

摘要

土钉技术始于上世界 70 年代，主要用于土体开挖后边坡的支护。由于其具有快速简便，经济可靠，适用范围广等优点，在工程中得到了广泛的应用。但是由于土钉支护结构受力的复杂性，其计算理论的发展落后于工程实践。

土钉与周围土体的作用机理是研究土钉支护体力学行为的关键问题。本论文在总结分析前人工作的基础上，主要应用理论分析对这一问题进行研究。论文的主要工作及成果如下：

(1) 将土钉分为主动受拉和被动受拉两种状态，基于半无限体的 Mindlin 解，根据土钉与周围土体的变形协调关系，建立了土钉周围剪应力的求解方程。

(2) 通过拟合方法，对原求解方程进行简化，并得出了沿土钉剪应力分布的弹性解析表达式。在此基础上，通过数值积分，得出了土钉轴力、土钉及土体位移的分布形式。

(3) 对主动受拉状态，分析了轴力作用下土钉剪应力分布的特征，以及钉土相对刚度 E/E_a 值对剪应力分布的影响。

(4) 对被动受拉状态，分析了开挖荷载作用下土钉剪应力分布的特征、开挖面位移的分布形式，以及钉土相对刚度 E/E_a 值对剪应力分布的影响。

本文主要针对土钉这一支护体进行理论研究，较现有计算方法有改进，研究的成果亦可应用于全长粘结式锚杆。

关键词：土钉；锚杆；Mindlin 解；解析解

Abstract

Modern soil nailing technology, as a retaining structure for earth excavation, has been widely used since 1970s due to its convenience and rapidity in construction, economy and reliability. However, because of its complex mechanical behaviors, the design and calculation theory of soil nails lags behind the engineering practice.

The key problem in researching mechanical behavior of soil nailing structure is the action mechanism between soil nails and the soil. In this paper, on the basis of present research achievement, the author tries to develop the analytic solution of this problem. The major work and conclusions are as follows:

(1) The status of soil nail was distinguished into active tensile and passive tensile. Based on the Mindlin solution of semi-infinite body, and deformation compatibility between the nail and the soil, the differential equation to solve shear stress around soil nail was established.

(2) By simplifying expression in the equation with fitting method, the equation was solved readily and the analytic expression of the shear stress along the soil nails is presented. Furthermore, the axial force and displacement of soil nails can be obtained with numerical integral method.

(3) For the active state, the characteristics of shear stress distribution of the soil nails under axial load, and the influence of relative stiffness of soil and the nail (E/E_a) on the shear stress distribution along nail were analyzed.

(4) For the passive state, the characteristics of shear stress distribution of soil nails subject to excavation release load, the displacement of excavation surface around the soil nails, and the influence of E/E_a on the shear stress distribution were

analyzed.

Moreover, the results achieved in this paper also can be applied to fully grouted bolt.

Key words: soil nails; bolt; Mindlin solution; analytic solution

西南交通大学

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权西南交通大学可以将本论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复印手段保存和汇编本学位论文。

本学位论文属于

1. 保密，在 年解密后适用本授权书；
2. 不保密，使用本授权书。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名：谢畅

日期：2009.6.5

指导老师签名：

日期：2009.6.5

西南交通大学学位论文创新性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是在导师指导下独立进行研究工作所得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中作了明确的说明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

本学位论文的主要创新点如下：

1. 提出了一种新的土钉受力的计算方法，得到了土钉剪应力分布的解析解。
2. 根据解析解分析了主动受拉状态和被动受拉状态下土钉的受力特征及位移变形特征。

学位论文作者签名： 谢杨

日期： 2009.6.5

第1章 绪论

1.1 土钉支护的发展概况

1.1.1 土钉支护的概念

土钉（soil nails）源自法文 *clouage de sol*^[1]，于上世纪 70 年代在法国首先使用，是一种用于土体开挖后稳定边坡的挡土支护技术。将较密排列的细长杆件——钉体（如钢筋或钢管等）置于原位土体中，并通过灌浆使土钉与周围土体粘结，随后在土面挂钢筋网，喷射混凝土形成复合支护体系。在土体发生变形的条件下，土钉通过与土体接触面上的粘结力或摩擦力被动受拉，并主要通过受拉工作给土体以约束或使其稳定，提高土体的力学强度，达到支护目的。

1.1.2 土钉支护的发展

土钉支护（soil nailing）技术始于 20 世纪 70 年代，可以视为基于施工“新奥法”（New Austrian Tunneling Method）发展起来的。所谓“新奥法”技术即将喷射砼技术和全粘结注浆锚杆结合起来，使隧道开挖时洞体周围的地层经加固产生一些变形后趋于稳定，土钉支护将临时支护和洞壁加固合二而一，开挖和支护同步进行^[2]。

土钉支护首先是在欧洲应用于地铁的支护工程中，进而得到世界各国的研究与应用。从历史上看，有记载的首例应用土钉支护工程^[3]是 1972 年由法国著名的承包商 Bouygues 和 Soletanch 在凡尔赛郊区附近应用土钉技术进行支护的铁路拓宽工程，采用了在土中置入钢筋并在坡面喷混凝土面层的临时支护，整个开挖和支护工程是分步进行的。在钻孔前先用钢筋网挡住坡面，在钻孔中放入钢筋后注浆，共用 25000 多根钢筋，土钉的长度为上部 4m，下

部 6m，面层为 50~80mm 厚的喷射混凝土。1974 年，又在 Les Invalides 地铁车站支护工程中首次采用不注浆的击入钉，直接将插筋击入土内代替插筋注浆。这种施工特点成为 Bouygues 土钉支护系统的中心。随后土钉支护技术在世界范围内得到了迅速发展和广泛研究^[4]。

我国在土钉支护的应用、研究和开发相对而言起步比较晚，一直到 1982 年，山西太原煤炭设计研究院的王步云大师才在国内首次将土钉支护技术用于柳湾煤矿黄土边坡的加固。随着我国经济建设的快速发展，城市建设规模不断扩大，高层与超高层建筑如雨后春笋般拔地而起，土钉支护技术开始在国内流行，并出现了一些代表性的工程，以其具有的突出优点和显著的经济效益而迸发出蓬勃生机，受到重视和研究。如今，土钉支护得到了广泛的应用，而且土钉复合其它支护方式的应用也得到很大的发展。至今，土钉支护已经发展成为挡土支护的主要手段和技术之一，并且其应用的领域正不断得到扩展，其应用前景十分广泛。

1.2 土钉支护的研究现状

目前对土钉支护结构的研究有三种途径：即试验研究、理论分析及数值模拟研究。

1.2.1 试验模拟与现场实测研究方面

由于影响土钉支护机理的因素复杂多样，因此试验研究在目前土钉支护技术研究中占据着主要地位。目前研究土钉作用机理的试验可以分为室内的直剪试验、离心模型试验及室外的现场抗拔试验、足尺墙试验。

第一个土钉支护大型研究工程为“Bodenvernagelung”，该工程进行了几个足尺（比例尺为 1:1）土钉墙的测试试验及稳定性研究。美国对于土钉支护亦进行了研究，最为著名的研究工程是历时 4 年的 Clouterre 工程，共完成了 3 个大型土钉墙试验和 6 个现场工程的详细原位测试。主要研究结论有：土钉

的拉力沿其长度变化，最大拉力位置不在端部面层处，而是离开面层一定距离；土钉在使用阶段主要受拉。西德 Karlsruhe 大学岩土力学研究所利用 4 年时间共进行了 7 个大型足尺土钉墙试验和许多模型试验，主要结论有：土钉支护工作性能与重力式挡墙类似；钉距应小于 1.5m。此后，德国的 Stocker、Gasller，英国牛津大学的 Jewell 和 Pedley，威尔士大学的 Briddle 及 Barr，美国路易斯安那州大学的 Juran 等等不胜枚举，都通过试验测试，并结合理论分析方法对土钉支护技术的研究做出了较大贡献^[5]。

Fujita 等^[6]总结了 30 例现场试验成果，提出了临界锚固的概念，认为锚固体超过这一长度则锚固力增加很少。A. Kilic 、 E. Yasar 、 A.G. Celik 等^[7]对全长粘结式锚杆的锚固力受锚杆长度、锚杆直径、注浆材料的强度和水灰比等因素的影响进行了实验，指出：实验表明，锚固力的大小可以通过改善注浆材料的力学性质，如改善注浆材料水灰比、搅拌时间、外添加剂等；增加锚杆直径和锚杆长度可增加锚固力，但最大不超过锚杆材料的抗拉强度。而后，A.Kilic、E.Yasar 和 C.D.Alist 通过试验；讨论了不同形状的锚杆对锚固力的影响。

Heytt、Bawden、Reicher、Kaiser 等人对此项内容进行了大量的研究。他们通过现场和室内试验得出影响锚索（杆）承载力的主要因素是：①水泥砂浆特性；②锚固长度；③围压。锚索(杆)承载力随锚固长度的增加而增加，但并不成正比；作用于水泥砂浆外表面的径向侧压越高，锚索（杆）承载力越高。破坏机理由低围压下水泥砂浆的径向开裂和横向位移变化到高围压下水泥砂浆表面皱曲受剪切及锚索（杆）沿其与灌浆柱体摩擦面拔出^[8~10]。

我国最早对土钉支护进行的试验研究是北京工业大学历时五年完成的 6 个模型边坡的补强试验，一个现场原型边坡的加载试验。之后又进行了一项为期 3 年的“工程土质边坡主动制约稳定机制理论与应用研究”。主要结论：补强后的边坡比未补强边坡承载力提高 1 倍以上，且变形发展过程明显不同。王步云等用模型试验研究了土钉在土体中的作用，并用三轴试验研究了土钉

复合体的强度，试验结果表明，土钉在其加强的复合土体中起着箍束骨架作用，提高了土坡的整体刚度与稳定性。姜振泉等进行了土钉支护模型的剪切试验，研究了不同土钉长度和插入角度情况下的补强效果，得出结论：单筋的抗拉补强作用与插筋密度密切相关，但单筋的抗剪补强作用主要与材料的抗弯刚度及插筋长度有关；土钉抗拉作用所发挥的补强效果比抗剪作用所产生的补强效果显著^[11]。李志刚等^[12]进行了现场土钉应力测试，研究了上部与下部土钉的受力机制的不同。张明聚等^[13]做了土钉复合桩锚支护的土钉应力现场研究。丁振明^[14]对土钉应力现场实测，研究了土钉受力产生的因素及内力随开挖施工的变化规律。杜润泽，明世祥等^[15]通过室内锚杆拉拔试验揭示了全长粘结锚杆的受力特征及破坏规律。朱焕春、荣冠、肖明等^[16~17]通过现场对全长粘结式锚杆进行循环加载张拉试验认为：（1）锚杆在张拉荷载作用下，由于锚杆表面螺纹的作用，其周边粘结介质处于法向受力状态，法向应力对认识锚固机理具有重要意义。它是造成锚固体应力分布小、应力高和较小的锚固深度即可满足锚杆抗拔力要求的重要因素，同时也加剧了粘结材料破坏的可能性。（2）钻孔内全长粘结锚杆在张拉荷载作用下可能破坏的过程，首先是孔内粘结介质的横向破坏或断裂，继而是孔壁的剪切破坏，使锚固体应力向深部传递。荷载的增高或荷载循环作用次数的增加都可以导致这一过程的继续，直至某一稳定深度或全部破坏。（3）由于材料力学的全长粘结锚杆设计理论与锚杆的实际工作状态存在较大差别，过程实际中的锚杆设计长度应以潜在不稳定体的分布深度为依据。（4）提高孔壁接触面的抗剪强度是提高全长粘结锚杆锚固力的重要环节。周群通过岩石锚杆粘结机理试验注意到，锚杆表面形态对抗拔力的影响不是两种介质材料的物理性质简单相关关系，锚杆与粘结介质实际接触状态有着重要的意义。

上述试验研究成果对揭示土钉工作机理，改进土钉支护设计方法起到了重要作用。但是试验研究建立在理论分析的基础上，验证和提高理论分析所得到的结论，可见理论分析的重要。

1.2.2 理论研究方面

土钉支护理论研究的核心在于其作用机理，目前对土钉作用机理的认识可归纳为以下几种观点：

(1) 挡土墙理论。该理论认为土钉长度范围内的土体与土钉共同作用后形成一整体即重力式挡墙，墙后土体借助该挡土墙的支撑处于稳定状态。这一理论明显不足就是其破坏形式和机制与土钉支护的实际破坏形式和机制不符，且通常的土钉密度下，钉～土复合体难以形成真正意义上的挡土墙^[18]。

(2) 补强理论。一般认为土体具有一定的抗剪强度，但抗拉强度几乎为零。土钉支护的补强理论即认为通过钉～土间的界面相互作用，将土钉的抗拉能力传递到土中，使土体具有一定的抗拉能力，显著提高土的强度和稳定性。缺点是该原理不能对土钉的受力作定量的分析^[19]。

(3) 锚杆理论。该理论认为土钉和锚杆一样，利用锚入稳定区内的锚固长度提供抗滑力并维持边坡的稳定，并按锚杆的计算方法对土钉进行设计。实际上这两种支护方法存在着本质上的差别：首先，大多数情况选，锚杆支护是被动受力机制，它通过施加预应力约束结构的变位，仅在锚固段传递荷载；土钉则不需施加预应力，是在土体发生变形后使其承受拉力而工作，在全长范围内与土体接触，其荷载传递沿着整个钉体进行，为主动受力机制，因此两者的受力状态不一样。其次，锚杆设置的数目有限，而土钉设置较为密集。再者，锚杆挡墙的面板承受很大的压力，而土钉墙的面层不是主要受力结构，其主要作用在于保持土体的局部稳定性。最后，锚杆长度多在 15~45m 之间，一般很长，直径较大，因此锚杆所承受的荷载大，可达 400kN 以上，而土钉长度较小，一般为 3~10m，直径亦较小，一般不需要很大的承载力，单根土钉受荷一般在 100kN 以下^[20]。

土钉的作用是综合性的，既非单纯的补强，又非简单的拉锚，更不是简单地形成重力式挡土墙。因此要了解其作用机理，应力分布的理论研究就显得尤为重要。对于锚杆锚固段应力分布的研究有很多，结论差别也很大。

由于不清楚锚固段的应力分布规律以及随着荷载的增大应力的变化情况，以英国的小约翰^[21]为代表的学者一直引用当锚固处于极限状态下，沿锚固段剪应力均匀分布的假设。

Philips^[22]模型假定剪应力分布按指数函数分布。

张季如和唐保付^[23]采用了双曲函数来描述这一关系。

王建宇、牟瑞芳^[24]提出了“共同变形假定”分析锚杆锚固段内力分布。

以上所介绍的理论均采用弹性方法求出杆体周围的剪应力分布，其结果均显示，锚固段剪应力在顶端最大，向里逐渐减小，而且减速也逐渐变小，最终趋近于0，剪应力沿锚固段的分布呈现为一条以0为渐近线的下降曲线。但一些现场试验显示，剪应力的峰值并不位于锚固段顶点，而是出现在锚固段中的某处，剪应力分布曲线是一种单峰曲线，这与以上理论分析的结果不符。

尤春安^[25]提出了无限长的全长粘结式锚杆基于 Mindlin 解的简化分析方法，改进了以上几种模型，得到的剪应力峰值出现在靠近孔口处。但其仅仅适用于受拉拔力条件下的全长粘结式锚杆，忽略了土钉在拉拔实验时在土体中的受力状态与实际情况是完全不同的。

1.2.3 数值模拟研究方面

随着计算机的出现和数值计算技术的发展，对锚固工程问题数值计算分析方法的研究及应用已十分广泛，目前主流的方法是采用有限元法^[26-28]。有限元方法可分为两大类：（1）提高锚杆加固区的围岩参数或是将锚固力作为均布荷载作用于土体上来模拟锚杆的作用；（2）采用杆单元、梁单元等模拟锚杆。第一种方法无法分析锚杆的受力特征，第二种方法中需要模拟锚杆—土体之间的相互作用，而钉土界面的复杂性使得这方面的研究还有待于进一步的突破^[29]。

1.3 问题的提出及本论文主要研究内容

1.3.1 问题的提出

土钉的广泛应用，使得对土钉的研究日益受到广大学者的关注。前人在这一领域进行了大量的工作，也取得了不少成果。但是由于岩土的地质条件、施工技术条件复杂多变以及土钉体在土体中的力学行为受众多因素的制约，给理论分析带来较大的困难，许多成果缺乏普遍性和准确性。因此，目前土钉受力机理的理论研究远远的滞后于应用领域，表现之一即为实际长度的土钉体的应力分布规律还不能得到正确地描述。理论研究的滞后也制约了应用研究的进一步发展^[30~31]。而无论是试验研究或是应用研究都依赖于土钉受力机理的理论研究，因此本文进行了土钉受力的理论研究。

在锚固理论发展的早期，人们直观地认为，当锚固段在极限荷载条件下，作用在锚固体上的剪应力沿锚杆长度呈均匀分布。因此，锚固段的锚固力与锚固长度成正比，导致在国内外的多数关于锚固段的计算方法及计算规范都是建立在这一基础上。实际上，许多学者通过现场试验和实测数据注意到了在锚固段上剪应力的不均匀性，如 Phillips 采用幕级数来描述，张季如，唐保付用双曲函数来描述。这些理论由于假设与实际不符，不能正确地反映锚固状态的实际情况，例如，众所周知，作用在锚固体上的剪应力的大小与分布与土体的力学性质有关，但在某些公式中没有被反映出来；另外，根据前述的某些理论，锚固段所受的最大剪应力峰值是在锚固段的最外端，这一点是与试验结果以及数值分析结果相悖的。尤春安假设锚固体无限长来描述剪应力，锚固体尤其是土钉，长度通常多介于 3~10 米之间，长度有限，不可能是无限长。因此，这些理论很难应用在土钉的受力分析上。

综上所述，土钉受力理论的一个关键问题，应该在合理的土钉传力计算模型基础上，获得土钉剪应力和轴力的具有普遍意义的分布规律，为土钉的计算和设计提供理论依据。

1.3.2 本论文主要研究内容

鉴于上述理论及方法应用于土钉受力分析上所存在的问题，本论文的目的就是在比较严谨的理论基础上，建立土钉受力的计算模式，并得到土钉受力变形的计算公式及方法。为此，本论文主要进行以下几方面的工作：

(1) 假设土体是弹性的、均匀的、连续的各向同性半无限体，土钉钉体与相邻土体之间的位移协调一致。基于 Mindlin 问题的位移解得到土体位移，根据变形协调关系，建立土钉应力的求解方程。

(2) 对方程进行简化求解，得到土钉沿钉体方向的剪应力分布的弹性解析表达式。在此基础上，应用数值方法，可求得土钉轴力、土钉及土体位移的分布。

(3) 分析土钉剪应力分布的特征、钉土相对刚度 E/E_a 对剪应力分布的影响、土钉开挖面位移的分布形式，为土钉合理设计提供一定的理论依据。

第2章 锚杆及土钉的力学传递机理及计算方法

实际上，人们在开始探讨锚固技术的机理时就注意到锚杆杆体、灌浆体和土体之间的力学传递关系。早在 1967 年，Lutz L 和 Gergeley M 就对钢筋在混凝土中的滑移性质展开了研究，Hanson(1969)和 Goto 注意到锚杆杆体表面上存在着微观的皱曲，这种粗糙的表面对锚固力起着至关重要的作用，在锚杆杆体与灌浆体之间力的传递主要为粘结力，但是如果荷载继续加大，在锚杆杆体与灌浆体之间产生了位移，这时粘结力破坏，两者间的摩擦阻力成为力的传递的主要形式。这些研究表明，锚杆杆体表面的粗糙程度和自身的强度是影响锚固力的主要参数。在锚固系统中，力的传递由锚杆杆体到灌浆体，再由灌浆体到土体。

2.1 John 模型

在初期阶段，由于不清楚锚固段的应力分布规律以及随着荷载的增大应力的变化情况，长期以来人们一直引用当锚固处于极限状态下，沿锚固段剪应力均匀分布的假设，即锚固体所承受的最大的荷载为^[21]

$$P_{\max} = 2\pi a l \tau_0 \quad (2-1)$$

式中 a ——锚固体半径；

l ——锚固体长度；

τ_0 ——锚固体与土体之间的粘结强度

这一方面的研究主要以英国的 John 为代表，根据试验结果获得锚固体与土体间的粘结强度，A. Serrano. 和 C. Olalla. 等根据 Hoek-Brown 准则得出锚固粘结强度的经验公式。例如，根据加拿大国家规范，其允许的粘结强度取 $\tau_0 = 0.96\sqrt{\sigma_c}$ ，而我国则一般取 $\tau_0 = 0.1\sqrt{\sigma_c}$ ，这里， σ_c 为灌浆体或土体的单轴

抗压强度。大量实验表明，沿锚固段剪应力并不是均匀分布的。

2.2 Phillips 模型

20世纪70年代，Evangelista、Sapio等分别对粘性土和粒状土中的锚杆进行试验，量测到锚固体表面摩阻力沿锚固长度呈非均匀分布，据此，Phillips^[22]提出了假定摩阻力沿锚杆长度按幂函数分布

$$\tau(x) = \tau_{\max} \exp\left(-\frac{Ax}{d}\right) \quad (2-2)$$

式中 τ_{\max} ——最大摩阻力，该点位于锚固体外端部，即 $x=0$ 处；

d ——锚固体直径；

A ——反映土体和锚固体结合力的相关参数

当 A 取不同值时 Phillips 模型的摩阻力分布如图 2-1 所示。

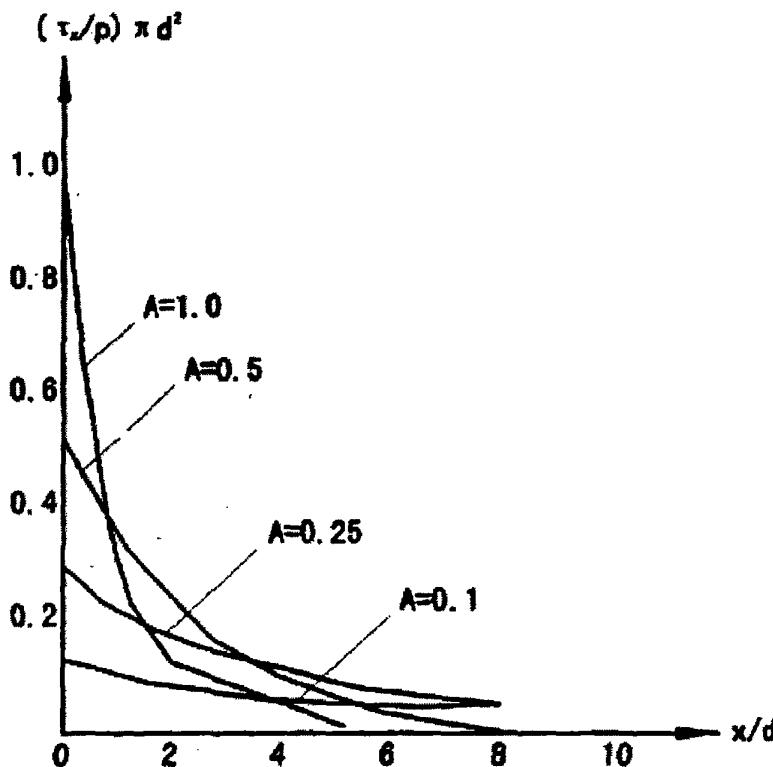


图 2-1 Phillips 模型的摩阻力分布

2.3 双曲函数模型

张季如和唐保付^[23]采用了来描述摩阻力分布

$$\tau(x) = \frac{\beta P}{\pi D^2} \cdot \frac{ch\left(\beta \cdot \frac{L-x}{D}\right)}{sh\left(\beta \cdot \frac{L}{D}\right)} \quad (2-3)$$

式中 L ——锚固段长度；

D ——锚固体直径；

$$\beta = \sqrt{\frac{4G_s}{\pi E_a}}$$

其中 G_s 为锚固体和锚固层界面的剪切模量，通过锚杆载荷试验求得。

当 β 取不同值时双曲函数模型的摩阻力分布如图 2-2 所示。

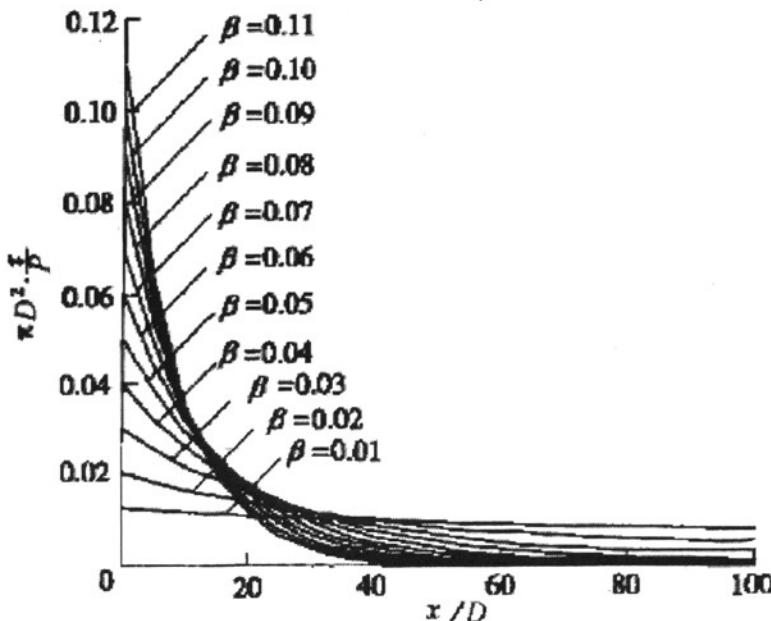


图 2-2 双曲函数模型的摩阻力分布

2.4 基于 Mindlin 解的全长粘结式模型

尤春安^[25]提出了全长粘结式锚杆沿杆体剪应力分布的弹性解。

假设埋入土体中的锚杆为半无限长，土体为弹性半无限体，忽略粘结材料的影响，根据土体与锚杆变形协建立方程。

全长粘结式锚杆端头受拉拔力 P ，根据 Mindlin 问题的位移解：在平面半空间内部深度为 c 处作用一集中力 Q （如图 2-3 所示），在 $B(x,y,z)$ 处的垂直位移

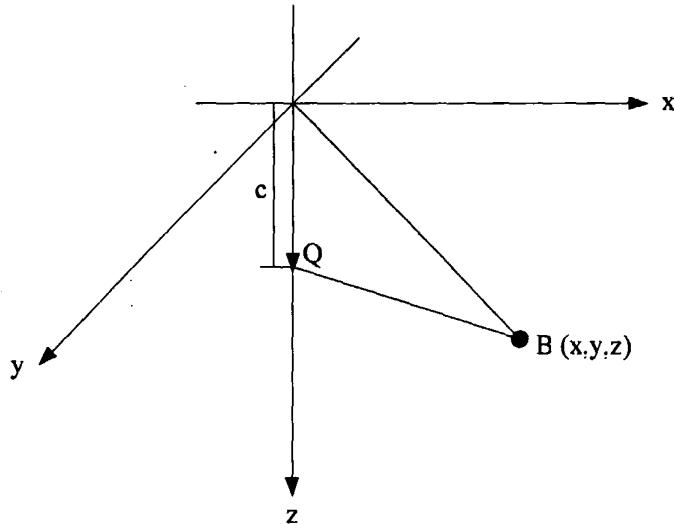


图 2-3 Mindlin 解的计算简图

$$W = \frac{Q(1+\mu)}{8\pi E(1-\mu)} \left[\frac{3-4\mu}{R_1} + \frac{8(1-\mu)^2 - (3-4\mu)}{R_2} + \frac{(z-c)^2}{R_1^3} + \frac{(3-4\mu)(z+c)^2 - 2cz}{R_2^3} + \frac{6cz(z+c)^2}{R_2^5} \right] \quad (2-4)$$

式中 E 、 μ 分别为土体的弹性模量和泊松比；

$$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-c)^2};$$

$$R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+c)^2}。$$

在孔口处, $x=y=z=0$, (2-1) 式变为

$$W = \frac{Q(1+\mu)(3-2\mu)}{2\pi E \cdot c} \quad (2-5)$$

锚固体与粘结材料之间的变形是处于弹性状态, 则在孔口处, 土体的位移值与锚固体杆体的总伸长量相等

$$\int_0^{\infty} \frac{a(3-2\mu)}{2G} \cdot \frac{\tau}{z} dz = \int_0^{\infty} \frac{1}{E_a \cdot S} (Q - 2\pi a \int \tau dz) dz \quad (2-6)$$

式中 a ——锚固体杆体半径;

G ——土体的剪切模量;

E_a ——锚固体杆体的弹性模量;

S ——锚固体杆体的截面积;

τ ——锚固体杆体所受的剪应力。

微分方程 (2-6) 通过适当求导变换, 可化为二阶变系数齐次常微分方程

$$\tau'' + kz\tau' + 2k\tau = 0 \quad (2-7)$$

式中 $k = \frac{4\pi G}{(3-2\mu)E_a A}$ 。

根据式 (2-4) 进行如下变换

$$\tau = \eta(\xi) \exp\left(\frac{1}{4}\xi^2\right)$$

$$z = -i \cdot \frac{1}{\sqrt{k}} \xi$$

可获得标准型韦伯方程

$$4\eta'' - (\xi^2 + 3)\eta = 0$$

该微分方程的通解为

$$\eta = \xi \cdot e^{\frac{1}{2}\xi^2} \left(C_1 + C_2 \int \frac{1}{\xi^2} \cdot e^{-\xi^2} d\xi \right)$$

将上式进行逆变换, 并根据边界

$$\int_0^L 2\pi a \cdot \tau dz = P$$

最后可得

$$\tau(z) = \frac{P}{\pi a} \left(\frac{1}{2} tz \right) \exp\left(-\frac{1}{2} tz^2\right) \quad (2-8)$$

式中 P ——锚固体端头所受的拉拔力；

$$t = \frac{1}{(1+\mu)(3-2\mu)a^2} \left(\frac{E}{E_a} \right)$$

将上式沿杆长进行积分，可获得锚固体轴力沿杆长分布为

$$N = P \exp\left(-\frac{1}{2} tz^2\right) \quad (2-9)$$

在某特定参数下基于 Mindlin 解的全长粘结式模型得到的锚杆剪应力分布如图 2-4 所示。

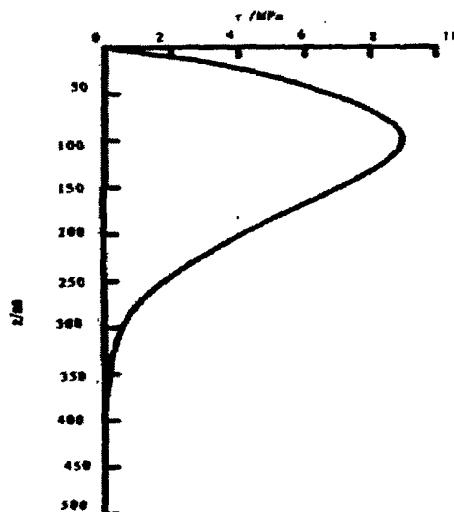


图 2-4 全长粘结式锚杆剪应力分布

2.5 本章小结

本章给出了 4 种传力模型，每种模型都有其自身的特点与不足。

约翰模型假设当锚固处于极限状态下，沿锚固段剪应力均匀分布的假设。经过试验与实测，我们已经发现这种假设是不正确的，锚固体表面摩阻力沿锚固长度呈非均匀分布。

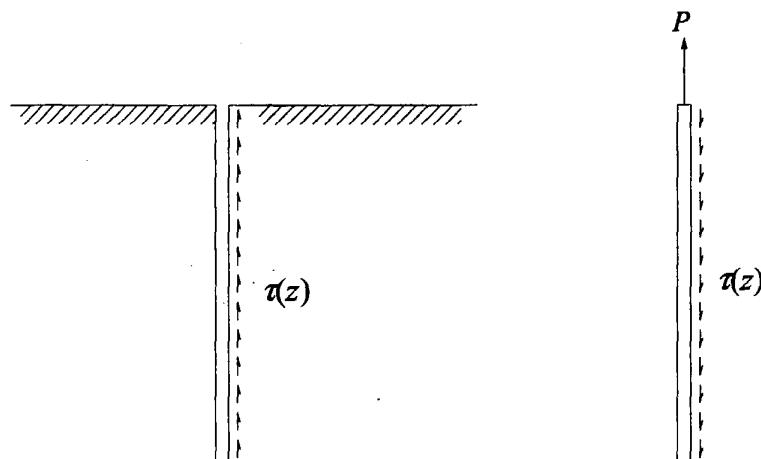
Phillips 模型与双曲函数模型得到的剪应力曲线相近，都有孔口位置处剪应力最大的特点。根据剪应力互等原理和实测表明，孔口单元剪应力为零。

全长粘结式模型改进了以上模型的不足。但其只考虑了锚杆受拉拔力的状况，忽略了实际情况中锚杆处于土体中的受力状态与拉拔实验时是完全不同的；其次，假设锚杆为半无限长体，这与实际状况不符；再者，全长粘结式模型得出剪应力全指向土体深处，此结论与王明恕提出的，近几年在国内理论分析中普遍被接受的全长锚固锚杆在围岩中受力状态的中性点理论不一致，全长粘结锚杆应力实测数据亦证实了中性点的存在。综上所述，土钉的受力分析不适合套用这种模型。

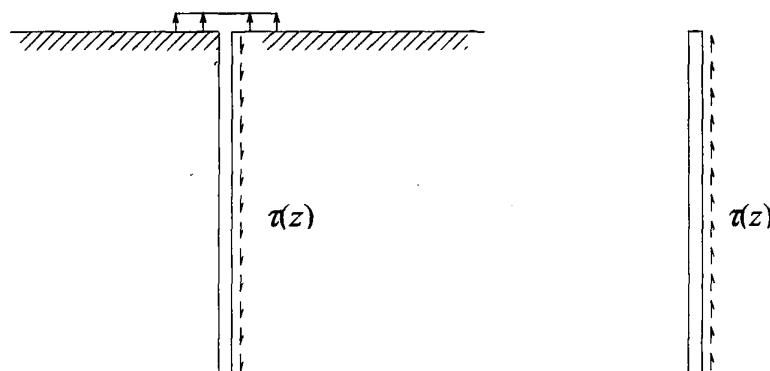
第 3 章 基于 Mindlin 解的土钉受力研究

本文中，将土钉的受力状态分为两种：（1）土钉一端承受拉拔力，土钉带动周围土体变形，称为主动受拉状态；（2）土体开挖后，开挖释放荷载作用下，土体发生变形，并通过摩阻力带动土钉变形，称为被动受拉状态。

两种状态下的土钉计算简图，如图 3-1 所示。



(a) 主动受拉状态



(b) 被动受拉状态

图 3-1 土钉计算模型

本章将根据锚固体与土体共同作用原理, 基于 Mindlin 问题的位移解描述土体的位移, 建立土钉计算模型, 推导出土钉主动受拉状态下和被动受拉状态下, 剪应力沿钉体长度分布的解析解, 在此基础上得到土钉轴力分布的数值解, 并研究开挖面的位移分布形式。

3.1 弹性半无限体的 Mindlin 解

设在弹性半无限体内部深度为 c 处作用一集中力 Q , 则在 $B(x,y,z)$ 处的垂直位移可表示为式 (3-1), 其 Mindlin 解的计算简图如图 3-2 所示。

$$w = \frac{Q(1+\mu)}{8\pi E(1-\mu)} \left[\frac{3-4\mu}{R_1} + \frac{8(1-\mu)^2 - (3-4\mu)}{R_2} + \frac{(z-c)^2}{R_1^3} \right. \\ \left. + \frac{(3-4\mu)(z+c)^2 - 2cz}{R_2^3} + \frac{6cz(z+c)^2}{R_2^5} \right] \quad (3-1)$$

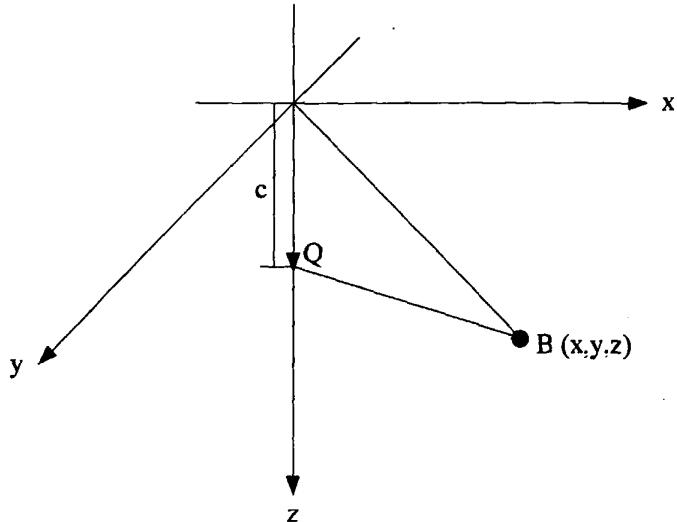


图 3-2 Mindlin 解的计算简图

式中 E 、 μ 分别为弹性模量和泊松比;

$$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z-c)^2};$$

$$R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z+c)^2}.$$

3.2 土钉周围剪力的微分方程

基本假设：

- (1) 土体为弹性的、均匀的、连续的各向同性半无限体。
- (2) 忽略粘结材料的影响。
- (3) 土钉与土体之间的位移协调一致。

以土顶钉头为原点, 土钉长度方向为 z 轴建立笛卡尔坐标系。基于 Mindlin 问题的位移解, 在土体内部深度为 c 处作用一集中力 Q , 在钉土界面上 $B(0,0,z)$ 处的垂直位移为

$$\begin{aligned} w = & \frac{Q(1+\mu)}{8\pi E(1-\mu)} \left[\frac{3-4\mu}{\sqrt{(z-c)^2}} + \frac{8(1-\mu)^2 - (3-4\mu)}{\sqrt{(z+c)^2}} + \frac{(z-c)^2}{\left(\sqrt{(z-c)^2}\right)^3} \right. \\ & \left. + \frac{(3-4\mu)(z+c)^2 - 2cz}{\left(\sqrt{(z+c)^2}\right)^3} + \frac{6cz(z+c)^2}{\left(\sqrt{(z+c)^2}\right)^5} \right] \end{aligned} \quad (3-2)$$

式中 E 、 μ 分别为土体的弹性模量和泊松比。

利用孔口处土体位移与土钉位移变形协调, 可建立微分方程, 解出土钉剪应力分布的解析解。根据土钉受力状态, 下面分别做出讨论。

3.2.1 主动受拉状态

在土钉端头受拉拔力的作用下, 主动受拉状态的计算简图如图 3-3 所示, 设土钉长度为 L , 土钉钉体在深度 z 处所受的剪应力为 $\tau(z)$, 得到孔口处 ($x=y=z=0$) 的位移为

$$\begin{aligned} w_0 &= \int_0^L \frac{Q(z)(1+\mu)(3-2\mu)}{2\pi E \cdot z} dz \\ &= \int_0^L \frac{\alpha(3-2\mu)}{2G} \cdot \frac{\tau(z)}{z} dz \end{aligned} \quad (3-3)$$

式中 $Q(z) = 2\pi a \cdot \tau(z)$ 是深度 z 处剪应力简化成的集中力；

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$
 是土体剪切模量；

在土钉末端处 ($x=y=0$, $z=L$) 土体的位移为

$$\begin{aligned} w_L &= \int_0^L \frac{Q(z)(1+\mu)}{8\pi E(1-\mu)} \left[\frac{4(1-\mu)}{L-z} + \frac{8(1-\mu)^2}{L+z} + \frac{4zL}{(L+z)^3} \right] dz \\ &= \int_0^L \frac{a \cdot \tau(z)}{2G} \left[\frac{1}{L-z} + 2(1-\mu) \cdot \frac{1}{(L+z)} + \frac{L}{(1-\mu)} \cdot \frac{z}{(L+z)^3} \right] dz \end{aligned}$$

土钉钉体的变形

$$\delta = \int_0^L \frac{(P - 2\pi a \int \tau dz)}{E_a \cdot S} dz$$

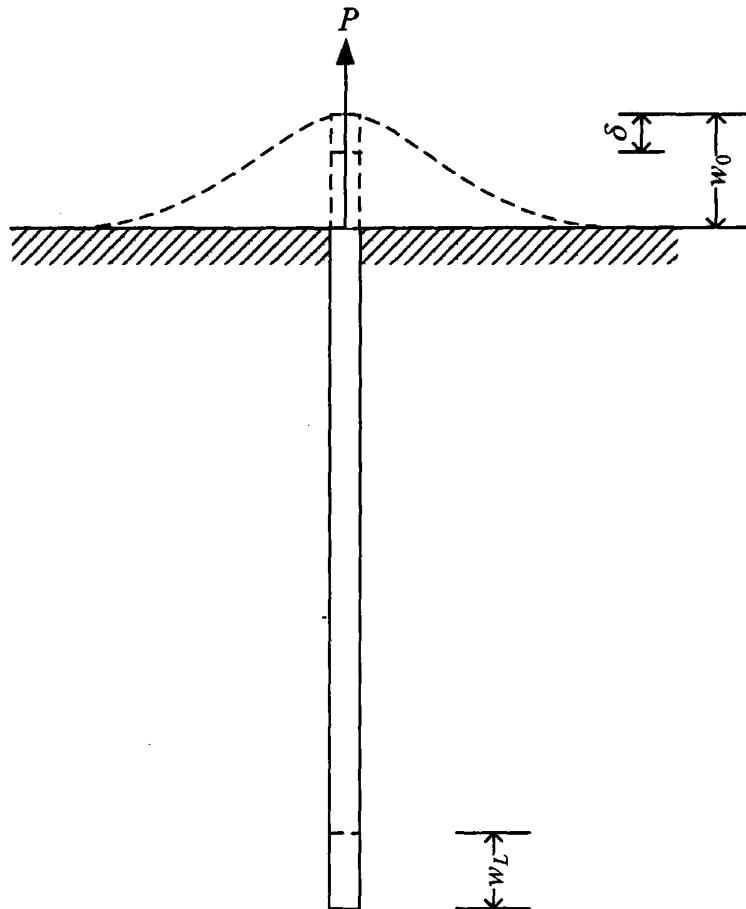


图 3-3 主动受拉状态的计算简图

根据变形位移协调，在孔口处，土体的位移值等于土钉钉体的总变形量与土钉末端土体位移值之和

$$w_0 = \delta + w_L \quad (3-4)$$

$$\int_0^L \frac{a(3-2\mu)}{2G} \cdot \frac{\tau}{z} dz = \int_0^L \frac{1}{E_a \cdot S} (P - 2\pi a \int \tau dz) dz + \\ \int_0^L \frac{a \cdot \tau(z)}{2G} \left[\frac{1}{L-z} + 2(1-\mu) \cdot \frac{1}{(L+z)} + \frac{L}{(1-u)} \cdot \frac{z}{(L+z)^3} \right] dz \quad (3-5)$$

式中 a ——土钉钉体半径；

G ——土体的剪切模量；

E_a ——土钉钉体的弹性模量；

S ——土钉钉体的截面积；

L ——土钉钉体长度。

将式 (3-5) 进行移项整理得

$$\int_0^L A \cdot \frac{\tau}{z} dz = \int_0^L D \cdot (P - 2\pi a \int \tau dz) dz + \int_0^L \tau \cdot \left[\frac{1}{L-z} + B \cdot \frac{1}{(L+z)} + C \cdot \frac{z}{(L+z)^3} \right] dz$$

式中 $A = (3-2\mu)$ ；

$$B = 2(1-\mu) ;$$

$$C = \frac{L}{(1-\mu)} ;$$

$$D = \frac{2G}{E_a \cdot S \cdot a} .$$

在 L 取任意值的情况下上式都成立，应有

$$A \cdot \frac{\tau}{z} = D \cdot (P - 2\pi a \int \tau dz) + \frac{\tau}{L-z} + B \cdot \frac{\tau}{L+z} + C \cdot \frac{\tau \cdot z}{(L+z)^3}$$

上式整理后得

$$\tau(z) \cdot E(z) + K \cdot \int \tau(z) dz = DP \quad (3-6)$$

式中

$$E(z) = \frac{3-2\mu}{z} - \frac{1}{L-z} - \frac{2(1-\mu)}{L+z} - \frac{L}{1-\mu} \cdot \frac{z}{(L+z)^3} \quad (3-7)$$

$$K = D \cdot 2\pi a = \frac{4G}{E_a \cdot a^2} = \frac{2E}{(1+\mu)E_a \cdot a^2}$$

对式 (3-6) 求导并整理, 得

$$\frac{\tau'(z)}{\tau(z)} = -\frac{E'(z)}{E(z)} - \frac{K}{E(z)} \quad (3-8)$$

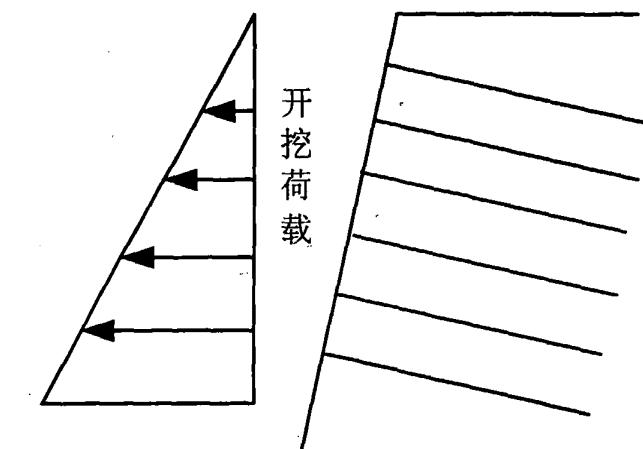
上述方程为一阶常微分方程, 而文献[25]中的得到的是二阶常微分方程, 从这点看, 本文的求解方法具有一定的优越性。

对上式求积分并整理, 得土钉所受的剪应力为

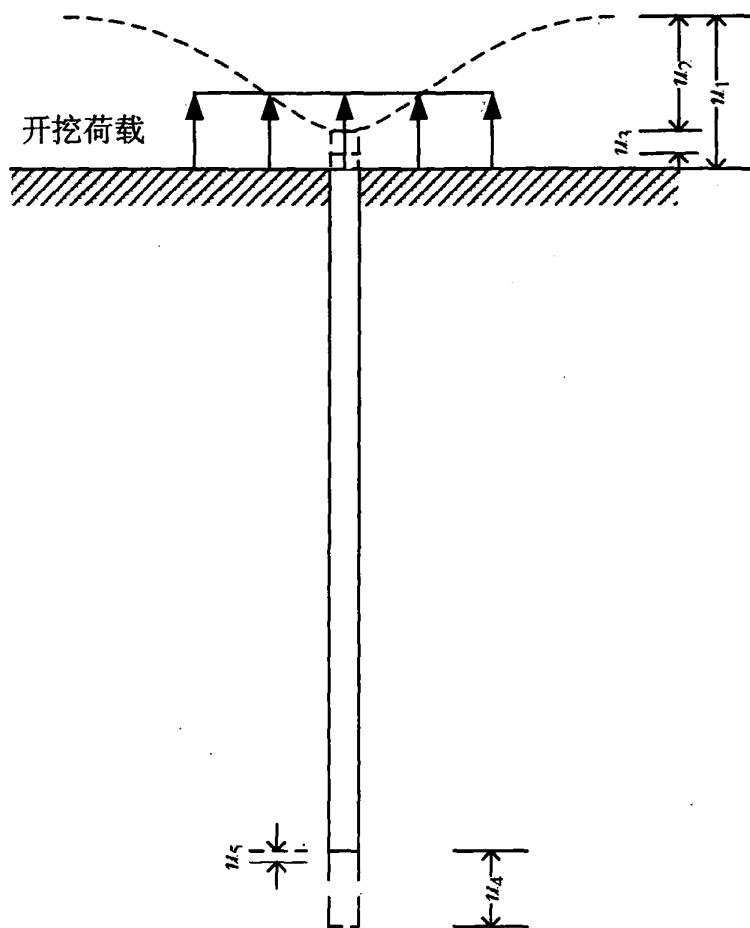
$$\tau(z) = \frac{C}{E(z)} \exp\left(-K \int \frac{1}{E(z)} dz\right) \quad (3-9)$$

3.2.2 被动受拉状态

如图 3-4 (a) 所示, 在开挖荷载的作用下, 开挖面将产生位移使土钉发生变形和位移。为便于分析, 对单根土钉来说, 可将土体所受的开挖荷载简化为均布荷载, 得到如图 3-4 (b) 所示的计算简图。



(a) 基坑剖面



(b) 单根土钉剖面

图 3-4 被动受拉状态的计算简图

假设在开挖荷载的作用下，地表处土体产生的位移，设为 u_1 ；深度 L 处产生的位移，设为 u_5 。土体中设置土钉后，在土钉对位移产生的约束作用下，孔口处 ($x=y=z=0$) 土体的位移，设为 u_2 ；土钉末端处 ($x=y=0, z=L$) 土体的位移，设为 u_4 。土钉钉体的变形，设为 u_3 。

其中

$$u_2 = \int_0^L \frac{a(3-2\mu)}{2G} \cdot \frac{\tau(z)}{z} dz$$

$$u_3 = \int_0^L \frac{2\pi a \int \tau dz}{E_a \cdot S} dz$$

$$u_4 = \int_0^L \frac{a \cdot \tau(z)}{2G} \left[\frac{1}{L-z} + 2(1-\mu) \cdot \frac{1}{(L+z)} + \frac{L}{(1-u)} \cdot \frac{z}{(L+z)^3} \right] dz$$

根据位移变形协调条件，在孔口处

$$u_1 - u_2 = u_3 - u_4 + u_5 \quad (3-10)$$

$$\begin{aligned} u_1 - \int_0^L \frac{a(3-2\mu)}{2G} \cdot \frac{\tau}{z} dz = \\ \int_0^L \frac{1}{E_a \cdot S} (2\pi a \int \tau dz) dz - \int_0^L \frac{a \cdot \tau(z)}{2G} \left[\frac{1}{L-z} + 2(1-\mu) \cdot \frac{1}{(L+z)} + \frac{L}{(1-u)} \cdot \frac{z}{(L+z)^3} \right] dz + u_5 \end{aligned}$$

等价于

$$\begin{aligned} \int_0^L \frac{u_1}{L} dz - \int_0^L \frac{a(3-2\mu)}{2G} \cdot \frac{\tau}{z} dz = \\ \int_0^L \frac{2\pi a \int \tau dz}{E_a \cdot S} dz - \int_0^L \frac{a \cdot \tau(z)}{2G} \left[\frac{1}{L-z} + 2(1-\mu) \cdot \frac{1}{(L+z)} + \frac{L}{(1-u)} \cdot \frac{z}{(L+z)^3} \right] dz + \int_0^L \frac{u_5}{L} dz \end{aligned}$$

在 L 取任意值的情况下上式都成立，应有

$$\begin{aligned} \frac{u_1}{L} - \frac{a(3-2\mu)}{2G} \cdot \frac{\tau}{z} = \\ \frac{1}{E_a \cdot S} (2\pi a \int \tau dz) - \frac{a}{2G} \cdot \frac{\tau}{L-z} - \frac{a(1-\mu)}{G} \cdot \frac{\tau}{(L+z)} - \frac{a \cdot L}{2G(1-u)} \cdot \frac{\tau \cdot z}{(L+z)^3} + \frac{u_5}{L} \end{aligned}$$

整理得

$$\tau(z) \cdot E(z) + K \cdot \int \tau(z) dz = \frac{2G}{a} \cdot \frac{u_1}{L} - \frac{2G}{a} \cdot \frac{u_5}{L} \quad (3-11)$$

式中

$$E(z) = \frac{3-2\mu}{z} - \frac{1}{L-z} - \frac{2(1-\mu)}{L+z} - \frac{L}{1-\mu} \cdot \frac{z}{(L+z)^3} \quad (3-12)$$

$$K = \frac{4G}{E_a \cdot a^2} = \frac{2E}{(1+\mu)E_a \cdot a^2}.$$

对式 (3-11) 求导整理，得

$$\frac{\tau'(z)}{\tau(z)} = -\frac{E'(z)}{E(z)} - \frac{K}{E(z)}$$

所得微分方程与式 (3-8) 一样, 求解方法相同。

3.3 土钉剪应力的解析解

式

$$\tau(z) = \frac{C}{E(z)} \exp\left(-K \int \frac{1}{E(z)} dz\right)$$

中, 函数 $1/E(z)$ 形式复杂, 直接积分十分困难, 故希望以简单的函数代替之, 这里采用拟合的方法。为便于拟合, 首先将其变量无量纲化, 即

$$\begin{aligned} E(z) &= \frac{3-2\mu}{z} - \frac{1}{L-z} - \frac{2(1-\mu)}{L+z} - \frac{L}{1-\mu} \cdot \frac{z}{(L+z)^3} \\ &= \frac{1}{L} \left[\frac{(3-2\mu)}{z'} - \frac{1}{1-z'} - \frac{2(1-\mu)}{1+z'} - \frac{z'}{(1-\mu)(1+z')} \right] \\ &= \frac{1}{L} \cdot E_1(z') \end{aligned}$$

式中 $z' = z/L$ 。

取泊松比 $\mu=0.1、0.2、0.3、0.4、0.5$, 绘出 $E_1(z')$ 的图形, 如图 3-5 所示。

可发现其主要特征为:

(1) $\exists z'_0$, 使 $E_1(z'_0) = 0$;

(2) 当 $z' \rightarrow 0$, $E_1(z') \rightarrow +\infty$;

(3) 当 $z' \rightarrow 1$, $E_1(z') \rightarrow -\infty$ 。

$$\frac{\tau'(z)}{\tau(z)} = -\frac{E'(z)}{E(z)} - \frac{K}{E(z)}$$

所得微分方程与式 (3-8) 一样, 求解方法相同。

3.3 土钉剪应力的解析解

式

$$\tau(z) = \frac{C}{E(z)} \exp\left(-K \int \frac{1}{E(z)} dz\right)$$

中, 函数 $1/E(z)$ 形式复杂, 直接积分十分困难, 故希望以简单的函数代替之,

这里采用拟合的方法。为便于拟合, 首先将其变量无量纲化, 即

$$\begin{aligned} E(z) &= \frac{3-2\mu}{z} - \frac{1}{L-z} - \frac{2(1-\mu)}{L+z} - \frac{L}{1-\mu} \cdot \frac{z}{(L+z)^3} \\ &= \frac{1}{L} \left[\frac{(3-2\mu)}{z'} - \frac{1}{1-z'} - \frac{2(1-\mu)}{1+z'} - \frac{z'}{(1-\mu)(1+z')} \right] \\ &= \frac{1}{L} \cdot E_1(z') \end{aligned}$$

式中 $z' = z/L$ 。

取泊松比 $\mu=0.1、0.2、0.3、0.4、0.5$, 绘出 $E_1(z')$ 的图形, 如图 3-5 所示。

可发现其主要特征为:

- (1) $\exists z'_0$, 使 $E_1(z'_0) = 0$;
- (2) 当 $z' \rightarrow 0$, $E_1(z') \rightarrow +\infty$;
- (3) 当 $z' \rightarrow 1$, $E_1(z') \rightarrow -\infty$ 。

显然，上式中的 z'_0 及 $H(\mu)$ 均由泊松比 μ 确定。取 $\mu=0.1、0.2、0.3、0.4、0.5$ ，得到 z'_0 、 H 的值如表 3-1 所示。

表 3-1 系数表

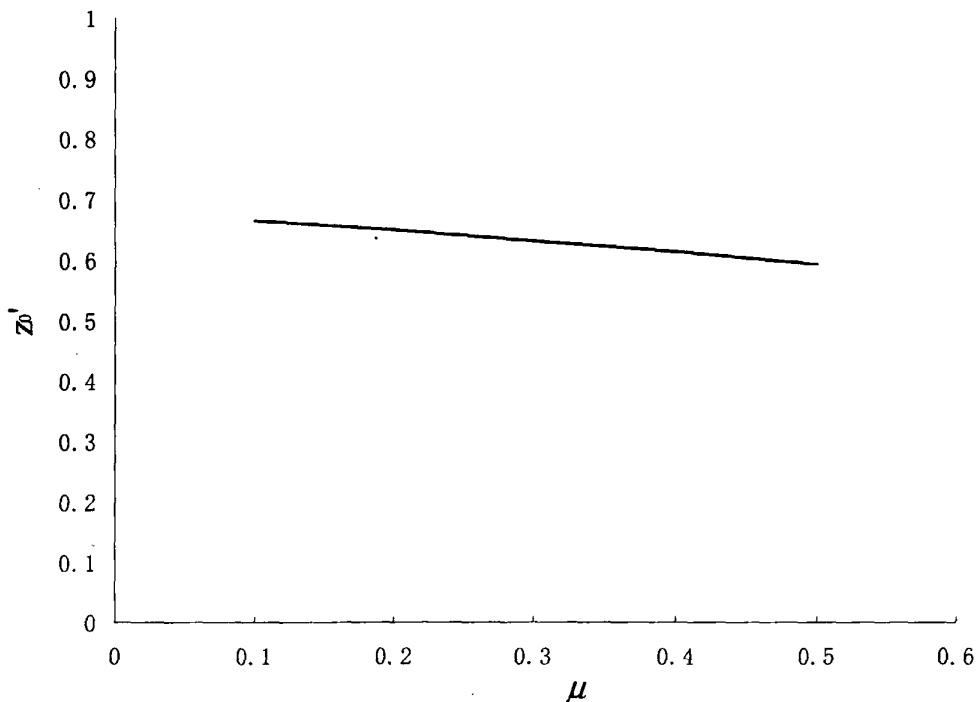
μ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
z'_0	0.66392	0.64944	0.63313	0.61446	0.59252
H	3.94174	3.701766	3.461782	3.221786	2.981767

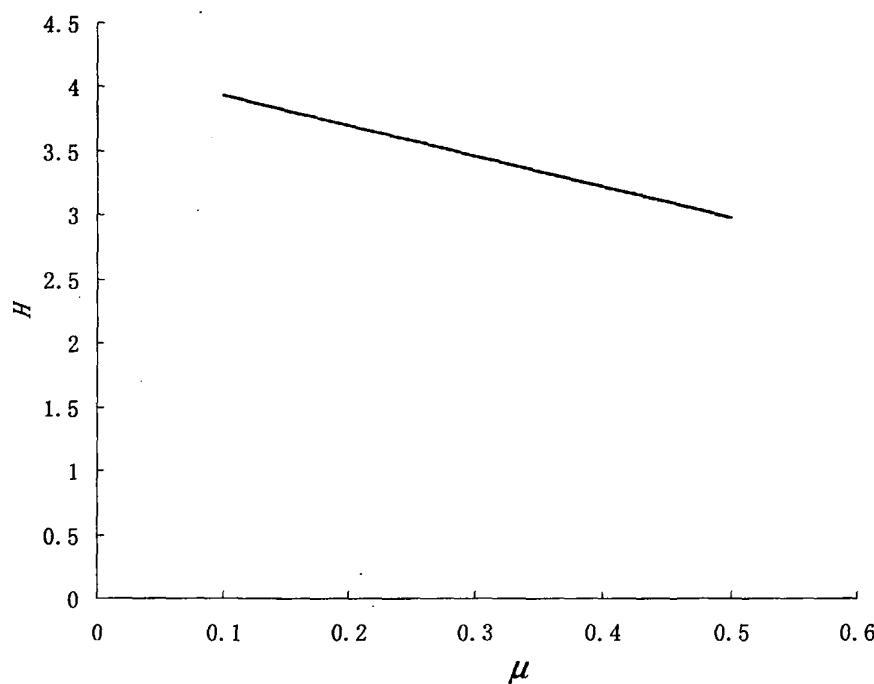
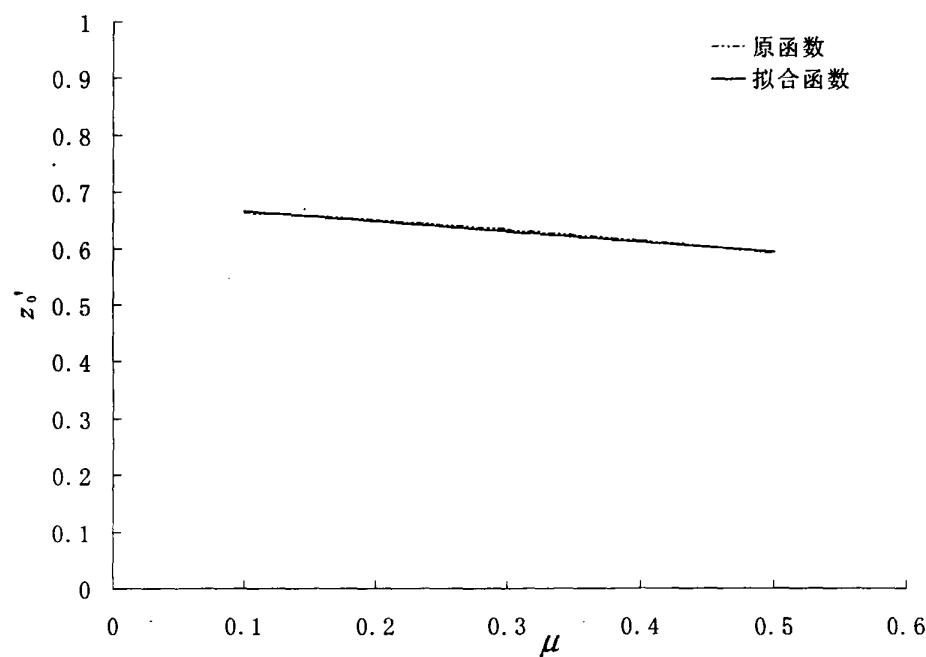
由图 3-6、3-7 可看出， $z'_0 \sim \mu$ 、 $H \sim \mu$ 之间基本为线性关系，拟合后，得到

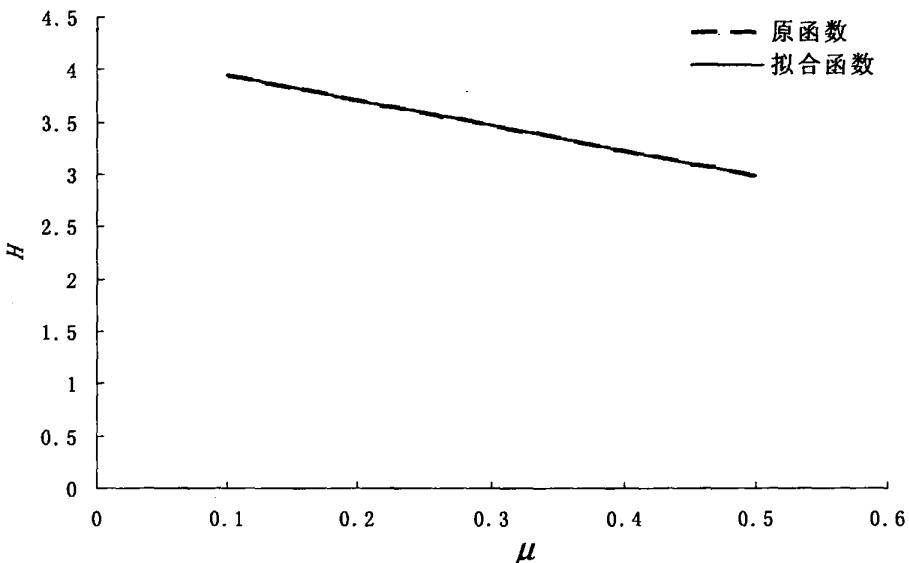
$$z'_0(\mu) = 0.684 - 0.178\mu \quad (3-13)$$

$$H(\mu) = 4.1817 - 2.3998\mu \quad (3-14)$$

拟合后的图形见图 3-8、3-9 所示，拟合效果良好。

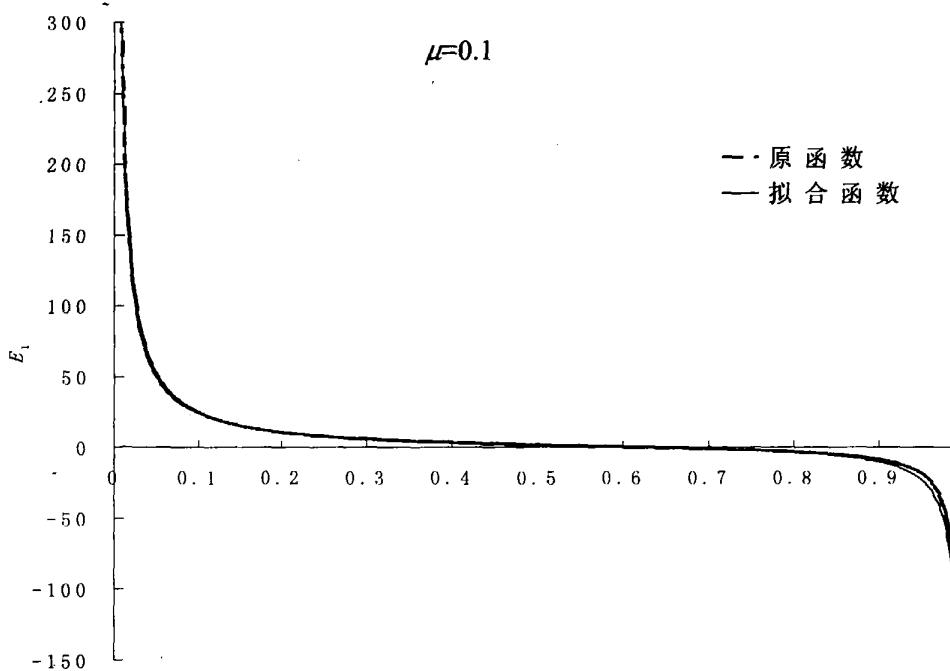
图 3-6 $z'_0 \sim \mu$ 曲线

图 3-7 $H \sim \mu$ 关系曲线图 3-8 $z'_0 \sim \mu$ 拟合曲线

图 3-9 $H \sim \mu$ 拟合曲线

取不同 μ 值时，比较拟合函数 $S(z')$ 与原函数 $E_1(z')$ ，两条曲线拟合较好。

下面给出 $\mu=0.1$ 时的拟合效果，如图 3-10。

图 3-10 $E_1(z')$ 拟合效果

由图 3-10 看出, 两条曲线基本重合。以 $S(z')$ 替代 $E_1(z')$, 有

$$\begin{aligned} \int \frac{1}{E(z)} dz &= \int \frac{L}{E_1(z')} dz = \int \frac{L}{S(z')} dz \\ &= \frac{L^2}{H} \cdot \left(\frac{1}{2} z'^2 - (1-z'_0) \cdot z' - \frac{3}{2} z'^2 + z'_0 + (z'^2 - z'_0) \ln |z' - z'_0| + C_2 \right) \end{aligned} \quad (3-15)$$

代入式 (3-9), 得到

$$\begin{aligned} \tau(z') &= \frac{C}{E(z')} \exp \left(-K \int \frac{L}{E(z')} dz' \right) \\ &= C \cdot M \left(\frac{z^2 - z}{z - z_0} \right) \exp \left[T \cdot \left(\frac{1}{2} z^2 - (1-z_0) \cdot z \right) \right] \cdot |z - z_0|^J \end{aligned} \quad (3-16)$$

式中 C 为积分系数。其它系数为

$$M = \frac{L \cdot \exp \left(T \left(-\frac{3}{2} z_0^2 + z_0 \right) \right)}{H}$$

$$T = -\frac{KL^2}{H}$$

$$J = -\frac{KL^2}{H} (z_0^2 - z_0) = T(z_0^2 - z_0)$$

3.3.1 土钉主动受拉状态的计算方法

对受拉力 P 作用的土钉, 应有

$$\int_0^z 2\pi a \cdot \tau dz = P$$

将式 (3-16) 代入, 可求出 C 。由于 $\tau(z)$ 难以积分, 可运用数值积分方法计算。

土钉轴力的计算公式为

$$N(z) = P - \int_0^z 2\pi a \cdot \tau(z) dz$$

也采用数值积分方法计算。

图 3-11 给出了当土体弹性模量 $E=50\text{MPa}$ 、泊松比 $\mu=0.3$ 、钉体弹性模量

$E_a=2.1\times10^3\text{MPa}$ 、半径 $a=12.5\text{mm}$ 、长度 $L=7\text{m}$ 时在拉拔力 $P=117.8\text{kN}$ 作用下土钉沿钉体方向的剪应力分布曲线, 图 3-12 给出了相应的土钉轴力分布曲线。

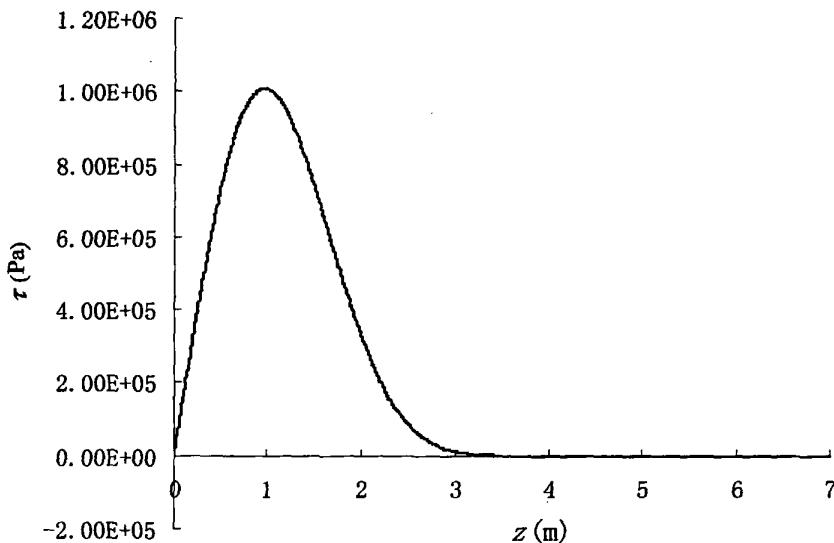


图 3-11 土钉剪应力分布曲线

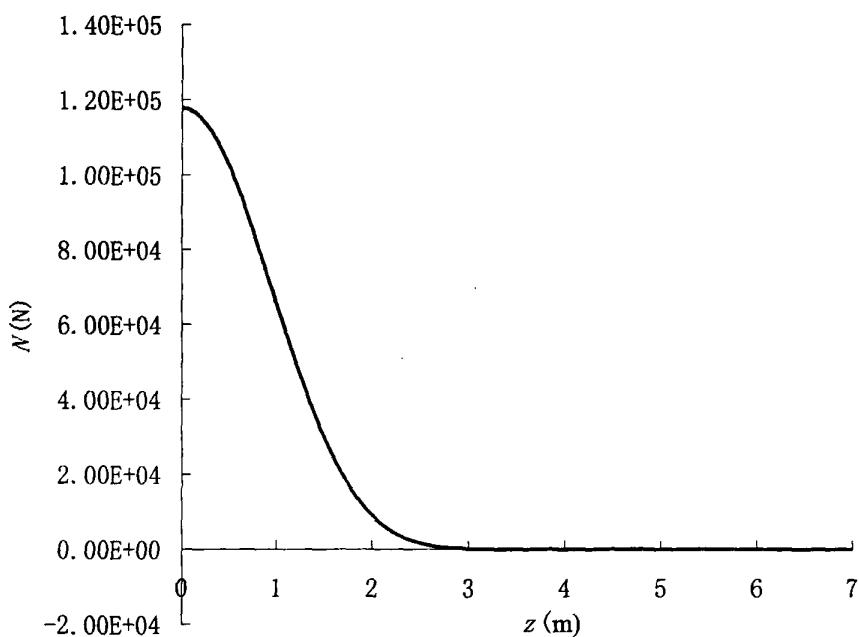


图 3-12 土钉轴力分布曲线

3.3.2 土钉被动受拉状态的计算方法

在变形协调条件式

$$u_1 - u_2 = u_3 - u_4 + u_5$$

中, u_1 、 u_5 是由开挖荷载产生的、在未加土钉时土钉顶、底部土体的位移, 可通过公式求出。其余各量与 $\tau(z)$ 有关, 其中包含了积分系数 C 。与上节相似, 为确定 C , 需先后对沿土钉的剪应力、轴力进行数值积分, 其过程不再赘述。

设土体弹性模量为 $E=15\text{ MPa}$ 、 $\mu=0.3$ 、钉体弹性模量 $E_a=2.1 \times 10^3\text{ MPa}$ 、半径 $a=12.5\text{ mm}$ 、长度 $L=7\text{ m}$, 在开挖荷载的作用下, 钉头处地表的位移 $u_1=0.03\text{ m}$ 。

经计算后, 得到剪应力分布曲线如图 3-13 所示。

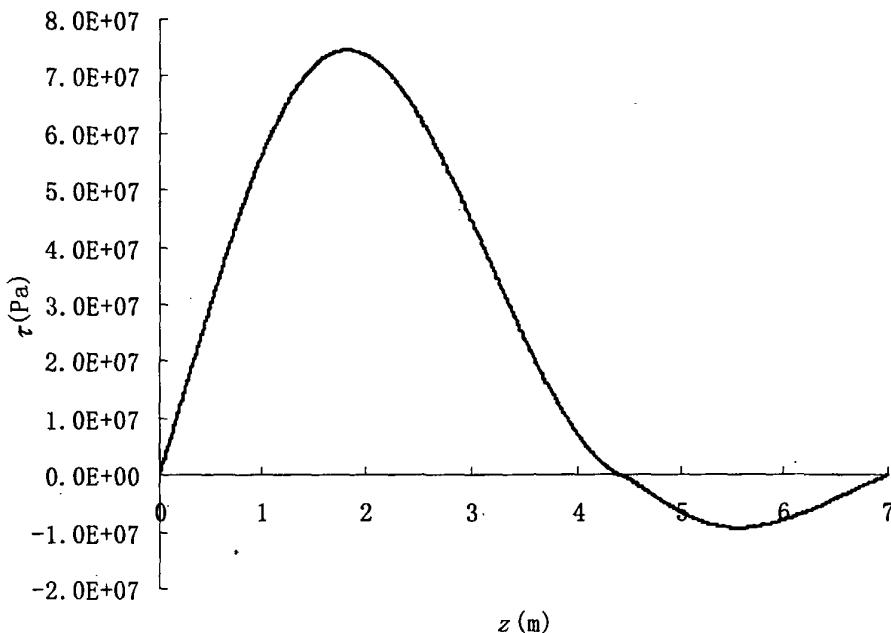


图 3-13 土钉剪应力分布曲线

3.4 开挖面位移计算

由 Mindlin 公式, 在土钉剪应力作用下开挖面距土钉距离为 r 的一点的位移可按下式计算

$$W(r) = \int_0^r \frac{\alpha \cdot (1+\mu)}{4E} \cdot \tau(z) \cdot \left[\frac{8(1-\mu)}{\sqrt{r^2+z^2}} + \frac{4z^2}{(\sqrt{r^2+z^2})^3} \right] dz \quad (3-17)$$

对土钉主动受拉状态，按前面的计算参数，其位移分布曲线如图 3-14 所示。对土钉被动受拉状态，按前面的计算参数，得到的有土钉约束的开挖面位移与无土钉约束的开挖面位移之比，即 $(u_1-u_2)/u_1$ 与 r 的关系如图 3-15 所示。

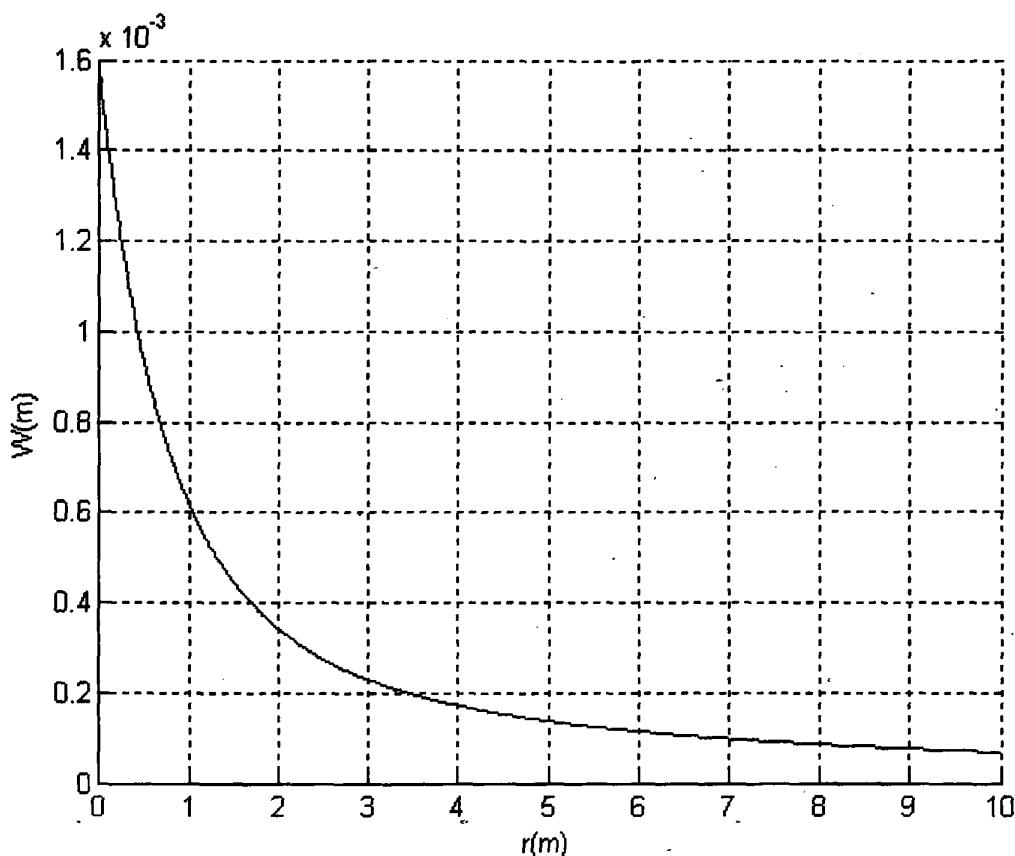


图 3-14 主动受拉状态下的开挖面的位移

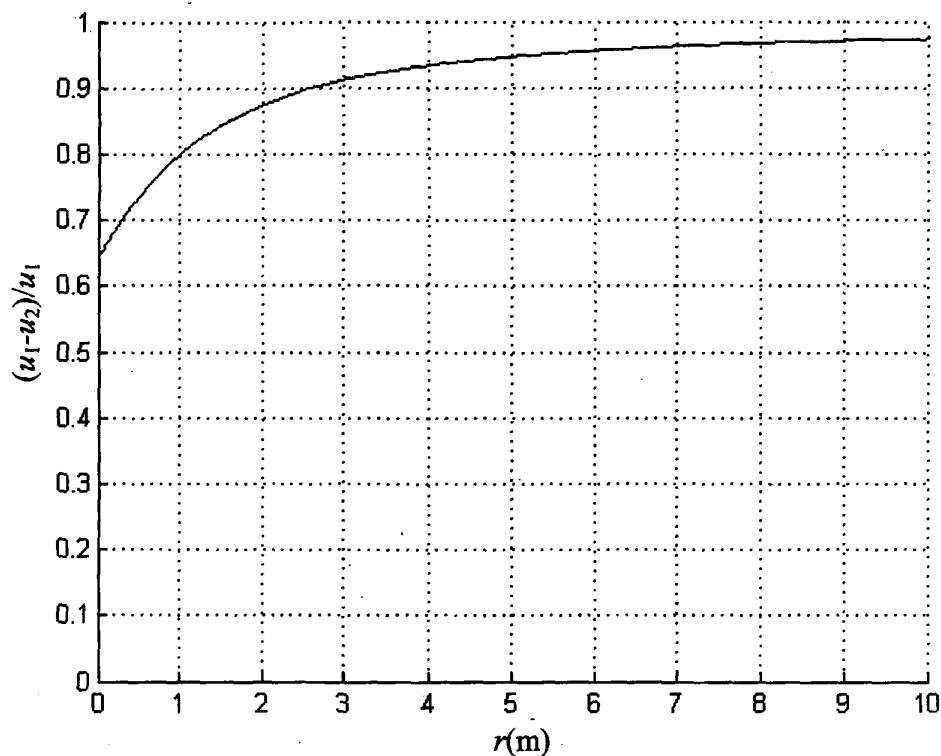


图 3-15 被动受拉状态下有无土钉约束的开挖面位移之比

第 4 章 土钉的应力分布规律及分析

上一章中，利用 Mindlin 问题的位移解，导出了土钉处于主动受拉状态、被动受拉状态时，沿钉体的剪应力分布解析解。本章将据此进行计算分析，研究土钉受力特征、应力分布规律和影响因素，并与其他模型和实测结果相比较，为锚杆力学分析和设计计算提供理论依据。

4.1 受力特征

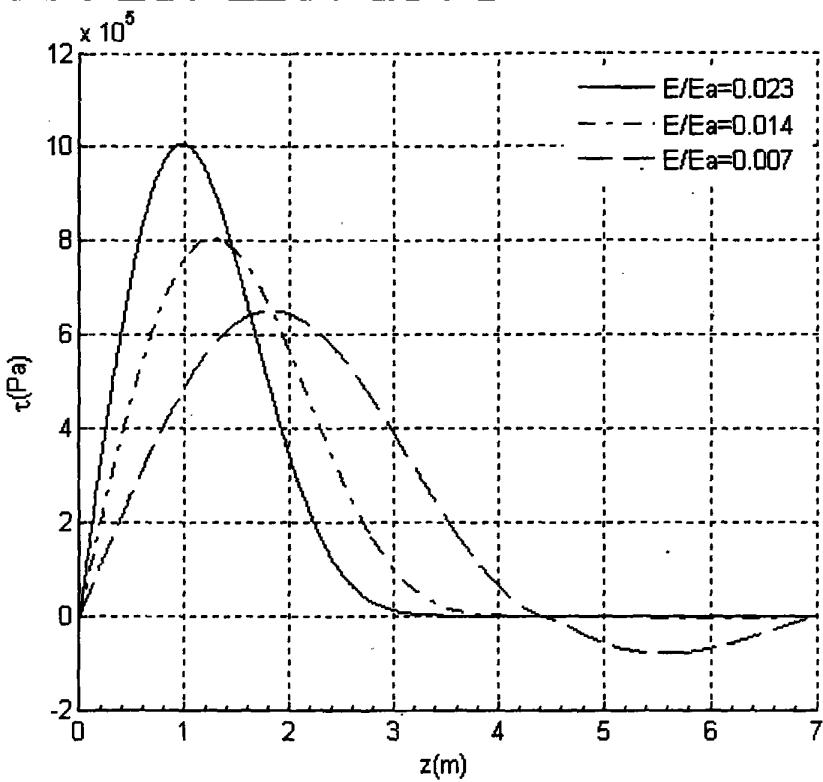
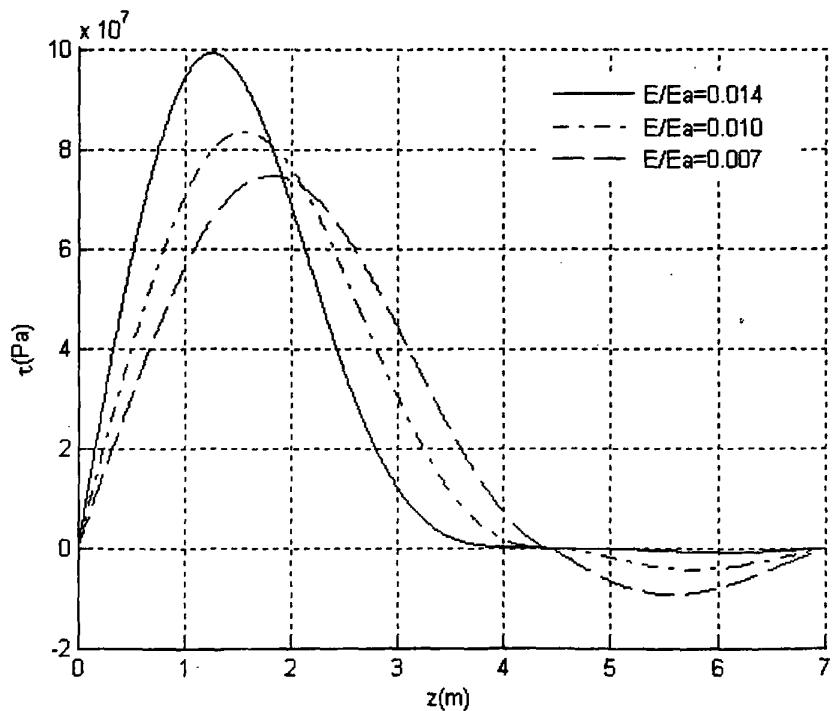
分析主动受力条件下和被动受力条件下土钉的剪应力分布曲线，可以得出他们有以下几个共同特点：

(1) 在孔口处，土钉所受的剪应力为零，孔口以下剪应力急剧增大并迅速达最大值；

(2) 土钉钉体所受的剪应力经过最大值后，随着 z 的增大逐渐减小，并很快趋近于零，达到中性点后，剪应力反向。中性点即为指向相反的分界点，这点土钉与孔壁相对位移为零^[35-38]。经过中性点剪应力数值增大，而后随着 z 的增大逐渐减小。上述计算结果的剪应力分布特征，与多数文献报道的数值分析结果以及试验、实测结果基本一致。

4.2 E/E_a 值对受力的影响

从(3-13)式还可以看出，在弹性状态下，主动受拉拔状态下和被动受拉拔状态下土钉所受剪应力的大小及分布，均受土体和土钉钉体的弹性模量的比值 E/E_a 的影响。图 4-1 及图 4-2 所示是不同状态下，在不同的 E/E_a 值条件下，剪应力沿土钉的变化曲线。从图中可以看出： E/E_a 值越小，即土体越松软，则土钉所受的剪应力最大值就越小，剪应力分布范围就越大、越均匀；反之， E/E_a 越大，则最大剪应力值就大，剪应力的作用范围越小、越集中。

图 4-1 主动受力时剪应力分布与 E/E_a 的关系图 4-2 被动受力时剪应力分布与 E/E_a 的关系

4.3 土钉应力分布形式

主动受力状态下，在靠近地表部分为阻止土钉受拉拔力作用被拔出，土钉所受剪力背向地表，在土体深处，土体阻止土钉向土体深处方向移动，剪力指向地表。

被动受力状态下，在靠近地表部分，土钉阻止土体向地表变形，土钉所受剪力指向地表，在土体深处，土体阻止土钉向地表方向移动，剪力背向地表。土钉轴向力的增长比土钉剪应力的增长快，土钉最大剪应力在靠近孔口处，最大轴向力在剪力反向点处。此结论与王明恕提出的全长锚固锚杆在围岩中受力状态的中性点理论相一致，也符合许多现场实测资料。图 4-3 为采用测力锚杆对锚杆全长应力及应变进行测试，所得剪应力与轴力分布^[38]。

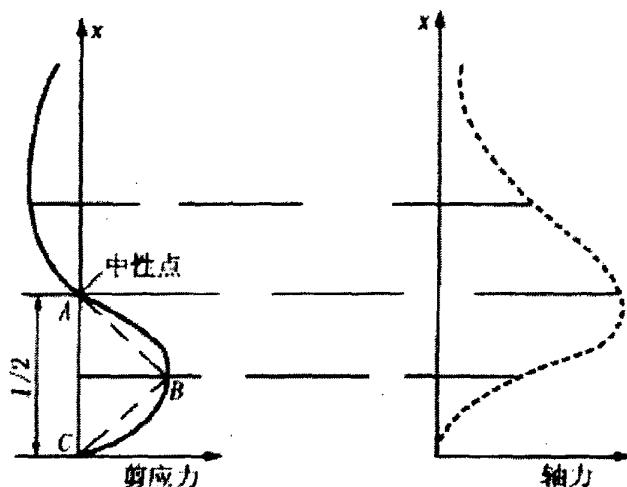


图 4-3 实测锚杆应力分布图

4.4 与其他模型的比较

Phillips 或其它模型的最大剪应力都是位于孔口处 ($z=0$)，与实际情况不符。

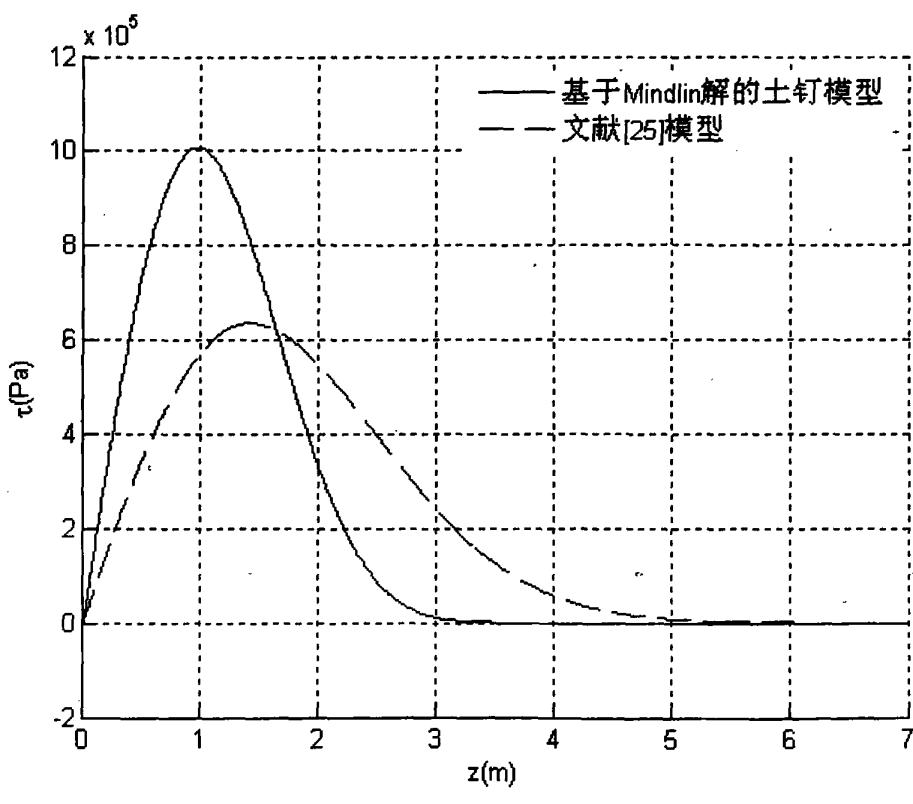
与全长粘结式锚杆模型比较：

(1) 随着土钉长度的增加，土钉极限承载力增加，但是当长度增加到临

界长度后^[39], 其极限承载力的增加相当微弱。实际工程中, 从技术经济的角度出发, 往往设置的锚固长度不可能无限长也不必过长。在基本假设上, 全长粘结式模型假设锚固体无限长, 这点是不符合实际情况;

(2) 所得的结论中, 全长粘结式模型得到的土钉剪应力全指向土体深处, 忽略了中性点的存在, 本文研究的有限长土钉模型得到的土钉剪应力, 在中性点处为零, 由中性点向土钉两端逐渐增大, 图 4-4 给出了在不同 E/E_a 值条件下, 两个模型所得的剪应力分布;

(3) 全长粘结式模型只分析了土钉主动受拉拔状态下全长粘结锚固体的应力分布, 忽略了土钉在实际情况中的受力状态与拉拔状态下的受力状态是完全不同的^[40], 本文有限长土钉模型, 既分析了钉头受拉拔力时主动受力状态下土钉的受力特征, 又分析了被动受力状态下土钉的受力特征。



(a) $E=50\text{MPa}$

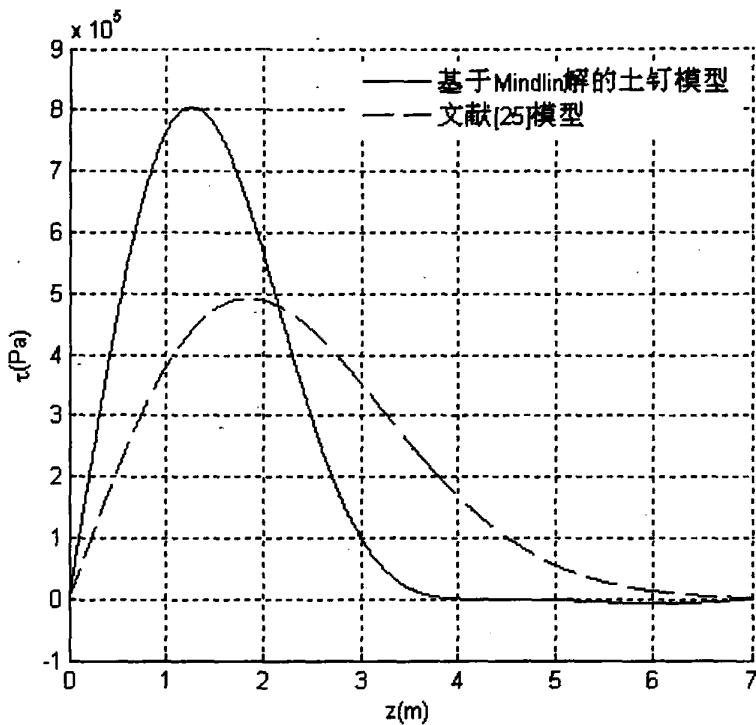
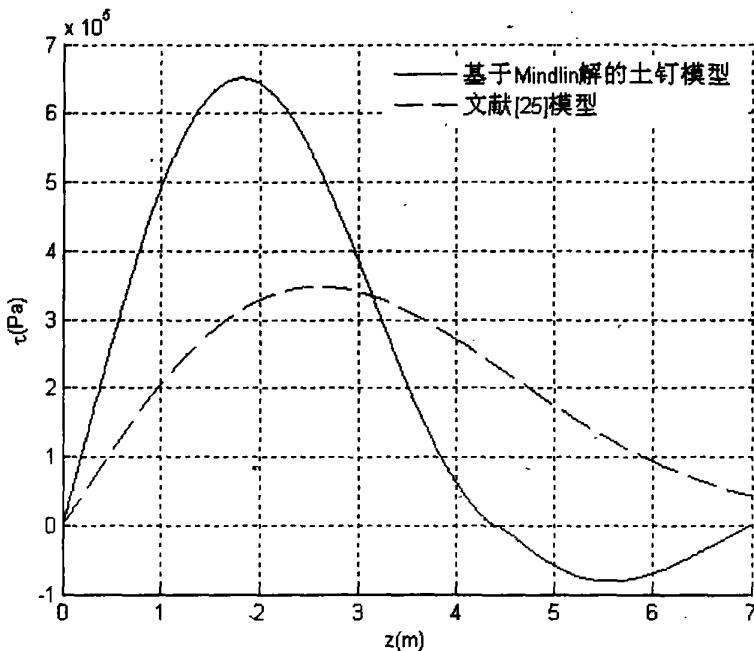
(b) $E=30\text{MPa}$ (c) $E=15\text{MPa}$

图 4-4 两种结论剪应力分布的区别

4.5 土钉被动受拉状态下地表面位移的分析

土钉作用下，地表距土钉距离为 r 的一点的竖向位移

$$W(r) = \int_0^r \frac{a \cdot (1+\mu)}{4E} \cdot \tau(z) \cdot \left[\frac{8(1-\mu)}{\sqrt{r^2 + z^2}} + \frac{4z^2}{(\sqrt{r^2 + z^2})^3} \right] dz$$

从式子可以看出，位移曲线受土体的弹性模量 E 值的影响，图 4-5 给出了在不同 E 值条件下地表位移曲线。

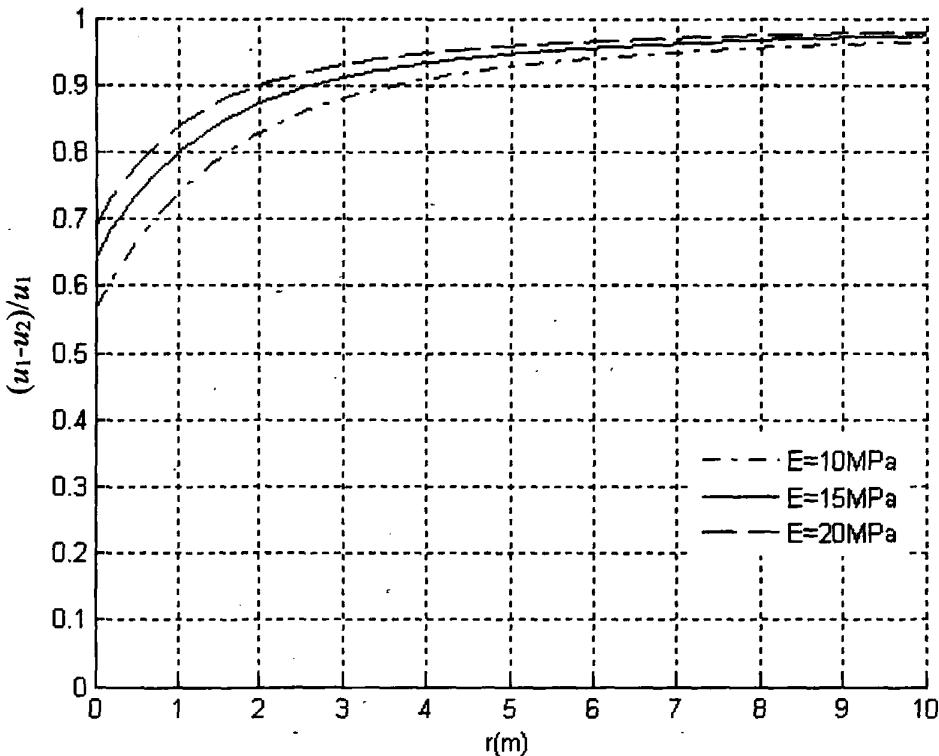


图 4-5 地表位移与 E 值的关系

从图 4-5 可见，土钉对土体的约束能力在孔口处影响最大；随着 r 的增大，影响而减小， r 越大即距孔口越远，土钉的影响越小； r 大到一定值后，土钉的影响可以忽略不计，可为土钉间距的设计提供理论依据。

结 论

本文的主要工作和结论

土钉技术作为一种经济可靠，快速简便的挡土技术，已经在我国基坑开挖及边坡支护中得到广泛应用。土钉工作机理以及力学传递机理，是土钉技术最基本的原理，受到岩土工作者的广泛关注。

本论文中，在总结分析前人工作的基础上，作者主要应用理论分析对这一问题进行研究。论文的主要工作及成果如下：

(1) 将土钉分为主动受拉和被动受拉两种状态，基于半无限体的 Mindlin 解，根据土钉与周围土体的变形协调关系，建立了土钉周围应力的求解方程。

(2) 应用拟合方法对原求解方程进行简化，然后求解，得出了主动受拉和被动受拉两种状态下，土钉沿长度方向的剪应力分布的弹性解析表达式。在此基础上，应用数值方法，可求得土钉轴力、土钉及土体位移的分布。

(3) 对主动受拉状态，分析了土钉剪应力分布的特征、 E/E_a 对剪应力分布的影响；对被动受拉状态，分析了土钉剪应力分布的特征， E/E_a 值对剪应力分布的影响，以及土钉作用下地表位移曲线的特征。对被动受力状态下，土钉应力分布形式和地表位移曲线的分析，可为土钉与孔壁的粘结抗剪强度、土钉材料的许可抗拉强度以及土钉间距的设计提供理论依据。

与现有计算模型及方法相比，本文的模型及方法与实测更为合理。此外，虽然本文主要正土钉进行研究，但计算模型及方法亦可应用于全长粘结式锚杆。

问题与展望

(1) 虽然文中的拟合函数取得了满意的效果，但其误差还有待于进一步

研究。

(2) 土钉轴力及位移的计算需采用数值积分方法，希望能够通过拟合反而方法得到其解析表达式，以方便使用。

(3) 本论文作了土钉这一全长粘结式锚固体的研究，适用于土钉这一支护结构，继而可以推广到全长粘结式锚杆。今后期望将这一理论分析的方法，运用到锚杆中锚固段的分析研究中。

致 谢

本论文的推导、编写、计算是在前进、停滞、再前进的反复中完成的。其间，导师毛坚强教授给与了我极大的帮助、鼓励，才让我有信心和勇气坚持至今。借此机会，谨向导师表示由衷的感谢。

三年的硕士学习生活，得到了西南交通大学岩土工程系各位老师的关心和教导，看到莘莘学子的勤奋求学，这些都让我受益匪浅，在人生的道路上，我会用在这学到的知识、做学问的态度、做人的道理，来丰富自己。借此机会，向他们表示感谢。

此外，和我一起并肩奋战在 3309 的同门，每天一起学习、一起进步，互相探讨问题、互相解决问题，他们给了我莫大的帮助；室友胡俐先同学、吕盼同学和刘洁同学，给了我无私的帮助与鼓励；靖永志博士对我耐心的指导以及 MATLAB 学习的帮助，在我最困难的时候起了很大的作用。

父母的支持，让我坚定了信念。感谢你们！

谢谢所有支持和帮助我的人们。

谢 畅
2009 年 5 月于西南交大

参考文献

- [1] 徐祯祥. 岩土锚固技术发展的回顾. 岩土锚固技术与西部开发. 北京: 人民交通出版社. 2002
- [2] 王治宪. 一种新型的土体支护结构——土钉技术的分析与思考. 科技情报开发与经济. 2005, 4
- [3] 程良奎. 岩土锚固的现状与背景. 土木工程学报. 2001, 34 (3) : 7~12
- [4] 何俏江. 土钉-面层-土体的共同作用分析. 浙江大学岩土工程研究所硕士学位论文. 2007: 4~5
- [5] 段启伟. 土钉支护现场实测与数值模拟. 北京交通大学岩土工程硕士学位论文. 2006: 8~9
- [6] Fujita K, et al. A method to predict the load-displacement relationship of ground anchors [A]. Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering [C], Tokyo: The Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1977:58~62
- [7] A. Kilic, E. Yasar, A.G Celik. Effect of grout properties on the pull-out load capacity of fully grouted rock bolt, Tunneling Underground Space Technology, 2002(17):355~362
- [8] 徐祯祥, 刘月芬. 全长粘结型短锚杆的研究与应用. 岩土锚固工程技术. 北京: 地震出版社, 1992
- [9] 张欣. 全长粘结式锚杆受力特性以及数值仿真实验研究. 山东大学博士学位论文. 2008
- [10] 杜润泽, 明世祥, 潘贵豪, 傅明春. 全长粘结式锚杆锚固性能试验研究. 煤炭工程. 2009, 1
- [11] 黄希来. 土钉技术的工作机理和工程应用研究. 同济大学建筑与土木工程硕士学位论文. 2008
- [12] 李志刚, 秦四清, 张冰峰. 土钉支护现场测试及三维数值模拟分析 [J]. 工程地质学报. 2004, 12 (1)
- [13] 张明聚, 郭忠贤. 土钉支护工作性能的现场测试研究 [J]. 岩土工程学报. 2001, 23 (3)
- [14] 丁振明. 土钉现场应力测试分析. 工程勘察. 2006, 11: 64~67

- [15]杜润泽, 明世祥. 全长粘结式锚杆锚固性能试验研究. 煤炭工程. 2009, 1: 74~77
- [16]朱焕春, 荣冠, 肖明等. 张拉荷载下全长粘结式锚杆工作机理试验研究 [J]. 岩石力学与工程学报. 2002, 21 (3) : 379~384
- [17]周群, 锚筋与砂浆粘结机理及岩石锚杆基础的试验研究 [A]. 程良奎、刘启琛主编, 岩土锚固工程技术的应用与发展——国际岩土锚固技术研讨会论文集 [C]. 北京: 万国学术出版社. 1996: 260~264
- [18]丁振明. 土钉支护体系内力研究. 中国地质大学硕士学位论文. 2005
- [19]龚晓南. 土钉和复合土钉支护若干问题. 土木工程学报. 2003, 10
- [20]张明聚, 宋二祥, 陈肇元. 土钉挡土技术. 中南公路工程. 1998, 3
- [21]Evangelista A Satio G. Behaviour of ground anchors in stiff clay[A] Proceedings of the 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering [C]. Tokyo :The Japanese Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering.1977:39~47
- [22]Phillips S.H.E. Factors affecting the design of anchorages in rock[R], London: Cementation Research Ltd.1970
- [23]张季如、唐保付. 锚杆荷载传递机理分析的双曲函数模型 [A]. 岩土工程学报. 2002, 24 (2) : 188~192
- [24]王建宇, 牟瑞芳. 按共同变形原理计算地锚工程中粘结型锚头内力 [A]. 岩土锚固新技术 [C]. 北京: 人民交通出版社. 1998, 52~63
- [25]尤春安. 锚固系统应力传递机理理论及应用研究. 山东科技大学博士学位论文. 2004
- [26]李萍, 李奕. 深基坑土钉支护结构的三维有限元分析. 甘肃科学学报. 2008, 3
- [27]雷晓燕. 三维锚杆单元理论及其应用. 工程力学. 1996, 13 (2)
- [28]丁丽娟等. 数值分析方法. 北京理工大学出版社. 1997, 1
- [29]宋二祥, 陈肇元. 土钉支护及其有限元分析. 工程勘察. 1996, 2: 1~5
- [30]徐教宇. 土钉支护工作性状的研究. 中国建筑科学研究院硕士学位论文. 2003, 7
- [31]程良奎. 中国岩土锚固技术的应用与发展. 岩土锚固工程技术的应用与发展. 北京: 万国学术出版社. 1996
- [32]曾宪明等. 土钉支护设计与施工手册. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000
- [33]高永涛, 吴顺川, 孙金海. 预应力锚杆锚固段应力分布规律及应用. 北京科

- 技大学学报. 2002, 24 (4) : 387~390
- [34]曾华明, 李祺, 岳向红. 张拉荷载下砂浆锚固岩石锚杆的力学分析. NDT 学术年会论文集. 2007年
- [35]王明恕. 全长锚固锚杆机理的探讨. 煤炭学报. 1983, 3 (1) : 40~48
- [36]徐祯祥. 岩土锚固技术发展的回顾. 岩土锚固技术与西部开发. 人民交通出版社, 2002.1~18
- [37]薛定宇, 陈阳泉. 高等应用数学问题的Matlab求解. 北京: 清华大学出版社. 2007
- [38]张生华. 全长粘结锚杆锚固能力分析研究 [J]. 河北煤炭. 2003, 12 (3) : 17~20
- [39]危伟. 全长粘结式锚杆传力模型及应用研究. 浙江大学硕士学位论文. 2006
- [40]朱自强, 何现启. 全长锚固锚杆拉拔试验研究. 探矿工程 (岩土钻掘工程). 2005年增刊: 115~120

附 录

附录 1

```
clc;  
clear;  
grid on;  
hold on;  
%-----  
%----- 参数定义部分 -----  
E=5e+7; % pa  
Ea=2.1e+11; % pa  
u=0.3;  
a=0.0125; % m  
L=7; %m  
P=117.8e+3; %N
```

```
x0=0.684028-0.1778*u;  
H=4.1817- 4.1817*u;  
K=2*E/((1+u)*Ea*a^2);  
T=-K*L^2/H;  
J=T*(x0^2-x0);  
M=L*exp(T*(-1.5*x0^2+x0))/H;  
%-----  
%----- 自变量定义部分 -----  
x=0.00:0.001:1;  
z=0.000:L/1000:L;
```

```
%-----  
%----- 剪应力函数表达-----  
for i=1:1001  
fx(i)=M*(x(i)^2-x(i))/(x(i)-x0)*exp(T*(0.5*x(i)^2-(1-x0)*x(i)))*(abs(x(i)-x0))^J;  
fz(i)=M*((z(i)/L)^2-(z(i)/L))/((z(i)/L)-x0)*exp(T*(0.5*(z(i)/L)^2-(1-x0)*(z(i)/L))  
)*(abs((z(i)/L)-x0))^J;  
end  
  
%-----  
%----- 求C值-----  
S=trapz(z,fz);  
C=P/(2*pi*a*S)  
  
%-----  
%----- 绘出剪应力分布曲线-----  
plot(z,C*fz, 'b');
```

附录 2

```
clc;  
clear;  
grid on;  
hold on;  
  
%-----  
%----- 参数定义部分-----  
E=5e+7; % pa  
Ea=2.1e+11; % pa  
u=0.3;  
a=0.0125; % m  
L=7; %m
```

```
P=117.8e+3; %N  
x0=0.684028-0.1778*u;  
H=4.1817-4.1817*u;  
K=2*E/((1+u)*Ea*a^2);  
T=-K*L^2/H;  
J=T*(x0^2-x0);  
M=L*exp(T*(-1.5*x0^2+x0))/H;  
  
%-----  
%----- 自变量定义部分 -----  
x=0.00:0.001:1;  
z=0.0001:L/1000:(L+0.0001);  
%-----  
%----- 剪应力描述 -----  
for i=1:1001  
  
fz(i)=M*((z(i)/L)^2-(z(i)/L))/((z(i)/L)-x0)*exp(T*(0.5*(z(i)/L)^2-(1-x0)*(z(i)/L)))*(  
abs((z(i)/L)-x0))^J;  
  
end  
S=trapz(z,fz);  
C=P/(2*pi*a*S)  
  
%-----  
%----- 轴力计算部分 -----  
for i=1:1001  
y(i)=P-(2*pi*a)*quad('inline_N',0,i*L/1001);  
end %需要调用另一函数inline_N, 计算出的c值要输入  
%
```

%----- 绘出轴力分布 -----

plot(z,y, 'r');

附录 3

clc;

clear;

grid on;

hold on;

%-----

%----- 参数定义部分 -----

E=5e+7; % pa

Ea=2.1e+11; % pa

u=0.3;

a=0.0125; % m

L=7; %m

P=117.8e+3; %N

*x0=0.684028-0.1778*u;*

*H=4.1817-2.3998*u;*

*K=2*E/((1+u)*Ea*a^2);*

*T=-K*L^2/H;*

J=T(x0^2-x0);*

*M=L*exp(T*(-1.5*x0^2+x0))/H;*

%-----

%----- 自变量定义部分 -----

x=0.00:0.001:1;

z=0.0001:L/1000:(L+0.0001);

%-----

%----- 剪应力描述 -----

```
for i=1:1001
for i=1:1001
fx(i)=M*(x(i)^2-x(i))/(x(i)-x0)*exp(T*(0.5*x(i)^2-(1-x0)*x(i)))*(abs(x(i)-x0))^J;
fz(i)=M*((z(i)/L)^2-(z(i)/L))/((z(i)/L)-x0)*exp(T*(0.5*(z(i)/L)^2-(1-x0)*(z(i)/L)))*(abs((z(i)/L)-x0))^J;
end
end
SS=trapz(z,fz);
C=P/(2*pi*a*SS);
%-----
%-----孔口位移计算-----
for(i=1:1001)
fss(i)=(a*(3-2*u)*(1-u)/E)*(C*fz(i)/z(i));
end

Sfy1=trapz(z,fss)
%-----
%-----地表位移变形图-----
R=10;

Number1=1000;
r=0.00:R/Number1:R;

for j=1:(Number1+1)
    for i=1:1001
        WW(i)=(a*(1+u)/(4*E))*C*fz(i)*((8*(1-u)/((r(j)^2+z(i)^2)^0.5))+((4*z(i)^2)/((r(j)^2+z(i)^2)^1.5)));
    end
end
```

```
end
```

```
W(j)=trapz(z,WW);
```

```
end
```

```
plot(r,W,'r');
```

```
%----- END -----
```

```
%-----
```

附录 4

```
clc;
```

```
clear;
```

```
grid on;
```

```
hold on;
```

```
%-----
```

```
%----- 参数定义部分 -----
```

```
E=15e+6; %50e+6;%10e+6; % pa
```

```
Ea=2.1e+11; % pa
```

```
u=0.3;
```

```
a=0.0125; % m
```

```
L=7; %m
```

```
u1=1; %m
```

```
S=pi*a^2;
```

```
x0=0.684028-0.1778*u
```

```
H=4.1817-2.3998*u;
```

```
K=2*(1+u)*Ea*a^2;
```

```
T=-K*L^2/H;
```

```
J=T*(x0^2-x0);
```

```
M=L*exp(T*(-1.5*x0^2+x0))/H;
%
%----- 自变量定义部分 -----
x=0.00:0.001:1;
z=0.0001:L/1000:(L+0.0001);
%
%----- 缺少积分系数的剪应力部分 -----
for i=1:1001
    fx(i)=(L/H)*(x(i)^2-x(i))/(x(i)-x0)*exp((-K*L^2/H)*(0.5*x(i)^2-(1-x0)*x(i)-1.5*x0^2+x0))*(abs(x(i)-x0))^((-K*L^2/H)*(x0^2-x0));
    fz(i)=M*((z(i)/L)^2-(z(i)/L))/(z(i)/L-x0)*exp(T*(0.5*(z(i)/L)^2-(1-x0)*(z(i)/L)))*(a
    bs((z(i)/L)-x0))^J;
end

%
%----- 缺少积分系数的轴力部分 -----
for i=1:1001
    y(i)=(2*pi*a)*quad('inline_jyz',0,i*L/1001);
end

%
%----- 孔口土体位移部分 -----
for (i=1:1001)
    fs2(i)=(a*(3-2*u)*(1+u)/E)*(fz(i)/z(i));
end

Sfy2=trapz(z,fs2)

%
%----- 钉体变形部分 -----
for (i=1:1001)
    fs3(i)=y(i)/(Ea*S);
```

```
end
```

```
Sfy3=trapz(z,fs3)
```

```
%-----
```

```
%-----孔底土体位移部分-----
```

```
for(i=1:1001)
```

```
fs4(i)=fz(i)*((a*(1+u))/E)*((1/(L-z(i)))+((2*(1-u))/(L+z(i)))+((L*z(i))/((1-u)*(L+z(i))^3)));
```

```
end
```

```
Sfy4=trapz(z,fs4)
```

```
%-----
```

```
%-----计算积分系数部分 -----
```

```
Sfy=Sfy2+Sfy3-Sfy4
```

```
C=u1/Sfy
```

```
uu=Sfy2/Sfy
```

```
%-----
```

```
%-----绘图部分-----
```

```
%plot(z,C*fz,'b');
```

```
plot(z,C*y,'.');
```

```
u2=C*Sfy2
```

```
%-----
```

```
%-----地表位移部分-----
```

```
R=10;
```

```
Number1=100;
```

```
r=0.00:R/Number1:R;
```

```
for j=1:(Number1+1)
    for i=1:1001
        WW(i)=(a*(1+u)/(4*E))*C*fz(i)*((8*(1-u)/((r(j)^2+z(i)^2)^0.5))+((4*z(i)^2)/((r(j)^2+z(i)^2)^1.5)));
    end
    W(j)=trapz(z,WW);
end
plot(r,u1-W,'b');
```