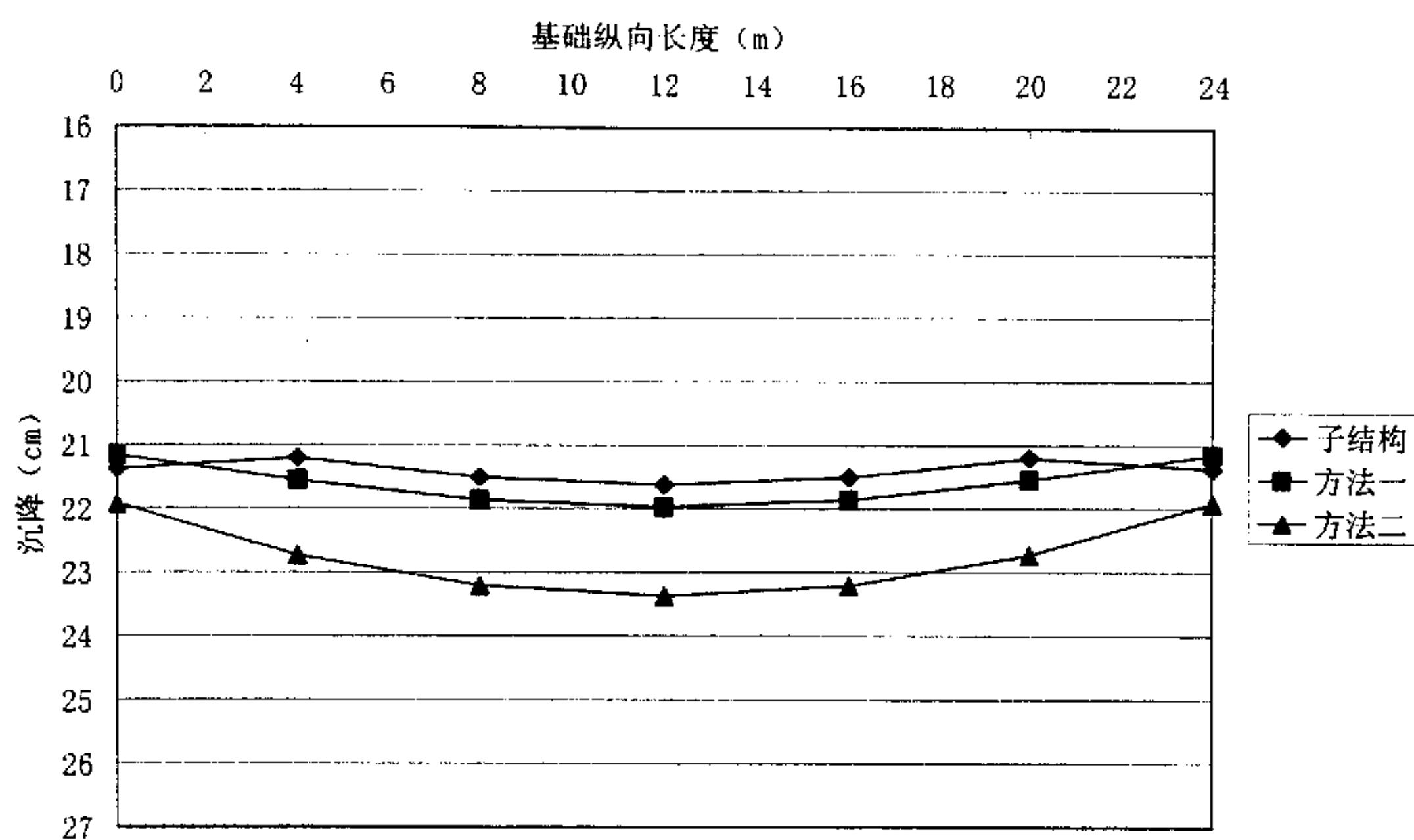


图 3-10 25 层框架在纵向中跨的柱下沉降示意图

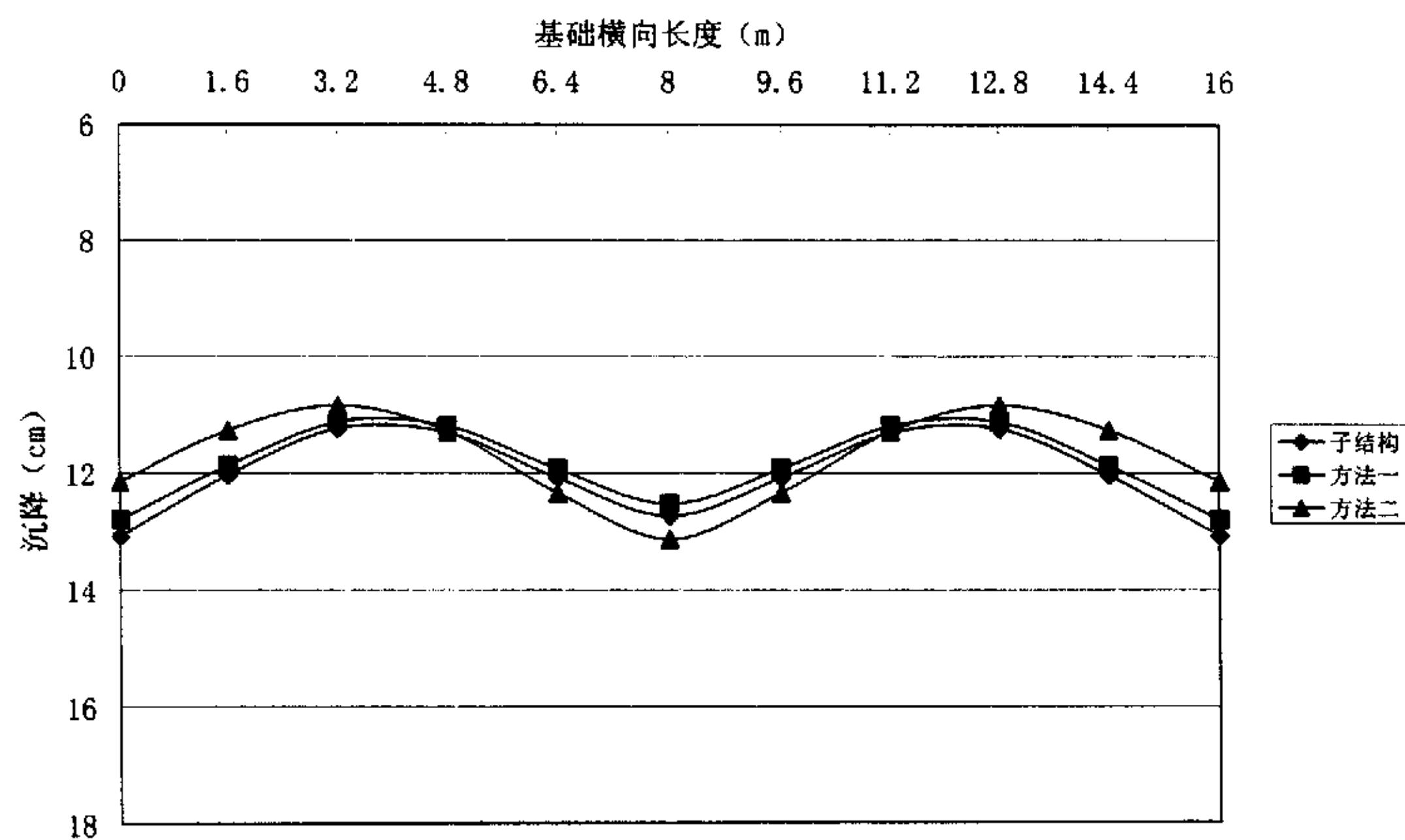


图 3-11 15 层框架在横向中跨沉降示意图

下表为从 5 到 25 层框架，两种连续—离散化共同作用分析方法与子结构法在基础沉降上的计算结果比较统计表

层数	沿基础纵向长度 (m)	子结构沉降 (m)	方法一沉降 (m)	误差 (%)	方法二沉降 (m)	误差 (%)
5 层	0	4.1251	4.0126	2.70	4.3740	6.0
	4	4.2857	4.2575	0.65	4.5490	6.1
	8	4.4587	4.4497	0.20	4.6537	4.3
	12	4.5179	4.5199	0.04	4.6895	3.8
10 层	0	8.4167	8.2475	2.00	8.7536	4.0
	4	8.5628	8.5674	0.05	9.0969	6.2
	8	8.8011	8.8188	0.20	9.3022	5.7
	12	8.8844	8.9113	0.30	9.3723	5.5
15 层	0	12.7401	12.5330	1.60	13.1379	3.1
	4	12.8078	12.8907	0.96	13.6430	6.5
	8	13.0773	13.1718	0.71	13.9448	6.6
	12	13.1752	13.2758	0.75	14.0480	6.6
20 层	0	17.0645	16.8393	1.30	17.5268	2.7
	4	17.0228	17.2198	1.15	18.1874	6.8
	8	17.3045	17.5190	1.24	18.5820	7.3
	12	17.4116	17.6299	1.25	18.7168	7.5
25 层	0	21.3776	21.1595	1.00	21.9203	2.5
	4	21.2049	21.5543	1.60	22.7342	7.2
	8	21.5073	21.8648	1.66	23.2154	7.9
	12	21.6301	21.9798	1.61	23.3810	8.1

表 3-1 不同层数下三种共同作用分析方法所计算的基础沉降结果比较

由以上图表可以得出以下规律：

- 一：可以看出方法一与方法二相比，精度较高，从 5 层到 25 层，最大误差控制在 3% 以内，方法二次之，最大误差控制在 10% 以内。
- 二：用两种方法计算时，在层数较低时，最大误差往往出现在基础端部，随着层数增加，最大误差有向基础中部转移的趋势。
- 三：两种连续—离散方法并没有高估框架结构刚度，相反而是低估了上部结构刚度。方法二比方法一更多的低估了上部结构刚度。
- 四：两种连续—离散方法随着层数的增加，误差有增大的趋势，但误差增加的幅度不大。
- 五：方法二（基于框架剪切刚度的连续—离散化方法）所计算出的基础下沉降与子结构法相比，中跨较大，边跨较小，即不均匀沉降变化幅度较大。

以上图表都是各个柱下沉降的数据整理，也就是基础整体弯曲的分析，而对于局部弯曲则难以看出规律。图 3-12 和图 3-13 分别为 15 层框架边跨和中跨基础梁下的沉降示意图。可以同时看出整体弯曲和局部弯曲沿基础纵向长度的规律。

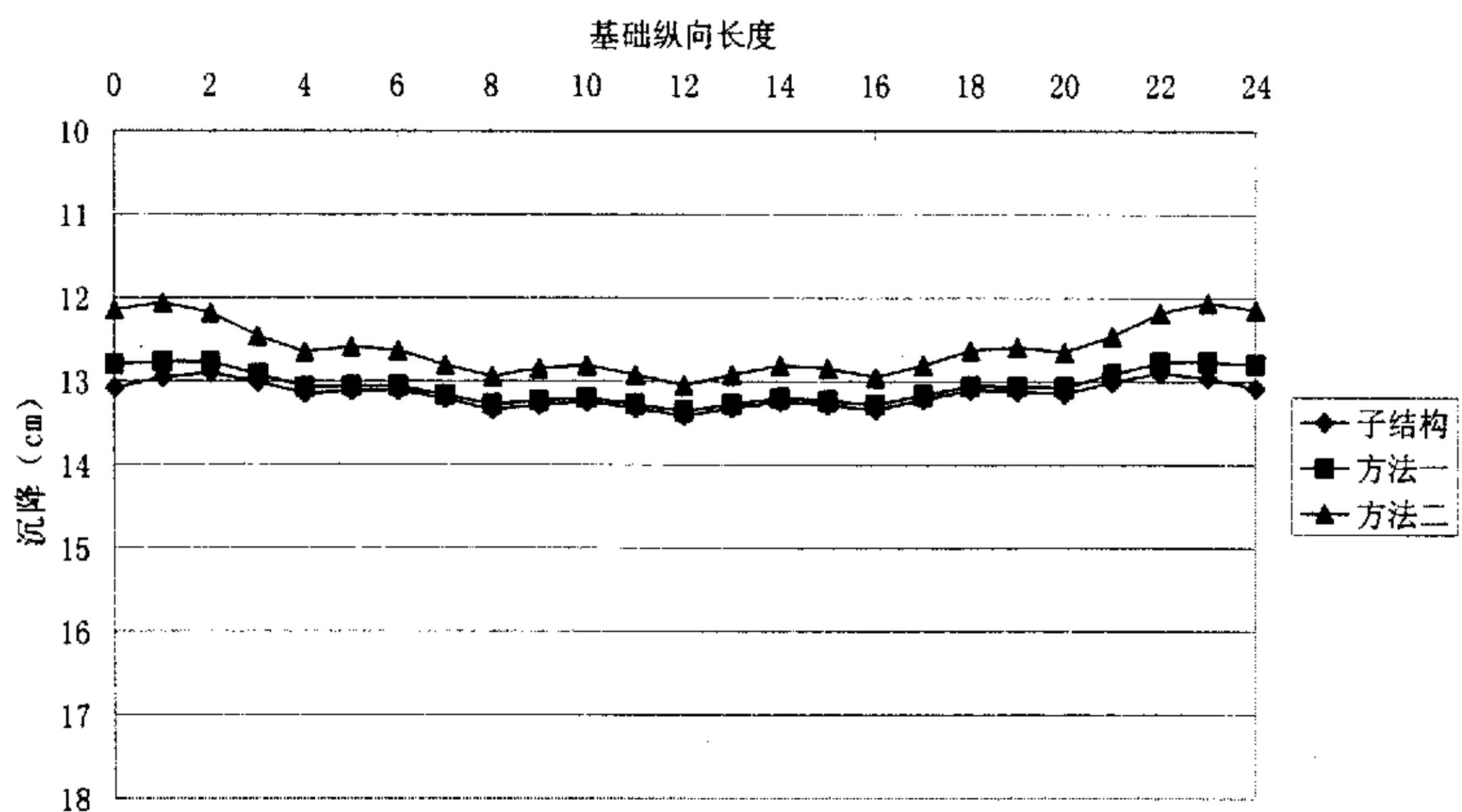


图 3-12 15 层框架边跨基础梁下沉降示意图

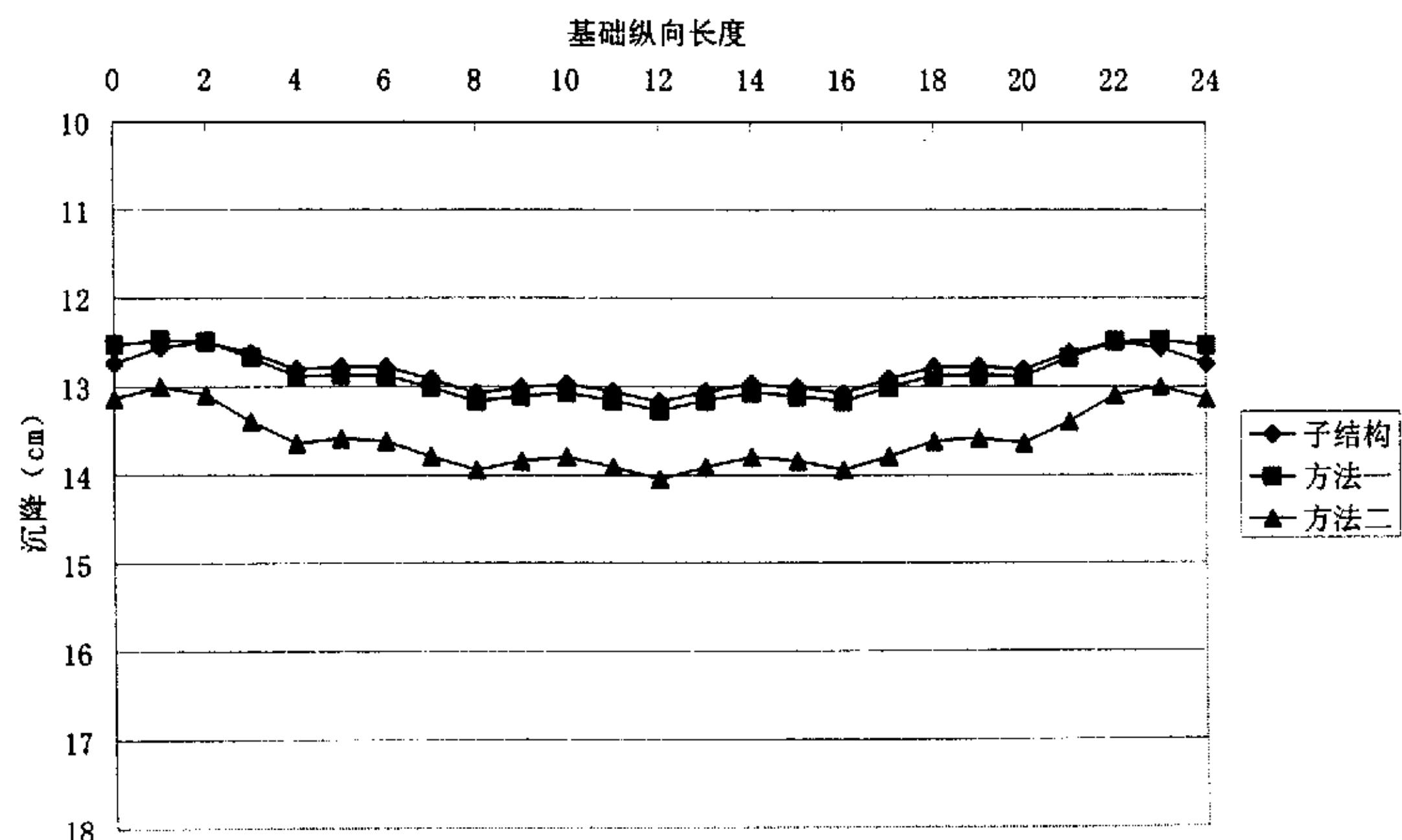


图 3-13 15 层框架中跨基础梁下沉降示意图

15 层 框架	沿基础纵 向跨数	子结构 相对挠曲 (%)	方法一 相对挠曲 (%)	误差 (%)	方法二 相对挠曲 (%)	误差 (%)
边跨	1	5.3	4.1	22.6	5.5	3.7
	2	3.5	2.9	17.1	4.2	20.0
	3	3.4	3.0	13.3	4.6	35.2
中跨	1	6.9	5.4	21.7	7.3	5.8
	2	4	3.76	6.0	4.4	10.0
	3	3.8	3.74	1.5	4.9	28.9

表 3-2 15 层框架边跨与中跨下基础局部弯曲与子结构法的误差

由以上图表可以看出，两种连续—离散化分析方法所计算的柱间基础沉降（即局部弯曲）与子结构法相比，误差有着不同的特点。方法一（即基于梅耶霍夫（Meyerhof）等代梁公式的连续—离散化方法）算出的柱间基础相对挠度普遍比子结构法小。而且在边跨，基础的相对挠曲误差较大，随着向中跨的转移，误差越来越小。方法二（即基于框架连续化剪切刚度的连续—离散化方法）则相反，算出的柱间基础相对挠度普遍比子结构法大，而且在边跨基础的相对挠曲误差较小，随着向中跨的转移，误差越来越大。

3.3.2：基底反力比较

与上节基础沉降比较相同，计算模型不变，图 3-14 到图 3-16 和表 3-3 是对框架纵向中跨下基底反力数据的整理和分析。图 3-17 为 15 层框架在横向中跨的基底反力示意图。

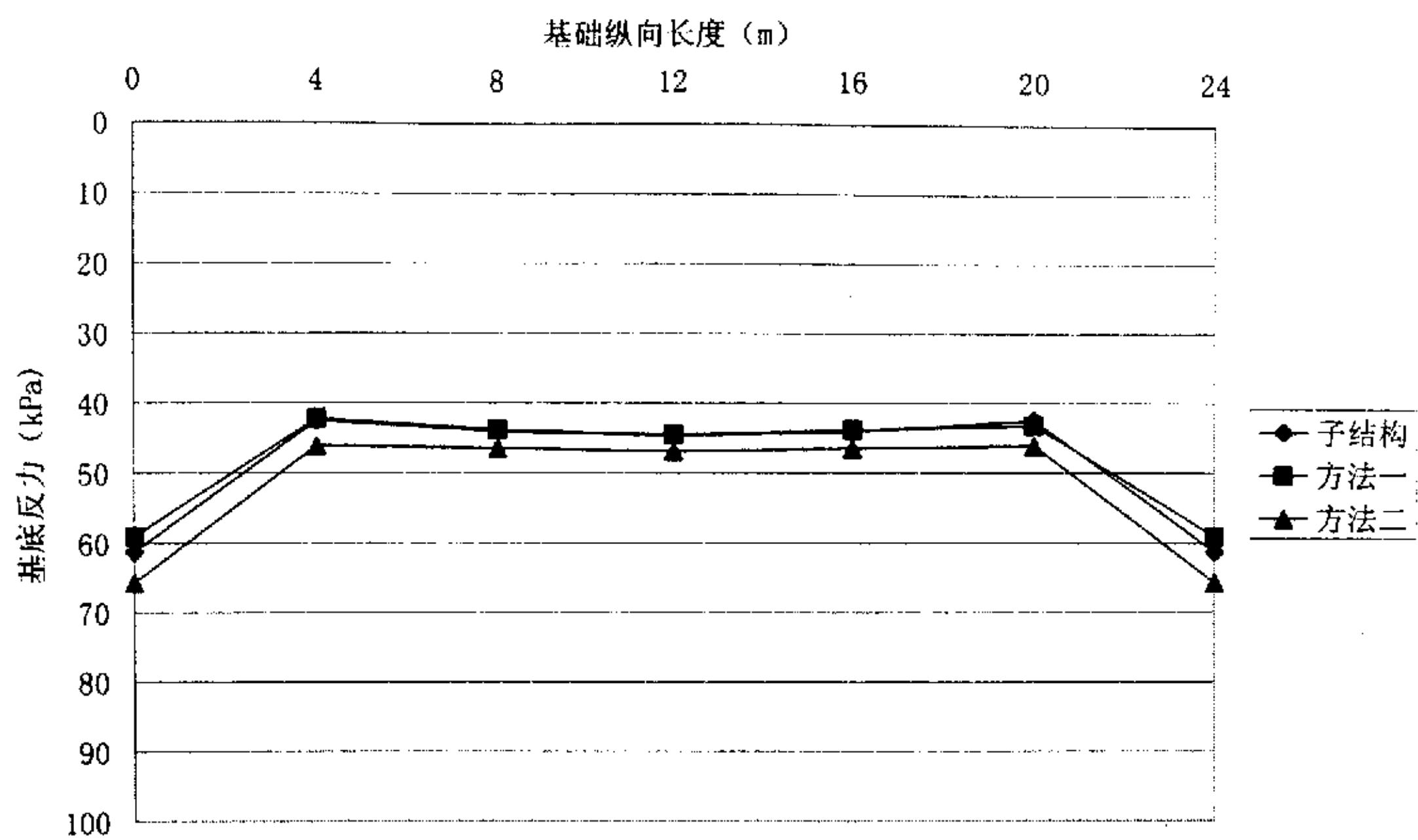


图 3—14 5 层框架在纵向中跨的柱下基底反力示意图

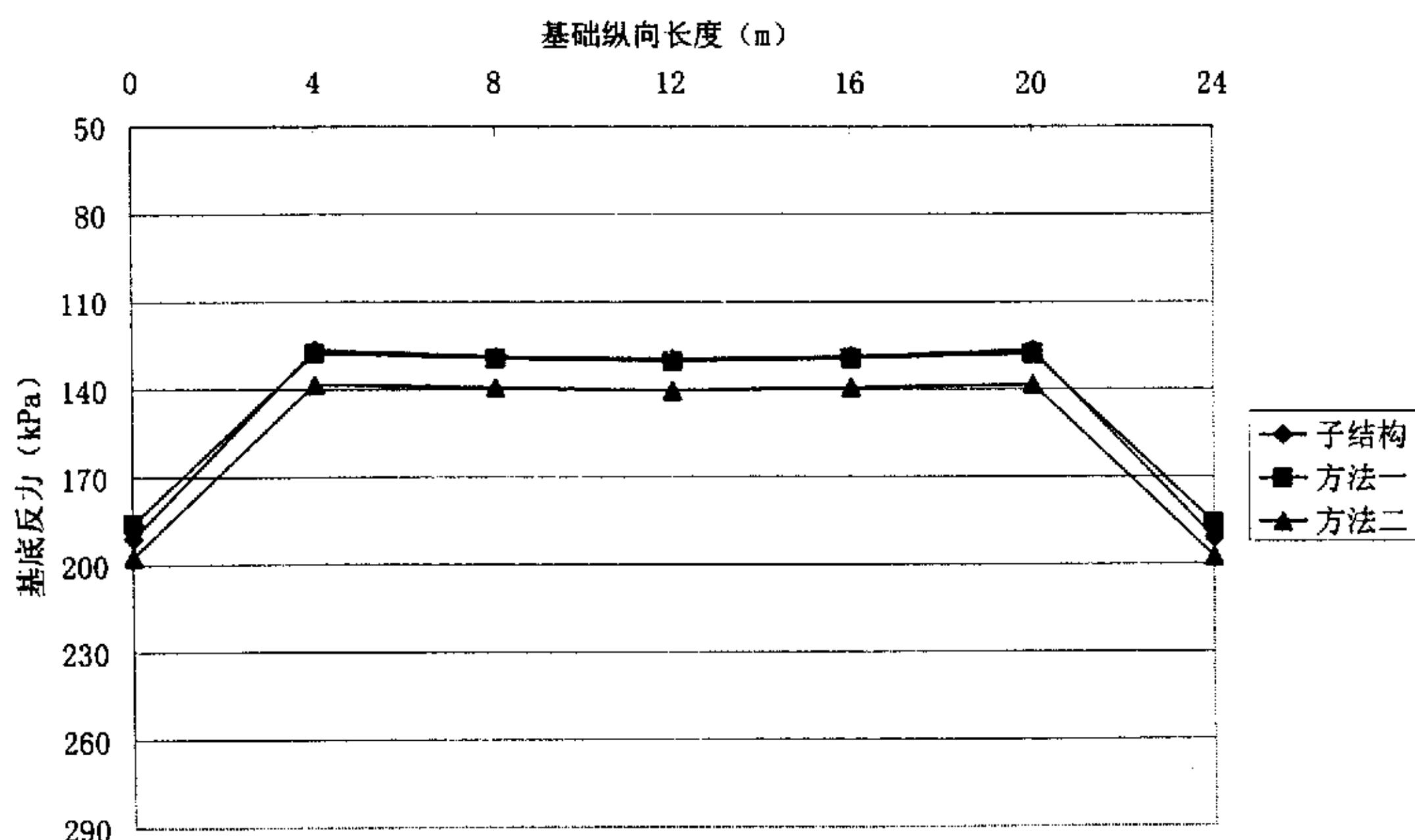


图 3—15 15 层框架在纵向中跨的柱下基底反力示意图

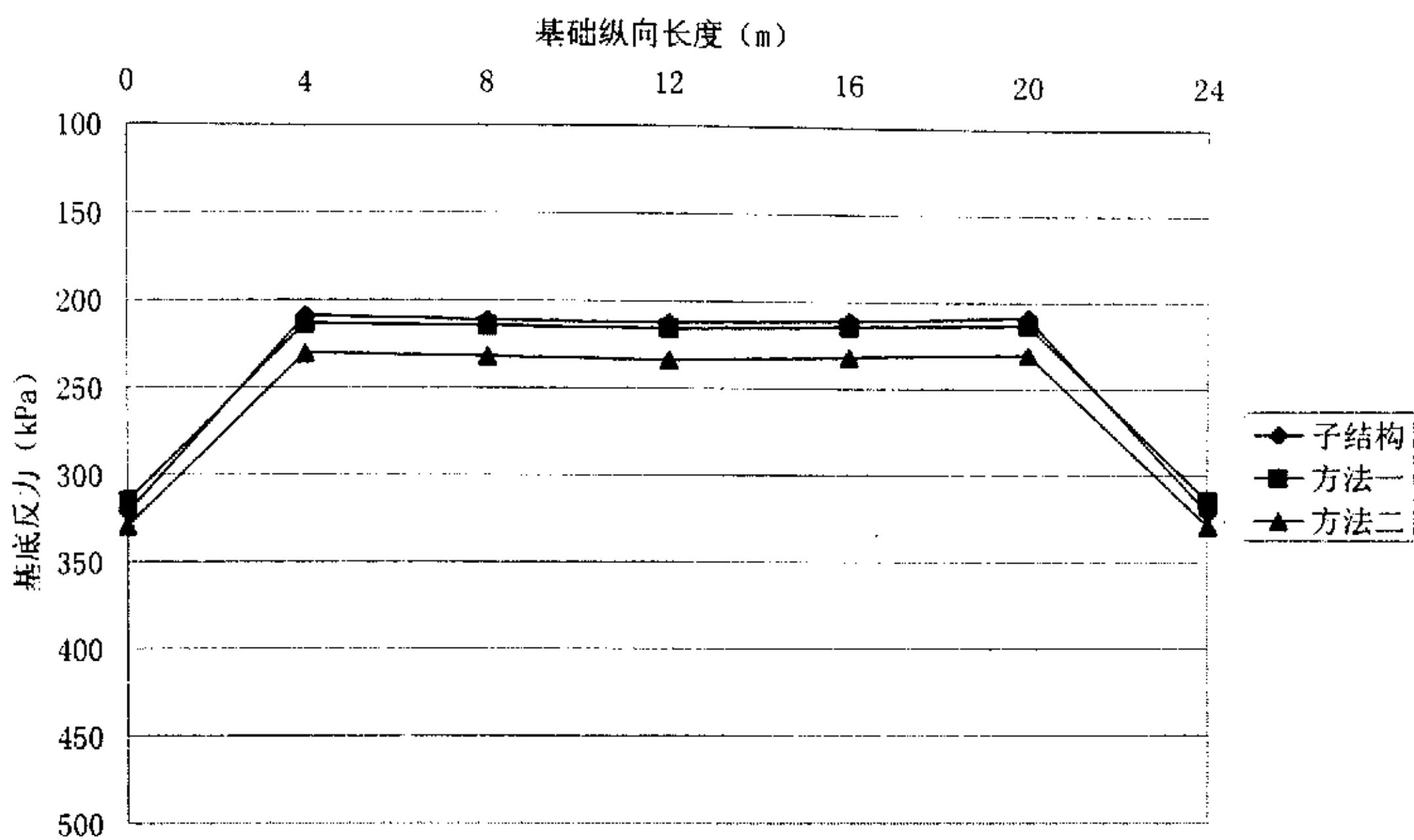


图 3-16 25 层框架在纵向中跨的柱下基底反力示意图

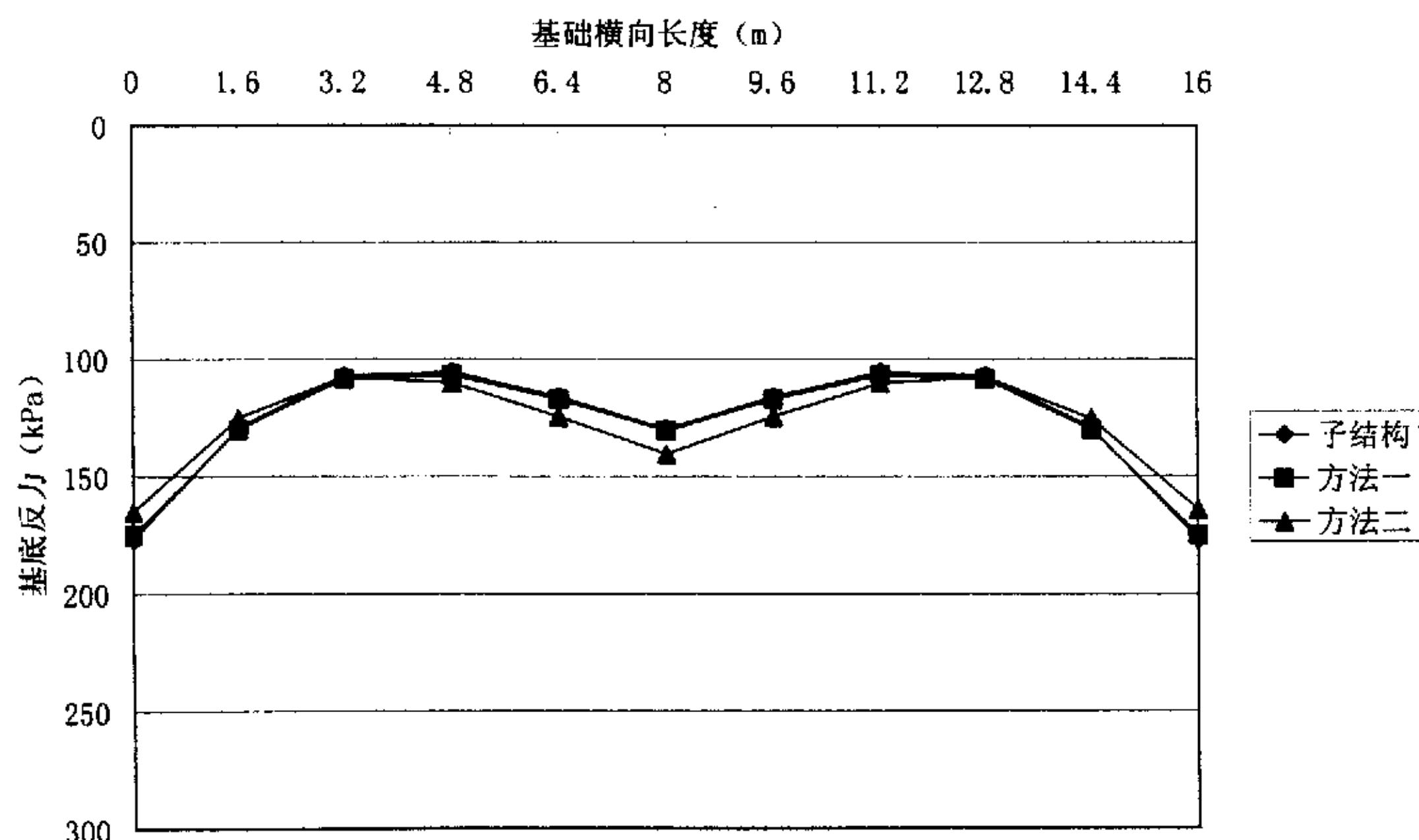


图 3-17 15 层框架在横向中跨下基底反力示意图

下表为从 5 到 25 层框架，两种连续—离散化共同作用分析方法与子结构法在基底反力上的计算结果比较统计表

层数	沿基础纵向长度 (m)	子结构基底反力 (kPa)	方法一基底反力 (kPa)	误差 (%)	方法二基底反力 (kPa)	误差 (%)
5 层	0	61.34	59.10	3.6	65.75	7.19
	4	42.52	42.23	0.68	46.16	8.56
	8	44.07	43.84	0.52	46.52	5.56
	12	44.62	44.56	0.13	46.90	5.1
10 层	0	125.84	122.15	2.9	131.58	4.56
	4	84.78	84.93	0.18	92.29	8.85
	8	86.83	86.72	0.13	92.99	7.09
	12	87.59	87.67	0.09	93.73	7.01
15 层	0	191.02	186.11	2.5	197.49	3.38
	4	126.60	127.76	0.92	138.39	9.31
	8	128.83	129.41	0.45	139.38	8.19
	12	129.72	130.48	0.58	140.48	8.29
20 层	0	256.29	250.44	2.3	263.49	2.81
	4	168.04	170.65	1.55	184.46	9.77
	8	170.26	172.02	1.03	185.71	9.07
	12	171.24	173.16	1.12	187.15	9.29
25 层	0	321.46	315.01	2.0	329.55	2.52
	4	209.02	213.58	2.18	230.51	10.28
	8	211.41	214.62	1.52	232.01	9.74
	12	212.56	215.79	1.52	233.77	9.98

表 3-3 不同层数下三种共同作用分析方法所计算的基底反力结果比较

由以上图表可以得出与基础沉降分析相似的规律：

- 一：可以看出方法一与方法二相比，精度较高，从 5 层到 25 层，最大误差控制在 4% 以内，方法二次之，最大误差控制在 10% 左右。
- 二：用两种方法计算时，在层数较低时，最大误差往往出现在基础端部，随着层数增加，最大误差有向基础中部转移的趋势。
- 三：两种连续—离散方法随着层数的增加，误差有增大的趋势，但误差增加的幅度不大。
- 四：方法二（基于框架剪切刚度的连续—离散化方法）所计算出的基底反力与子结构法相比，中跨下较大，边跨下较小。

3.3.3：基础内力（板）比较

与以上章节相同，计算模型不变，将基础沿纵向某一位置板的弯距做了数据的整理和分析。图 3-16 到图 3-18 和表 3-4 分别为三种共同作用分析方法在计算 5 层、15 层、25 层框架时，沿基础纵向板的弯距示意分布图和计算数据的整理分析。

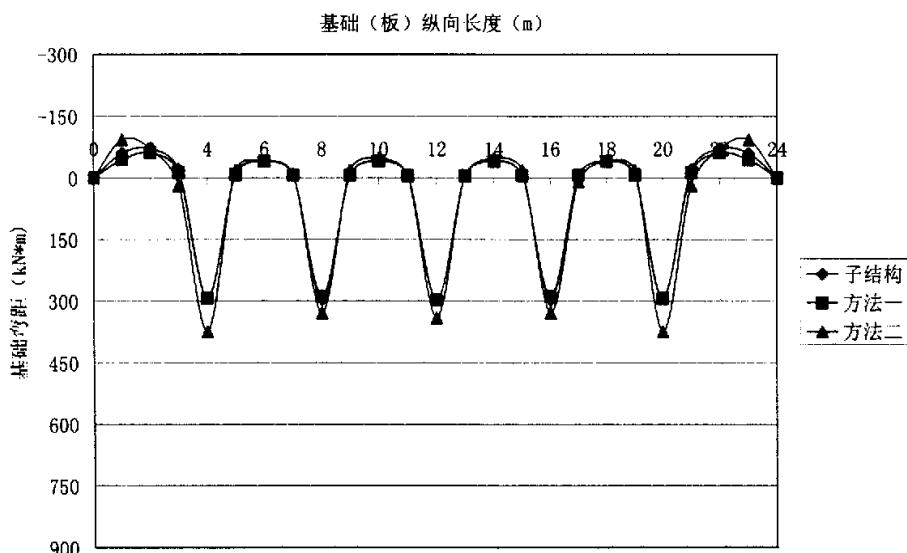


图 3-18 5 层框架中跨下的基础（板）弯距示意图

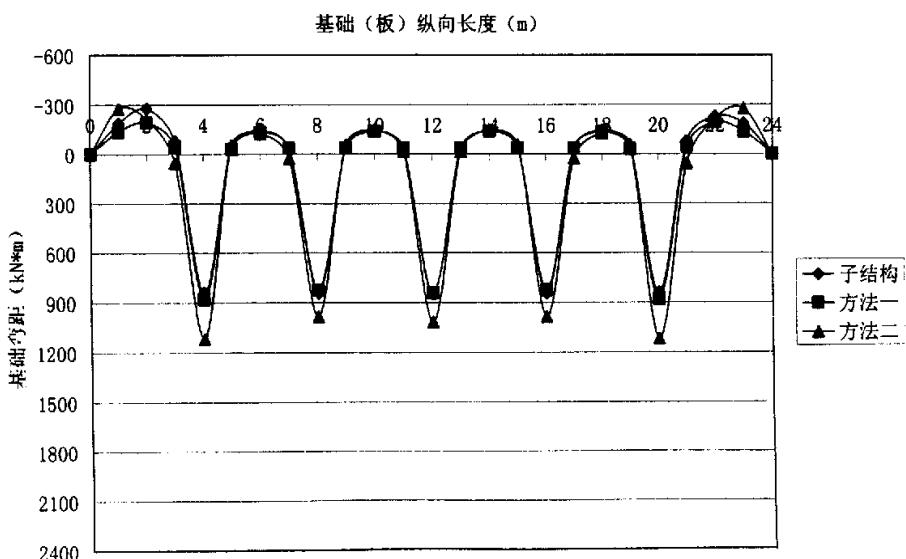


图 3-19 15 层框架中跨下的基础（板）弯距示意图

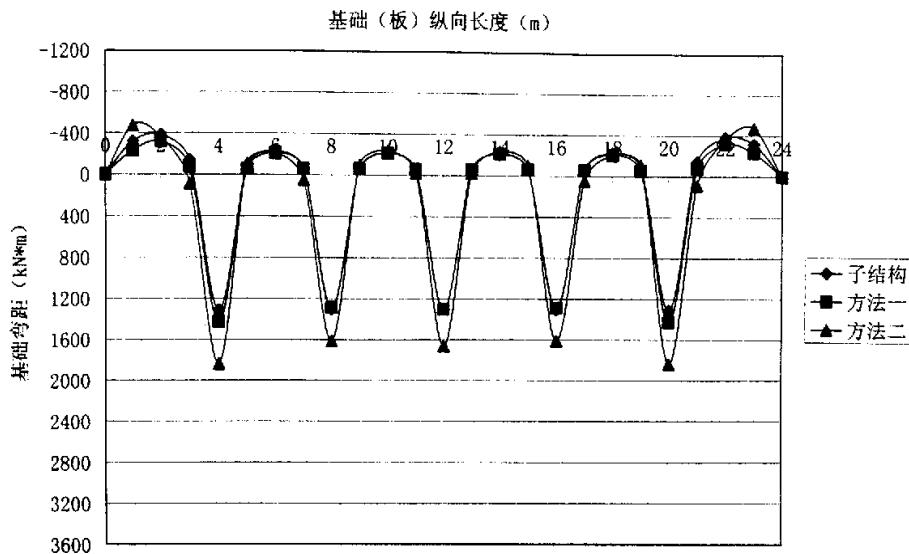


图 3-20 25 层框架中跨下的基础（板）弯距示意图

下表分别为 5 层框架、15 层框架和 25 层框架，两种连续—离散化共同作用分析方法与子结构法在基础（板）弯距的计算结果比较统计表。选取了柱荷载作用处和柱间位置（即正负弯距最大处）对板弯距计算结果进行了比较。

层数	沿基础纵向长度 (m)	子结构板弯距 (kPa)	方法一板弯距 (kPa)	误差 (%)	方法二板弯距 (kPa)	误差 (%)
5 层	0	0	0	0	0	0
	2	-71.75	-61.54	14.23	-93.09	29.74
	4	292.27	294.22	0.7	374.58	28.16
	6	-41.97	-40.87	2.4	-41.36	1.4
	8	297.67	289.59	2.7	329.92	10.7
	10	-42.84	-40.49	5.6	-48.65	14.28
	12	299.38	298.04	0.3	341.41	14
15 层	0	0	0	0	0	0
	2	-277.04	-192.42	30.6	-213.33	23.1
	4	842.01	880.53	4.5	1118.78	32.7
	6	-142.58	-132.57	7	-124.28	12.6
	8	845.24	825.36	2.4	985.43	16.6
	10	-139.87	-138.58	0.7	-147.21	5.7
	12	845.56	825.58	2.3	985.71	16.6

层数	沿基础纵向长度 (m)	子结构板弯距 (kPa)	方法一板弯距 (kPa)	误差 (%)	方法二板弯距 (kPa)	误差 (%)
25 层	0	0	0	0	0	0
	2	-382.72	-319.97	16.5	-362.77	5.2
	4	1313.97	1428.85	8.8	1838.42	39.9
	6	-229.84	-213.5	6.9	-210	8.3
	8	1303.69	1289.26	1.1	1612.28	23.7
	10	-211.12	-215.62	1.9	-237.68	12.3
	12	1306.84	1303.75	0.3	1664.32	27.4

表 3-4 不同层数下三种共同作用分析方法所计算的板弯距结果比较

由以上图表可以得出以下规律：

一：两种连续—离散化共同作用分析方法在计算板的弯距时，与子结构法相比，普遍在基础中跨精度较高，而在基础边跨，则误差较大。特别是方法二，误差最大可达到 40%

二：方法一与方法二相比，方法一精度较高，从 5 层到 25 层，如果忽略基础端部，则最大误差控制在 10% 以内，方法二次之，最大误差控制在 20% 左右。

三：两种连续—离散方法随着层数的增加，误差有增大的趋势，但误差增加的幅度不大。

四：两种连续—离散化共同作用分析方法在计算板的弯距时，普遍存在着在基础（板）边跨误差很大，这可能是上部结构连续化模型普遍存在的问题。而且从计算数据来看，边跨往往是弯距控制截面，这需要值得注意。方法一和方法二往往高估了边跨的弯距。所以，总的说来，用连续—离散化方法来计算板的弯距是比较安全的。

3.4 总结

此章节用三种共同作用分析方法计算 5 层到 25 层的框架结构，从基础沉降（包括整体弯曲和局部弯曲）、基底反力和基础（板）的弯距这三方面数据结果来看，用基于梅耶霍夫（Meyerhof）等代梁公式的连续—离散化方法来进行共同作用分析有着比较高的准确度。而用基于框架剪切刚度的连续—离散化方法则误差较大。

第四章

高层建筑套箱基础与框架体系共同作用的实例分析

4.1 工程概况及“套箱式”箱基设计^[44]

该大楼系 10 层办公楼，柱距为 7.2m 和 4.2m，主体长 40.2m，宽 15m。建筑主体高度 38m，电梯间顶高 46.5m，有地下室一层，基底标高—5.14m。该工程自 1981 年 11 月破土开挖，1982 年 3 月浇筑箱基底板垫层，1985 年初竣工，现已投入使用 2 年余。测试长达 4 年之久。

地基土表层为 80~150cm 厚杂填土，下面为约 20m 厚的黄土状粘质粉土，再以下是细砂土。粘质粉土和细砂土的承载力为 200kPa，粘质粉土的压缩模量为 12MPa 和 15MPa，细砂土的压缩模量为 20MPa，地下水在—21m 以下。地基土分层岩性图见下表

层底深度 (m)	地层 名称	岩性描述	物理力学指标					
			含水量 ω (%)	干重度 (kN/m^3)	孔隙比 e	液性指 数 I_L	塑性指 数 I_p	压缩模 量 E
1.15	杂填土							
5.20	粘质 粉土	浅黄色为主，有大孔 隙构造	10.4	16.08	0.65	-1.02	7.5	11.77
21.0	粘质 粉土	黄棕色，在自然条件 下处于坚硬状态	10.8	16.57	0.63	-0.86	6.8	14.71
未钻透	细砂	黄褐色，含卵石、圆 砾中密，含水量低	7.9	18.95	0.52			19.61

表 1-1 工程地质资料

上部结构为现浇钢筋混凝土框架，预制空心楼板，外墙采用 240 厚粘土砖，内墙为 180 厚加气混凝土砌块，结构的平面图见图 2。结合人防和抗震要求，采用天然地基，箱形基础。箱基外包尺寸 41.1m×15.6m。为调整基底形心，底板东向悬挑 0.6m。基底面积 641.2m²，箱高 4.4m，埋深—5.14m。

箱基底板按 5 级人防设计。为减少施工程序并节省模板，采用叠合板，即在

120mm 厚预制实心板上现浇 200 厚钢筋混凝土板。

箱基底板对 7.2m 大开间而言，为满足冲切及抗剪要求，底板通常需 60~80cm 厚。为加大底板刚度，此工程箱基底板采用了“箱形基础”。其“底板”厚 25cm，“肋梁”高 80cm，“顶板”厚 7cm，折算厚度 40cm。如果把箱基底板视为“小箱”，则箱基本身就可以看成是“大箱”，可以称这种“大箱”嵌套“小箱”的箱基为“套箱式”箱基。

4.2 套箱基础—框架体系的原位测试分析

为探索“套箱式”箱基的地基反力分布及其与上部大开间大进深框架体系的共同作用，此工程共埋设 42 个钢弦式压力盒（其中 7 个失效）见图 1-a，29 个钢弦式钢筋应力计（其中 13 个失效）见图 1-b。

4.2.1 地基反力

42 个压力盒按柱网布置，并在荷重较大的两个柱距内适当加密布置。各柱列处实测地基反力见图 4-a，图 4-b，纵向平均反力见图 4-c，反力系数见图 4-d，横向反力见图 3

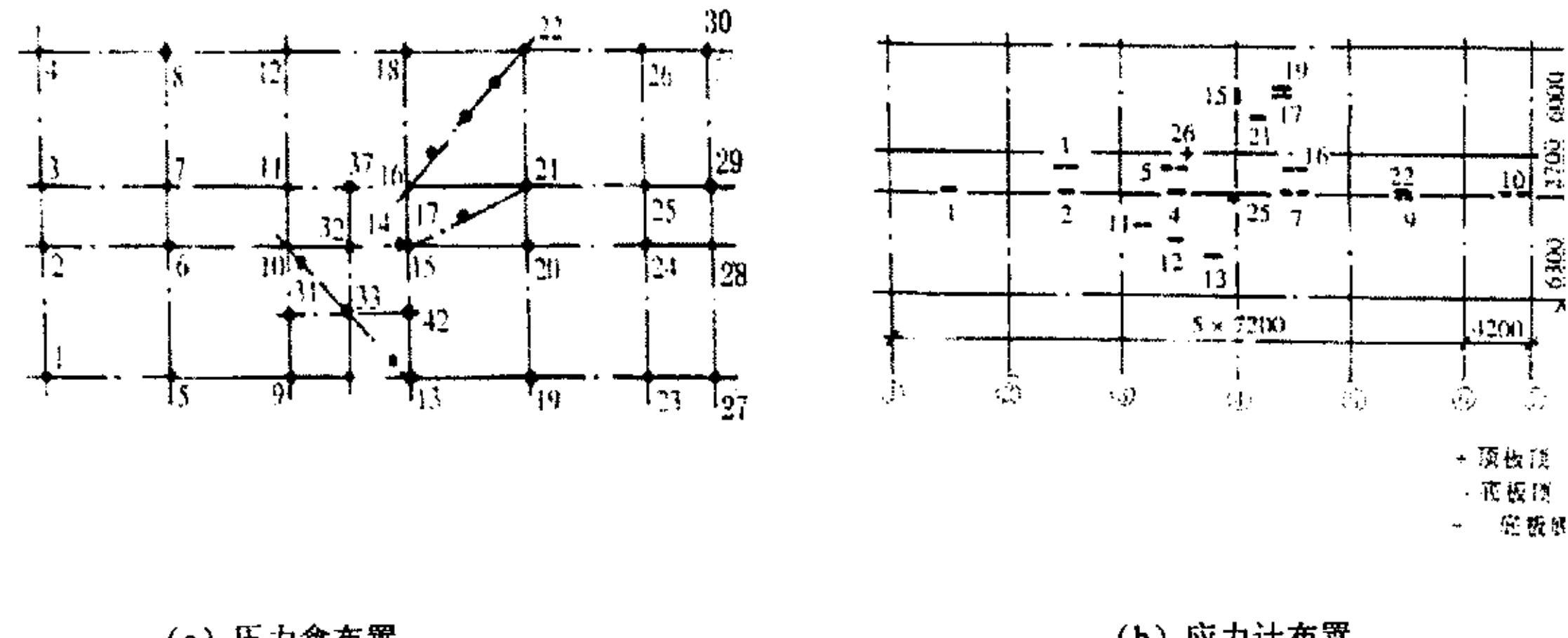


图 (1)

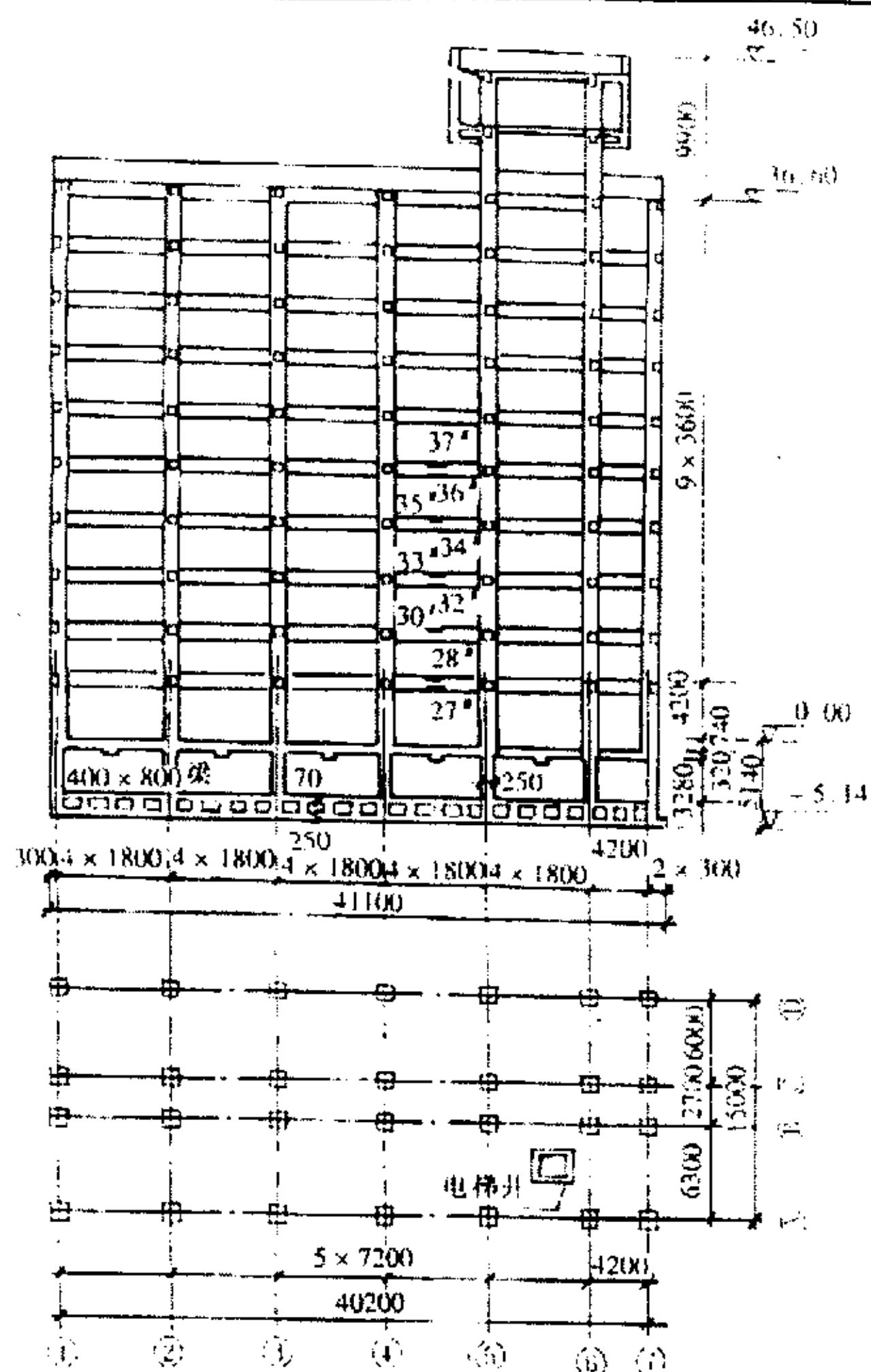
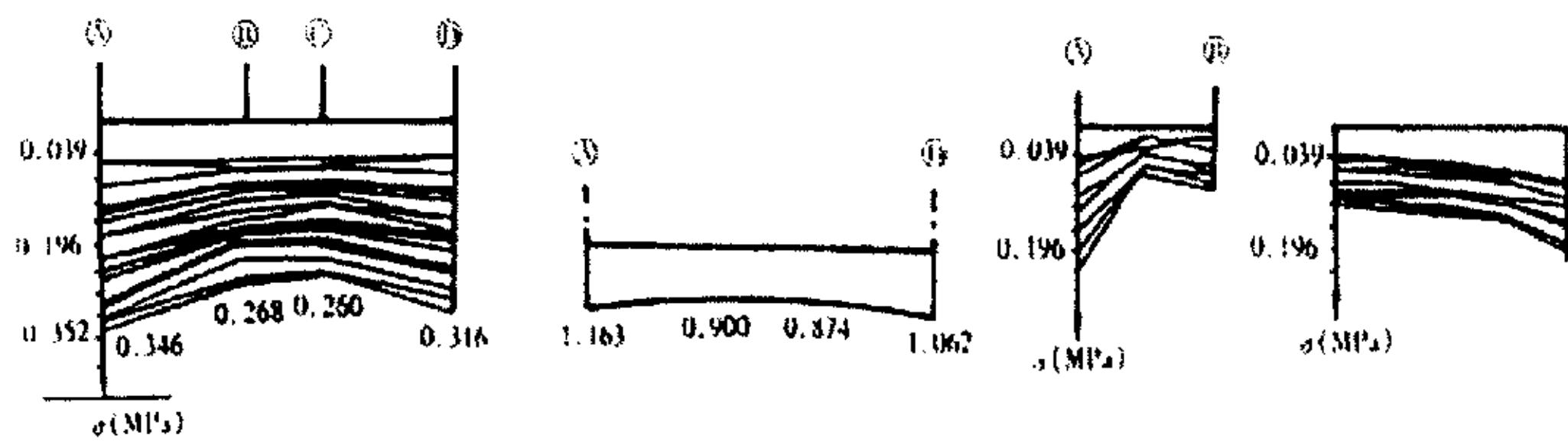


图 2 结构平剖图及纵梁应力计布置



(a) 基底横向平均反力 (b) 基底横向反力系数 (c) 肋梁基底反力 (d) 16—22 基底反力

图 3 基底横向反力

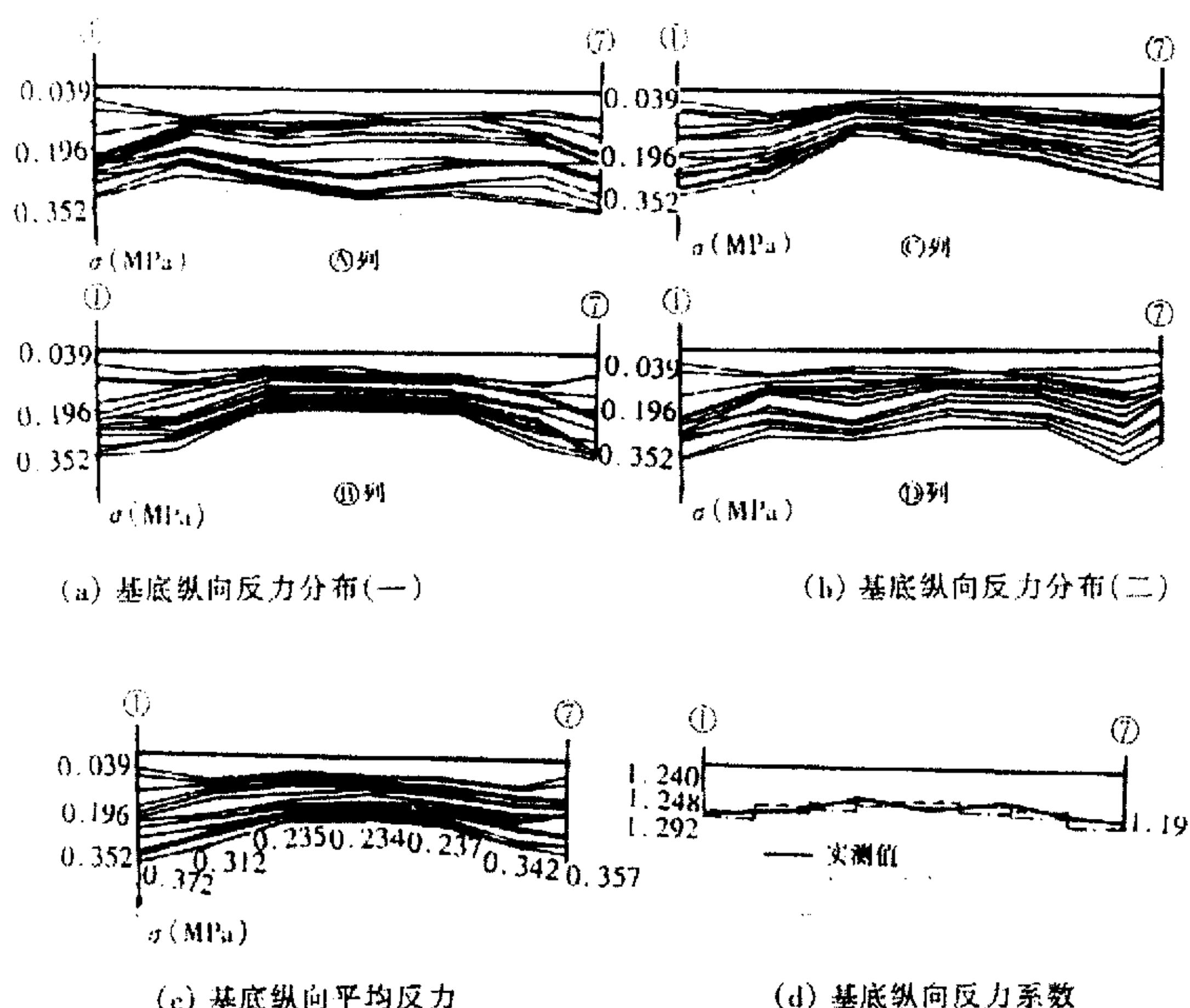


图 4 基底纵向反力

(1) 基底纵向反力分布 从图 4-a, 图 4-b 可以看出, 箱基混凝土浇完(相当于第一层框架梁柱钢筋绑扎完)时, 地基反力比较均匀平缓, 峰值较小, 并位于荷重较大的柱下。随着楼身筑高, 反力峰值的位置也变化。施工到第三层时, 峰值转移到箱基端部, 只不过反力曲线仍较平缓, 但施工到第四层时(1983年6月29日), 箱基荷重相当于卸土重, 即自重应力时, 由于框架已能部分参与箱基共同作用, 箱一框体系刚度增大, 边端反力峰值相应明显增大, 此时箱基顶板钢筋压应力达到极值, 随着楼身继续筑高, 边端反力逐渐增大。边端反力峰值达平均反力的 1.25 倍。

(2) 基底横向反力分布 从图 3 可以看出, 与基底纵向反力分布类似, 当荷重小于卸土重时, 边端反力较小, 反力曲线比较平缓。当荷重相当于卸土重时, 边端反力峰值明显增大。随着楼身继续筑高, 体系的刚度增大, 荷重增加,

边端最大反力为平均反力的 1.16 倍。

(3) 肋梁基底反力 从图 4—c 还可以看出，并未因其刚度较大而改变反力分布性状，亦呈抛物线形

4.2.2 箱基—框架体系的应力和中和轴位置

上部结构不仅仅是一种荷载作用于箱基，而且也能分担箱基内力，这就意味着箱基—上部结构体系的中和轴不一定在箱基范围内。此工程专门为中和轴的位置进行了实测。

为研究箱基—框架体系的应力和中和轴位置，除在箱基底板埋设 17 个、侧壁和顶板各埋设 2 个钢弦式钢筋应力计外，还特地在上部结构首层至六层埋设 9 个应力计。纵梁应力计埋设在 B 列④～⑤柱间纵梁的顶部和底部。纵梁应力计布置见图 2

实测表明，箱—框体系的中和轴随着楼身筑高不断变化。当荷载小于卸土重，即自重应力阶段时，箱基底板受拉、顶板受拉，体系的中和轴位于箱基。底板钢筋拉应力在箱基混凝土浇完时达到峰值。随着楼身筑高，底板钢筋拉应力降低而顶板钢筋拉应力上升，并在楼身筑高到第四层时到达极值，尔后逐渐降低并向受拉转化。中和轴位置随之不断变化。第 11 层到顶、2～4 层墙体砌完（1983 年 11 月 24 日）时，顶板钢筋变为受拉，说明体系的中和轴已不在箱基，而上移到第 4 层纵梁（见图 5）。

4.2.3 箱基地基变形

为研究深埋箱基地基变形，此工程在箱基纵横墙交接处设置沉降观测点，后遭破坏，后在柱子上设置沉降观测点，从框架施工到第四层（墙体未砌）开始观测。沉降观测点布置及实测沉降曲线分布分别见图 6 (a), (b)。

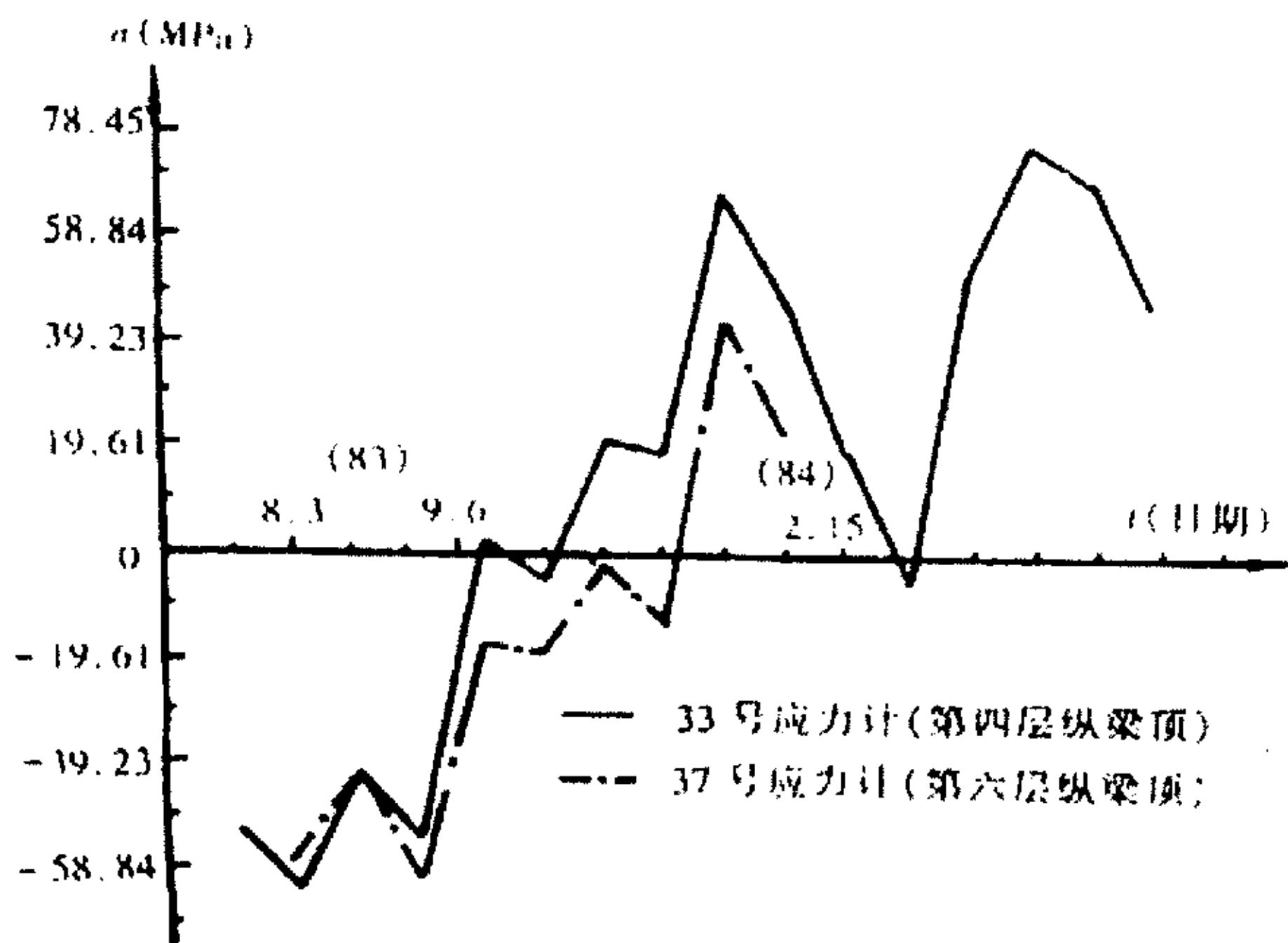


图 5 纵梁钢筋实测应力曲线

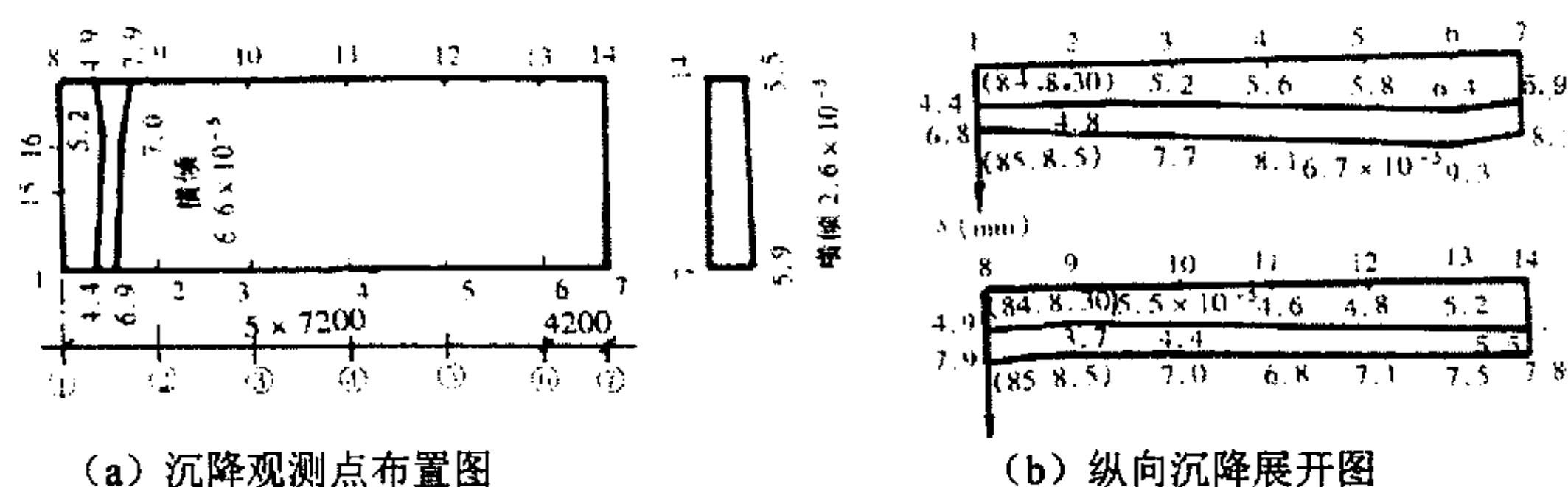


图 6

4.3 用共同作用计算程序进行分析与比较

4.3.1 计算参数的确定

由于从上一章得知运用基于梅耶霍夫 (Meyerhof) 等代梁公式的连续—离散化方法进行共同作用分析有着比较高的准确度, 因此此工程实例便应用这一方法进行计算。

从此工程实测资料可知基底的附加压力为 90kPa 左右, 所以可以根据每根柱所承担的面积来计算出每根柱的荷载, 在有电梯间的局部位置柱荷载适当加大。上部结构柱截面为 600×600 , 梁的规格有 200×700 、 250×700 、 200×400 、 250×400 四种, 用梅耶霍夫公式折算成等效梁进行计算。套箱基础中的“小箱”根据抗弯刚度相等的原则, 折算为厚度为 40cm 的板, 箱基的肋梁高达 3.28 米, 相对来说高而短, 剪切变形的影响相当大, 铁木辛柯 (Timoshenko) 曾给出简支梁考虑剪切变形的等效刚度 $E_b J_d$ 的公式:

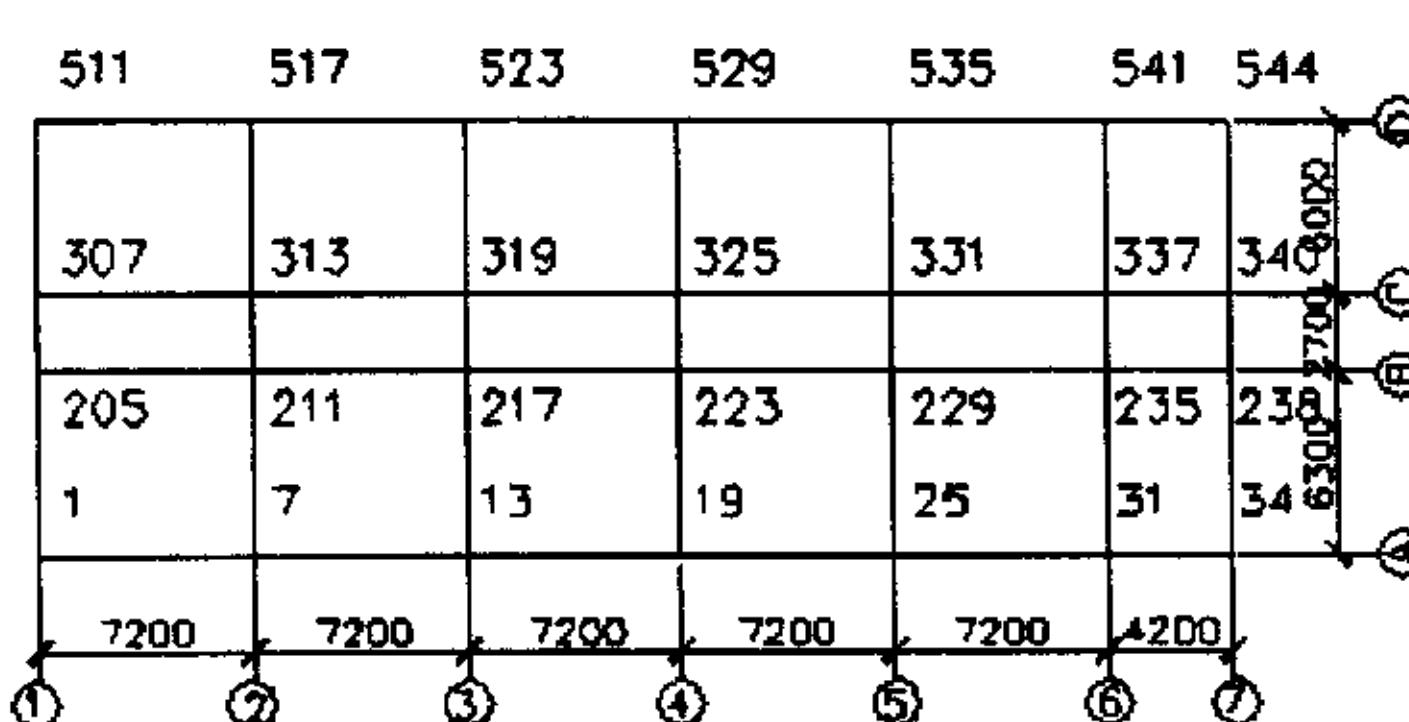
$$E_b J_d = E_b J_d / (1 + 3.12 \frac{h^2}{l^2}),$$

用此公式来估算箱基肋梁的抗弯刚度。箱基的顶板有 320mm 厚, 其上还有 740mm 厚的连梁, 可根据上部结构梁的布置分别将其折算到等效梁的刚度中去。

地基模型取分层地基模型, 此工程箱基下地基土压缩层深度取 17m, 取五层计算。由于此压缩层深度中主要土层为黄土状粘质粉土, 压缩模量为 14.71MPa, 液性指数 -0.86。如果用应力面积法来估算此建筑沉降:

$$\sum_{i=1}^5 \frac{P_i}{E_{si}} (Z_i C_i - Z_{i-1} C_{i-1}) = 12.98 \text{ cm}, m_s = 0.5, s = 6.49 \text{ cm}.$$

而此工程实测平均沉降只有 8.6mm, 相差巨大。主要原因是因为该工程土的压缩模量取值有误, 粉质粘土的液性指数为负值, 说明该土层十分坚硬, 14.71MPa 的压缩模量肯定偏小, 所以在本例计算当中土层的压缩模量增大, 取 50MPa, 这样仍有 2cm 左右的沉降, 所以此实例分析不作数值上的精确比较, 只作定性上的比较。地基土分 5 层计算, 分层厚度分别为 2m, 3m, 3m, 4m, 5m, 压缩模量分别取 45MPa, 50MPa, 55MPa, 58MPa, 60MPa。



基础平面示意图

及节点编号图 7, 基础板长边方向划分 34 个节点, 短边方向 16 个节点, 共 544 个节点, 495 个矩形单元。

图 7 基础平面示意图及节点编号

4.3.2 基底反力

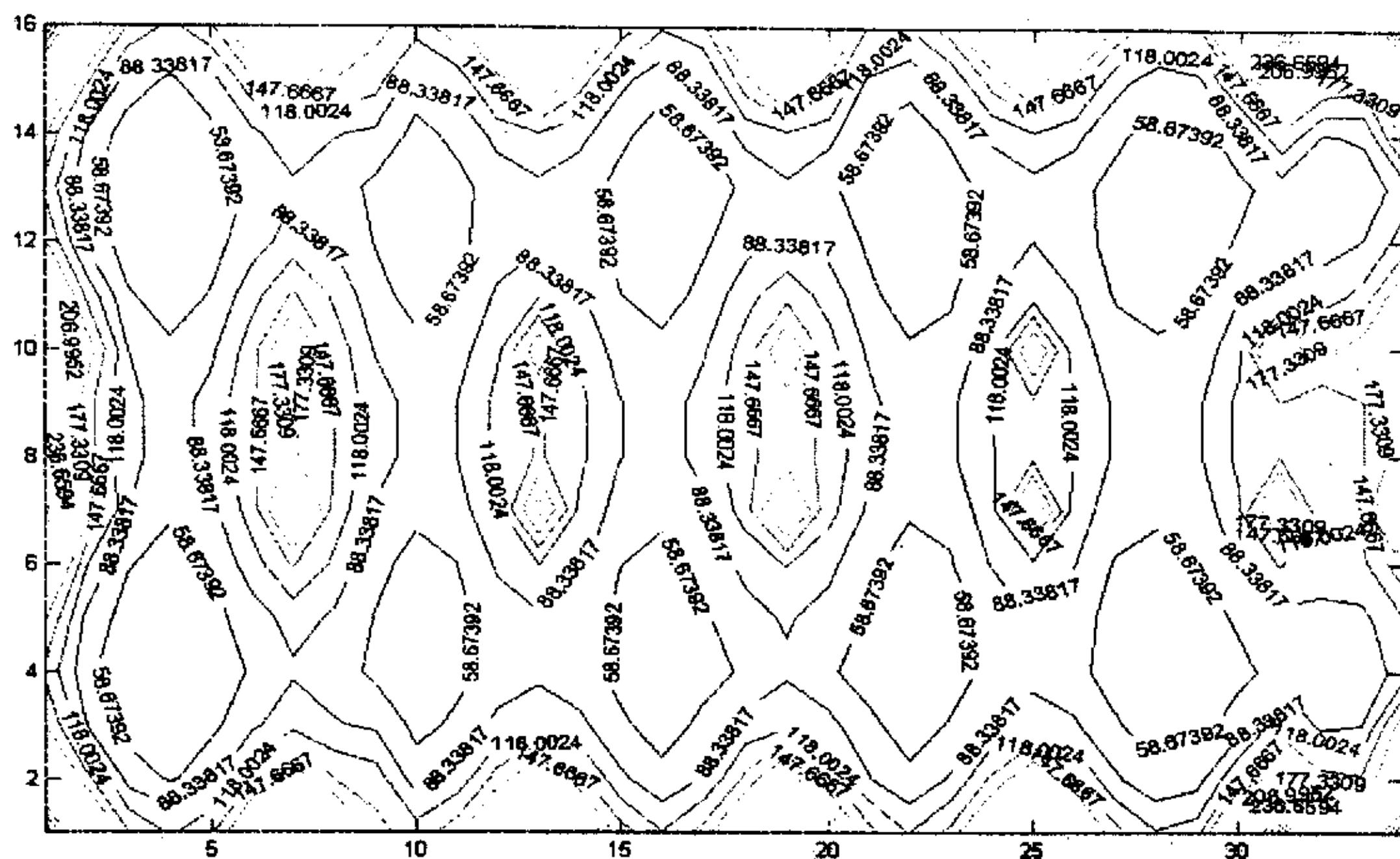


图 8 基础下应力分布图 单位 (KPa)

(1) 基底纵向反力分布

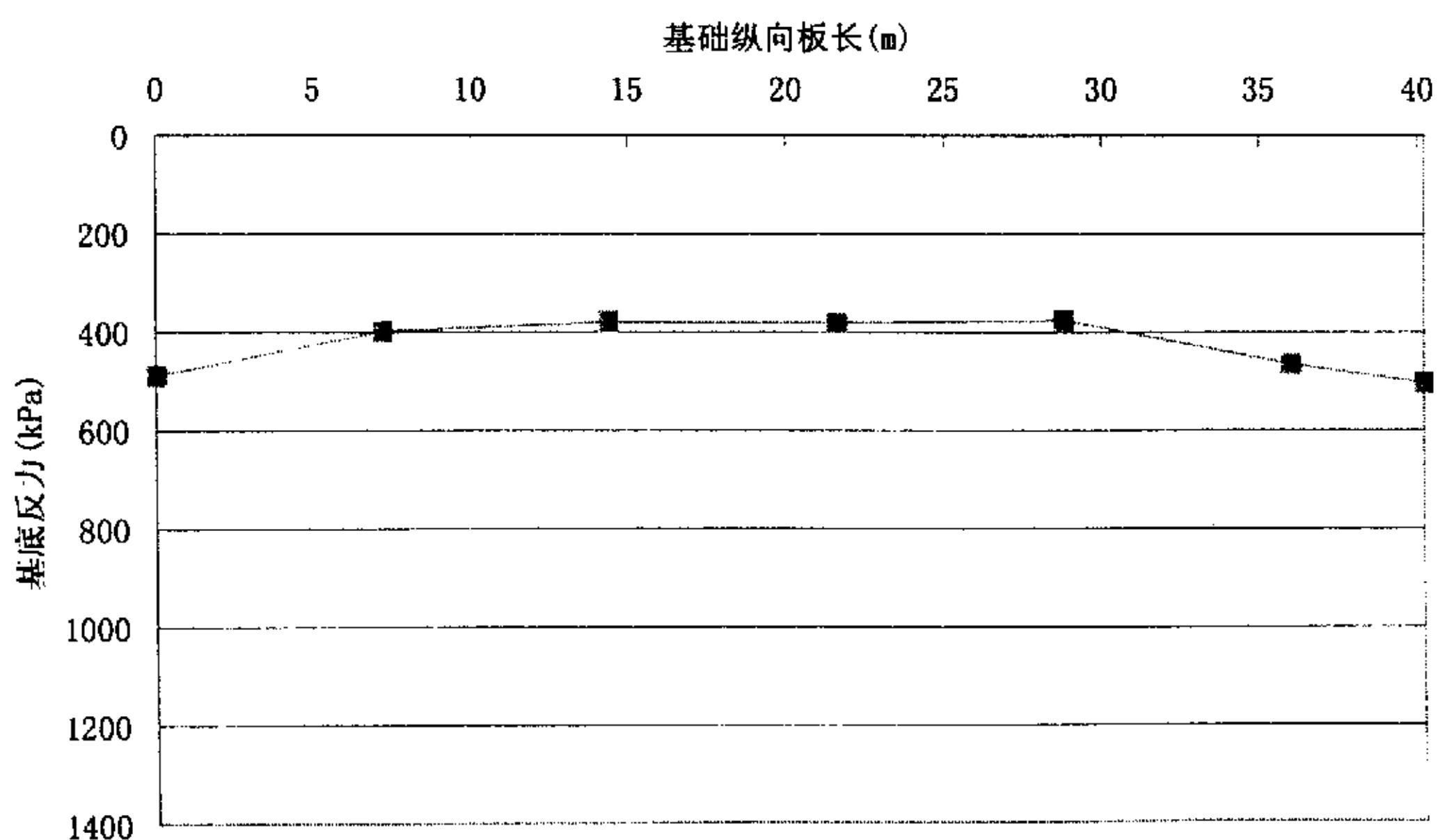


图 9 基础 A 轴柱下基底反力分布图

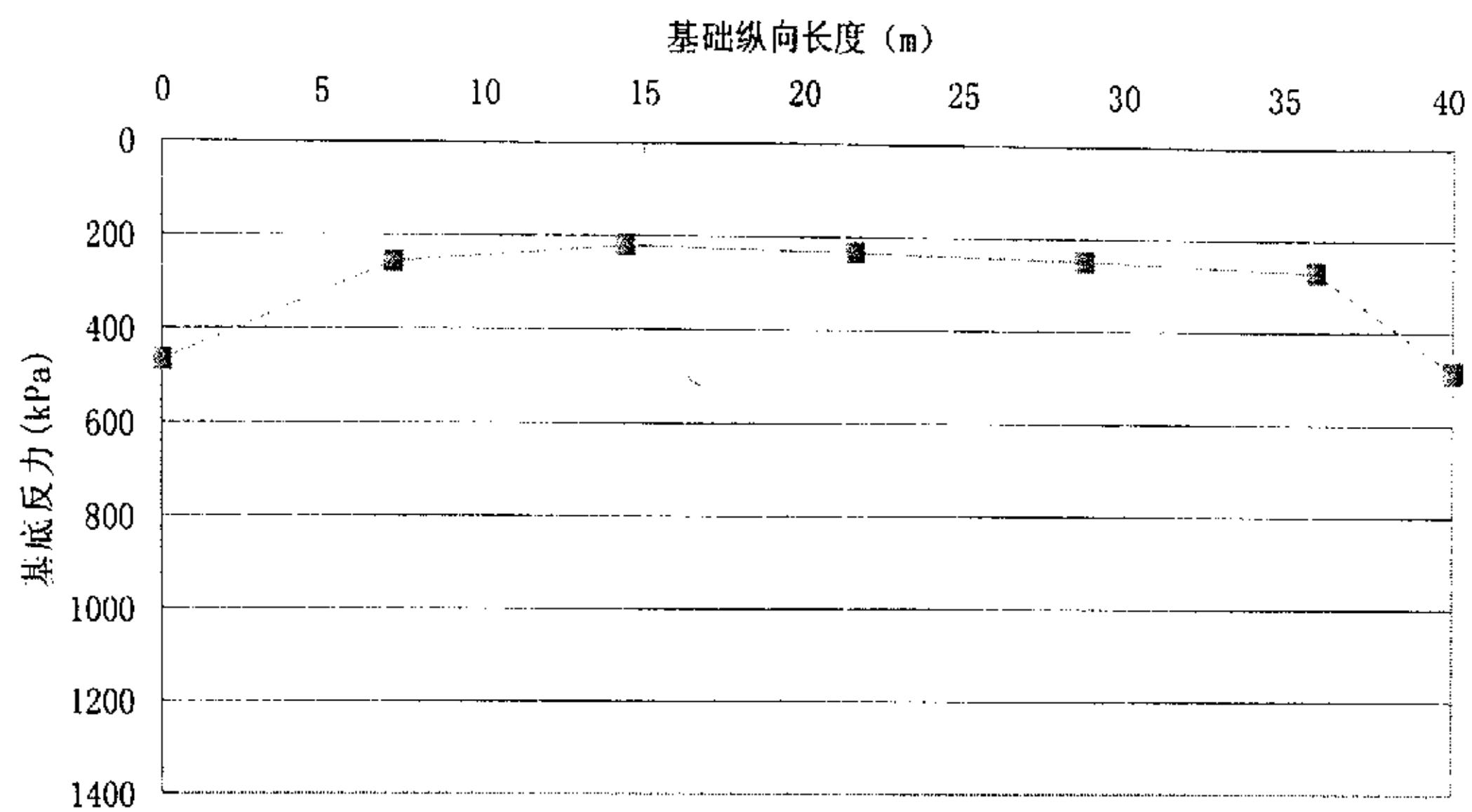


图 10 基础 B 轴柱下基底反力分布图

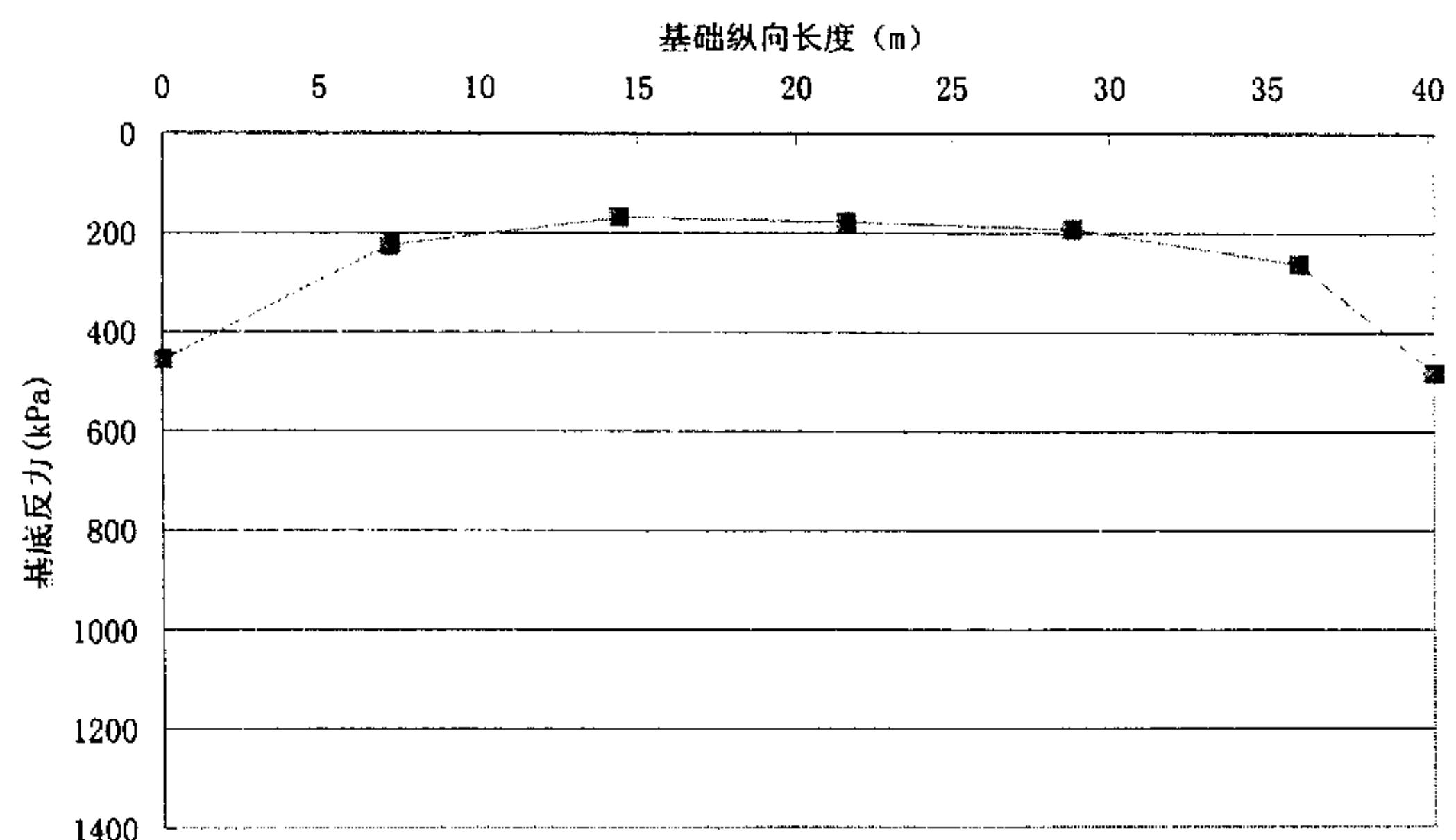


图 11 基础 C 轴柱下基底反力分布图

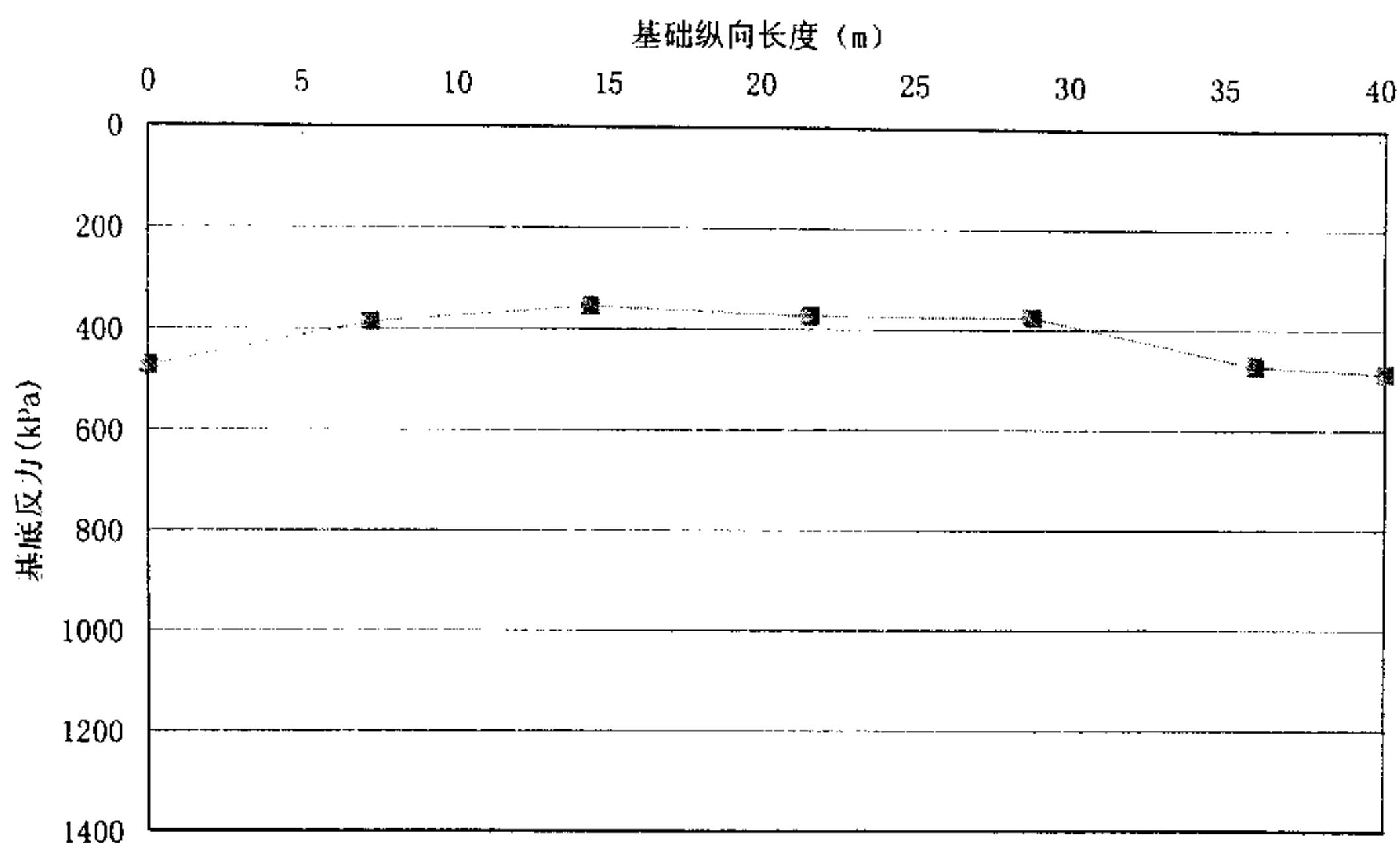


图 12 基础 D 轴柱下基底反力分布图

由图 8 基础下应力分布图和图 9—图 12 A, B, C, D 四轴下应力轴线图可以得出以下几点规律:

- ① 基础下应力分布基本上呈中间较小, 四边较大的态势。基底下平均应力为 103KPa, 边端 (柱) 反力最大值达到 489.6KPa, 是平均反力的 4.75 倍。
- ② A, B, C, D 四轴下应力由于箱基高达 3.28 米肋梁的存在, 抗不均匀沉降的能力较大, 因此反力分布比较均匀。
- ③ 在有柱荷载作用的位置, 基底下应力明显加大, 其它位置则保持比较低的应力水平, 在 50~80KPa 的范围之内。
- ④ 在不同柱荷载作用的位置, 基底下应力也有不同, 基本上是边柱下应力较大, 中柱应力较小, A, B 两轴边柱反力峰值达中柱反力的 1.33 倍, C, D 两轴边柱反力峰值可达中柱反力的 2.2 倍

4.3.3 基底沉降

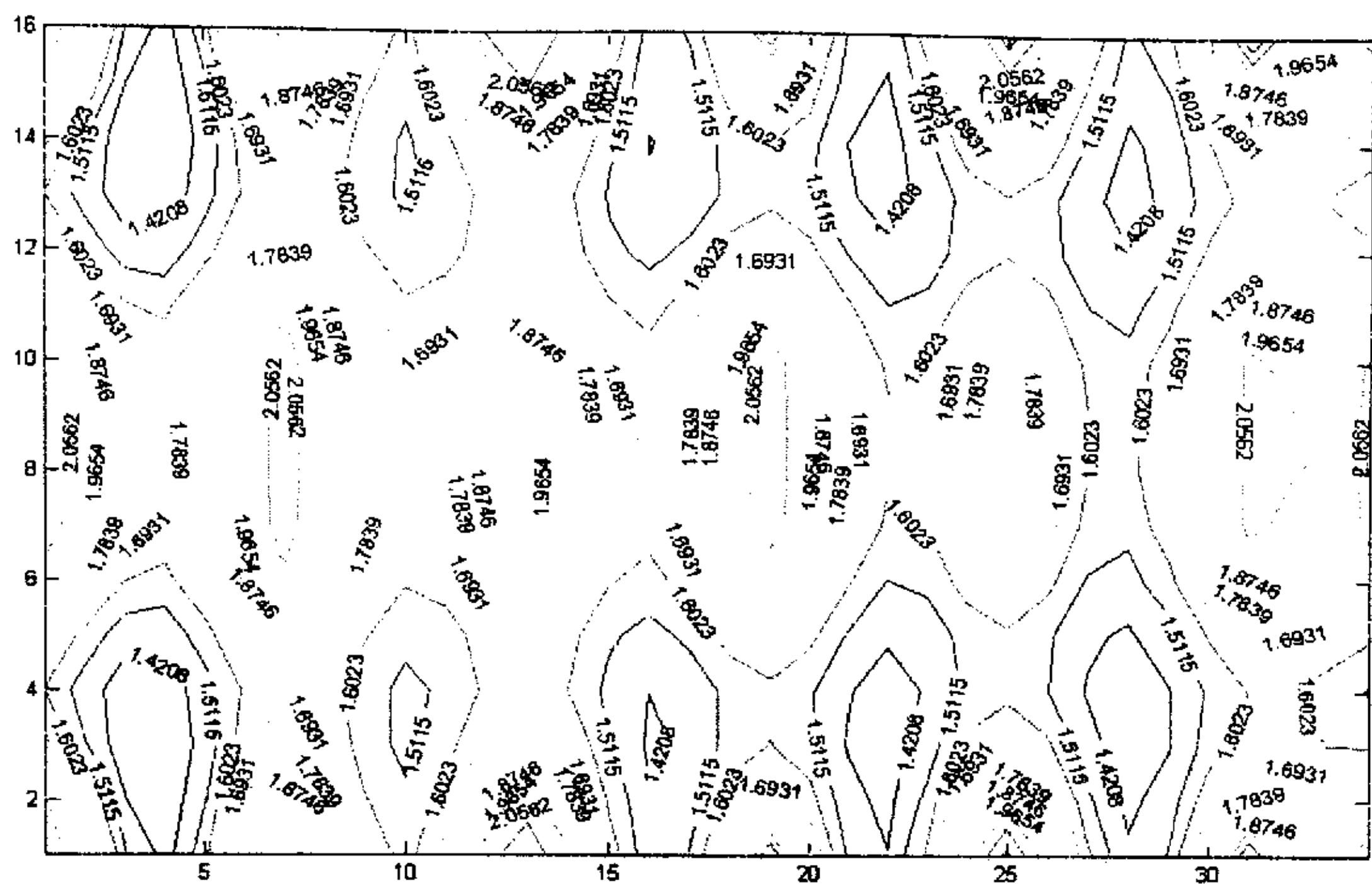


图 13 基础下沉降分布图 单位 (cm)

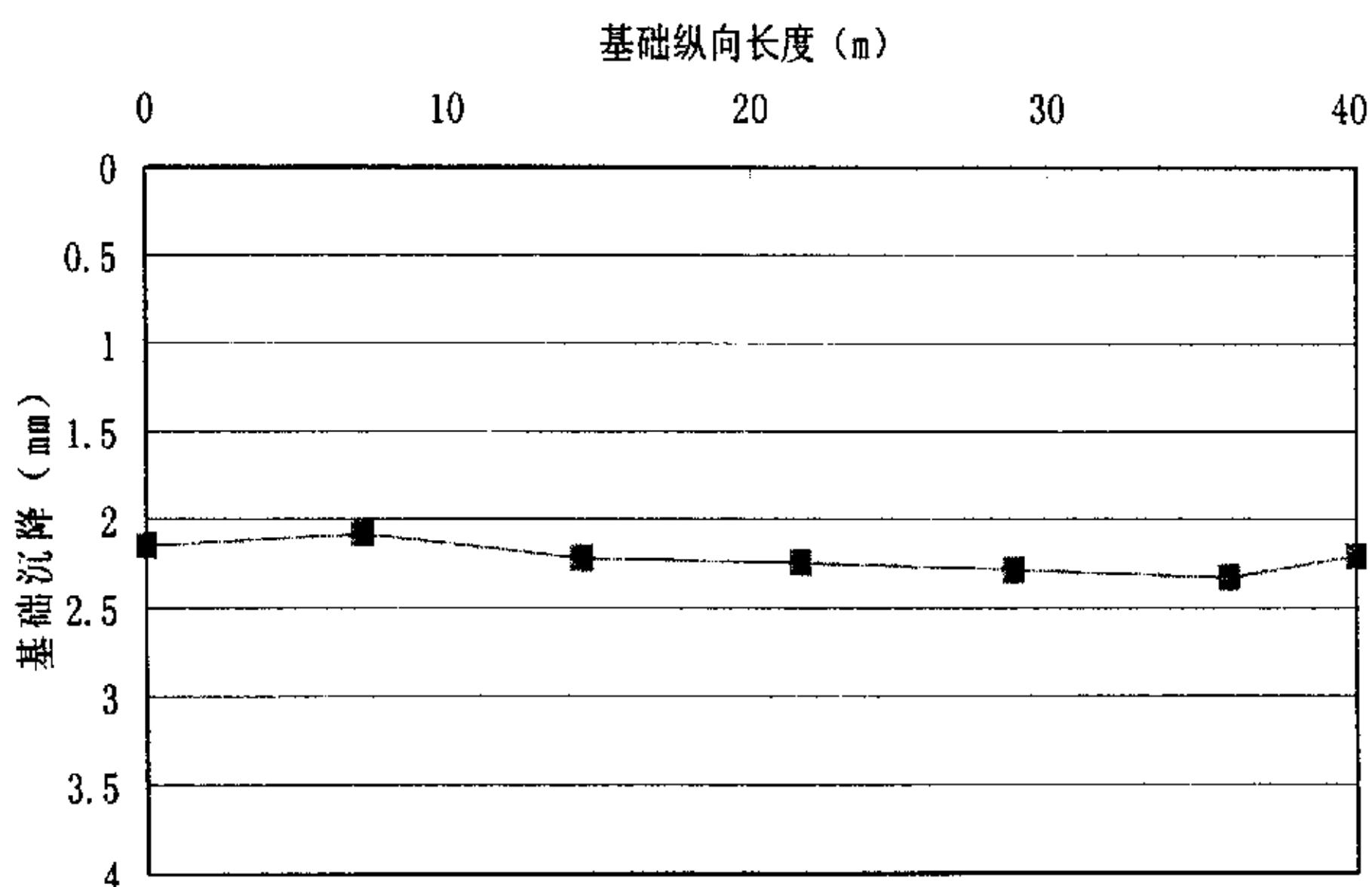


图 14 基础 A 轴柱下基础沉降分布图

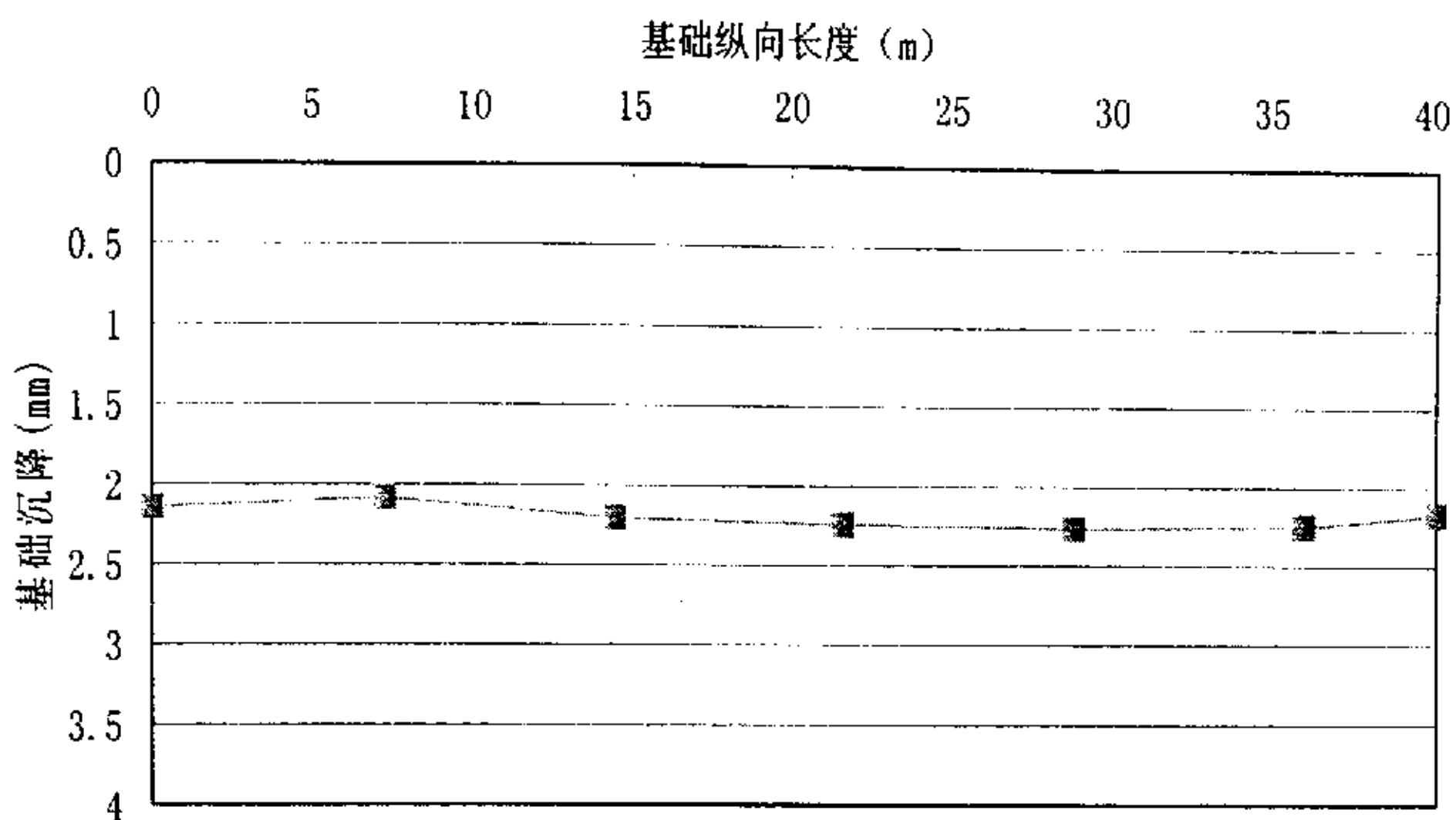


图 15 基础 A 轴柱下基础沉降分布图

由图 13 基础下沉降分布图和图 14 和图 15 A, D 两轴下沉降图可以得出以下几点规律：

- ① 基础下沉降分布基本上呈中间较大，四边较小的态势。基底最大沉降为最小沉降的 1.4 倍。
- ② 在有柱荷载作用的位置，基底下沉降明显加大，一般要比柱间沉降大 5~6mm。
- ③ 在不同柱荷载作用的位置，基底下沉降也有不同，大致是中柱沉降大，边柱沉降小。
- ④ 整个建筑物箱基的纵向弯曲很小，仅为 0.045%~0.083%，箱基的横向倾斜为 0.058%，这说明“套箱式”箱基的底板折算厚度虽较小，但刚度却很大。

4.3.4 箱基—框架体系的应力及中和轴位置

要确定上部结构中和轴的位置，就要确定结构各梁单元的内力。由于用基于梅耶霍夫 (Meyerhof) 等代梁公式的连续—离散化方法不能直观的算出上部结构各节点的位移和内力，所以改用子结构方法进行分析。

选择③~④两轴之间的纵梁进行了轴向受力分析，第一至第十层各层轴力见图 16。

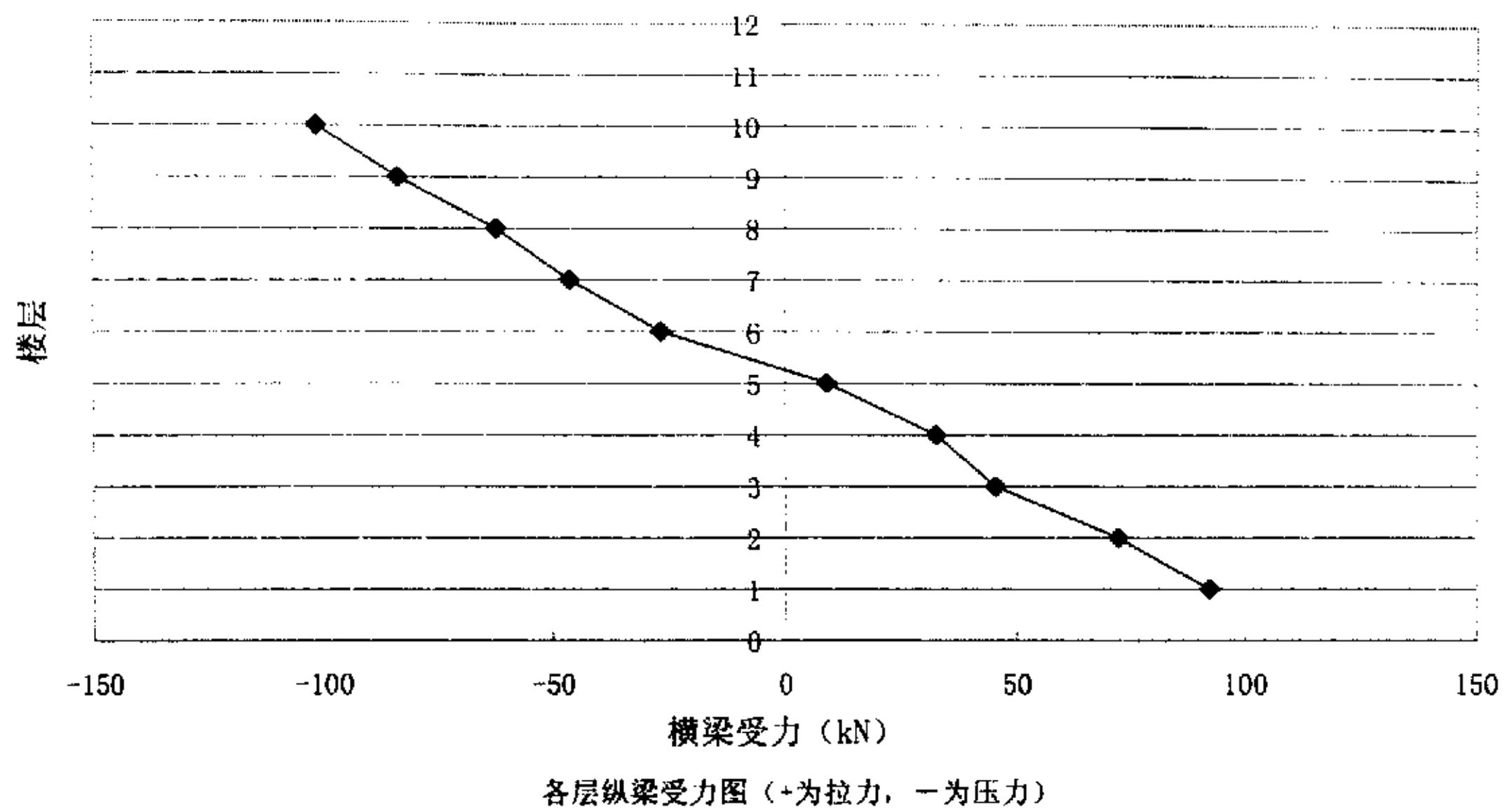


图 16 上部结构纵梁受力图

从图 16 可以看出, 底层纵梁受轴向拉力, 随楼层的增高, 纵梁的拉力逐渐减少, 至第五层纵梁时, 受力约等于零, 五层以上纵梁受力转变为压力, 并随楼层逐渐增大。此算例中和轴在五层纵梁处。

考虑共同作用以后, 作用在基础上的柱荷载进行重分布, 一般来说与绝对柔性结构相比, 边柱与角柱加载, 中柱卸载。此算例角柱加载 10.5%, 边柱加载 5.5%, 中柱卸载 4.62%

4.4 总结与分析

4.4.1 用共同作用程序计算结果与实测对比, 其基础下的沉降与反力分布规律在定性上基本与实测符合。基底反力基本呈中间较小, 两端较大的态势。基底沉降中间略大, 四周略小, 整个的差异沉降很小, 这说明“套箱基础”的刚度很大。

4.4.2 其计算出来的纵向弯曲比实测值略大, 基底下边缘最大反力与平均反力的比值也要比实测值大。中和轴经计算, 在 5 层纵梁处, 而实测中和轴在 4 层纵梁处。这可能与计算时未考虑填充墙的因素有关, 考虑填充墙的框架要比纯框架刚度要大, 所以计算时可能低估了上部结构的刚度。此外由于此工程的一些基本资料不全或有误差, 实测数据不是很详细, 准确。所以计算时很难与工程实

际情况相符。

(3) 经此实例计算表明, 用基于梅耶霍夫 (Meyerhof) 等代梁公式的连续一离散化方法进行共同作用分析基本上符合实测实测的情况, 因此此方法有着比较好的实用性和准确性。

第五章 总结与展望

5.1 本论文主要的研究成果

(为了叙述方便,按照前几章的说法,仍将基于梅耶霍夫等代梁公式的连续一离散法称为方法一,将基于框架连续化剪切刚度的连续一离散化方法称为方法二。)

前几章主要做了以下几方面工作。首先将两种连续一离散化共同作用分析方法和子结构分析方法分别在理论和公式推导上作了详细的阐述。为了比较这三种方法在共同作用分析中的特点和优劣,建立了一个计算模型,从5层递增到25层的框架结构,在不同层数相同荷载下基础沉降、基底反力和筏板基础内力的数据整理和分析。并对一具有实测数据的工程实例,用连续一离散化共同作用分析方法进行了计算分析,来验证此方法在工程中的实用性。

从基础沉降计算结果数据上看,首先方法一能反映上部结构刚度的有限性,而方法二却不能。其次与子结构法相比,整体弯曲用方法一计算的结果有着较高的准确性,其最大误差不超过3%,方法二稍次之,其最大误差控制在10%以内。总的说来这两种方法的计算结果误差都不是很大。而局部弯曲这两种方法计算结果则误差较大,最大误差在20%以上,需值得注意。

从基底反力计算结果数据上看,与子结构法相比,用方法一计算的结果最大误差控制在4%以内,用方法二其最大误差控制在10%以内,其结果还是比较准确的。

从基础(板)内力计算结果数据上看,与子结构法相比,用方法一计算的结果普遍要比方法二精度要高,而且这两种方法的最大误差主要集中在基础端部,方法一误差达到20%以上,而方法二,误差可达到70%。

在工程实例一章,用方法一进行了基础下的沉降和反力计算,从计算结果数据来看,与实测值相比,其沉降与反力分布规律在定性上基本与实测符合。

总的说来,在上部结构、地基与基础共同作用分析中,方法一在基础沉降,基底反力,基础(板)内力这三方面的计算结果比方法二有着较高的准确性。在工程实例计算当中,方法一能比较好的反映沉降、基底反力的分布规律,定性上

与实测相比基本符合。因此方法一在工程实践中有着良好的准确性和实用性。

5.2 进一步研究的展望

本论文将三种共同作用分析方法在只考虑不同层数影响的框架结构的计算模型，对基础沉降、基底反力和基础（板）内力这三方面的计算结果进行了对比分析。而在实际工程中，情况肯定是比较复杂的，例如上部结构柱距不等、有填充墙或为上部结构体系改为框剪结构体系或其它体系，这些因素的变化会对连续一离散化共同作用分析方法的计算结果有何影响？这些内容由于时间有限，还未来得及进行计算分析。

此论文还有很多地方可以进一步扩充，例如文中所有算例用的都是有限层地基模型，如果改为文克勒地基模型或其它地基模型，其连续一离散化共同作用分析方法的计算结果有何特点？连续一离散化分析方法如何计算上部结构梁、柱内力？其计算结果精度如何？还有连续一离散化分析方法在计算分析中未考虑框架柱轴向变形。这些都值得进一步去研究。

参考文献

- [1] Jae Kwan Kim, Jose M. Roesset, and John L. Tassoulas, Interaction between Concentric Annular and Circular Foundation, Journal of Geotechnical Engineering Volume 113 June 1987
- [2] Meyerhof, G.G. Some recent foundation research and its application to design. Struct. Engr., 1953, Vol.31, 151—167
- [3] Chamecki, S. Structural rigidity in calculating settlements, J. Soil Mech. And Found. Div., ASCE, 1956, Vol.82, SM1, 1-9
- [4] Grosshof, H. (1957). Influence of flexural rigidity of superstructure on the distribution of contact pressure and bending moment of an elastic combined footing. Proc. 4th ICSMFE, London. 1957, Vol. 1, 300—306
- [5] Sommer, H. A method of Calculation of settlements, contact pressures and bending moments in a foundation including the flexural rigidity of the superstructural . Proc. 6th ICSMFE, Montreal, 1965, Vol.2 , 197—201
- [6] Zienkeiwicz, O.C. and Cheung, Y. K. Plates and tanks on elastic foundation an application of finite element method, J. Soils and Struct. 1965, Vol.1. 451—461
- [7] Przemienicki, J.S. Theory of matrix structural analysis. 1968
- [8] Haddadin, M. J. Mats and Combined footing analysis by the finite element methods, Proc. ACI , 1971, Vol.68, No.12, 945—949
- [9] Christian, J.T. Soil structural- interaction for tall buildings. Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh U., 1972, Vol. 1a, 967—983
- [10] Lee, I.K. and Harrison , H.B.A theoretical study of the interaction of structure and foundations .J. Struct. Div., Proc. ASCE, 1970, Vol. 96 No.ST2, 177—197
- [11] Hain S.J. and Lee, I, K. Rational analysis of raft foundation , J . Geotech. Engg. Div. ASCE, 1974, Vol. 100. No. GT7,843-860
- [12] Poulos, H. G. and Davis, E.H. Pile foundation analysis and design. New York: Wiley, 1980
- [13] Mindlin, R.D. Force at a point in the interior of a semi-infinite solid. Jul Appl. Phys. 1936, Vol. 7, No.5
- [14] Poulos, H. G. Soil structure interaction-general report (Preliminary). Proc. 10th ICSMFE. 1981
- [15] Price, G and Wardle ,I.F. Queen Elizabeth 2 conferene centre: monitoring of loading

- shearing between piles and raft. Proc. ICE, 1986, Part1, 80, 1505—1518
- [16] 张问清, 赵锡宏, 逐步扩大子结构法计算高层结构刚度的基本原理, 建筑结构学报, 1980. 1
- [17] 张国霞, 张乃瑞, 张风林, 非线性差异沉降分析, 岩土工程学报, 1981 (3): 41—48
- [18] 何颐华, 方寿生, 钱力航等, 高层建筑箱形基础基底反力确定法, 建筑结构学报, 1980 (1): 72—76
- [19] 叶于政, 孙家乐, 高层建筑箱形基础与地基和上部结构共同作用机理的初步探讨和采用弹性杆的简化计算方法, 北京工业大学学报, 1980. 3
- [20] 董建国, 路佳, 赵锡宏等, 共同作用分析在高层建筑箱基设计中的应用, 见: 曹志远主编, 结构与介质相互作用理论及其应用, 南京: 河海大学出版社, 1993, 387—393
- [21] 赵锡宏等著, 上海高层建筑桩筏与桩箱基础设计理论, 上海, 同济大学出版社, 1989
- [22] 董建国, 杨敏, 赵锡宏, 筏式和箱式承台弯距的计算, 岩土工程学报, 1992 (4): 32—37
- [23] 杨敏, 上部结构与桩筏基础共同作用的理论与试验研究: [博士论文], 上海: 同济大学地下系, 1989
- [24] 黄绍铭, 王迪民等, 减少沉降量桩基的设计与初步实践, 第六届土力学及基础工程学术会议论文集, 上海: 同济大学出版社, 1991, 405—410
- [25] 曹志远, 刘永仁等, 超级有限元法及其在结构工程中的应用, 计算结构力学及其应用, 1994. 11
- [26] 曹志远, 工程力学中的半连续半离散方法, 工程力学, 1991. 8
- [27] 宰金珉 宰金璋, 高层建筑基础分析与设计—土与结构物共同作用的理论与应用, 中国建筑工业出版社, 1993. 2
- [28] 刘开国, 结构简化计算原理及其应用, 科学出版社, 1996
- [29] 王寿康, 几种高层建筑结构的统一算法, 建筑结构学报 1992. 2
- [30] 李丛林等, 变刚度筐——剪结构协同分析的连续——离散化方法, 建筑结构, 1993. 3
- [31] 李丛林等, 几种高层建筑结构简化分析统一的连续—离散化方法, 建筑结构, 1997. 6
- [32] 孙建琴, 刘勇等, 空间框架—十字交叉基础梁与弹性地基相互作用简化分析的超元法, 岩土工程学报, 2003. 3
- [33] 董建国、赵锡宏, 高层建筑地基基础——共同作用理论与实践, 同济大学出版社 1997. 9

- [34] 刘开国, 地基—基础—框架体系相互作用的简化计算方法, 建筑结构学报 1981. 1
- [35] 刘开国, 杆系与板系结构的分析方法, 中国建筑工业出版社, 1980
- [36] 赵更新, 土木工程结构分析程序设计, 中国水利水电出版社, 2002. 1
- [37] 王新堂, 计算结构力学与程序设计, 科学出版社, 2001.2
- [38] 龚晓南, 土工计算机分析, 中国建筑工业出版社, 2000.10
- [39] 裴捷等, 考虑砖填充墙的框架结构与地基基础共同作用的分析方法, 建筑结构学报, 1984.4
- [40] 楼晓明, 相邻基础共同作用及相关变形控制研究, 同济大学博士论文, 2001. 12
- [41] 高大钊, 土力学与基础工程, 中国建筑工业出版社, 1998. 9
- [42] 洪毓康, 楼晓明等, 高层建筑下桩—箱基础共同作用研究, 岩土工程学报, 1997 (2)
- [43] 楼晓明, 魏新江, 洪毓康等, 刚性承台—桩群—土共同作用的两种迭代算法, 岩土力学, 1997 (3)
- [44] 刁学优, 鲍自均, 程家铭等, 某高层办公楼(10 层)套箱基础——框架体系协同作用的测试研究, 建筑结构学报, 1988 (5): 62—70
- [45] 赵锡宏, 高层建筑与地基基础的共同作用, 上海: 同济大学地下建筑与工程系, 1987
- [46] 赵锡宏, 曹名葆, Lee I. K. & Valliappan S. 子结构分析法在空间结构—基础板—地基的共同作用分析中的应用. 中国第二届岩土力学解析与数值分析方法会议论文. 上海: 同济大学地下系, 1985
- [47] 赵锡宏, 董建国等, 高层建筑地基基础共同作用研究及其应用, 见: 高大钊主编, 软土地基理论与实践, 北京: 中国建筑工业出版社, 1992
- [48] 范秋雁, 刘文连等, 框架结构—十字交叉条形基础—地基共同作用分析, 岩土力学, 2003. 4
- [49] 丁大钧, 关于高层建筑中箱基和上部框架的共同作用, 建筑结构, 2002. 8
- [50] 孙家乐, 张镭, 从高层建筑结构与地基基础相互作用研讨连续基础简化计算, 中国土木工程学会第四届土力学基础工程学术会议论文集, 中国建筑工业出版社, 1986.
- [51] 刘开国, 十字交叉弹性地基梁与空间高层框架相互作用的分析, 建筑结构学报, 1984. 4
- [52] 刘开国, 高层建筑结构的能量变分解, 建筑结构学报, 1982. 3
- [53] 王维英, 考虑上部框架刚度影响的十字交叉梁系基础分析, 岩土工程学报, 1987. 3
- [54] 钱力航等, 上部结构刚度对箱形基础整体弯曲影响的探讨, 建筑结构学报, 1981. 1

致 谢

本文是在导师楼晓明副教授的精心指导下完成的。首先感谢老师的关心、爱护、理解与宽容，以及给予学习和生活上无微不至的关怀。只有驿站，没有终点，老师严谨治学的敬业精神、忘我求索的科研态度，将指引我无畏前进。

感谢桩基础研究室的杨敏教授、熊巨华副教授在本人论文写作期间给予学习上的关心和指导。

感谢蒋锋平、曾洪飞、黄海群、王磊、刘迺剑、曹林涛和崔晓天等好友及桩基础研究室的所有师兄弟们同我一起分担烦恼、分享喜悦，陪伴我度过了在同济大学美好和幸福的时光。

特别感谢父母及亲人的理解与支持。

2004-2-24