



## 原创性声明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究所取得的成果。除文中已经注明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的科研成果。对本文的研究作出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本声明的法律责任由本人承担。

论文作者签名： 高娜 日期： 2012.3.20

## 关于学位论文使用授权的声明

本人完全了解山东大学有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留或向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅；本人授权山东大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存论文和汇编本学位论文。

(保密论文在解密后应遵守此规定)

论文作者签名： 高娜 导师签名： 朱维红 日期： 2012.3.20

## 目 录

摘 要 .....	1
ABSTRACT .....	3
第一章 绪 论 .....	5
1.1 研究背景和意义 .....	5
1.2 MIMO 预编码技术的发展 .....	6
1.3 论文结构和主要内容 .....	7
第二章 MIMO 多天线系统理论基础 .....	9
2.1 无线信道传播特性 .....	9
2.1.1 多径时延扩展 .....	10
2.1.2 多普勒扩展 .....	10
2.2 MIMO 信道容量 .....	12
2.2.1 信道模型 .....	12
2.2.2 MIMO 信道容量 .....	14
2.3 MIMO 系统预编码性能评价准则 .....	18
第三章 线性预编码 .....	21
3.1 迫零预编码 .....	21
3.1.1 迫零预编码 .....	21
3.1.2 基于 MMSE 的迫零预编码 .....	23
3.2 BD 算法 .....	25
3.2.1 基于 SVD 分解的 BD 算法 .....	25
3.2.2 基于 GTD 分解的 BD 算法 .....	26
3.2.3 仿真分析 .....	29
3.3 线性收发机的联合优化 .....	33
3.3.1 总功率受限下收发机的联合优化 .....	33
3.3.2 单天线功率受限下收发机的联合优化 .....	40
3.3.3 仿真分析 .....	41
第四章 THP 预编码 .....	44

4.1 单用户的非线性 THP 预编码 .....	44
4.1.1 基于 QR 分解的单用户 ZF-THP .....	44
4.1.2 基于 QR 分解的单用户 MMSE-THP .....	46
4.1.3 基于 GTD 分解的单用户 THP .....	48
4.2 多用户非线性 THP 预编码 .....	50
4.2.1 基于 QR 分解的多用户 ZF-THP .....	50
4.2.2 基于 QR 分解的多用户 MMSE-THP .....	52
4.2.3 基于 GTD 分解的多用户 THP .....	53
4.3 仿真分析 .....	56
第五章 总结与展望 .....	60
5.1 全文总结 .....	60
5.2 工作展望 .....	61
参考文献 .....	62
致 谢 .....	66
在校期间发表的论文、科研成果等 .....	67

## CONTENTS

ABSTRACT(In Chinese).....	1
ABSTRACT .....	3
Chapter 1 Introduction .....	5
1.1 Research background and significance .....	5
1.2 Development of MIMO precoding technology .....	6
1.3 Thesis structure.....	7
Chapter 2 Multi-antenna MIMO system.....	9
2.1 Propagation characteristics of wireless channel.....	9
2.1.1 Time delay extension .....	10
2.1.2 Doppler extension .....	10
2.2 Capacity of MIMO channel.....	12
2.2.1 System model.....	12
2.2.2 MIMO channel capacity .....	14
2.3 Precoding performance evaluation criteria.....	18
Chapter 3 Linear precoding .....	21
3.1 ZF precoing .....	21
3.1.1 ZF precoding.....	21
3.1.2 ZF precoding based on MMSE criterion .....	23
3.2 BD algorithm .....	25
3.2.1 BD algorithm based on SVD .....	25
3.2.2 BD algorithm based on GTD .....	26
3.2.3 Simulation analysis .....	29
3.3 Joint transceiver design .....	33
3.3.1 Transceiver design subject to total power constraints.....	33
3.3.2 Transceiver design subject to per-antenna power constraints.....	40
3.3.3 Simulation analysis .....	41
Chapter 4 THP precoding.....	44
4.1 THP precoding in single user MIMO system .....	44

4.1.1 QR-THP precoding based on ZF criterion .....	44
4.1.2 QR-THP precoding based on MMSE criterion.....	46
4.1.3 GTD-THP precoding.....	48
4.2 THP precoding in multi-user MIMO system.....	50
4.2.1 QR-THP precoding based on ZF criterion .....	50
4.2.2 QR-THP precoding based on MMSE criterion.....	52
4.2.3 GTD-THP precoding.....	53
4.3 Simulation analysis.....	56
Chapter 5 Conclusions .....	60
5.1 Summary .....	60
5.2 Prospects.....	61
References.....	62
Acknowledgments.....	66
Published scientific research, etc .....	67

## 摘 要

多输入多输出(multiple input multiple output, MIMO)通信系统在提高频谱效率方面具有无与伦比的优势,能够满足用户对高速率通信的技术要求,使其成为未来无线通信最有发展前景的技术之一。在实际无线信道中存在多径效应,在接收端将会产生多用户干扰,因此本文的研究重点为如何消除 MIMO 系统中下行链路的多用户干扰,采用方法为预编码技术。由于脏纸编码(dirty paper coding, DPC)复杂度太高,在实际系统中难以真正实现,因此 MIMO 预编码研究更多的为线性预编码中的迫零(zero-forcing, ZF)预编码、最小均方误差(minimum mean square error, MMSE)预编码、块对角化预编码(block-diagonalization, BD)以及非线性的模代数(Tomlinson-Harashima precoding, THP)预编码和矢量扰动预编码,本文的结构和内容安排如下:

第一章绪论部分将介绍 MIMO 技术的研究背景和意义,其次将概括叙述预编码技术的主要特点和国内外的研究现状。

第二章介绍了无线信道的特性和 MIMO 系统的信道模型,在信道信息已知和未知的情况下分析了 MIMO 系统的容量问题,最后给出了 MIMO 系统预编码性能的评价准则,比如信噪比(signal noise ratio, SNR)、误比特率(bit error rate, BER)和 MMSE 准则。

第三章重点讨论收发机的联合优化问题,首先描述了 ZF 预编码、基于奇异值(singular value decomposition, SVD)分解的块对角化方法,然后采用广义三角分解(generalized triangle decomposition, GTD)来代替 SVD 分解应用到 BD 预编码模型中,分析了迭代和非迭代两种方法的性能。其次在以上各个设计准则的基础上,引入了功率受限下收发机的联合优化问题,采用数学分解的方法求解编解码矩阵,本章采用两种方法进行了详细讨论,分别是非迭代算法和迭代算法。

第四章主要介绍非线性的预编码技术,着重讨论 THP 预编码算法在 MIMO 技术中的实现,本章首先介绍了在 ZF 和 MMSE 准则下的单用户系统中的 QR-THP 和 GTD-THP 预编码,在此基础上将单用户 THP 预编码模型推广到多用户系统,在 ZF 和 MMSE 准则下分析多用户 QR-THP 和 GTD-THP 预编码,对引入广义三角分解的 THP 预编码和传统的基于 QR 分解的方法做对比,说明该算

法的优越性。

第五章为本文的总结部分，在总结本文内容的同时，提出下一步可能的研究方向。

关键词：MIMO；预编码；块对角化；THP；广义三角分解

## ABSTRACT

MIMO communication system has unparalleled advantage on improving the spectral efficiency and meeting user' requirements of high speed communications. All these makes MIMO communication become one of the most promising technologies in the future wireless communication system. The multipath effect is existed in the actual wireless channels, and in the receiver it will produce multi-user interference. So the key point of research in this thesis is to use pre-coding techniques to eliminate the users' interference in the downlink of the multiple-input multiple-output (MIMO) system. DPC pre-coding is too complex, it is difficult to realize in actual system, so more studies pay close attention to linear pre-coding, such as ZF pre-coding、MMSE pre-coding、block-diagonalization pre-coding、nonlinear THP pre-coding and vector disturbance pre-coding. The structure of this thesis is organized as follows:

The first chapter introduces the background and meaning of research on MIMO technology, then we summarize the main characteristics and present situation of the study at home and abroad.

The second chapter presents the characteristics of the wireless channel and the channel model of MIMO system, analyzes the capacity of the MIMO system under the situation of perfect channel information and no channel information. Finally, we present the pre-coding performance evaluation criteria of MIMO system, such as SNR, BER and MMSE criteria.

The third chapter mainly discusses the joint optimization problem of transceiver. Firstly, it describes the ZF pre-coding and BD method based on singular value decomposition (SVD), then takes generalized triangle decomposition (GTD) decomposition to replace SVD decomposition in BD pre-coding model. We mainly analyze the performance of iteration and non-iteration algorithms. Secondly, we introduce the joint optimization problems of transceiver under power constraints, take the method of mathematical decomposition to solve decoding matrix. The iteration and non-iteration algorithms are discussed.

The fourth chapter mainly introduces the nonlinear pre-coding techniques and discusses the implementation of THP pre-coding algorithm in MIMO technology. This chapter firstly introduces the QR-THP and GTD-THP pre-coding of single user system based on the criteria of ZF and MMSE. Then we promote THP pre-coding model from single user to multi-user system, analyse QR-THP and GTD-THP pre-coding in multi-user system based on the criteria of ZF and MMSE. The

comparison between generalized triangle decomposition and the traditional methods based on the decomposition of the QR in THP pre-coding system is made.

The final chapter gives the conclusion of this thesis, and then puts forward to the future research directions.

Keywords: MIMO; pre-coding; block diagonalization; Tomlinson-Harashima pre-coding; GTD

## 第一章 绪 论

### 1.1 研究背景和意义

无线通信是当今通信领域中最活跃的研究热点之一，虽然从二十世纪六十年代起无线通信已经成为研究的主题，但最近十余年才是这一领域研究蓬勃发展的时期，无线通信近十年来的两项主要发展，其一是涌现了物理层无线通信理论的巨大研究热潮。虽然这项研究从上世纪六十年代开始就已经成为了研究的焦点，但诸如机会通信和多输入多输出通信技术等近年来的发展开拓了通过无线信道进行通信的全新视野。其二是无线系统特别是蜂窝网络的迅猛发展，体现了复杂度不断增加的通信概念<sup>[1-4]</sup>。

第一代蜂窝系统和更早期的系统，如美国于二十世纪八十年代开发的高级移动电话系统(advanced mobile phone service, AMPS)，都是模拟系统，即语音波形调制到载波上之后，不转换为数字流就发射出去。第二代蜂窝系统是数字的，一种是全球移动通信系统(global system for mobile communication, GSM)，虽然是欧洲标准，但目前在世界范围内广泛使用，另一种是美国开发的时分多址(time division multiple access, TDMA)标准。第三种是码分多址(code division multiple access, CDMA)标准。由于这些蜂窝系统及其标准最初是为电话业务开发的，所以蜂窝系统中目前的数据速率和延时实质上由语音需求决定的<sup>[5]</sup>。随着社会发展和生活水平的提高，人们对高速数据综合业务的业务量将远远超过传统的业务量，目前的移动通信系统已不能满足用户的业务需求。新一代移动通信要在有限的频谱资源上实现高速率和大容量，需要频谱效率极高的技术。

无线移动信道的传播机制比较复杂，无线电波以不同的方式和时延到达接收机，即存在多径效应，使信道增益总是在变化。通常情况下多径效应引起的衰落被视为是有害的，然而 MIMO 系统可以将多径视为有利条件利用因而受到了人们的广泛关注<sup>[6]</sup>。MIMO 系统中发射端和接收端实现多发多收，发射端将多个数据流同时发送到信道，各个发射信号占用同一频带，没有增加带宽。在收发天线之间的信道相互独立的条件下，MIMO 系统可以将信道分解为多个并行子信道，从而可以提高数据率。因此 MIMO 系统在不增加频谱资源和天线发送功率的情

况下,可以成倍地提高信道容量和频谱利用率,同时提高信道的可靠性,降低误码率。

在一个多用户 MIMO 系统中,基站和用户均装有多个天线,接收端的每一个天线都可以接收来自所有发射天线的信号,不同发射天线的信号在接收端是叠加在一起的,即存在着多用户干扰,影响了 MIMO 技术的推广应用。预编码技术可以很好的解决这个问题,因此有必要研究性能较好的编码和解码算法来消除多用户干扰和改善系统的性能。MIMO 技术自 1908 年由 Marconi 提出至今,各国学者对于 MIMO 系统的关键理论和技术进行了广泛的研究。经过长期的发展,MIMO 技术已经日趋成熟并被广泛的应用在各种通信系统当中,例如 LTE 和 4G 通信系统、802.16e、802.11n 等无线宽带接入标准、超宽带技术和感知无线电系统。MIMO 技术在提高系统频谱利用率方面的无可比拟的性能,注定了它将成为未来移动通信技术发展进程中不可缺少的关键技术。

## 1.2 MIMO 预编码技术的发展

在 MIMO 无线通信系统中,根据系统模型,分为预编码器和均衡器的设计,早在二十世纪六十年代,就已有文献研究频率选择性衰落信道下单输入单输出(single input single output, SISO)系统的预编码器和均衡器的设计,以达到使系统均方误差最小化的目的<sup>[7,8]</sup>。到二十世纪七十年代开始出现 MIMO 系统预编码器和均衡器的联合设计技术,并且主要集中在有线通信系统当中的研究<sup>[9,10]</sup>。MIMO 通信系统当中同时存在具有不同性能要求的多个数据流,这使 MIMO 多天线通信系统收发机的联合设计并设定一个统一的系统设计准则存在一定的困难。尽管如此还是有很多预编码器的设计准则被提出,有些已经在实际系统中得到应用。

从信息论的观点出发,无线通信系统要取得最大的信道容量,则最佳的预编码器和均衡器要同时满足:1)预编码矩阵和解码矩阵可以使信道增益矩阵对角化;2)采用注水功率分配算法;3)采用高斯信号,即发射信号和系统噪声都服从高斯分布。通常情况下,MIMO 系统收发器的设计可以描述为在功率受限条件下,各个传输数据流性能的优化问题,或者是在满足用户服务质量的条件下,资源的最优分配问题,因此经典的信息论可以用来评判系统的性能。均方误差(mean square error, MSE)是最先被应用在 MIMO 通信系统其中的一个设计准则,在有

线通信系统中,采用的代价函数为所有数据流的 MSE 之和(或者 MSE 矩阵的迹),大量的研究者对基于 MSE 准则下不同数学模型的 MIMO 系统设计进行了研究。

随着 MIMO 技术的不断发展,二十世纪九十年代, MIMO 系统收发机的设计逐渐由有线系统向无线系统转移。最简单的设计准则是 ZF 预编码, ZF 预编码通过在发射端对信道矩阵求逆能够完全的抑制多用户干扰<sup>[11,12]</sup>, 在高信噪比的条件下可以近似达到 DPC 的系统容量。但是,当信道噪声非常大时 ZF 预编码要增加发射功率,应用 MMSE 预编码可以很好的解决这个问题,达到发射功率和干扰的折中使检测误差最小<sup>[3]</sup>。经过大量的研究我们已经得到在迫零约束下以最小化 MSE 矩阵迹和最大化系统信干比为准则,适用于 MIMO 系统数据流块传输的系统模型<sup>[13]</sup>;以最小化 MSE 矩阵行列式和最小化 MSE 矩阵迹加权为准则,适用于有限反馈系统的模型<sup>[14,15]</sup>;系统在总功率或峰值功率受限约束下, MIMO 系统在不同设计准则下的设计方案<sup>[16]</sup>。

因 BER 可以直接的反映系统的输出质量,所以除了 MSE 和信干比(signal-to-interference and noise ratio, SINR)准则,近期的 MIMO 系统设计还采用 BER 作为系统性能的设计量度,与 MSE 准则相比, BER 准则在数学上的处理比较困难。E. N. Onggosanusi, et.al 给出了在使用对角化结构的系统中,最小化系统 BER 的设计应用<sup>[20]</sup>; Y. Ding 以最小化 BER 均值为准则,在所有数据流采用相同星座图的条件下,得到了信道矩阵非对角化情况下的收发器的一个最优设计<sup>[17,21]</sup>,若采用不同的星座图,问题则变得很复杂, D. P. Palomar 对此问题进行了深入的研究,给出了基于凸优化理论的主分量分解的方法来解决上述问题<sup>[22-26]</sup>不久广义三角分解理论被引入到上述系统的设计中,以弥补因采用相同星座图带来的系统性能的损失<sup>[27,28]</sup>。本论文引进 GTD 分解,应用在线性和非线性预编码中,分别得到改进的预编码模型。

### 1.3 论文结构和主要内容

MIMO 系统在不增加频谱资源和天线发送功率的情况下,可以成倍地提高信道容量和频谱利用率,同时提高信道的可靠性,成为未来无限通信的关键技术之一,本文就多天线 MIMO 系统中出现的天线间干扰和用户间干扰等问题,着重研究可以消除以上两种干扰的预编码技术,包括线性和非线性预编码,在不同的

系统设计准则下采用 SVD 分解、QR 分解和广义三角分解等矩阵分解理论求解收发器的联合最优解。并使用 MATLAB 仿真软件对结果进行仿真分析。

本文的主要内容包括：

第二章主要介绍了无线信道的特性和各种不同 MIMO 系统信道模型，在信道信息已知和未知的情况下分析了 MIMO 系统的容量问题，给出了 MIMO 系统预编码性能的评价准则，比如 SNR、BER 和 MMSE 准则。

第三章重点讨论了功率约束下的收发器的联合优化问题。首先描述了 ZF 预编码、基于 SVD 分解的块对角化方法。然后引入 GTD 分解代替 SVD 分解应用到 BD 预编码模型中，分析了迭代和非迭代两种方法的性能。最后引入了收发机的联合优化问题，采用数学分解方法求解总功率受限和单天线功率受限条件下的收发器的设计。

第四章在前几章的基础上主要介绍非线性的预编码技术，着重讨论 THP 预编码算法在 MIMO 技术中的实现。首先介绍了基于 QR 分解的 ZF 和 MMSE 单用户 THP 预编码，其次介绍了基于 GTD 分解的 ZF 和 MMSE 单用户 THP 预编码。然后推广到多用户的 MIMO 系统，介绍了基于 QR 分解的 ZF 和 MMSE 多用户 THP 预编码，最后介绍了基于 GTD 分解的 ZF 和 MMSE 多用户 THP 预编码。

第五章为全文总结，对本文的研究结论进行陈述，并提出了下一步的研究工作和方向。

## 第二章 MIMO 多天线系统理论基础

虽然 MIMO 技术在 1970 年就已经被关注,但是它在提高信道容量方面的巨大优势最近才被人们充分意识到。由信息论可知, MIMO 信道容量是 SISO 信道容量的  $\min\{N_R, N_T\}$  倍。目前 MIMO 系统的研究热点主要为: MIMO 信道容量、预编码技术、天线选择、用户选择等<sup>[29]</sup>。本章首先介绍一下无线信道的传播特性,然后介绍 MIMO 信道模型和 MIMO 系统的特点。

### 2.1 无线信道传播特性

由于无线传播环境的特性,信号在经过信道后会发生各种衰落。移动无线信道的主要特征是信道强度随时间和频率的变化而变化,这种变化大致可以分为如下两种类型<sup>[6]</sup>: 1. 大尺度衰落; 2. 小尺度衰落。在相对较短的时间和较小的距离范围内,与小尺度衰落相比,大尺度路径损耗的影响可以忽略不计,所以讨论焦点是小尺度衰落引起的各种衰落效应。

小尺度衰落的类型如图2.1所示:

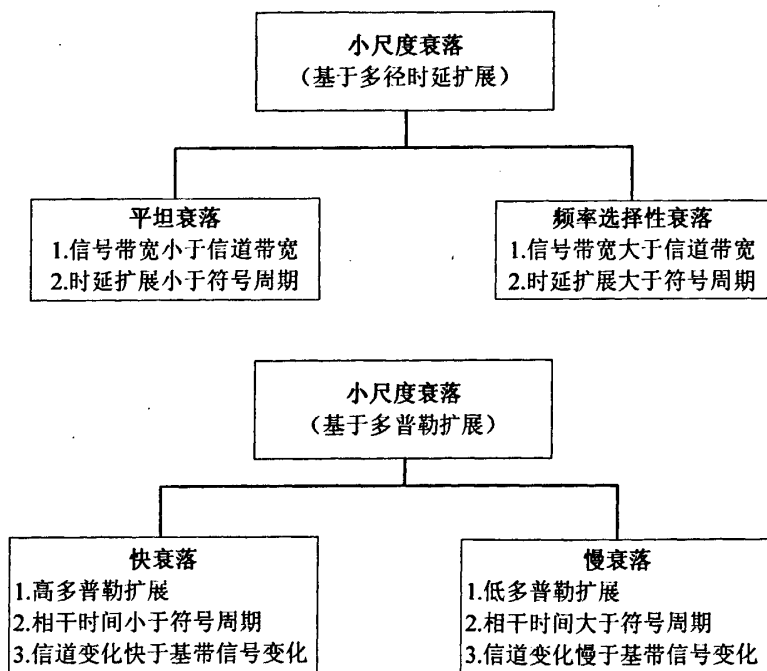


图2.1 小尺度衰落类型

### 2.1.1 多径时延扩展

多径基于时延扩展引起的小尺度衰落主要是平坦衰落和频率选择性衰落<sup>[30]</sup>。

#### 1. 平坦衰落

在无线通信系统中,若无线信道带宽大于发送信号的带宽,且在该带宽范围内系统的冲激响应有恒定的增益及线性相位,此时信号经历的衰落称为平坦衰落。信号通过信道时,在时域上信道的波形比信号的波形窄,频域上信道波形比信号波形宽,在接收端信号的频谱特性保持不变。多径效应会导致信道增益的起伏变化,由此导致接收信号的强度随时间变化。因为信号带宽的倒数远大于信道的多径时延时,信号带宽将比信道带宽窄得多,因此平坦衰落信道可以看成窄带信道。典型的平坦衰落信道会引起深度衰落,因此在深度衰落期间需要增加 20dB 或者 30dB 的发送功率,以获得较低的误比特率,这是与非衰落信道在系统操作方面的不同之处。

#### 2. 频率选择性衰落

在无线通信系统中,若无线信道冲激响应增益恒定、线性相位带宽小于发送信号带宽,那么信号将经历频率选择性衰落。在这种情况下,由于信道冲激响应具有多径时延扩展,其值大于发送信号带宽的倒数,导致接收信号中包含了经历时延和衰减的发送信号波形的多径信号,使接收信号失真。信道中发送信号的时间色散引起了频率选择性衰落,这就引起了码间串扰<sup>[31]</sup>。由于信号的带宽大于信道冲激响应带宽,频率选择性信道也称为宽带信道。在移动通信系统中,一般使用统计冲激响应模型,如双线瑞利衰落模型或是用计算机生成或测量出来的冲激响应来分析频率选择性小尺度衰落。

### 2.1.2 多普勒扩展

在实际的通信系统中,发射机和接收机是处在相对运动状态中的,它们之间由于相对运动会发生电磁波的频率偏移,也就是存在多普勒效应<sup>[6]</sup>。图 2.2 为多普勒效应示意图:

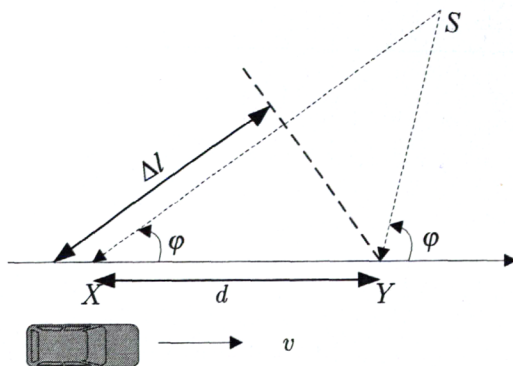


图 2.2 多普勒效应示意图

其中,  $S$  为远端信号源,  $v$  和  $d$  分别为移动台在水平位置上移动速率的移动长度,  $\Delta l = d \cos \varphi = v \Delta t \cos \varphi$  为无线电波在  $X$  和  $Y$  点分别被移动台接收时所走的路径差, 其中  $\Delta t$  为移动台运动的时间,  $\varphi$  是  $X$  和  $Y$  与入射波的夹角。由于信号源距离移动端很远, 我们假设在  $X$  和  $Y$  点的入射夹角是相同的。由此得多普勒频移为:

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \cos \varphi \quad (2.1.1)$$

多普勒扩展  $B_D$  是由移动无线信道的时变速率所引起的频谱展宽程度的度量值, 被定义为一个频率范围。当发送频率为  $f_c$  的正弦信号时, 接收信号的多普勒频谱存在范围为  $f_c - f_d : f_c + f_d$ 。如果基带信道带宽远大于  $B_D$ , 在接收端多普勒扩展的影响可忽略不计。

描述小尺度内信道时变特性的另一个参数是相干时间, 相干时间  $T_C$  是多普勒扩展在时域表示, 与多普勒扩展成反比, 即:

$$T_C = \frac{1}{B_D} \quad (2.1.2)$$

由相干时间的定义可知, 时间间隔小于  $T_C$  的两个到达信号有很强的幅度相关性, 反之两个到达信号受到信道的影响各不相同。

多径基于多普勒扩展引起的小尺度衰落主要是快衰落和慢衰落。在快衰落信道系统中, 信道冲激响应在符号周期内变化很快。慢衰落是因为信号传输路径上

大多数大反射体和绕射物是远离终端的，相对于这些大反射体和绕射物来说，终端的移动很小，相应的传播变化也是很小的，所以我们可以假设在一个或若干个带宽倒数间隔内，信道为静态信道。在频域中，这意味着多普勒扩展远小于基带信号带宽。需要注意的是，我们并不能因为信道是快衰落信道而认定此信道为平坦衰落或者频率选择性衰落信道。

## 2.2 MIMO 信道容量

MIMO 技术在有线通信系统和无线多天线系统中都得到了广泛的应用，通信系统采用多幅发射和多幅接收天线形成 MIMO 信道，一个 MIMO 信道在数学上可以表示成一个信道矩阵的形式，这为各种不同的通信环境的物理信道提供了一个统一的数学处理模式<sup>[29]</sup>。

在通信链路的收发端均采用多天线技术极大的提高了通信系统的链路可靠性和频谱利用率。MIMO 信道最大的特点是利用收发端的多通信链路同时传送多个数据流，并将信道等效为多个并行 MIMO 子信道，从而获得复用增益。

### 2.2.1 信道模型

考虑图 2.3 给出的  $N_T \times N_R$  的 MIMO 无线通信系统框图，发射天线数为  $N_T$ ，接收天线数为  $N_R$ 。

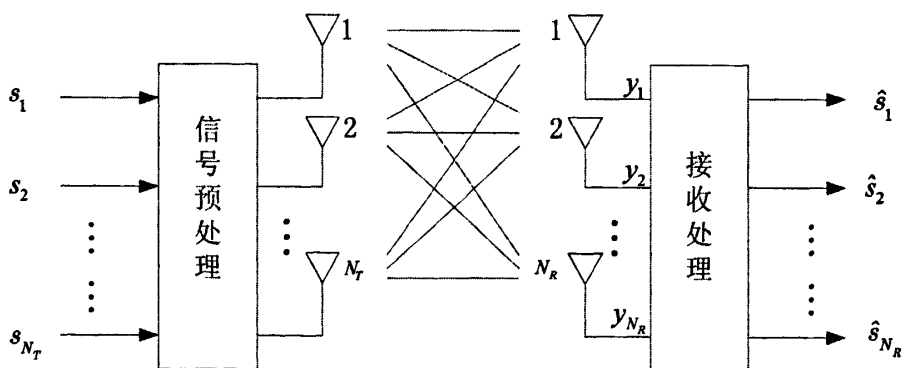


图 2.3 MIMO 信道模型

无线信道上由  $N_T$  个天线发送的信号均位于同一频带内。因而发送的信号通过该信道向不同的方向散射，此外，由于多信号传输，系统经历了与信号有关的

空间形式的干扰，我们称之为同天线干扰<sup>[4]</sup>。接收机要解决的问题是如何降低同天线干扰，从而提供频谱效率的增加，在理论上分析可知，通信系统的频谱效率与系统的信道容量密切相关，为了顾及 MIMO 无线通信系统的容量，我们从表示系统的基带信道模型入手。引入以下定义：

### 1. 空间参数

$$N = \min \{N_T, N_R\} \quad (2.2.1)$$

上式  $N$  定义了一个具有  $N_T$  个发射天线和  $N_R$  个接收天线的 MIMO 无线信道的自由度。

### 2. 发送信号向量

$$s(n) = [s_1(n), s_2(n), \dots, s_{N_T}(n)]^T \quad (2.2.2)$$

上式表示  $N_T$  个天线在离散时间  $n$  发射的复信号向量  $s(n)$ 。向量  $s$  的  $N_T$  个元素  $s_1(n), s_2(n), \dots, s_{N_T}(n)$  是独立同分布的复高斯随机变量，其均值为零均、方差为  $\sigma_s^2$ 。因此，发射信号向量  $s$  的自相关矩阵为：

$$R_s = E[ss^H] = \sigma_s^2 I_{N_T} \quad (2.2.3)$$

其中  $I_{N_T}$  是  $N_T \times N_T$  的单位矩阵。总发射功率固定为：

$$P = N_T \sigma_s^2 \quad (2.2.4)$$

由于  $P$  为定值，则方差  $\sigma_s^2$ （即每个发射天线的发送功率）与  $N_T$  成反比。

### 3. 对于无记忆的平坦衰落信道，信道增益矩阵为：

$$H(n) = \begin{bmatrix} h_{11}(n) & h_{12}(n) & \dots & h_{1N_T}(n) \\ h_{21}(n) & h_{22}(n) & \dots & h_{2N_T}(n) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{N_R1}(n) & h_{N_R2}(n) & \dots & h_{N_RN_T}(n) \end{bmatrix} \quad (2.2.5)$$

信道矩阵的每个元素都是零均值、单位方差的独立同分布的复高斯随机变量。可以用  $h_{ij}(n), j = 1, 2, \dots, N_T; i = 1, 2, \dots, N_R$ ，表示在  $n$  时刻发射天线  $j$  到接收天线  $i$  之间的信道增益。基带信号模型可以表示为：

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1,N_T} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2,N_T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_R,1} & h_{N_R,2} & \cdots & h_{N_R,N_T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_{N_T} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_{N_R} \end{bmatrix} \quad (2.2.6)$$

矩阵形式表达式为：

$$y = Hs + n \quad (2.2.7)$$

其中  $H$  是  $N_R \times N_T$  的信道矩阵， $s$  是  $N_T$  维发送信号向量，接收信号向量  $y = [y_1, y_2, \dots, y_{N_R}]^T$ ，其中  $y_i$ ， $i = 1, 2, \dots, N_R$ 。信道噪声向量  $n = [n_1, n_2, \dots, n_{N_R}]^T$ ，其中  $n_i$ ， $i = 1, 2, \dots, N_R$  表示第  $i$  个接收天线的信道噪声。噪声矢量的每个元素是零均值、方差为  $\sigma_n^2$  的复高斯随机变量。每个接收机输入的平均信噪比（SNR）为：

$$SNR = \frac{P}{\sigma_n^2} \quad (2.2.8)$$

若噪声方差  $\sigma_n^2$  给定，一旦总发射功率固定，则平均信噪比就为定值。

当发射天线为1时，MIMO系统退化为一个单输入多输出系统；当接收天线为1时，系统退化为一个多输入单输出系统，当收发天线数均为1时，系统则退化成了一个单输入单输出系统<sup>[19]</sup>。

该模型所描述的是一个理想的高斯模型，可以应用于室内局域网和用户终端移动受限的无线环境中。实际通信系统中，环境噪声是不可避免的，而且是非高斯的。

## 2.2.2 MIMO 信道容量

香农信息论认为，不论何种信道都存在传送信息量的最大极限，香农信息论针对离散无记忆信道，在假设信号是随机变量，并假设信道中存在高斯白噪声干扰下，从分析信道的最大互信息量极限，而得到了信道容量公式

$$C = W \log_2 \left( 1 + \frac{S}{N} \right) \quad (2.2.9)$$

式中  $W$  表示信道带宽, 单位为  $\text{Hz/s}$ ,  $S/N$  表示信噪比,  $C$  是信道容量单位为  $\text{bit/s}$ , 称这一公式为信道容量定理, 该定理说明了信道能传送的最大信息量。

无线信道比较复杂, 它可以是恒参信道也可以是随参信道, 对于 MIMO 系统而言, 系统的性能好坏还与系统的信道信息有关<sup>[32]</sup>, 我们均假设接收端精确已知信道信息, 对发射端来说, 存在三种情况: 无信道信息、部分已知信道信息和精确已知信道信息。本节的研究不考虑发端部分已知信道信息的情况。

### 1. 恒参信道 MIMO 信道容量

MIMO 系统的容量可通过采用奇异值分解的方法获得, 对信道增益矩阵  $H$  进行奇异值分解<sup>[33]</sup>:

$$H = U\Lambda V^H \quad (2.2.10)$$

其中  $\Lambda$  是  $N_R \times N_T$  的非负对角矩阵, 其元素为矩阵  $H$  的奇异值,  $U$  是  $N_R \times N_R$  的酉阵,  $V$  是  $N_T \times N_T$  的酉阵。将上述分解代入式(2.2.7)可得接收信号:

$$y = U\Lambda V^H s + n \quad (2.2.11)$$

将上式左乘矩阵  $U^H$ :

$$U^H y = \Lambda V^H s + U^H n \quad (2.2.12)$$

定义  $r = \text{rank}(H)$ , 信道矩阵的奇异值为  $\sigma_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, r$ , 那么上式可以表示为:

$$\begin{cases} \bar{y}_i = \sigma_i \bar{s}_i + \bar{n}_i & i = 1, \dots, r \\ \bar{y}_i = \bar{n}_i & i = r+1, \dots, N_R \end{cases} \quad (2.2.13)$$

其中  $\bar{y}_i = U^H y$ ,  $\bar{s}_i = V^H s$ ,  $\bar{n}_i = U^H n$ 。因此 MIMO 信道可以等价于  $R$  个独立并行的子信道, 因为  $U$  和  $V$  均为酉阵, 所以并不改变发射和接收信号的功率。

当发射机未知信道信息时, 采用平均功率分配, 根据香农公式 MIMO 系统信道容量为:

$$C = W \sum_{i=1}^{N_T} \log_2 \left( 1 + \frac{\sigma_i^2 P}{N_T \sigma_n^2} \right) \quad (2.2.14)$$

当发射机已知精确的信道信息时, 采用注水法进行功率分配:

$$C = W \sum_{i=1}^r \log_2 \left( 1 + \frac{\sigma_i^2 P_i}{\sigma_n^2} \right) \quad (2.2.15)$$

$$P_i = \left( \eta - \frac{\sigma_n^2}{\sigma_i^2} \right)_+, \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (2.2.16)$$

其中  $\eta$  满足约束条件  $\sum_{i=1}^r P_i = P$ 。图 2.4 给出了发射机未知和已知信道信息时，不同收发天线设置的系统容量曲线，信道信息未知时发送端采用平均功率分配，信道信息已知时发送端采用注水分配算法，系统噪声是功率为 1 的加性高斯白噪声。

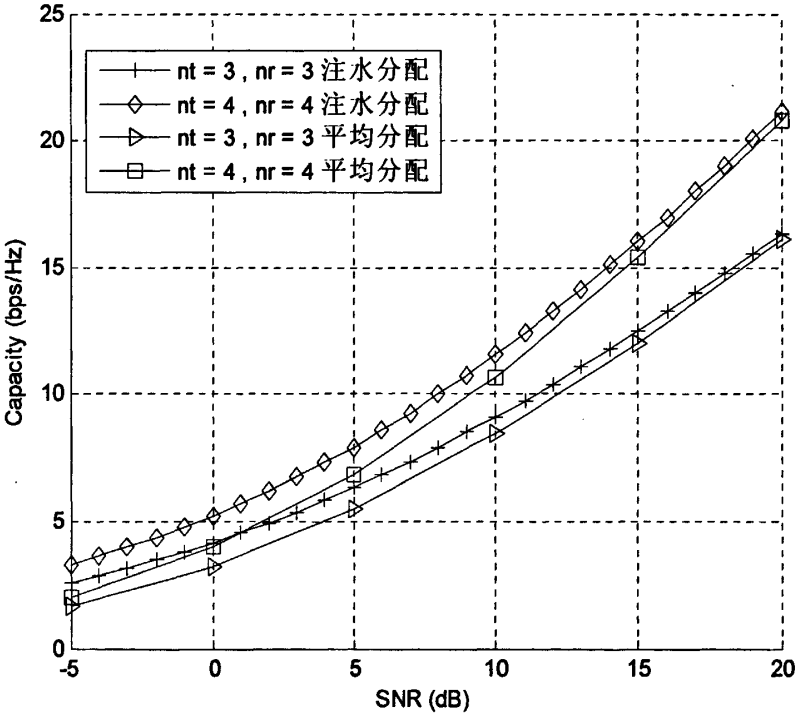


图 2.4 MIMO 系统容量

## 2. 随参信道下 MIMO 信道容量

在随参信道模型中，信道容量是一个随机变量，我们用遍历容量和中断容量来表征信道容量<sup>[34]</sup>。中断容量可以用来表达系统的分集增益，遍历容量则可以用来表达信道的编码增益。

SISO 平坦衰落系统，接收机完全已知信道状态信息的复平坦衰落信道容量

可以表示为:

$$C = E \left[ \log_2 \left( 1 + \frac{|h|^2 P}{\sigma_n^2} \right) \right] \quad (2.2.17)$$

对信道  $h$  取期望, 并假设信道是平稳遍历的。在这个假设下,  $C$  通常称为遍历容量。将该式应用到图 2.3 所示的 MIMO 信道中, 我们得 MIMO 信道的遍历容量为:

$$C = E \left[ \log_2 \left[ \frac{\det(R_n + H R_s H^H)}{\det(R_n)} \right] \right] \quad (2.2.18)$$

满足约束条件:  $\max_{R_s} \text{tr}(R_s) \leq P$ 。通常情况下, 上式求解是非常困难的, 我们采用高斯模型, 遍历容量可以化简为如下形式:

$$C = E \left[ \log_2 \left\{ \det \left( I_{N_r} + \frac{\sigma_s^2}{\sigma_n^2} \right) \right\} \right] \quad (2.2.19)$$

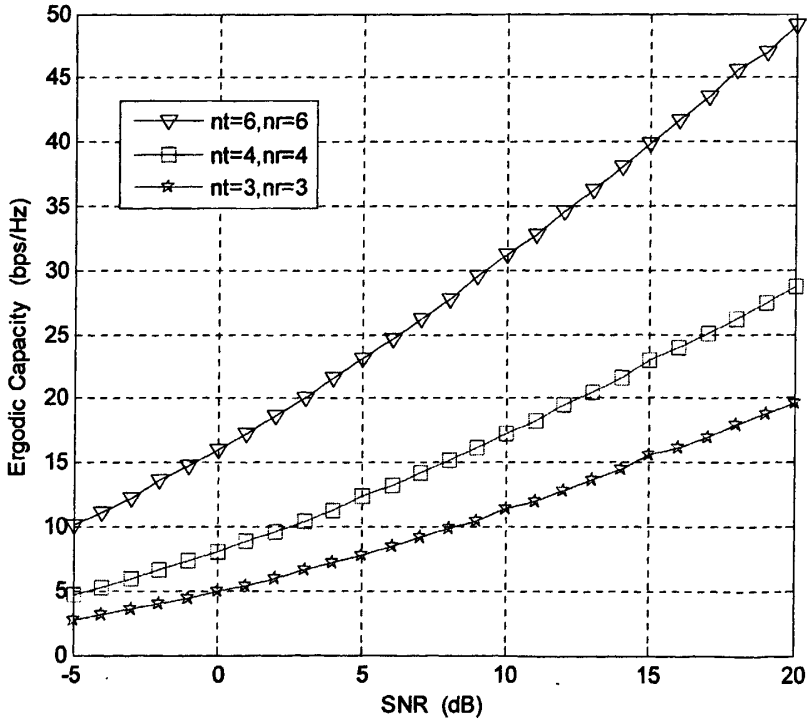


图 2.5 MIMO 系统遍历容量

图 2.5 给出了发射机已知信道信息时不同收发天线设置的系统遍历容量曲线，信道矩阵元素是独立同分布的复高斯随机变量，采用平均功率分配策略，遍历容量随着天线数的增加而增加。

MIMO 信道的中断容量定义为，在给中断概率下所有可能的信道状态能够保持的最大比特率。中断概率定义为，数据以某一速率  $R$  通过链路传输时，链路处于中断状态的概率。速率为  $R$  时的中断概率定义为：

$$P_{outage}(R) = \text{prob}(C \leq R) \quad (2.2.20)$$

其中  $C$  表示在某一信道状态下的信道容量。 $R$  为中断容量，也就是说系统能以  $1-P_{outage}$  的概率保持信道容量的数值大于  $R$ 。

### 2.3 MIMO 系统预编码性能评价准则

无线通信系统中，发射端或者接收端使用阵列天线，我们会想到和阵列信号处理、智能天线有关的一种技术：波束成形。线性 MIMO 收发机的设计和经典的波束成形理论是密切相关的。系统模型如图 2.6 所示：

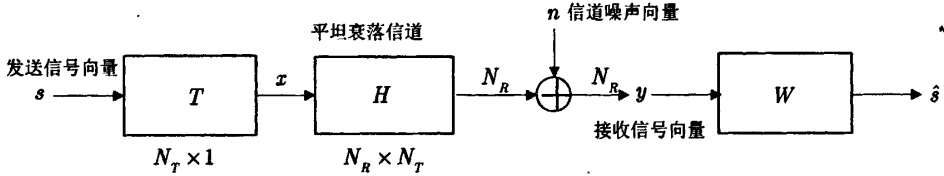


图 2.6 单用户 MIMO 通信系统预编码模型

单用户 MIMO 系统接收信号可以表示为：

$$y = Hx + n \quad (2.3.1)$$

其中  $x = Ts$ ， $T$  为预编码向量， $s$  为归一化的信号  $E[|s|^2] = 1$ 。 $x$  是发送信号向量， $y$  是接收信号向量，噪声为零均值的加性高斯白噪声，即  $E[nn^H] = I$ 。信道均衡矩阵定义为  $W$ ，系统输出信号为：

$$\hat{s} = Wy = W(HTs + n) \quad (2.3.2)$$

输出信噪比为：

$$SNR = \frac{|WHT|^2}{W^H W} \quad (2.3.3)$$

根据柯西-施瓦兹不等式得最优的均衡矩阵为  $W \propto HT = \sqrt{P_0} H v_{H, \max}$ 。最大信噪比为  $SNR = T \sigma_{H, \max}^2$ ，最优的预编码向量为  $T = \sqrt{P_0} v_{H, \max}$ ，其中  $v_{H, \max}$  为矩阵  $H^H H$  的最大特征值对应的特征向量。

对于多用户 MIMO 系统，预编码系统模型如图 2.7 所示：

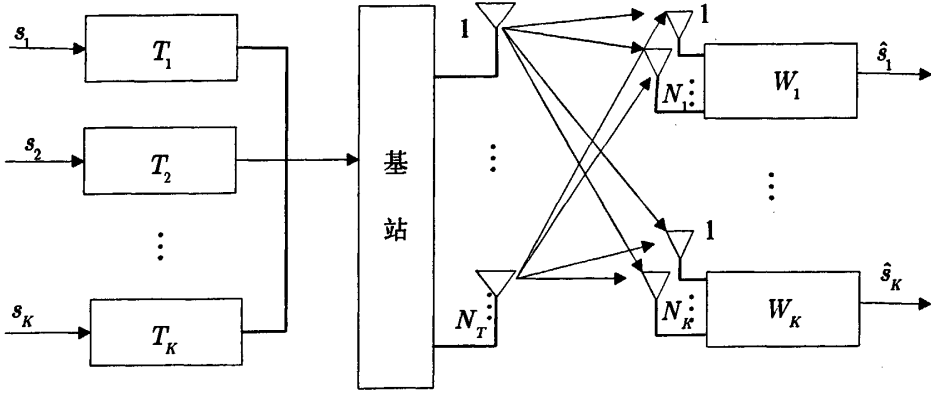


图 2.7 多用户线性预编码系统

发送信号向量为：

$$x = \sum_{i=1}^K T_i s_i = Ts \quad (2.3.4)$$

其中  $T$  是预编码矩阵， $T_i$  代表预编码矩阵的第  $i$  列，与发射符号  $s_i$  相对应，我们假设发送符号是经过归一化的，即  $E[ss^H] = I$ 。系统的功率约束为：

$$\sum_{i=1}^K \|T_i\|^2 = Tr(TT^H) \leq P_0 \quad (2.3.5)$$

接收端输出的估计信号为

$$\hat{s} = Wy \quad (2.3.6)$$

其中  $W$  定义为均衡矩阵。在该模型中，我们分别定义均方误差、信干比和误码率为：

$$MSE_i \triangleq E \left[ \left| \hat{s}_i - s_i \right|^2 \right] = \left| w_i^H H T_i - 1 \right|^2 + w_i^H R_{n_i} w_i \quad (2.3.7)$$

$$SINR_i \triangleq \frac{|w_i^H H T_i|^2}{w_i^H R_{n_i} w_i} \quad (2.3.8)$$

$$BER_i \triangleq \frac{\# \text{ bits in error }}{\# \text{ transmitted bits }} \approx \varphi_i(SINR_i) \quad (2.3.9)$$

其中  $\varphi_i$  是一个递减函数。特别的当我们采用和 M-ary QAM 星座图时<sup>[35,36]</sup>:

$$BER(SINR) \approx \frac{\alpha}{\log_2 M} Q(\sqrt{\beta SINR}) \quad (2.3.10)$$

其中  $Q(x) \triangleq (1/2\pi) \int_x^\infty e^{-\lambda^2/2} d\lambda$ ,  $\alpha = 4(1 - 1/M)$ ,  $\beta = 3/(M - 1)$ 。利用高斯分布函数的性质  $Q(x) \leq (1/2)e^{-x^2/2}$  得 BER 的一个近似解<sup>[37]</sup>:

$$BER(SINR) \approx \frac{\alpha}{2 \log_2 M} e^{-\beta/2 SINR} \quad (2.3.11)$$

MIMO 信道的优化问题可以简单的描述为以下两种问题。

表 2.1 MIMO 信道优化类型

全局优化	$\begin{aligned} \min_{T, W} \quad & MSE_s \\ \text{s.t.} \quad & Tr(TT^H) \leq P_0 \end{aligned}$ <p>等价表示为: <math display="block">\begin{aligned} \min_{T, W} \quad &amp; Tr(TT^H) \\ \text{s.t.} \quad &amp; MSE_s \leq \delta \end{aligned}</math> <p>其中 <math>\delta</math> 为均方误差的上界</p> </p>
用户服务质量受限	$\begin{aligned} \min_{T, W} \quad & Tr(TT^H) \\ \text{s.t.} \quad & MSE_i \leq \delta_i, \quad 1 \leq i \leq K \end{aligned}$ <p>其中 <math>\delta_i</math> 为第 <math>i</math> 个链路的均方误差的上界。</p>

### 第三章 线性预编码

MIMO 系统可以大大提高系统的容量，但是在多用户 MIMO 系统中，各用户之间不能协作，但是用户之间又存在干扰。如何消除这些干扰呢，一般的检测方法对此作用不大，我们采用在基站端设置预编码器的方法来消除多用户干扰。预编码技术不仅可以消除干扰提高系统容量，还可以简化接收端的处理<sup>[38]</sup>。大部分 MIMO 通信系统的设计依赖于系统发射端和接收端可以利用信道信息的程度，显而易见，可利用的信道信息越多，则 MIMO 通信系统的性能越好。

信道信息的获得在接收端和发送端是不一样的，通常的理论研究均假设接收端已知完整的信道状态信息，在发送端，信道状态信息的获取主要通过接收端的信息反馈，并且要求信道是准静态信道，而且由于反馈信道的存在占用了部分带宽，使系统的频谱效率下降。另外是通过信道的互异性获得信道的状态信息，例如时分复用系统，上下行链路存在互异性<sup>[39]</sup>，本章的研究均假设发送端精确的已知信道信息。

#### 3.1 迫零预编码

##### 3.1.1 迫零预编码

MIMO 系统中，最简单的线性预编码操作是迫零预编码，在操作过程中，需要对信道矩阵求逆<sup>[40]</sup>。图 3.1 为线性迫零预编码系统框图：

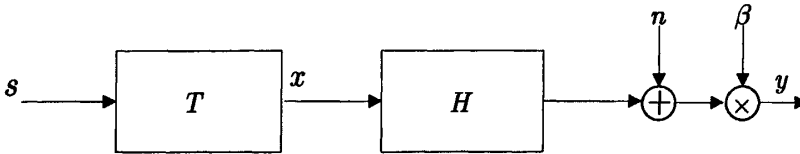


图 3.1 线性迫零预编码系统

接收端接收信号为：

$$y = \beta Hx + \beta n \quad (3.1.1)$$

其中  $x = Ts$ ， $T$  为预编码向量， $s$  为归一化的信号  $E[|s|^2] = 1$ 。 $x$  是发送信号向量， $y$  是接收信号向量，噪声为零均值的加性高斯白噪声，即  $E[nn^H] = I$ ，假设发送信号向量与噪声是相互独立的， $\beta$  为缩放因子，其作用是使发送信号的功

率保持恒定，在迫零准则下最优预编码器为：

$$T = \beta^{-1} H^H (HH^H)^{-1} \quad (3.1.2)$$

缩放因子  $\beta$  为：

$$\beta = \sqrt{\frac{\text{Tr}(H^\dagger (H^\dagger)^H)}{N_T}} \quad (3.1.3)$$

其中  $H^\dagger$  为信道矩阵的伪逆，接收信号简化为：

$$y = s + \beta n \quad (3.1.4)$$

采用迫零预编码，在接收端不需要对信号进行检测就可以直接进行解调得到发送信号，用户间干扰被消除，但是系统噪声有可能被放大了。基于 MMSE 的预编码，是在迫零预编码的基础上通过加入修正系数来减小噪声功率改变对系统性能带来的影响，接收端信号的均方误差为：

$$E\{\|\beta y - s\|^2\} \quad (3.1.5)$$

预编码器的设计准则为：

$$T = \arg \min E\{\|\beta y - s\|^2\} \quad (3.1.6)$$

最优预编码器为：

$$T = \beta^{-1} H^H \left( HH^H + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} I \right)^{-1} \quad (3.1.7)$$

其中  $\sigma_n^2$  和  $\sigma_s^2$  分别为噪声和发送信号的功率，缩放因子  $\beta$  为：

$$\beta = \sqrt{\frac{\text{Tr} \left( H^H \left( HH^H + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} I \right)^{-1} \left( H^H \left( HH^H + \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2} I \right)^{-1} \right)^H \right)}{N_T}} \quad (3.1.8)$$

基于 MMSE 准则的预编码没有放大系统的噪声，但是对多用户干扰的抑制不如 ZF 预编码，ZF 预编码通过在发射端对信道矩阵求逆能够完全的抑制多用户干扰，但是当信道噪声非常大时 ZF 预编码要增加发射功率，MMSE 预编码可以在发射能量和干扰之间进行折中使检测误差最小。我们假设发射端已知完全的 CSI，在迫零和 MMSE 准则的基础上采用 ZF-MMSE 预编码模型。

### 3.1.2 基于 MMSE 的迫零预编码

本节将介绍 ZF-MMSE 预编码的计算过程,该过程中同时引入了预编码器和均衡器,并且优化的标准是在使均方误差最小的同时使系统容量最大。考虑图 2.4 所示的多用户 MIMO 下行链路系统,该系统有一个基站和多个用户,基站端有  $N_T$  个天线,接收端有  $K$  个用户,第  $k$  个用户有  $N_k$  个天线,总的接收天线数为  $N_R = \sum_{k=1}^K N_k$  个。定义接收信号为向量  $y$ ,可以表达为:

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & \cdots & T_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_K \end{bmatrix} = HTs + n \quad (3.1.9)$$

其中信道增益矩阵为  $H = [H_1^T \ H_2^T \ \cdots \ H_K^T]^T$  其每个元素均是服从  $N(0,1)$  的复高斯变量,其中  $H_k$  为发射端到第  $k$  个用户的信道增益矩阵,预编码矩阵为  $T = [T_1 \ T_2 \ \cdots \ T_K]$ ,  $W = [W_1 \ W_2 \ \cdots \ W_K]$  为接收端解码矩阵,用户的发射信号向量为  $s = [s_1 \ s_2 \ \cdots \ s_K]^T$ ,  $s_k$  为第  $k$  个用户的发射数据,  $n$  为系统噪声向量,其元素是统计独立同分布复高斯变量,服从  $N(0,1)$  分布。假设发射信号和噪声是统计独立的,则第  $k$  个用户的接收信号为:

$$y_k = H_k T_k s_k + H_k \sum_{i=1, i \neq k}^K T_i s_i + n_k \quad (3.1.10)$$

式(3.1.10)右边的第二项为用户间干扰,第三项为信道噪声。第  $k$  个用户的输出信号为:

$$\hat{s}_k = W_k H_k T_k s_k + W_k H_k \sum_{i=1, i \neq k}^K T_i s_i + W_k n_k \quad (3.1.11)$$

将信号能量进行归一化,即  $E(s_k s_k^H) = 1$ ,则预编码矩阵要满足  $\text{tr}(TT^H) \leq P$ ,  $P$  为发射功率,为了完全消除多用户干扰,限制条件为:

$$H_j T_k = 0, \forall k \neq j \quad (3.1.12)$$

定义  $\bar{H}_j = [H_1^T \ \cdots \ H_{j-1}^T \ H_{j+1}^T \ \cdots \ H_K^T]^T$ , 为了满足式(3.1.12)的零干扰限制

$T_j$  应该位于  $\bar{H}_j$  的零空间内。定义信道矩阵  $H$  的伪逆(pseudo-inversion)为<sup>[41]</sup>:

$$\tilde{H} = H^H (HH^H)^{-1} = [\tilde{H}_1 \quad \tilde{H}_2 \quad \cdots \quad \tilde{H}_K] \quad (3.1.13)$$

由矩阵知识可知  $\bar{H}_k \tilde{H}_k = 0$ 。即  $\tilde{H}_k$  位于  $\bar{H}_k$  的零空间内，对  $\tilde{H}_k$  进行 QR 分解:

$$\tilde{H}_k = \tilde{Q}_k \tilde{R}_k \quad (3.1.14)$$

从而得  $\bar{H}_k \tilde{Q}_k \tilde{R}_k = 0$ ，其中  $\tilde{Q}_k$  是列正交阵，由矩阵论知识可知它的列组成  $\tilde{H}_k$  的一组正交基， $\tilde{R}_k$  是上三角矩阵并且可逆，上式改写为

$$\bar{H}_k \tilde{Q}_k = 0 \quad (3.1.15)$$

预编码矩阵可取  $\tilde{Q}_k$  的列的一个线性组合，即  $T_k = Q_k G_k$ 。其中  $Q_k = \tilde{Q}_k$ ， $Q_k$  用于消除用户间干扰， $G_k$  用于优化系统性能。则(3.1.11)可以改写为

$$\hat{s}_k = W_k H_k Q_k G_k s_k + W_k n_k \quad (3.1.16)$$

我们采用 MMSE 准则对接收信号进行处理:

$$\text{目标函数: } \min E \left\{ \left\| \hat{s}_k - s_k \right\|^2 \right\}$$

$$\text{约束条件: } \text{tr}(G_k G_k^H) = N_k, k = 1, 2, \dots, K \quad (3.1.17)$$

对(3.1.17)式采用拉格朗日乘法求解，拉格朗日函数为:

$$L(\lambda, G_k, W_k) = E \left\{ \left\| \hat{s}_k - s_k \right\|^2 \right\} + \lambda \left( \text{tr}(G_k G_k^H) - N_k \right) \quad (3.1.18)$$

令  $\frac{\partial L}{\partial W_k} = 0$  得:

$$W = G_k^H Q_k^H H_k^H (\sigma_k^2 I + H_k Q_k G_k G_k^H Q_k^H H_k^H)^{-1} \quad (3.1.19)$$

我们只需找到最优的  $G_k$  代入上式即可得到解码矩阵。以实现系统和容量最大为目标:

$$\begin{aligned} C &= \max \sum_{k=1}^K \log_2 \left| I + \frac{1}{\sigma^2} H_k T_k T_k^H H_k^H \right| \\ \text{s.t. } &\text{tr}(T_k T_k^H) = N_k, k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad (3.1.20)$$

对  $H_k Q_k$  进行奇异值分解:

$$H_k Q_k = U_k \Lambda_k V_k^H \quad (3.1.21)$$

采用注水法分配功率<sup>[42-45]</sup>, 第  $k$  个用户的第  $i$  个子信道的功率为:

$$P_{k,i} = \left[ \eta - \frac{\sigma_k^2}{\gamma_{k,i}} \right]_+, \quad i = 1, 2, \dots, N_k \quad (3.1.22)$$

其中  $\gamma_{k,i}$  是对角阵  $\Lambda_k$  的第  $i$  个元素。 $\eta$  由等式  $\sum_{i=1}^{N_k} P_{k,i} = N_k$  确定。取  $G_{kopt} = V_k \Psi_k^{1/2}$ ,

其中  $\Psi_k$  是功率分配矩阵。

## 3.2 BD 算法

### 3.2.1 基于 SVD 分解的 BD 算法

对于多用户 MIMO 系统来说, BD 算法是一种广义信道求逆预编码<sup>[12]</sup>, 通过两个步骤得到线性预编码器和接收端滤波器。第一步, 我们需要寻找可以抑制其它用户干扰的预编码矩阵; 第二步, 每一个矩阵块被分解为多个并行的子信道以便于每个用户信号的解码。

假设  $\bar{L}_j = \text{rank}(\bar{H}_j)$ , 对  $\bar{H}_j$  进行奇异值分解(svd):

$$\bar{H}_j = \bar{U}_j \bar{\Lambda}_j [\bar{V}_j^{(0)} \bar{V}_j^{(0)}]^H \quad (3.2.1)$$

其中  $\bar{U}_j$  是左奇异向量组成的正交阵,  $\bar{\Lambda}_j$  是  $\bar{H}_j$  的奇异值按降序排列构成的矩阵,  $\bar{V}_j^{(0)}$  是由  $\bar{L}_j$  个非零奇异值对应的奇异向量构成的正交阵,  $\bar{V}_j^{(0)}$  是由零奇异值对应的  $(N_T - \bar{L}_j)$  个奇异向量构成的。由矩阵论可知,  $\bar{V}_j^{(0)}$  构成了  $\bar{H}_j$  零空间的一组正交基, 用  $\bar{V}_j^{(0)}$  乘以信道矩阵  $H$ , 那么第  $j$  个用户对应的零干扰的信道为  $H_j \bar{V}_j^{(0)}$ , 为了将信道分解为  $N_j$  个并行的子信道, 继续对  $H_j \bar{V}_j^{(0)}$  进行 SVD 分解:

$$H_j \bar{V}_j^{(0)} = U_j \Lambda_j V_j^H \quad (3.2.2)$$

然后取  $T_j = \bar{V}_j^{(0)} V_j$  和  $W_j = U_j^H$ , 第  $j$  个用户的输出信号改写为:

$$\hat{s}_j = \Lambda_j s_j + U_j^H n_j \quad (3.2.3)$$

应用上式，我们可以计算 BD 算法的可达和速率。总的发射功率为  $P_{total}$ ，定义  $\Phi_j$  为第  $j$  个用户的功率分配矩阵，其中  $\Phi_j$  是一个  $N_j$  维的非负对角阵，BD 算法最大化系统和速率  $R_{BD}$  的问题的数学描述为：

$$\begin{aligned} R_{BD} = \max_{\Phi_j} \sum_{j=1}^K \log_2 \det \left( I + \frac{(\Lambda_j)^2 \Phi_j}{\sigma_n^2} \right) \\ s.t. \sum_{j=1}^K Tr(\Phi_j) \leq P_{total} \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

最优的功率分配矩阵  $\Phi_j$  可以利用注水原理得到：

$$\Phi = diag\{\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \dots \quad \Phi_K\} \quad (3.2.5)$$

预编码矩阵和均衡矩阵为：

$$\begin{aligned} T^{BD} &= [\bar{V}_1^{(0)} V_1 \quad \bar{V}_2^{(0)} V_2 \quad \dots \quad \bar{V}_K^{(0)} V_K] \Phi^{\frac{1}{2}} \\ W^{BD} &= diag\{U_1^H \quad U_2^H \quad \dots \quad U_K^H\} \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

基于 SVD 分解的 BD 算法将信道分解为一系列的 SISO 信道，每个子信道具有不相等的 SNR，且信噪比较差的子信道决定了系统总的 BER 性能<sup>[46-48]</sup>。

### 3.2.2 基于 GTD 分解的 BD 算法

由矩阵论知识可知，任何矩阵  $A_{m \times n}$  都存在奇异值分解  $A = W \Lambda V^H$ ，其中  $W$  和  $V$  均为酉阵， $\Lambda$  为对角阵，其对角线元素为矩阵  $A$  的奇异值，基于奇异值分解和矩阵计算中的对称置换和双边 Givens 旋转得到矩阵  $A_{m \times n}$  另一种分解  $A = Q R P^H$ ，其中  $Q_{m \times m}$  和  $P_{n \times n}$  式酉阵， $R_{m \times n}$  是对角线元素是等值的上三角矩阵，其对角线元素  $r_{ii}$  定义为：

$$r_{ii} = \left( \prod_{i=1}^L \lambda_i \right)^{1/L}, \quad 1 \leq i \leq L \quad (3.2.7)$$

其中  $L$  为矩阵  $A_{m \times n}$  的秩， $\lambda_i$  为矩阵  $A_{m \times n}$  的奇异值，这就是广义三角分解即 GTD 分解<sup>[12]</sup>。我们使用 GTD 分解来代替 SVD 分解，由 GTD 分解的性质可知每

条子信道的 SNR、BER 相同，接收端采用 VBLAST 结构进行解码。MIMO 系统基于 GTD 分解的优化问题数学表达式为<sup>[27]</sup>：

$$\begin{aligned}
 & \max_{P,Q} \min \{r_{ii} : 1 \leq i \leq L\} \\
 & \text{s.t. } H = QRP^H, \quad Q^H Q = I, P^H P = I \\
 & \quad R \in \mathbb{R}^{L \times L} \\
 & \quad r_{ii} > 0, 1 \leq i \leq L \\
 & \quad r_{ij} = 0, \text{ for } i > j
 \end{aligned} \tag{3.2.8}$$

其中  $H$  是信道矩阵； $L$  为信道矩阵的秩；酉阵  $Q$  和  $P$  分别是接收端和发送端的线性运算矩阵，矩阵  $R$  为上三角矩阵， $r_{ij}$  为矩阵  $R$  的第  $(i, j)$  个元素并且定义为：

$$r_{ii} = \left( \prod_{i=1}^L \lambda_i \right)^{1/L}, \quad 1 \leq i \leq L \tag{3.2.9}$$

其中  $\lambda_i$  为信道矩阵  $H$  的奇异值。由式(3.1.9)可知，接收端信号可以表达为：

$$y = HTs + n \tag{3.2.10}$$

第  $i$  个用户的接收信号向量：

$$y_i = H_i T_i s_i + H_i \sum_{k=1, k \neq i}^K T_k s_k + n_i \tag{3.2.11}$$

为了消除用户间干扰， $H_i T_j$  需设置为零矩阵，也就是说  $T_i$  应位于  $\bar{H}_i$  的零空间内，所以上式可以简化为

$$y_i = H_i T_i s_i + n_i \tag{3.2.12}$$

对  $\bar{H}_i$  进行 QR 分解，记得到的酉阵为  $G_i$ ，那么  $G_i$  的列组成  $\bar{H}_i$  的零空间的一组正交基，对  $H_i G_i$  进行 GTD 分解：

$$H_i G_i = Q_i R_i P_i^H \tag{3.2.13}$$

因  $T_i$  位于  $\bar{H}_i$  的零空间内，所以  $T_i$  可以写成  $T_i = G_i P_i$ 。将  $T_i = G_i P_i$  和式(3.2.13)代入(3.2.12)可得：

$$y_i = Q_i R_i s_i + n_i \tag{3.2.14}$$

接收端我们考虑采用 VBLAST 检测结构，首先检测 SNR 最大的子信道，然

后串行的进行干扰抵消直到检测出所有信号<sup>[49-51]</sup>。定义均衡矩阵  $W_i = Q_i^H$ ，则均衡滤波器的输出为：

$$\hat{y}_i = Q_i^H y_i = R_i s_i + Q_i^H n_i = R_i s_i + \tilde{n}_i \quad (3.2.15)$$

其中  $\tilde{n}_i = Q_i^H n_i$  为等效噪声，因为  $Q_i^H$  为酉阵，所以信道噪声矢量的性质不会改变，将上式展开：

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_{i,1} \\ \hat{y}_{i,2} \\ \vdots \\ \hat{y}_{i,N_k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{i,11} & r_{i,12} & \cdots & r_{i,1N_k} \\ 0 & r_{i,22} & \ddots & r_{i,2N_k} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & r_{i,N_k N_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{i,1} \\ s_{i,2} \\ \vdots \\ s_{i,N_k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{n}_{i,1} \\ \tilde{n}_{i,2} \\ \vdots \\ \tilde{n}_{i,N_k} \end{bmatrix} \quad (3.2.16)$$

假设每次均正确检测，且忽略误差累加带来的影响，则检测信号为：

$$\hat{x}_{i,j} = s_{i,j} + \frac{1}{r_{i,jj}} \tilde{n}_{i,j} \quad (3.2.17)$$

因为  $R_i$  矩阵的对角元素相等，所以第  $i$  个用户所有的子信道具有相同的 SNR。上述算法中，预编码器和均衡器是分别进行设计的，下面我们介绍收发器的联合设计方案，也就是基于 GTD 分解的迭代算法。由前面的介绍我们可知第  $i$  个均衡器的输出为：

$$\hat{y}_i = W_i y_i \quad (3.2.18)$$

接收端接收信号  $\hat{y} = [\hat{y}_1 \ \hat{y}_2 \ \cdots \ \hat{y}_K]^T$ ，展开为矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} \hat{y}_1 \\ \hat{y}_2 \\ \vdots \\ \hat{y}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 H_1 T_1 & W_1 H_1 T_2 & \cdots & W_1 H_1 T_K \\ W_2 H_2 T_1 & W_2 H_2 T_2 & \cdots & W_2 H_2 T_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ W_K H_K T_1 & W_K H_K T_2 & \cdots & W_K H_K T_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n'_1 \\ n'_2 \\ \vdots \\ n'_K \end{bmatrix} \quad (3.2.19)$$

其中  $n'_i = W_i n_i$  为等效信道噪声，与上述方法不同的是为了消除用户间干扰，

$W_i H_i T_j$  需设置为零矩阵，也就是说对于任意的  $i \neq j$ ， $T_j$  应位于  $\bar{H}_i^{eq}$  的零空间内，

其中  $\bar{H}_i^{eq}$  为：

$$\bar{H}_i^{eq} = \begin{bmatrix} W_1 H_1 \\ \vdots \\ W_{i-1} H_{i-1} \\ W_{i+1} H_{i+1} \\ \vdots \\ W_K H_K \end{bmatrix} \quad (3.2.20)$$

所以第  $i$  个均衡滤波器的输出可以写为：

$$\hat{y}_i = W_i H_i T_i s_i + n_i' \quad (3.2.21)$$

定义  $G_i$  为  $\bar{H}_i^{eq}$  零空间的一组正交基，对  $H_i G_i$  进行 GTD 分解，

$$H_i G_i = Q_i R_i P_i^H \quad (3.2.22)$$

因  $T_i$  位于  $\bar{H}_i^{eq}$  的零空间内，所以  $T_i$  可以写成  $T_i = G_i P_i$ 。将  $T_i$  和式(3.2.22)、(3.2.18)代入式(3.2.21)可得：

$$y_i = Q_i R_i s_i + n_i \quad (3.2.23)$$

迭代算法的过程如下：

1. 对任意的  $i$ ，初始化  $W_i = I$ ；
2. 对每一个用户，计算  $\bar{H}_i^{eq}$  的零空间的正交基  $G_i$ ，对  $H_i G_i$  进行 GTD 分解，利用  $W_i = Q_i^H$  更新均衡矩阵  $W_i$ 。

3. 计算误差  $\Delta = \sum_{i=1}^K \|\bar{H}_i^e T_i\|^2$ ，如果  $\Delta$  小于我们设定的值  $10^{-10}$ ，则进行第 4 步，

反之返回到第 2 步，直到满足  $\xi \leq \xi_0$ 。

4. 利用  $T_i = G_i P_i$  计算预编码矩阵，然后对预编码矩阵进行归一化，保证信号功率不发生变化。

### 3.2.3 仿真分析

本小节我们通过 MATLAB 仿真软件对上述各种预编码的性能进行仿真分析，采用的准则是系统的 BER 和容量，我们假设发送端已知信道信息，采用平坦衰落信道，信道衰落参数是均值为零，方差为 1 的复高斯随机变量，假设噪声

是功率  $\sigma_n^2=1$  的加性高斯白噪声。

图 3.2 给出了 4 发 4 收 MIMO 系统采用 4QAM 调制方式、基于 ZF 和 MMSE 准则的误码率性能曲线，从图中可以看出，基于 MMSE 准则的线性预编码性能要优于 ZF 预编码，这是因为基于 MMSE 准则的预编码在消除干扰的同时也抑制了噪声对系统的影响，

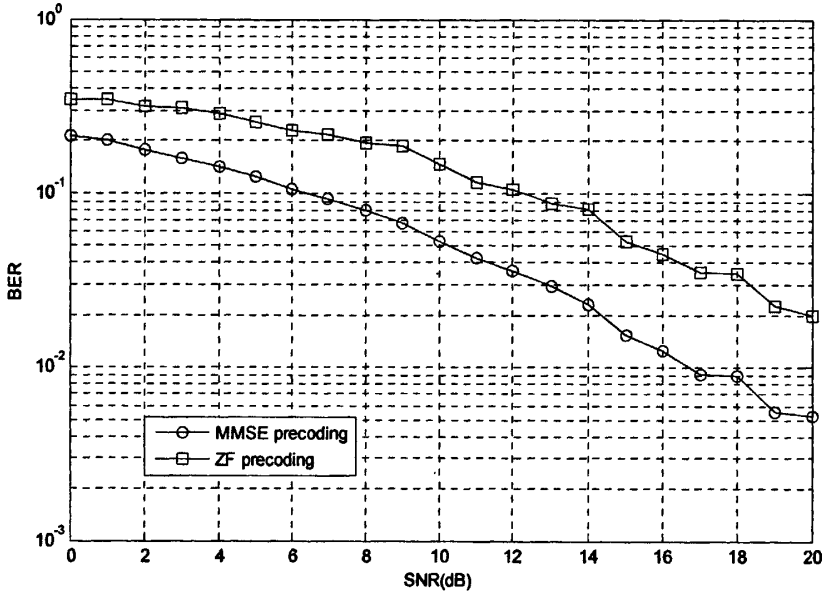


图 3.2 4 发 4 收 MIMO 系统基于 ZF 和 MMSE 准则的误码率性能

图 3.3 给出了基于 MMSE 的迫零预编码与其它几种预编码算法容量的比较，系统天线配置为  $(2,2,2,2) \times 8$ ，即基站端有 8 根发送天线，接收端用户数为 4，每个用户的天线数为 2，采用 QPSK 调制，在 BD 和广义迫零求逆(Generalized zero-forcing channel inversion, GZI)预编码中，均采用 SVD 分解和注水功率分配方法，因为在经典 BD 算法、均衡 BD 算法和 GZI 算法中功率分配矩阵相同，所以它们具有相同的信道容量，基于 MMSE 的联合预编码算法的容量表达式为：

$$C = \max \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^{N_k} \log_2 |\mathbf{I} + \text{SINR}_j|$$

从图中可以看出，基于 MMSE 的联合预编码算法对子信道的 SINR 有一定的改善，并且保留了系统的容量。

图 3.4 给出了基于 MMSE 的迫零预编码与其它几种预编码算法误码率的比较，系统天线配置为  $(2,2) \times 4$ ，即基站端有 4 根发送天线，接收端用户数为 2，每个用户的天线数为 2，采用 QPSK 调制，信道循环次数为 10000。从图中可以看出，所有的收发联合设计算法的性能均优于传统的基于 MMSE 准则的信道求逆预编码，在采用注水功率分配方法时，BD 算法和 GZI 算法的 BER 性能相似，与 GZI 算法相比，当 BER 达到  $10^{-2} \sim 10^{-3}$  时，ZF-MMSE 算法能够获得 4dB 的增益，随着 SNR 的增加，系统的优势更明显，另外由图 3.3 已知 ZF-MMSE 可以提高系统的 SINR，因此也将有更好的 BER 性能。

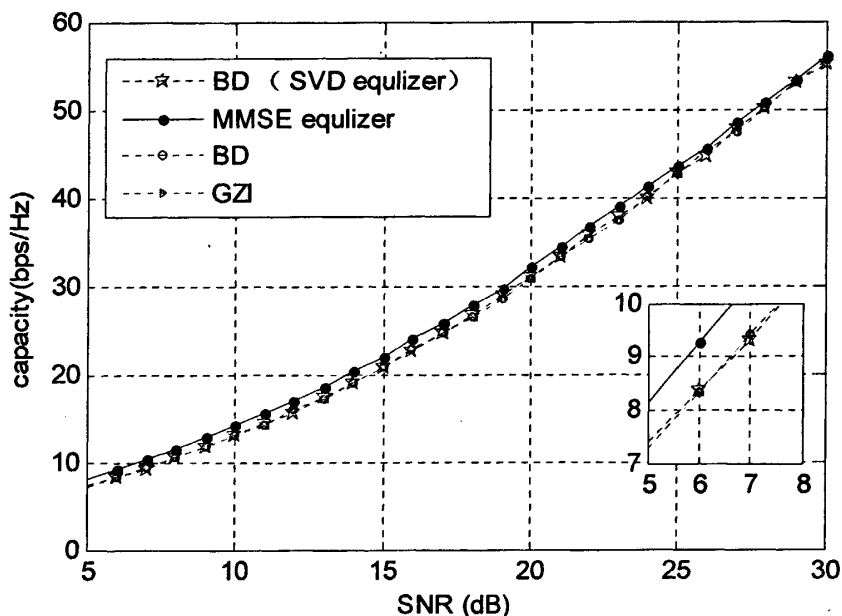


图 3.3 8 发 8 收多用户 MIMO 系统采用不同预编码算法容量性能

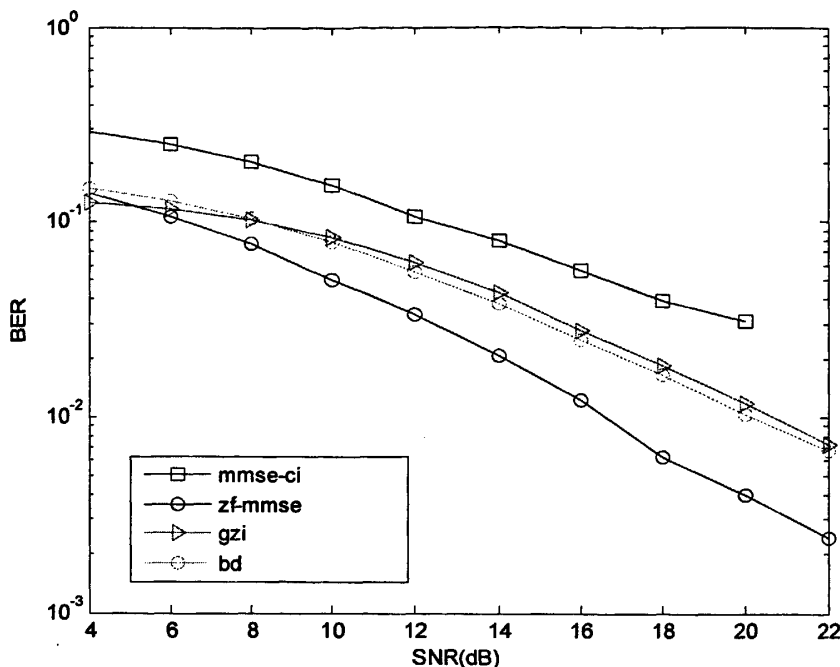


图 3.4 8 发 8 收多用户 MIMO 系统采用不同预编码算法 BER 性能

表 1 给出了天线配置为  $(2,2,2,2) \times 8$  时的各种预编码算法复杂度的比较比较，这里采用所需的浮点操作次数来衡量<sup>[11,12]</sup>，一次复数加法和乘法的浮点数分别为 2 和 6，复数相除可以看作是复数的相乘来计算浮点操作次数，所需的浮点操作数的计算公式如下：

- 1): 大小为  $a \times b, (a \geq b)$  矩阵的正交化，计算次数为：  $2b^2(a-b/3)$ ；
- 2): 大小为  $a \times b, (a \geq b)$  矩阵的 SVD 分解，计算次数为：  $6(9a^3 + 8a^2 + 4ab^2)$ ；
- 3): 大小为  $a \times b, (a \geq b)$  矩阵的 QR 分解，计算次数为：  $12a^2b$ ；
- 4): 大小为  $a \times a$  矩阵的求逆运算计算次数为：  $4a^3/3$ 。

表 3.1 计算复杂度比较

预编码算法	浮点数
BD	5632
GZI	1200
ZF-MMSE	1460

从表 3.1 中可以看出，GZI 和 ZF-MMSE 预编码的复杂度要低于 BD 预编码，这是因为 SVD 分解具有很高的复杂度，在 BD 预编码中采用了两次 SVD 分解，

而 GZI 和 ZF-MMSE 只用了一次 SVD 分解。

图 3.5 给出了基于 SVD 分解和 GTD 分解的 BD 预编码的 BER 性能比较, 调制方式为 4QAM, 信道为平坦衰落 MIMO 信道, 信道矩阵元素是零均值单位方差的复高斯随机变量, 信道循环实现次数为 10000, 系统噪声为自相关矩阵为单位阵的加性高斯白噪声, 基站端天线数为 4, 接收端用户数为 2, 每个用户天线均为 2, 由图可知基于 GTD 分解的 BD 预编码的 BER 性能要优于基于 SVD 分解的 BER 性能, 采用非迭代 GTD 算法时, 系统增益有 2dB 到 3dB 的提高, 采用迭代 GTD 算法时, 由图可知在低信噪比时, 系统 BER 性能有明显提高, 高信噪比时, 系统的 BER 逐渐趋于一个定值, 也就是出现了不收敛的情况。

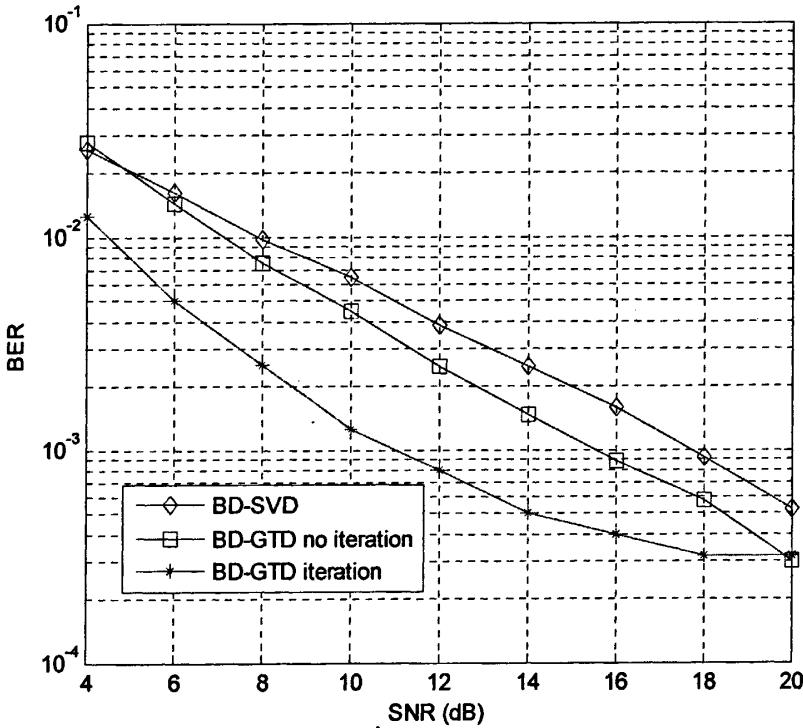


图 3.5 不同分解算法下的 BD 预编码 BER 性能

### 3.3 线性收发机的联合优化

#### 3.3.1 总功率受限下收发机的联合优化

在近几十年, MIMO 多天线系统以其在提高系统容量和频谱利用率方面表现

出的无与伦比的优越性而受到研究者的广泛关注, MIMO 系统可以通过空间复用技术获得较高的频谱效率, 但是, 空间复用技术对病态信道系统非常敏感, 为了克服这一缺点, 预编码技术被引用到 MIMO 系统当中。我们根据系统的信道状态信息, 在数据发射之前乘以一个矩阵即完成了预编码的过程。

本节我们重点研究线性预编码器和均衡器的联合设计, 假设发射端和接收端均已知信道状态信息, 采用 MMSE 设计准则求解最优的预编码器和均衡器。

### 1. 系统模型

图 3.1 是一个点对点的 MIMO 系统, 发射天线和接收天线数分别为  $N_T$  和  $N_R$ , 接收信号可以表示为:

$$y = Hx + n \quad (3.3.1)$$

其中  $y$  是  $N_R \times 1$  的接收信号向量,  $x$  是  $N_T \times 1$  的发送信号向量,  $H$  是  $N_R \times N_T$  的信道矩阵,  $n$  是  $N_R \times 1$  的噪声向量, 是均值为零, 方差为  $\sigma_n^2$  的复高斯随机变量, 输入数据信号  $s \in \mathbb{C}^M$  经过线性编码矩阵  $T$  处理, 形成发送数据向量  $x = Ts$ , 其中  $M$  是数据流的个数, 因此接收信号可以改写为:

$$y = HTs + n \quad (3.3.2)$$

将输入信号功率进行归一化, 定义输入信号的相关矩阵  $\phi_s = \langle ss^H \rangle = I$ , 系统噪声的相关矩阵  $\phi_n = \langle nn^H \rangle$ , 根据实际应用, 我们假设  $n$ 、 $s$  均为平稳随机过程, 根据数字信号处理相关矩阵的性质可知,  $\phi_s$ ,  $\phi_n$  均为正定阵, 而且是 Hermite 矩阵。假设输入数据向量和系统噪声向量是统计独立的, 系统发射功率为  $P$ , 则总功率限制条件为:

$$E\{\|x\|^2\} = \text{Tr}(TT^H) \leq P \quad (3.3.3)$$

接收机输出的估计数据信号为:

$$\hat{s} = Wy \quad (3.3.4)$$

其中  $W$  是  $M \times N_R$  的均衡器, 系统的均方误差 MSE 矩阵定义为:

$$\text{MSE}(W, T) = \langle (Wy - s)(Wy - s)^H \rangle \quad (3.3.5)$$

因此，均方误差定义为 MSE 矩阵的迹：

$$\tau = \text{Tr}(\text{MSE}(W, T)) \quad (3.3.6)$$

本章从线性角度来考虑上述问题，即发射机是线性的，接收机也是线性的，在总功率  $P$  的限制下，来求解发射数据向量的最小均方误差，这个问题的数学描述为：

$$\begin{aligned} \min_{T, G} \quad & \tau \\ \text{s.t.} \quad & \text{Tr}(TT^H) \leq P \end{aligned} \quad (3.3.7)$$

## 2. 线性均衡器的设计

对于预编码矩阵  $T$  已知的问题，均衡矩阵  $W$  可以单独优化，因此式(3.3.7)的优化问题可以这样描述，选择一个矩阵  $W$ ，使上式成立即可，人们已经对上述问题进行了深入的研究<sup>[52,53]</sup>，这里我们从另一角度入手，采用因式分解的方法来解决这个 MMSE 问题。根据式(3.3.5)我们得到：

$$\begin{aligned} \text{MSE}(W, T) &= \langle (Wy - s)(Wy - s)^H \rangle \\ &= \langle (WHTs + Wn - s)(WHTs + Wn - s)^H \rangle \\ &= (WHT - I) \langle ss^H \rangle (WHT - I)^H + W \langle nn^* \rangle W^H \\ &= W(HTT^H H^H + \phi_n)W^H - WHT - T^H H^H W^H + I \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

为了方便计算，我们定义  $LL^H = HTT^H H^H + \phi_n$ ，通过因式分解，MSE 矩阵分解成如下形式：

$$\begin{aligned} \text{MSE}(W, T) &= WLL^H W^H - WHT - T^H H^H W^H + I \\ &= WLL^H W^H - WLL^{-1}HT - T^H H^H LL^{-1}W^H + I \\ &= (WL - T^H H^H (L^{-1})^H)(L^H W^H - L^{-1}HT) \\ &\quad - T^H H^H (HTT^H H^H + \phi_n)^{-1} HT + I \end{aligned} \quad (3.3.9)$$

上式第一项是一个非负的 Hermitian 矩阵，所以我们令第一项为零，得 MMSE 解码器为：

$$W_{\text{MMSE}} = T^H H^H (HTT^H H^H + \phi_n)^{-1} \quad (3.3.10)$$

上式中我们得到的最佳均衡器就是维纳滤波器<sup>[12]</sup>。MMSE 矩阵可以进一步写为如下形式：

$$\begin{aligned}
 \text{MSE}(W_{\text{MMSE}}, T) &= -T^H H^H (HTT^H H^H + \phi_n)^{-1} HT + I \\
 &= -T^H H^H \phi_n^{-1} (\phi_n^{-1})^{-1} (HTT^H H^H + \phi_n)^{-1} HT + I \\
 &= -T^H H^H \phi_n^{-1} (HTT^H H^H \phi_n^{-1} + I) HT + I \\
 &= (T^H H^H \phi_n^{-1} HT + I)^{-1} = (M + I)^{-1}
 \end{aligned} \tag{3.3.11}$$

其中  $M = T^H H^H \phi_n^{-1} HT$ 。

### 3. 预编码器的设计

由上节结论可知  $\text{MSE}(W_{\text{MMSE}}, T)$  和均衡器  $W_{\text{MMSE}}$  是相互独立的，下面我们应用上述结论来优化预编码矩阵，式(3.3.7)的优化问题可以简化为：

$$\begin{aligned}
 T_{\text{MMSE}} &= \arg \min_T \text{Tr}(\text{MSE}(W_{\text{MMSE}}, T)) \\
 \text{s.t. } &\text{Tr}(T_{\text{MMSE}} T_{\text{MMSE}}^H) \leq P
 \end{aligned} \tag{3.3.12}$$

为了解上述问题，我们使用拉格朗日函数法，代价函数为：

$$\begin{aligned}
 \xi &= \text{Tr}((M + I)^{-1} + \lambda (\text{Tr}(T^H T) - P)) \\
 &= \text{Tr}((M + I)^{-1} + \lambda T^H T) - \lambda P
 \end{aligned} \tag{3.3.13}$$

其中  $\lambda$  是一个未知数，为了找到最优的  $\lambda$  和  $T_{\text{MMSE}}$ ，采用传统的做法，即对上式进行求导，使之对  $\lambda$  和  $T$  的导数分别为零。这里我们引进变分原理来求解导数问题，假设  $T$  是式(3.3.13)的最优解，我们用式子  $T(\varepsilon) = T + \varepsilon \Delta$  来代替  $T$ ，其中  $\varepsilon$  是一个非负标量， $\Delta$  是一个任意的  $N_T \times M$  的扰动矩阵，产生的代价误差为  $\xi(\varepsilon)$ ，在  $\varepsilon=0$  处取得极值。等价于：

$$\left. \frac{d\xi(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = 0 \tag{3.3.14}$$

根据公式：  $\frac{d}{d\varepsilon} \text{Tr}(A) = \text{Tr}\left(\frac{d}{d\varepsilon} A\right)$  和  $\frac{d}{d\varepsilon} A^{-1} = -A^{-1} \left(\frac{d}{d\varepsilon} A\right) A^{-1}$  对上式求导数得：

$$\begin{aligned}
 \left. \frac{d\xi(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} &= -\text{Tr}\{\lambda (\Delta^H T + T^H \Delta) \\
 &\quad + (M + I)^{-1} [(\Delta^H H^H \phi_n^{-1} HT + T^H H^H \phi_n^{-1} H \Delta)] ((M + I)^{-1})\}
 \end{aligned} \tag{3.3.15}$$

因为上式对任意的  $\Delta$  成立, 将  $\Delta$  用  $i\Delta$  代替, 上式仍然成立, 经过替换,  $\Delta^H$  将被  $-i\Delta^H$  替换, 将替换后的式子与上式相加得:

$$0 = \frac{d\xi(\varepsilon)}{d\varepsilon} \Big|_{\varepsilon=0} = \text{Tr} \left\{ - \left( (M+I)^{-1} \right)^2 T^H H^H \phi_n^{-1} H + \lambda T^H \right\} \Delta \} \quad (3.3.16)$$

已知  $\Delta$  是任意的, 所以对于  $\Delta = \left[ - \left( (M+I)^{-1} \right)^2 T^H H^H \phi_n^{-1} H + \lambda T^H \right]^H$  上式也应成立, 即

$$- \left( (M+I)^{-1} \right)^2 T^H H^H \phi_n^{-1} H + \lambda T^H = 0 \quad (3.3.17)$$

由上式可得

$$\lambda T^H = (M+I)^{-2} T^H H^H \phi_n^{-1} H, \quad (3.3.18)$$

利用 Hermitian 矩阵的性质上式可以写为下面的形式:

$$\lambda T = H^H \phi_n^{-1} H T (M+I)^{-1} (M+I)^{-1} \quad (3.3.19)$$

上式是优化  $T$  的一个关键等式, 由上式可知,  $T$  的求解是一个非线性方程的求解, 我们采用对角化矩阵的方法来求解上式。因为矩阵  $M$  是 Hermitian 矩阵, 所以存在一个  $N \times N$  的单位阵  $V$ , 可以对角化  $M$ ,

$$M = V^H D_M V \quad (3.3.20)$$

其中  $D_M$  是  $N \times N$  的对角矩阵, 因为  $M \geq 0$ , 所以  $D_M \geq 0$  是正定的, 同理, 因为  $H^H \phi_n H$  是 Hermitian 的, 所以存在  $N_T \times N_T$  的单位阵  $U$  使  $H^H \phi_n H$  对角化,

$$H^H \phi_n H = U^H D_n U \quad (3.3.21)$$

其中  $D_n \geq 0$  是  $N_T \times N_T$  的非负对角矩阵, 进一步我们将预编码矩阵写为如下形式:

$$T = U^H R V \quad (3.3.22)$$

其中  $R$  是未知的, 由  $M = T^H H^H \phi_n^{-1} H T$  得:

$$D_M = V M V^H = V \left( T^H H^H \phi_n^{-1} H T \right) V^H = R^H D_n R \quad (3.3.23)$$

因为  $D_n \geq 0$  是  $N_T \times N_T$  的非负对角矩阵, 所以  $R^H D_n R$  是非负对角的, 将式(3.3.20)

到(3.3.23)代入(3.3.19)得:

$$\lambda R = D_n R (R^H D_n R + I)^{-2} \quad (3.3.24)$$

上式是求解预编码矩阵的关键方程,显然矩阵  $R$  是对角阵,然后我们就可以求解预编码器  $T$ 。定义信道矩阵的秩为  $l$ , 其中  $l \leq \min(N_T, N_R)$ , 所以矩阵  $D_n$  的秩也是  $l$ , 矩阵  $D_n$  可以表达为:

$$D_n = \begin{bmatrix} (D_1)_{l \times l} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{N_T \times N_T} \quad (3.3.25)$$

其中  $D_1 = \text{diag}[d_1, d_2, \dots, d_l]$ , 则  $R^H \text{diag}[f(d_1), f(d_2), \dots, f(d_l)] R$  是对角矩阵, 其中  $f(d)$  是任意多项式。因为  $R = [R_1, R_2, \dots, R_l]$  是  $M \times l$  的, 所以选择合适的  $f(d)$ , 即  $f(d_k) = 1$ 、 $f(d_m) = 0, k \neq m$ , 使得  $R_k R_k^H$  是对角阵, 因为矩阵  $R$  的秩为  $l$ ,  $R_k$  含有并且只有一个非零元素, 并且分布在不同的行。所以  $R$  可以表示为以下形似:

$$R = \begin{bmatrix} (D)_{v \times v} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{N_T \times M} \quad (3.3.26)$$

其中  $v$  是预编码矩阵的秩, 并且  $v \leq l$ 。于是矩阵  $D_n$  可以修正为:

$$D_n = \begin{bmatrix} (D_1)_{v \times v} & 0 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix}_{N_T \times N_T} \quad (3.3.27)$$

将式(3.3.26)、(3.3.27)代入式(3.3.24)可得:

$$D = \left[ -(D_1)^{-1} + (D_1 \lambda)^{-\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.3.28)$$

此时拉格朗日乘子未知, 由功率限制条件  $-\text{Tr}(D_1^{-1}) + \text{Tr}(D_1^{-\frac{1}{2}}) \lambda^{\frac{1}{2}} = P$  得:

$$\lambda = \left( \frac{\text{Tr}(D_1^{-\frac{1}{2}})}{P + \text{Tr}(D_1^{-1})} \right)^2 \quad (3.3.29)$$

至此计算预编码矩阵  $T_{MMSE} = U^H R V$  所需的矩阵参数就全部求解出来了, 进而可以求出基于最小均方误差准则的最优预编码器。

#### 4. 均方误差的计算

由上述结论可以直接计算最小均方误差为:

$$\begin{aligned}\tau &= \text{Tr}(MSE(W_{MMSE}, T_{MMSE})) \\ &= \frac{(\text{Tr}(D_1^{-1/2}))^2}{P + \text{Tr}(D_1^{-1})}\end{aligned}\quad (3.3.30)$$

同时可以采用另一种因式分解来求解最小均方误差, 定义  $\text{rank}(\phi_n^{-1/2}H) = r$ , 对矩阵  $\phi_n^{-1/2}H$  进行奇异值分解:

$$\phi_n^{-1/2}H = U \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^H \quad (3.3.31)$$

其中  $U$  和  $V$  分别是  $N_R \times N_R$  和  $N_T \times N_T$  的酉阵,  $\Lambda = \text{diag}(\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_r)$  为  $r \times r$  对角阵, 其对角元素由矩阵  $\phi_n^{-1/2}H$  的奇异值构成, 因为矩阵  $VTT^H V^H$  是 Hermitian 的, 我们可以得到以下分解形式:

$$VTT^H V^H = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12}^H & D_{22} \end{bmatrix} \quad (3.3.32)$$

根据酉阵的性质, 功率限制条件可以表达为:

$$P = \text{Tr}(TT^H) = \text{Tr}(VTT^H V^H) = \text{Tr}(D_{11}) + \text{Tr}(D_{22}) = P_1 + P_2 \quad (3.3.33)$$

其中定义  $\text{Tr}(D_{11}) = P_1$ ,  $\text{Tr}(D_{22}) = P_2$ 。均方误差表达式为:

$$\tau = \text{Tr} \left( \left( \phi_n^{-1/2} H T T^H H^H \phi_n^{-1/2} + I \right)^{-1} \right) = \text{Tr} (I_r + \Lambda D_{11} \Lambda)^{-1} + N_R - r \quad (3.3.34)$$

因为  $N_R - r$  是已知的, 所以求解均方误差优化问题转化为:

$$\begin{aligned}\min \quad & \text{Tr} \left[ \text{Tr} (I_r + \Lambda D_{11} \Lambda)^{-1} \right] \\ \text{s.t.} \quad & \text{Tr}(D_{11}) = P_1\end{aligned} \quad (3.3.35)$$

采用拉格朗日函数法进行求解, 代价函数为:

$$\min \quad \text{Tr} \left[ (I_r + \Lambda D_{11} \Lambda)^{-1} + \lambda D_{11} - \lambda P_1 \right] \quad (3.3.36)$$

其中  $\lambda$  为拉格朗日乘子, 通过求导计算得:

$$D_{11} = \frac{(P_1 + \text{Tr}(\Lambda^{-2}))\Lambda^{-1}}{\text{Tr}(\Lambda^{-1})} - \Lambda^{-2} \quad (3.3.37)$$

最小均方误差为:

$$\tau = \frac{\left( \sum_{i=1}^r \frac{1}{\Lambda_i} \right)^2}{P_1 + \sum_{i=1}^r \frac{1}{\Lambda_i^2}} + N_R - r \quad (3.3.38)$$

可知  $P_i$  与均方误差成反比。

### 3.3.2 单天线功率受限下收发机的联合优化

与总功率受限的情况相比，所有已知条件相同，由上节可知在预编码矩阵已给定的条件下，均衡器可以单独设计，采用上节的结果，单天线功率受限下的联合收发机设计均方误差的优化问题变为：

$$\begin{aligned} T_{MMSE} &= \arg \min_F \text{Tr}(MSE(W_{MMSE}, T)) \\ \text{Tr}(T^H_{MMSE} e_i e_i' T_{MMSE}) &\leq P_i \end{aligned} \quad (3.3.39)$$

其中  $e_i$  是第  $i$  个元素为 1 其它元素为零的单位向量， $p_i$  为第  $i$  根天线的功率。

采用拉格朗日函数法，代价函数为：

$$\begin{aligned} \xi &= \text{Tr} \left( (M + I)^{-1} + \sum_{i=1}^{N_T} \lambda_i \left( \text{Tr}(T^H e_i e_i' T) - P_i \right) \right) \\ &= \text{Tr} \left( (M + I)^{-1} + \sum_{i=1}^{N_T} \lambda_i T^H e_i e_i' T \right) - \sum_{i=1}^{N_T} \lambda_i P_i \end{aligned} \quad (3.3.40)$$

其中  $M = T^H H^H \phi_n^{-1} H T$ ，定义  $\Lambda = \sum_{i=1}^{N_T} \lambda_i e_i e_i' = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_{N_T})$ ，对上式中的  $T$  和  $\lambda_i$  求导

并使导数为零，就可以得到  $T_{MMSE}$  和所有的  $\lambda_i$ 。参照上节中的求导过程得：

$$\Lambda T = H^H \phi_n^{-1} H T (M + I)^{-2} \quad (3.3.41)$$

上式是一个非线性方程的求解，我们采用迭代算法来求解预编码矩阵。

由式(3.3.41)可以得到以下等式：

$$\Lambda T T^H \Lambda = H^H \phi_n^{-1} H T (I + M)^{-2} = N N^H \quad (3.3.42)$$

其中  $N = H^H \phi_n^{-1} H T (I + M)^{-2}$ ，由  $e_i' T T^H e_i = p_i$ ，可以得到：

$$\Lambda^2 P = I_{N_T} \circ (N N^H) \quad (3.3.43)$$

其中  $P = \text{diag}(p_1, \dots, p_{N_r})$ ，预编码矩阵  $T$  为：

$$T = \left( P^{-1} \circ (NN^H) \right)^{-\frac{1}{2}} N \quad (3.3.44)$$

其中  $\circ$  代表笛卡尔乘积。相应的迭代过程如表 3.2 所示。

表 3.2 求解预编码器的迭代算法步骤

步骤	执行运算
1. 初始化	初始化预编码器 $T_0$ ，给定误差常量 $0 < \mu < 1$
2. 对于第 $k$ 次迭代，求 $M_k$	$M_k = T_k^H H^H \phi_n^{-1} H T_k$ (3.3.42)
3. 计算 $\Lambda_k$	$\Lambda_k^2 = P^{-1} \circ (N_k N_k^H)$
4. 计算 $W_k$	$W_k = T_k^H H^H (H T_k T_k^H H^H + \phi_n)^{-1}$
5. 计算 $\ W_k - W_{k-1}\ ^2$	若小于给定常量 $\mu$ 停止迭代，否则进行第 6 步
6. 更新 $T_{k+1}$	$T_{k+1} = \left( P^{-1} \circ (NN^H) \right)^{-\frac{1}{2}} N$ ，转到步骤 2

### 3.3.3 仿真分析

本小节我们将通过 MATLAB 软件对上述预编码算法进行仿真分析，在所有的仿真中，我们假设发射端和接收端均已知信道信息，采用 16QAM 调制方式，信道矩阵的元素是均值为零、单位方差的复高斯随机变量，噪声是功率  $\sigma_n^2=1$  的加性高斯白噪声，发送功率为 1，接收端采用 MMSE 均衡，信道循环实现次数为 2000。

图 3.6 给出了 2 发 2 收 MIMO 系统中，当 SNR 为 5dB、10dB 和 20dB 时的系统总功率受限下的最小 MSE 性能曲线，由图可知，随着 SNR 的增大，最小 MSE 逐渐减小， $P_1$  与均方误差成反比。当  $P_1$  为 1 时，MSE 取到最小值。图 3.7 和图 3.8 分别给出了 4 发 4 收 MIMO 系统采用 3.2.1 节中 BD-SVD 预编码、总功率受限下的收发器的联合优化和单天线功率受限下收发器联合优化的容量性能和 BER 性能曲线，由图可知，BD-SVD 预编码系统的容量略微高于单天线功率受限的收发器联合优化系统和总功率受限的收发器的联合优化系统，而且三种预编码算法在相同仿真条件获得的相近的 BER 性能曲线，即完全采用因式分解的

算法与 BD-SVD 算法相比保持了系统的容量和 BER 性能。

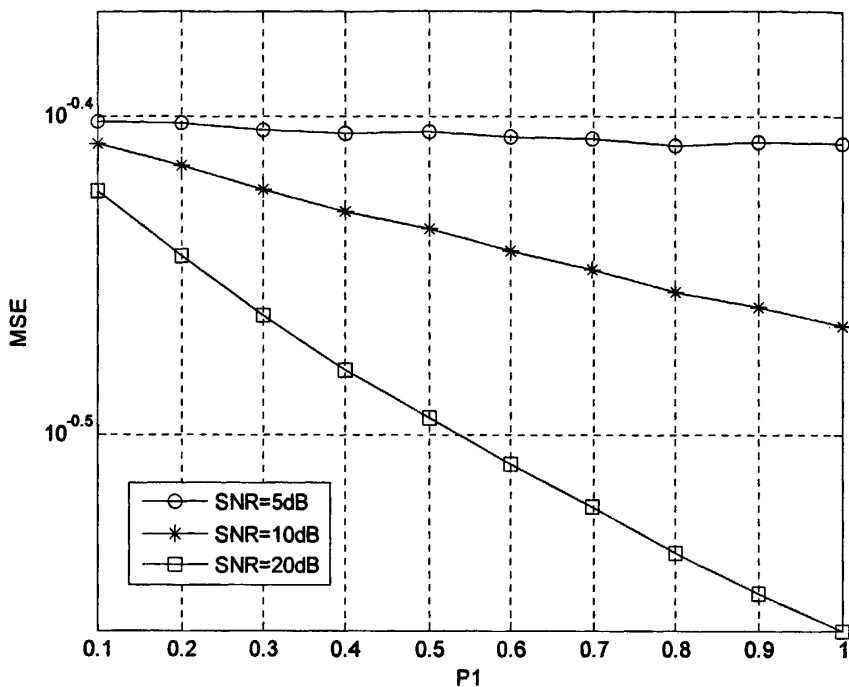


图 3.6 不同信噪比下最小 MSE 与 P1 的关系

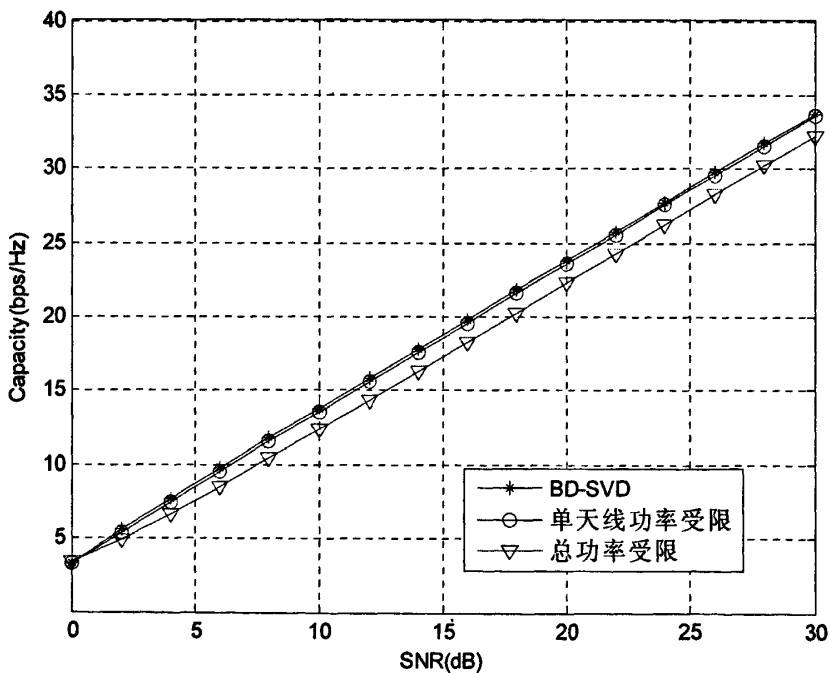


图 3.7 不同预编码算法下的容量性能

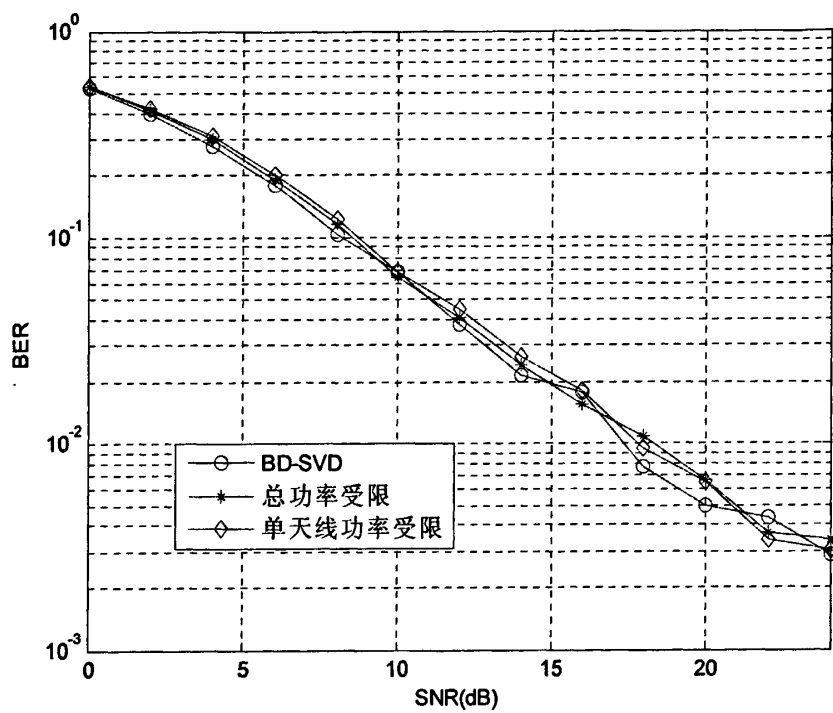


图 3.8 不同预编码算法下的 BER 性能

## 第四章 THP 预编码

上一章我们介绍了线性预编码的各种算法,本章我们重点研究模代数预编码(Tomlinson-Harashima preencoding, THP)。THP 预编码算法最早由 M.Tomlinson 和 H.Harashima 提出,它是将在接收机端的 DFE 移动到发射端来实现,思想来源是脏纸编码<sup>[12,54]</sup>。由于引进了取模运算,所以是一种非线性预编码技术。目前 THP 预编码准则主要有 ZF-THP、MMSE-THP、收发联合优化和鲁棒 THP 预编码的研究<sup>[55]</sup>,本章中我们假设信道信息在发送端是已知的,采用预编码器就可以完全消除多用户干扰,使系统具有较好的性能。

### 4.1 单用户的非线性 THP 预编码

#### 4.1.1 基于 QR 分解的单用户 ZF-THP

在 MIMO 系统中,与线性预编码相比,非线性的 THP 预编码器的结构较为复杂,该系统主要部分为取模单元、反馈滤波器和前馈滤波器。根据加权矩阵  $G$  位置的不同,THP 系统还可以分为集中式 THP 即  $G$  在基站端,分布式 THP 即  $G$  在接收端<sup>[56,58]</sup>。单用户 THP 预编码系统中,接收端只有一个用户,为了方便研究,我们假设基站端和用户端天线数相等均为  $N$ ,即信道矩阵为方阵。

单用户的 THP 系统框图如图 4.1 所示<sup>[59]</sup>:

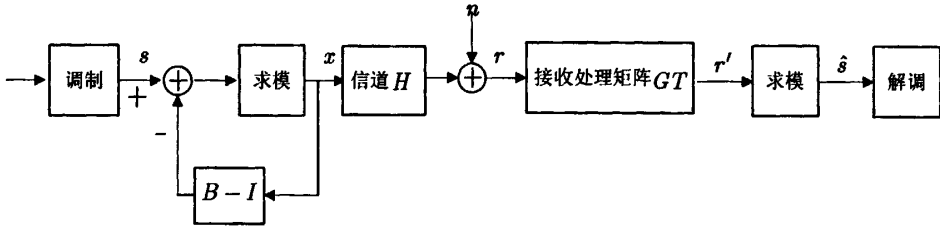


图 4.1 单用户 THP 预编码框图

其中  $s$  为已调信号向量,  $s$  中的元素均属于  $M$  进制正方形星座图:

$$\left\{ s_I + js_Q \mid s_I, s_Q \in \pm 1, \pm 3, \dots, \pm(\sqrt{M}-1) \right\}$$

$x$  是发射信号,其元素之间是相互独立的,  $B$  为反馈矩阵,  $T$  是接收端前馈矩阵,  $n$  表示系统噪声矢量,是均值为零,方差为  $\sigma_n^2$  的复高斯随机变量,  $n_1, n_2, \dots, n_N$  是

统计独立同分布的，方差为  $\sigma_n^2/2$ ，假设发送信号与噪声是独立的。 $G$  为加权矩阵，它的作用是在接收端给每个子数据流分别乘上一个加权因子， $y$  为接收信号，调制后的信源矢量进入到求模和反馈部分，取模运算数学表达为：

$$\text{mod}(x_k) = x_k - \left[ \frac{\text{Re}(x_k)}{2\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right] \cdot 2\sqrt{M} - j \left[ \frac{\text{Im}(x_k)}{2\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right] \cdot 2\sqrt{M} \quad (4.1.1)$$

其中  $x_k$ ， $k=1,2,\dots,N$  是发送矢量的第  $k$  个元素， $2\sqrt{M}$  为模数， $\text{Re}(\cdot)$  表示取实部， $\text{Im}(\cdot)$  表示取虚部， $[\cdot]$  表示向下取整。求模操作的目的是限制发送信号的功率，使其每一个元素实部和虚部都在  $[-\sqrt{M}, \sqrt{M}]$  内。

将信道矩阵进行 QR 分解

$$H = QR \quad (4.1.2)$$

其中  $Q_{N \times N}$  为酉阵， $R_{N \times N}$  为上三角矩阵，对角元素均为非负值。根据实际情况考虑，反馈矩阵应该设置为三角矩阵，这样就可以通过递归操作实现反馈。对  $R$  中对角元取倒数得加权矩阵  $G_{N \times N}$ ，

$$G = \begin{bmatrix} r_{11}^{-1} & & & \\ & r_{22}^{-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & r_{NN}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.1.3)$$

反馈矩阵由加权矩阵和上三角矩阵  $R$  相乘得到，即  $B = GR$ ，由于  $G$  和  $R$  的对角元互为倒数，所以  $B$  是一个单位上三角矩阵，即对角元为 1，即可实现逆序递归。采用上述矩阵结果，则发送信号可以写为如下形式：

$$\begin{aligned} x_k &= \text{mod}_{2\sqrt{M}} \left\{ s_k - \sum_{i=k+1}^N B_{k,i} x_i \right\} \\ &= s_k + d_k - \sum_{i=k+1}^N B_{k,i} x_i \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

其中  $d_k \in \{2\sqrt{M}(d_I + jd_Q) | d_I, d_Q \in Z\}$ ， $Z$  为整数集合。 $B$  是一个单位上三角矩阵，所以首先计算  $x_N$ ，以此类推，直到计算出第一个元素  $x_1$ 。反馈和求模运算矩阵形式表达式为：

$$\begin{aligned}
 \text{mod}_{2\sqrt{M}}(s - (B - I)x) &= x \\
 s - (B - I)x + d &= x \\
 x &= B^{-1}(s + d) \\
 &= B^{-1}u
 \end{aligned} \tag{4.1.5}$$

其中  $u = s + d$  为等效信号矢量，则取模运算可以用线性运算代替：

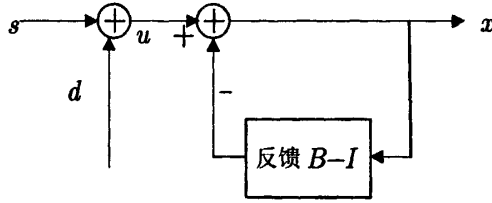


图 4.2 发送端预处理等效图

发送信号经过无线信道后，接收端收到的信号向量为：

$$r = Hx + n \tag{4.1.6}$$

接收端求模模块的输入信号为：

$$\begin{aligned}
 r' &= GT(Hx + n) \\
 &= GTHB^{-1}u + GTn \\
 &= u + GTn
 \end{aligned} \tag{4.1.7}$$

其中  $GTn$  为系统等效噪声，采用迫零原则，要求  $GTHB^{-1} = I$ ，从而可得  $T = Q^H$ ，前馈矩阵  $T$  为酉阵并不改变发送信号的功率。经过与发送端相同的求模处理，恢复发送信号向量：

$$\begin{aligned}
 \hat{s} &= \text{mod}_{2\sqrt{M}}(r') \\
 &= s + GTn
 \end{aligned} \tag{4.1.8}$$

由推导过程可以看出，若等效信道噪声较小，即不会使信号矢量超出它的星座空间，则可准确的恢复出发送信号。由等效噪声的表达式  $GTn$  可知，前馈矩阵为酉阵，不会改变发送信号和接收噪声的功率，但是加权矩阵将噪声矢量  $n$  的相应元素的方差放大了  $r_{ii}^{-2}$  倍，其中  $i = 1, 2, \dots, N$ 。如果等效噪声太大，求模输出会出现误差。通过上述处理可知，发送数据与均衡后的数据相比，只相差等效噪声，信道对数据的干扰被消除，这就是迫零预编码。

#### 4.1.2 基于 QR 分解的单用户 MMSE-THP

与基于 QR 分解的单用户的 ZF-THP 相对应，本节我们将介绍 THP 预编码

的另一准则，即最小均方误差 MMSE 准则<sup>[60]</sup>，它基本思想是在满足功率约束的条件下，使接收到的信息矢量与发送的信息矢量的误差最小，而不是像迫零预编码那样将干扰进行迫零处理<sup>[57,60]</sup>。

由图 4.1 和 4.2 可知，接收端求模操作输入数据向量  $r'$  与发送端反馈信道的输入向量  $u$  对应，接收误差表达式为：

$$\begin{aligned} e &= r' - u \\ &= (GTH - B)x + GTn \end{aligned} \quad (4.1.9)$$

定义等效噪声  $\bar{n} = GTn$ ，我们要解决的问题是在功率受限的条件下，合理的设置反馈矩阵、前馈矩阵和加权矩阵使接收到的信息矢量与发送的信息矢量的误差最小，求解最小均方误差的数学描述为：

$$\begin{aligned} \arg \min E \left[ \|(GTH - B)x + GTn\|^2 \right] \\ \|x\|^2 \leq P_T \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

其中  $P_T$  为系统发送总功率，根据正交原理可知，接收向量  $r$  和误差向量  $e$  是正交的，即  $E[er^H] = 0$ ，将  $e = r' - u$  和  $u = Bx$  代入可得  $E[GTrr^H - Bxr^H] = 0$ ，将接收信号表达式  $r = Hx + n$  带入上式可得：

$$GT \left[ \sigma_x^2 HH^H + \sigma_n^2 I \right] = B \sigma_x^2 H^H \quad (4.1.11)$$

令  $\theta = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_x^2}$ ，其中  $\sigma_x^2$  为发送信号矢量的功率， $\sigma_n^2$  为噪声矢量功率，发送信号与

系统噪声相互独立。为了不改变信号功率，我们同样假设  $T$  为酉阵，化简上式可得：

$$TT^H = G^{-1}BH^H \left[ HH^H + \theta I \right]^{-1} \left[ HH^H + \theta I \right]^{-H} HB^H G^{-H} = I \quad (4.1.12)$$

与上节相同，反馈矩阵仍设置为三角矩阵以满足实际需要，这里我们设置反馈矩阵为上三角矩阵  $B = GR$ ，代入上式可得：

$$RR^H = \left[ HH^H + \theta I \right] H^{-H} H^{-1} \left[ HH^H + \theta I \right]^H \quad (4.1.13)$$

这里我们采用 QR 分解来直接求解，对  $H^{-1} \left[ HH^H + \theta I \right]^H$  进行 QR 分解：

$$H^{-1} \left[ HH^H + \theta I \right]^H = QR \quad (4.1.14)$$

对得到的上三角矩阵  $R$  的对角线元素取倒数即可得到加权矩阵  $G_{N \times N}$  为:

$$G = \text{diag}[r_{11}^{-1}, r_{22}^{-1}, \dots, r_{NN}^{-1}] \quad (4.1.15)$$

前馈矩阵为:

$$T = RH^H [HH^H + \theta I]^{-1} \quad (4.1.16)$$

#### 4.1.3 基于 GTD 分解的单用户 THP

与上节采用 QR 分解不同, 本节采用一种新的矩阵分解方法即 GTD 分解来改进 THP 预编码结构。假设基站端和接收端均装有多根天线, 为了方便讨论, 假设收发天线数均为  $N$ , 信道矩阵是满秩的, 结构框图如图 4.3 所示:

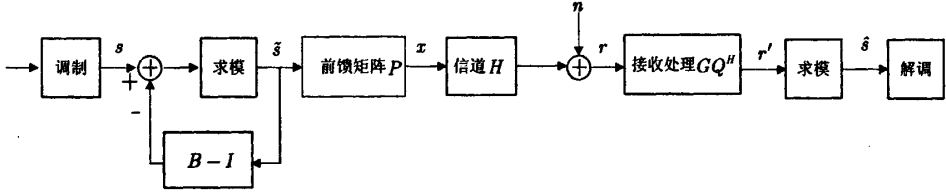


图 4.3 基于 GTD 分解的单用户 THP 预编码系统

图中所示的调制、反馈和求模部分和上节中的定义相同, 前馈矩阵为  $P$ , 发送信号向量经过前馈矩阵和无线信道后到达接收端, 经过接收处理后的输出信号矢量为:

$$\begin{aligned} r' &= GQ^H r \\ &= GQ^H (Hx + n) \\ &= GQ^H H P B^{-1} u + GQ^H n \end{aligned} \quad (4.1.17)$$

其中  $GQ^H n$  是接收端等效噪声,  $G_{N \times N}$  为接收端加权矩阵, 和  $Q^H$  一起构成接收端处理矩阵。接收信号经过与发送端相同的求模处理, 则可准确的恢复出发送信号矢量。发送信号是正交的, 自相关矩阵为单位阵, 发送信号与系统噪声是相互独立的。

1. 采用 ZF 准则, 若  $GQ^H H P B^{-1} = I$ , 则  $r' = u + GQ^H n$ , 这就是我们期望的结果, 我们采用 GTD 分解来设置相应的反馈矩阵、前馈矩阵和接收处理矩阵, 以满足上述干扰迫零的条件, 得到我们期望的结果, 对信道矩阵进行 GTD 分解:

$$H = Q R P^H \quad (4.1.18)$$

其中  $Q_{N \times N}$  和  $P_{N \times N}$  是酉阵,  $R$  是对角元素为实数的上三角矩阵, 对角元素为信道矩阵的奇异值的几何平均值, 对角线元素为<sup>[28]</sup>:

$$r_{ii} = \left( \prod_{\sigma_j > 0} \sigma_j \right)^{1/N}, 1 \leq i \leq N \quad (4.1.19)$$

同样考虑该系统的物理可行性, 取酉阵  $P$  为系统前馈矩阵, 接收端处理矩阵为  $Q^H$ , 矩阵  $R$  的对角元素取倒数构成加权矩阵  $G$ 。反馈矩阵  $B = GQ^H HP = GR$  为上三角矩阵, 对角元素为 1, 经过迫零处理, 接收信号为  $r' = u + GQ^H n$ , 若等效信道噪声较小, 接收信号经过与发送端相同的求模处理后, 即不会使信号矢量超出它的星座空间, 则可准确的恢复出发送信号矢量, 由于加权矩阵有可能放大系统噪声功率, 使等效噪声不够小, 则恢复出的发送信号就会存在误差。我们采用最小均方误差预编码来提高系统性能。

2. 与基于 GTD 分解的单用户的 ZF-THP 相对应, 这里我们将介绍基于 GTD 分解的最小均方误差 MMSE-THP 预编码, 与基于 QR 分解的 THP 预编码类似, 它基本思想是在满足功率约束的条件下, 合理设置反馈矩阵、前馈矩阵和加权矩阵, 使得接收端接收到的信息矢量与发送端对应的信息矢量的均方误差最小, 而不是将干扰进行迫零处理。

参考图 4.3 的预编码模型, 基于 MMSE 准则, 系统误差向量表达式为:

$$\begin{aligned} e &= r' - u \\ &= GQ^H (Hx + n) - B\tilde{s} \\ &= (GQ^H HP - B)\tilde{s} + GQ^H n \end{aligned} \quad (4.1.20)$$

定义等效噪声  $\bar{n} = GQ^H n$ , 则求解最小均方误差的数学描述为:

$$\begin{aligned} \arg \min E \left[ \left\| (GQ^H HP - B)\tilde{s} + GQ^H n \right\|^2 \right] \\ \left\| x \right\|^2 \leq P_T \end{aligned} \quad (4.1.21)$$

其中  $P_T$  为系统发送总功率, 我们同样采用正交原理:

$$E[er^H] = 0 \quad (4.1.22)$$

也就是说接收向量  $r$  和误差向量  $e$  是正交的, 将  $e = r' - u$ ,  $u = B\tilde{s}$ ,  $r = Hx + n$  带入上式得:

$$GQ^H \left( HP\sigma_i^2 P^H H^H + \sigma_n^2 I \right) = B\sigma_i^2 P^H H^H \quad (4.1.23)$$

令  $\theta = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_i^2}$ ，其中  $\sigma_i^2$  是发送信号的功率，得到前馈矩阵  $P$  满足：

$$GQ^H \left( HPP^H H^H + \theta I \right) = BP^H H^H \quad (4.1.24)$$

其中  $Q_{N \times N}$  和  $P_{N \times N}$  是酉阵，令  $B = GR$ ，进而可得：

$$P^H P = B^{-1} GQ^H \left( HH^H + \theta I \right) H^{-H} H^{-1} \left( HH^H + \theta I \right) QG^H B^{-H} \quad (4.1.25)$$

$$QRP^H PR^H Q^H = \left[ HH^H + \theta I \right] H^{-H} H^{-1} \left[ HH^H + \theta I \right] \quad (4.1.26)$$

直接对  $(HH^H + \theta I)H^{-H}$  进行 GTD 分解：

$$(HH^H + \theta I)H^{-H} = QRP^H \quad (4.1.27)$$

取酉阵  $P$  为系统前馈矩阵，接收端处理矩阵为  $Q^H$ ，矩阵  $R$  的对角元素取倒数构成增益矩阵  $G$ 。反馈矩阵  $B = GR$ ，误差矢量  $e$  的自相关矩阵为：

$$\begin{aligned} R_{ee} &= E[ee^H] \\ &= \left( GQ^H HP - B \right) \sigma_i^2 \left( GQ^H HP - B \right)^H + \sigma_n^2 GG^H \end{aligned} \quad (4.1.28)$$

将通过 GTD 分解得到的反馈矩阵、前馈矩阵和加权矩阵代入得：

$$R_{ee} = \sigma_n^2 G^2 + \sigma_n^2 \theta GH^{-H} H^{-1} G \quad (4.1.29)$$

基于 MMSE 准则的 THP 预编码算法考虑了系统噪声带来的影响，因此性能要优于迫零 THP 预编码。

## 4.2 多用户非线性 THP 预编码

### 4.2.1 基于 QR 分解的多用户 ZF-THP

在单用户的基础上，本节重点介绍多用户系统的非线性预编码技术<sup>[58]</sup>，图 4.4 所示为多用户 THP 预编码框图，接收端用户数为  $K$ ，基站端发送天线数为  $N$ ，假设每个用户为单天线，则  $K=N$ 。在多用户系统中，接收端各用户之间不能进行协作，因此前馈矩阵设置在发送端。

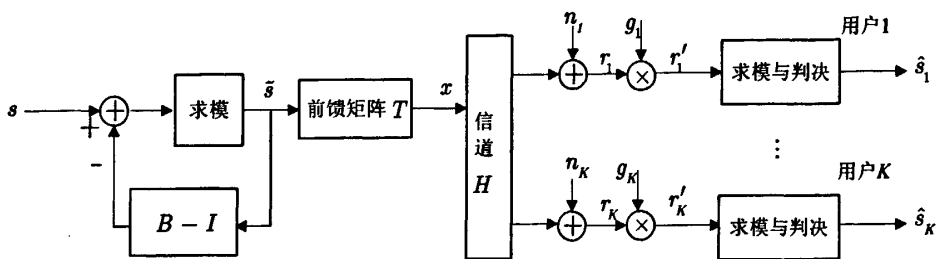


图 4.4 多用户 THP 预编码框图

同理对信道矩阵进行 QR 分解

$$H = QR \quad (4.2.1)$$

其中信道矩阵  $H$  为  $N \times N$  的复矩阵,  $Q$  为  $N \times N$  的酉阵,  $R$  为  $N \times N$  的上三角矩阵, 对角元素均为非负值。对  $R$  中对角元取倒数得加权矩阵  $G_{N \times N}$ ,

$$G = \begin{bmatrix} r_{11}^{-1} & & & \\ & r_{22}^{-1} & & \\ & & \ddots & \\ & & & r_{NN}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.2.2)$$

在接收端每个用户的子数据流均被  $r_{ii}^{-1}$  加权, 其中  $i = 1, 2, \dots, N$ 。反馈矩阵  $B = GR$ , 由于  $G$  和  $R$  的对角元互为倒数, 所以  $B$  是一个单位上三角矩阵, 即对角元为 1。发送信号经过无线信道后, 接收端收到的信号向量为:

$$r = Hx + n \quad (4.2.3)$$

其中  $n$  表示系统噪声矢量, 是均值为零, 方差为  $\sigma_n^2$  的复高斯随机变量,  $n_1, n_2, \dots, n_N$  是统计独立同分布的, 方差为  $\sigma_n^2/2$ , 分别对应于每个用户的噪声。接收端求模模块的输入信号为:

$$\begin{aligned} r' &= G(HTx + n) \\ &= GHTB^{-1}u + Gn \\ &= u + Gn \end{aligned} \quad (4.2.4)$$

其中  $Gn$  为系统等效噪声, 采用迫零原则, 要求  $GHTB^{-1} = I$ , 从而可得  $T = Q^H$ , 前馈矩阵  $T$  为酉阵并不改变发送信号的功率。再经过与发送端相同的求模处理, 恢复发送信号向量:

$$\begin{aligned}\hat{s} &= \text{mod}_{2\sqrt{M}}(r') \\ &= s + Gn\end{aligned}\quad (4.2.5)$$

若等效信道噪声较小,即不会使信号矢量超出它的星座空间,则可准确的恢复出发送信号,如果等效噪声太大,求模输出会出现误差。通过上述处理可知,发送数据与均衡后的数据相比,只相差等效噪声,信道对数据的干扰被消除,这就是迫零预编码。

#### 4.2.2 基于 QR 分解的多用户 MMSE-THP

误差表达式为:

$$\begin{aligned}e &= r' - u \\ &= G(Hx + n) - B\tilde{s} \\ &= (GHT - B)\tilde{s} + Gn\end{aligned}\quad (4.2.6)$$

定义等效噪声  $\tilde{n}=Gn$ , 则求解最小均方误差的数学描述为:

$$\begin{aligned}\arg \min E \left[ \|(GHT - B)\tilde{s} + Gn\|^2 \right] \\ \|x\|^2 \leq P_T\end{aligned}\quad (4.2.7)$$

其中  $P_T$  为系统发送总功率,采用正交原理  $E[er^H] = 0$ ,也就是说接收向量  $r$  和误差向量  $e$  是正交的,将  $e = r' - u$ ,  $u = B\tilde{s}$ ,  $r = HTx + n$  带入上式:

$$G\left(HT\sigma_s T^H H^H + \sigma_n^2 I\right) = B\sigma_s T^H H^H \quad (4.2.8)$$

令  $\theta = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_s^2}$ , 其中  $\sigma_s$  是求模输出信号的功率。为了不改变信号功率,我们同样假设  $T$  为酉阵:

$$TT^H = B^{-1}G\left[HH^H + \theta I\right]H^{-H}H^{-1}\left[HH^H + \theta I\right]G^HB^{-H} = I \quad (4.2.9)$$

令  $B = GR$ , 得  $RR^H = \left[HH^H + \theta I\right]H^{-H}H^{-1}\left[HH^H + \theta I\right]$ , 对  $H^{-1}(HH^H + \theta I)$  进行 QR 分解:

$$H^{-1}(HH^H + \theta I) = QR \quad (4.2.10)$$

对矩阵  $R$  的对角元素取倒数构造增益矩阵  $G = \text{diag}[r_{11}^{-1}, r_{22}^{-1}, \dots, r_{NN}^{-1}]$ , 反馈矩阵  $B = GR^H$ , 前馈矩阵  $T = Q$ 。误差矢量  $e$  的自相关矩阵为:

$$\begin{aligned}
 R_{ee} &= E[ee^H] \\
 &= (GHT - B)R_s(GHT - B)^H + \sigma_n^2 GG^H
 \end{aligned} \tag{4.2.11}$$

将通过 QR 分解得到的反馈矩阵、前馈矩阵和加权矩阵代入得：

$$R_{ee} = \sigma_n^2 G^2 + \sigma_n^2 \theta GH^{-H} H^{-1} G \tag{4.2.12}$$

### 4.2.3 基于 GTD 分解的多用户 THP

本节在单用户迫零的 GTD-THP 预编码的基础上分析基于 ZF 准则的 GTD-THP 预编码方案。与基于 ZF 准则的单用户 GTD-THP 预编码思想类似：利用信道信息设置合适的反馈矩阵  $B$ 、前馈矩阵  $P$ 、加权矩阵  $G$  和接收处理矩阵  $Q^H$ ，使用户间干扰迫零，基于 GTD 分解的多用户 THP 预编码系统框图如图 4.5 所示。

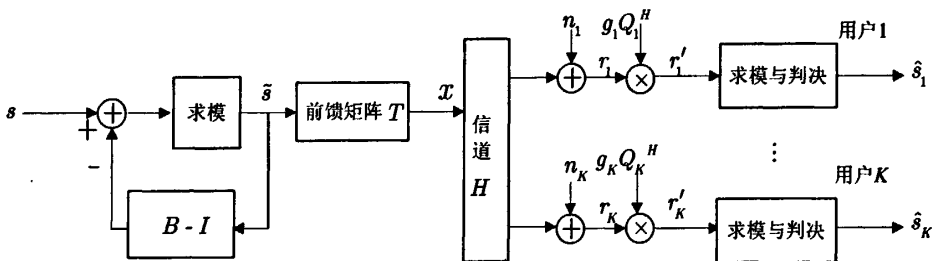


图 4.5 基于 GTD 分解的多用户 THP 预编码系统

考虑一个有  $K$  个用户的多用户 MIMO 信道，发送天线数为  $N_T$ ，第  $k$  个接收

端的接收天线数为  $N_k$ ，总的接收天线数为  $N_R = \sum_{k=1}^K N_k$ 。信道矩阵  $H$  是  $N_R \times N_T$

的复矩阵，信道矩阵的每个元素都是零均值、单位方差的独立同分布的复高斯随机变量， $h_{ij}, j = 1, 2, \dots, N_T; i = 1, 2, \dots, N_R$ ，表示发射天线  $j$  到接收天线  $i$  之间的信道增益。

$s$  是  $N_T$  维发送信号向量，信道噪声向量  $n = [n_1, n_2, \dots, n_{N_R}]^T$ ，其中  $n_i$ ，

$i = 1, 2, \dots, N_R$  表示第  $i$  个接收天线的信道噪声，噪声矢量的每个元素是零均值、

方差为  $\sigma_n^2$  的复高斯随机变量。对信号矩阵进行 GTD 分解：

$$H = QRP^H \tag{4.2.13}$$

其中  $Q = \text{diag}\{Q_1 \ Q_2 \ \dots \ Q_K\}$  是  $N_R \times N_R$  维的块对角矩阵，每一块  $Q_k$ ， $k = 1, 2, \dots, K$  是  $N_k \times N_k$  的酉阵。 $P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & \dots & P_K \end{bmatrix}$  是  $N_T \times N_R$  维的酉矩阵，且  $P_k$ ， $k = 1, 2, \dots, K$  是  $N_T \times N_k$  维的矩阵。 $R$  是对角元素为实数的上三角矩阵，对角元素为信道矩阵的奇异值的几何平均值，对角线元素为：

$$r_{ii} = \left( \prod_{\sigma_j > 0} \sigma_j \right)^{1/r}, 1 \leq i \leq r \quad (4.2.14)$$

其中  $r$  是信道矩阵的秩，发送信号向量  $s$ ，经过各矩阵处理后，在接收端取模操作的输入信号定义为等效接收信号  $r'$ ，可表示为：

$$\begin{aligned} r' &= GQ^H r \\ &= GQ^H (Hx + n) \\ &= GQ^H H P B^{-1} s + GQ^H n \end{aligned} \quad (4.2.15)$$

干扰迫零的条件为  $GQ^H H P B^{-1} = I$ ，因为在多用户 MIMO 系统中，接收端用户间没有协作，所以很难直接采用迫零技术消除用户间干扰，在线性预编码中，BD 算法可以将 MIMO 信道分解为多个独立并行的子信道，每个子信道之间互不干扰，这里我们参考线性预编码中的 BD 算法，也将系统进行对角化，接收处理矩阵写成一个块对角化的形式：

$$Q^H = \begin{bmatrix} Q_1^H & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_2^H & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & Q_K^H \end{bmatrix} \quad (4.2.16)$$

其中每一个块  $Q_k^H$ ， $k = 1, 2, \dots, K$  分别对应一个用户，为了不改变接收信号和噪声功率，接收处理矩阵设置为酉阵。假设发送端已知精确的信道信息，为了不改变发送信号的功率，前馈矩阵  $P$  设置为酉阵即可，为保证该系统的物理可实现性且不改变原信号向量的功率，设置反馈矩阵  $B$  为单位三角矩阵，即对角线上的元素为 1。

将信道的 GTD 分解展开为矩阵乘积的形式为：

$$\begin{bmatrix} H_1 \\ H_{eq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ \Theta & R_{eq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^H \\ P_{eq}^H \end{bmatrix} \quad (4.2.17)$$

其中  $P_{eq} = [P_2 \cdots P_K]$ ,  $Q_{eq} = [Q_2 \cdots Q_K]$ 。  $H_1$  和  $P_1^H$  是  $N_1 \times N_T$  的矩阵,  $R_1$  和  $Q_1$  是  $N_1 \times N_1$  维的方阵,  $H_{eq}$  表示除第一个用户外其它所有用户的信道构成的矩阵, 将式(4.2.17)展开得:

$$H_1 = Q_1 R_1 P_1^H \quad (4.2.18)$$

$$H_{eq} = Q_{eq} \Theta P_1^H + Q_{eq} R_{eq} P_{eq}^H \quad (4.2.19)$$

其中式 (4.2.18) 即是第一个用户的信道矩阵的 GTD 分解, 式 (4.2.19) 两边左乘  $Q_{eq}^H$  然后右乘  $P_1$ , 可得  $\Theta = Q_{eq}^H H_{eq} P_1$ 。因为前馈矩阵  $P = [P_1 \ P_2 \ \cdots \ P_K]$  是酉阵, 将其展开:

$$P^H P = \begin{bmatrix} P_1^H \\ P_2^H \\ \vdots \\ P_K^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & \cdots & P_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1^H P_1 & P_1^H P_2 & \cdots & P_1^H P_K \\ P_2^H P_1 & P_2^H P_2 & \vdots & P_2^H P_K \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_K^H P_1 & P_K^H P_2 & \cdots & P_K^H P_K \end{bmatrix} = I \quad (4.2.20)$$

其中  $P_{eq}^H P_1 = 0$ ,  $P_1^H P_1 = I$ , 对式(4.2.19)两边同时乘矩阵  $I - P_1 P_1^H$  得:

$$H_{eq} (I - P_1 P_1^H) = Q_{eq} R_{eq} P_{eq}^H \quad (4.2.21)$$

这样就得到了与式(4.2.17)相同的形式, 采用前面的方法, 依次类推即可迭代出  $Q_k$ 、 $R_k$  和  $P_k$ 。加权矩阵  $G = \text{diag}\{G_1 \ G_2 \ \cdots \ G_K\}$  是  $N_k \times N_k$  维的对角矩阵, 每个  $G_k$  的对角线元素均为  $r_{kk}^{-1}$ , 即各子信道之间的 SNR 相同。取反馈矩阵  $B = GR$ , 这时系统满足 ZF 准则:

$$GQ^H H P B^{-1} = GQ^H Q R P^H P R^{-1} G^{-1} = I \quad (4.2.22)$$

基于 QR 分解的 ZF-THP 预编码系统中, 加权矩阵对角线上的元素是依次递增的, 噪声方差矩阵为  $\sigma_n^2 G^2$ , 所以信噪比与加权矩阵中的元素的平方成反比, 性能依次递减, 而误码率最高的子信道决定了整个系统的误码率性能, 而采用 GTD 分解得到加权矩阵的对角线元素相等, 因此在 ZF 准则的基础上采用 GTD 分解, 不仅能够完全消除多用户间干扰, 系统的误码率性能也将会提高。

### 4.3 仿真分析

本节我们使用 MATLAB 软件对上述各种非线性预编码的 BER 进行仿真分析, 假设发送端已知信道信息, 信道为准静态的平坦衰落信道, 信道衰落参数是均值为零, 方差为 1 的复高斯随机变量, 假设噪声是功率  $\sigma_n^2=1$  的加性高斯白噪声。

图 4.6 给出了 2 发 2 收单用户和 4 发 4 收单用户 MIMO 系统基于 ZF 和 MMSE 准则的 QR-THP 预编码的 BER 性能, 系统采用 16QAM 调制方式, 从图中可知基于 MMSE 准则的 QR-THP 预编码的 BER 性能优于基于 ZF 准则的 QR-THP 预编码的性能, 由理论分析可知, 基于 ZF 准则的 QR-THP 预编码在完全消除用户间干扰的同时, 在接收端信道噪声得到不同程度的放大, 最差的子信道的 BER 性能决定了整个系统的性能, 基于 MMSE 准则的 QR-THP 虽然没有完全消除用户间干扰, 但是它抑制了噪声功率变化对系统性能造成的影响, 使发送数据和接收数据之间的均方误差最小, 提高系统的 BER 性能。

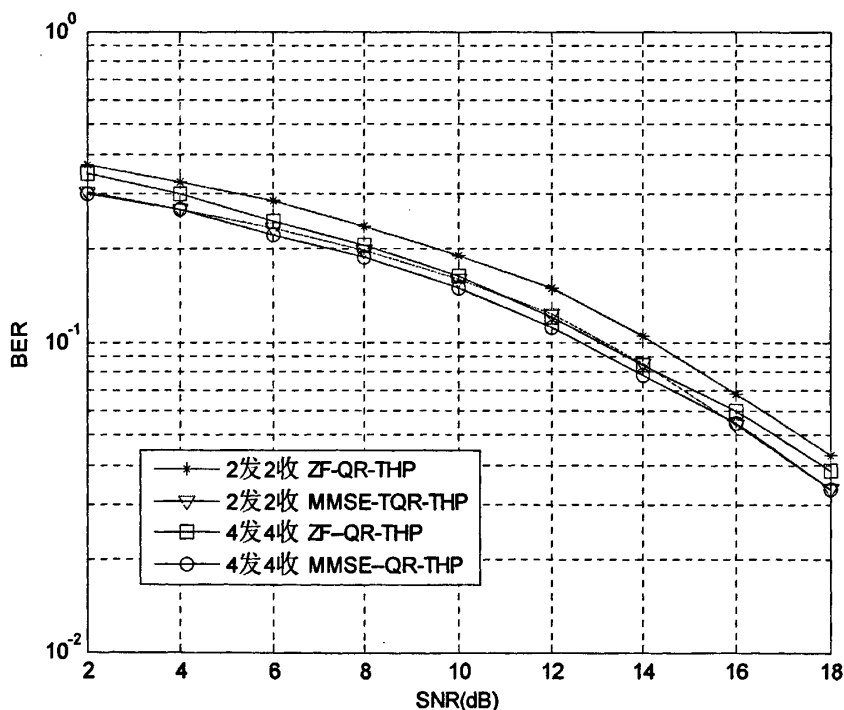


图 4.6 基于 ZF 和 MMSE 准则的 QR-THP 预编码 BER 性能

图 4.7 给出了 2 发 2 收单用户和 4 发 4 收单用户 MIMO 系统基于 ZF 和 MMSE

准则的 GTD-THP 预编码的 BER 性能, 系统采用 16QAM 调制方式, 从图中可知基于 MMSE 准则的 GD-THP 预编码的 BER 性能明显优于基于 ZF 准则的 GTD-THP 预编码的性能, 这是因为 GTD 分解使得每个平行子信道具有相同的 SNR, 噪声功率放大相同, 而基于 MMSE 的 GTD-THP 预编码比基于 ZF 准则的 GTD-THP 预编码进一步抑制了噪声功率变化对系统性能造成的影响, 使发送数据和接收数据之间的均方误差最小, 提高系统的 BER 性能。

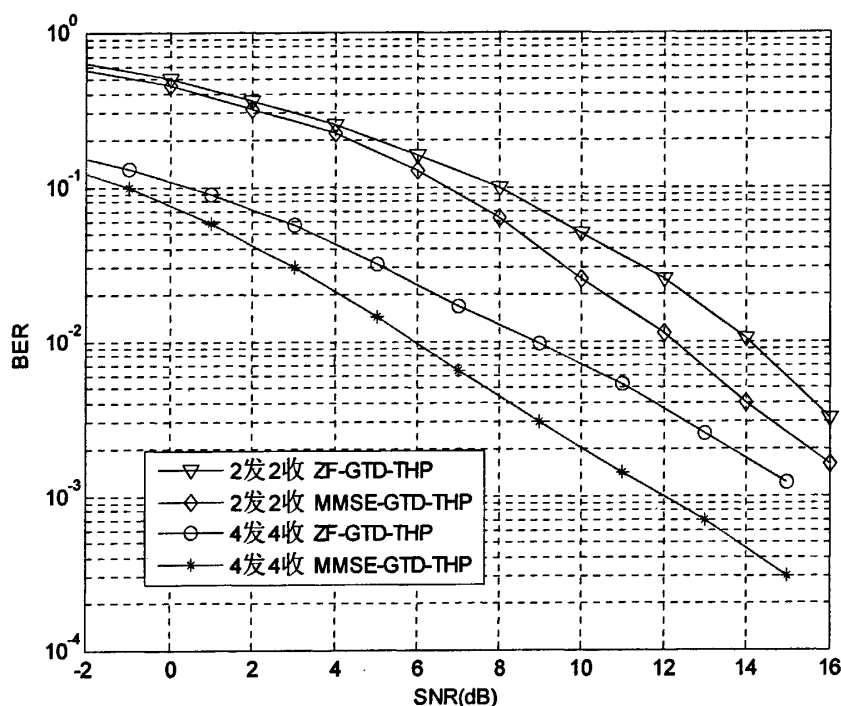


图 4.7 基于 ZF 和 MMSE 准则的 GTD-THP 预编码 BER 性能

在采用 16QAM 调制方式下, 图 4.8 给出了 4 发 4 收 MIMO 系统中基于 ZF 和 MMSE 准则的 QR-THP、GTD-THP 预编码 BER 性能比较, 图 4.9 给出了 4 发 4 收 MIMO 系统采用基于 ZF 准则的 GTD-THP 预编码时接收端每个天线的 BER 和平均 BER 性能曲线。QR-THP 预编码系统中各子信道的 SNR 差异较大, 而 BER 最差的子信道决定了整个系统的 BER 性能, GTD 分解使得每个平行子信道具有相同的 SNR, 各子信道的性能没有明显的差异, 所以 GTD-THP 预编码的性能要优于 QR-THP 预编码的性能。

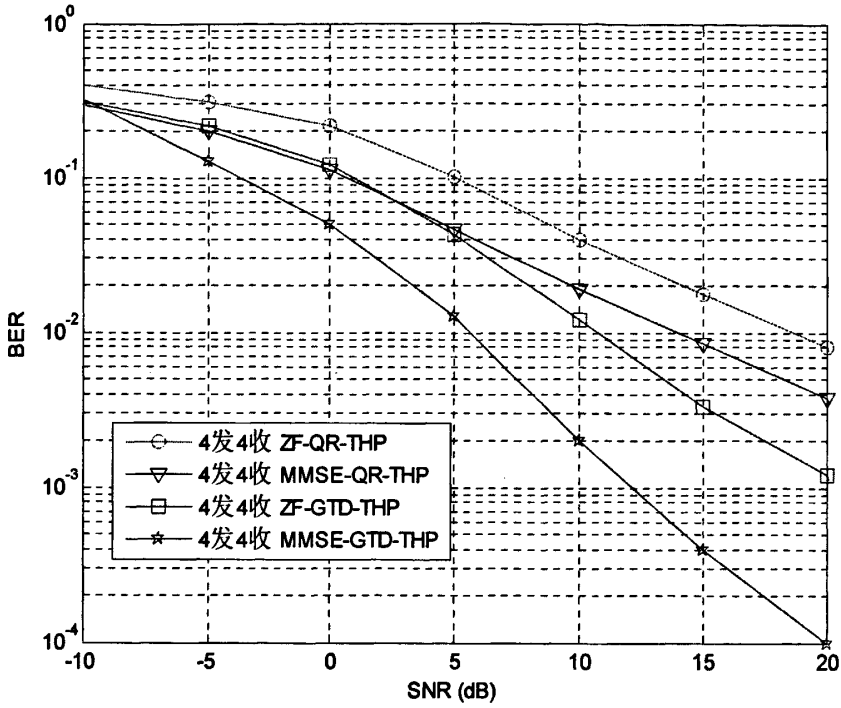


图 4.8 4 发 4 收 MIMO 系统基于 ZF、MMSE 准则的 QR-THP、GTD-THP 预编码 BER 性能

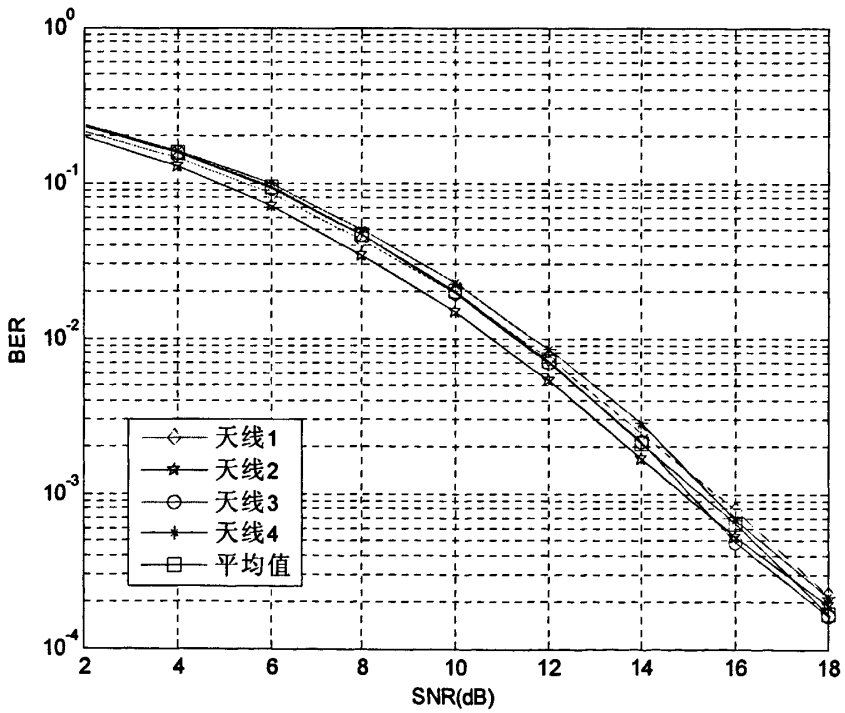


图 4.9 4 发 4 收 MIMO 系统基于 ZF 准则的 GTD-THP 预编码系统子信道 BER 性能

图 4.10 给出了 4 发 4 收多用户 MIMO 系统中基于 ZF 和 MMSE 准则的 QR-THP、GTD-THP 预编码 BER 性能比较, 接收端用户数为 4, 每个用户设置为单天线, 系统采用 16QAM 调制, 由图可以看出, 基于 MMSE 准则的 QR-THP 预编码 BER 性能优于基于 ZF 准则的 QR-THP 预编码, GTD-THP 预编码的性能优于 QR-THP 预编码的性能, 这是因为 GTD-THP 预编码系统子信道的 SNR 相同, 各子信道的性能没有明显的差异, QR-THP 预编码系统中各子信道的 SNR 差异较大, 而 BER 最差的子信道决定了整个系统的 BER 性能。

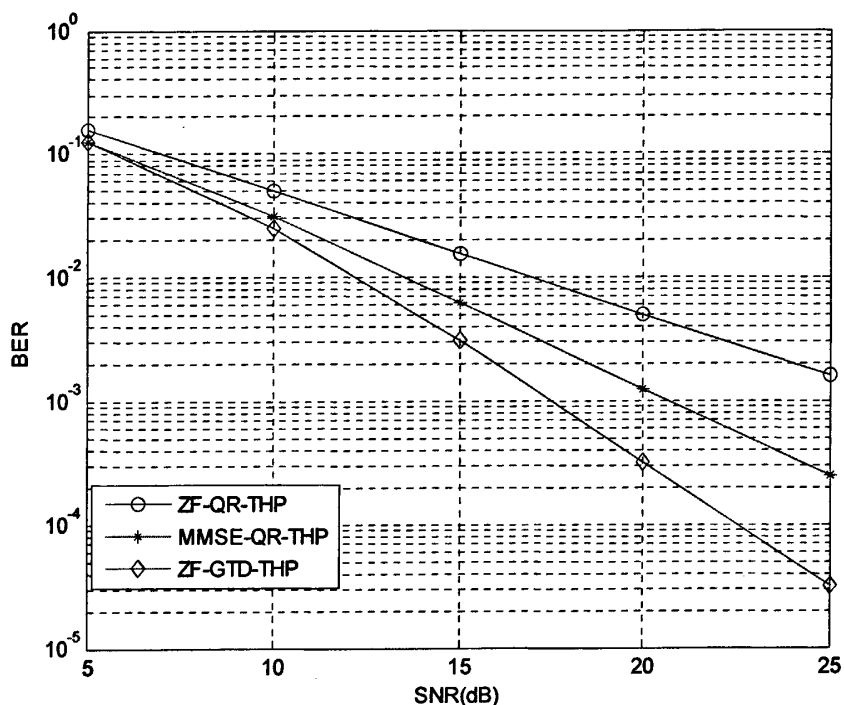


图 4.10 多用户 MIMO 系统基于 ZF 和 MMSE 准则 QR-THP、GTD-THP 预编码 BER 性能

## 第五章 总结与展望

### 5.1 全文总结

信号经过无线信道的传播会产生衰落,为了减小这种衰落,尽量提高系统性能,研究者们引进了均衡技术。在多天线无线通信系统中,接收端均衡一般比较复杂,如果发送端已知信道信息,那么我们就可以在发送端做预处理,以简化接收端均衡器的设计,于是 MIMO 系统预编码技术成了研究热点。

通常的理论研究均假设接收端已知完整的信道状态信息,本文中我们均假设发送端已知精确信道信息,然后重点研究了 MIMO 系统基于 ZF 和 MMSE 的线性和非线性预编码技术。对于线性预编码,我们以高斯模型为背景,首先研究了线性 ZF 预编码,通过理论分析可知,ZF 预编码可以完全消除用户间干扰,接收端不需要对信号进行检测就可以直接进行解调得到发送信号,但是有可能放大系统噪声。基于 MMSE 的预编码,是在 ZF 预编码的基础上通过加入修正系数来减小噪声功率改变对系统性能带来的影响。为了兼顾用户间干扰问题,我们引入了 ZF-MMSE 预编码技术,在消除干扰的同时保持系统的容量。接着我们介绍了基于 SVD 的 BD 算法,其核心思想是利用信道矩阵的 SVD 分解将信道分解为一系列的 SISO 信道,每个子信道具有不相等的 SNR,而信噪比较差的子信道决定了系统总的 BER 性能。我们使用 GTD 分解来代替 SVD 分解,使每条子信道的 SNR 相同,接收端采用 VBLAST 结构进行解码,给出了两种算法。最后我们在不同功率约束条件下,进行收发机的联合优化设计,采用因式分解法推导了最优的编码器和均衡器。最后通过仿真给出几种不同的线性预编码的性能比较。

然后再在前几章的基础上主要介绍非线性的预编码技术,我们在 ZF 和 MMSE 准则下,主要讨论了基于 QR 和 GTD 分解的 THP 预编码。因为 ZF-THP 预编码中,在接收信号经过与发送端相同的求模处理,若等效信道噪声较小,即不会使信号矢量超出它的星座空间,则可准确的恢复出发送信号,如果等效噪声太大,求模输出会出现误差。为了补偿系统噪声带来的性能损失,采用最小均方误差 MMSE 准则,基本思想是在满足功率约束的条件下,使接收到的信息矢量与发送的信息矢量的误差最小,我们分别介绍了单用户和多用户的 THP 预编码。

最后通过仿真给出几种不同的非线性预编码的性能比较。

## 5.2 工作展望

对于 MIMO 系统, 本文主要介绍了基于 ZF 和 MMSE 准则的线性和非线性预编码技术, 并且进行了很多的前提假设, 例如发送端已知信道信息、高斯信道模型, 但是在实际的通信系统中, 发送端获得信道信息时比较复杂的, 而且由于各种噪声的存在, 通信信道也不是高斯的, 所以希望在以后的工作中可以对以下内容进行研究, 进一步完善本论文的结论。

1. 无线 MIMO 信道是一个时变、非平稳的系统, 目前大部分研究的前提均假设无线信道是准平稳慢衰落信道, 对于下一代 4G 系统及高速移动系统来说是不够的, 因此必须对信道为频率选择性衰落和移动台高速移动情况进行研究, 如何找到一种统一的适合于各种特性的无线信道的信道模型至关重要。

2. MIMO 技术在不增加带宽系统功率的条件下可以成倍地提高信道容量, 但是如何同时满足系统所有用户对速率的要求, 仍然是个问题。方法之一是采用凸优化方法, 但是复杂度非常高。采用注水法优化此问题, 可以快速迭代求解。但对于实际网络来说没有太大意义。因此要在保证用户公平的条件下, 研究简单的适于实际通信系统的优化算法并保证系统达到最大的系统容量。

3. 无线 MIMO 通信系统实现精确的译码, 要求接收端精确已知信道状态信息, 在实际的通信系统中信道参数往往是未知的, 因此必须对信道信息进行估计, 在存在天线间干扰的情况下, 研究各种高性能的信道估计或盲处理算法。

尽管 MIMO 系统的研究还存在一些问题, 但是这是一个很有意义的研究。随着通信技术的发展, 一些新技术随之出现, 如何将 MIMO 技术的各种优势技术与新技术结合起来也成为了未来通信技术研究的一个新方向。

## 参考文献

- [1] S. Vishwanath, N. Jindal, and A. Goldsmith, "Duality, achievable rates, and sum-rate capacity of Gaussian MIMO broadcast channels," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, pp. 2658-2668, Oct 2003.
- [2] P. Viswanath and D. N. C. Tse, "Sum capacity of the vector Gaussian broadcast channel and uplink-downlink duality," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 49, pp. 1912-1921, Aug 2003.
- [3] H. Y. Zhou, Z. Rong; and Z. Qin, "Low complexity MMSE precoding and decoding for multiuser MIMO," 2nd International Conference Future Computer and Communication (ICFCC), vol. 3, pp. V3-282-V3-285, May.2010.
- [4] Q. H. Spencer, C. B. Peel, A. L. Swindlehurst, and M. Haardt, "An introduction to the multi-user MIMO downlink," *IEEE Communications Magazine*, vol. 42, no. 10, pp. 60-67, October 2004.
- [5] 章坚武, 移动通信. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2003.
- [6] David Tse, Pramod Viswanath 著.李锵,周进译.无线通信基础.北京:人民邮电出版社, 2009.
- [7] T. Berger and D. W. Tufts, "Optimum pulse amplitude modulation. Part I: Transmitter-receiver design and bounds from information theory," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-13, no. 2, pp. 196-208, April 1967.
- [8] J. Salz, "Optimum mean-square decision-feedback equalization," *Bell System of Technical Journal*, vol. 52, pp. 1341-1373, October 1973.
- [9] J. Salz, "Digital transmission over cross-coupled linear channels," *AT&T Technical Journal*, vol. 64, no. 6, pp. 1147-1159, July-August 1985.
- [10] K. H. Lee and D. P. Petersen, "Optimal linear coding for vector channels," *IEEE Transactions on Communications*, vol. COM-24, no. 12, pp. 1283-1290, December 1976.
- [11] H. Sung, and S. Lee, "Generalized channel inversion methods for multiuser MIMO systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 57, no. 11, pp. 3489-3499, Nov. 2009.
- [12] Q. H. Spencer, A. L. Swindlehurst, and M. Haardt, "Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channels," *IEEE Trans. Signal processing.*, vol. 52, pp. 461-471, Feb.2004.
- [13] A. Scaglione, G. B. Giannakis, and S. Barbarossa, "Redundant filterbank precoders and equalizers. Part I: Unification and optimal designs," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, no. 7, pp. 1988-2006, July 1999.
- [14] H. Sampath, P. Stoica, and A. Paulraj, "Generalized linear precoder and decoder design for MIMO channels using the weighted MMSE criterion," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, no. 12, pp. 2198-2206, December 2001.
- [15] J. Yang and S. Roy, "Joint transmitter-receiver optimization for multi-input multi-output systems with decision feedback," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 40, no. 5, pp. 1334-1347, September 1994.
- [16] A. Scaglione, P. Stoica, S. Barbarossa, G. B. Giannakis, and H. Sampath, "Optimal designs for space-time linear precoders and decoders," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 50, no. 5, pp. 1051-1064, May 2002.
- [17] D. P. Palomar, J. M. Cioffi, and M. A. Lagunas, "Joint Tx-Rx beamforming design for multicarrier MIMO channels: A unified framework for convex optimization," *IEEE*

- Transactions on Signal Processing, vol. 51, no. 9, pp. 2381-2401, September 2003.
- [18] A. W. Marshall and I. Olkin, Inequalities: Theory of Majorization and Its Applications. New York: Academic Press, 1979.
- [19] D. P. Palomar and Y. Jiang, "MIMO Transceiver Design via Majorization Theory," Foundations and Trends in Communications and Information Theory, vol. 3, no. 4-5, pp. 331-551, 2007.
- [20] E. N. Onggosanusi, A. M. Sayeed, and B. D. Van Veen, "Efficient signaling schemes for wideband space-time wireless channels using channel state information," IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 52, no. 1, pp. 1-13, January 2003.
- [21] Y. Ding, T. N. Davidson, Z.-Q. Luo, and K. M. Wong, "Minimum BER block precoders for zero-forcing equalization," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 51, no. 9, pp. 2410-2423, September 2003.
- [22] D. P. Palomar, M. Bengtsson, and B. Ottersten, "Minimum BER linear transceivers for MIMO channels via primal decomposition," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 53, no. 8, pp. 2866-2882, August 2005.
- [23] L. S. Lasdon, Optimization Theory for Large Systems. New York: Macmillan, 1970.
- [24] D. P. Bertsekas, A. Nedić, and A. E. Ozdaglar, Convex Analysis and Optimization. Belmont, MA, USA: Athena Scientific, 2003.
- [25] N. Z. Shor, Minimization Methods for Non-Differentiable Functions. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 1985.
- [26] D. P. Palomar, M. A. Lagunas, and J. M. Cioffi, "Optimum linear joint transmit-receive processing for MIMO channels with QoS constraints," IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 52, no. 5, pp. 1179-1197, 2004.
- [27] Y. Jiang, W. Hager, and J. Li, "The geometric mean decomposition," Linear Algebra and Its Applications, vol. 396, pp. 373-384, February 2005.
- [28] Y. Jiang, W. Hager, and J. Li, "The generalized triangular decomposition," Mathematics of Computation, Nov 2006.
- [29] 戴继生, 线性 MIMO 系统预编码技术的研究, 2010 年 4 月
- [30] J. Barry, E. Lee and D. G. Messerschmitt, Digital Communication, Third Edition, Kluwer, 2003.
- [31] E. Biglieri, J. Proakis and S. Shamai, "Fading channels: information theoretic and communications aspects", IEEE Transaction on Information Theory, vol. 44, no. 6, pp. 2619-2692, 1998.
- [32] E. Larsson, P. Stoica, Space-time block coding for wireless communications, Cambridge University Press New York, 2003
- [33] 黄廷祝, 钟守铭, 李正良. 矩阵理论. 北京: 高等教育出版社. 2003: 117-124
- [34] T. Emre, "Capacity of Multi-antenna Gaussian Channels," European Transactions on Telecommunications, vol. 10, 1999.
- [35] K. Cho and D. Yoon, "On the general BER expression of one and two dimensional amplitude modulations," IEEE Transactions on Communications, vol. 50, no. 7, pp. 1074-1080, July 2002.
- [36] S. Benedetto and E. Biglieri, Principles of Digital Transmission: With Wireless Applications. New York, NY, USA: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [37] S. Verdú, Multiuser Detection. New York, NY, USA: Cambridge University Press, 1998.

- [38] D. GESBERT, M. KOUNTOURIS, R. W. HEATH, et al. Shifting the MIMO paradigm [J]. IEEE Signal Proc. Mag., 2007, 24(5): 36-46.
- [39] M. Costa, "Writing on Dirty Thesis," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 29, no. 3, pp. 439-441, May 1983.
- [40] C. B. Peel, B. M. Hochwald, and A. L. Swindlehurst, "A vector perturbation technique for near-capacity multi-antenna multiuser communication-part I: channel inversion and regularization," IEEE Trans. Commun., vol. 53, pp. 195-202, Jan. 2005.
- [41] H. Sung, S. Lee, I. Lee, "Generalized channel inversion methods for multiuser MIMO systems," IEEE Trans. Commun., vol. 57, no. 11, pp. 3489-3499, Nov. 2009.
- [42] G. Caire and S. Shamai, "On the Achievable Throughput of a Multiantenna Gaussian Broadcast Channel," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 49, No. 7, pp. 1691-1706, Jul. 2003.
- [43] I. E. Telatar, "Capacity of Multi-Antenna Gaussian channels," European Trans. on Telecommunications, vol. 10, no. 6, pp. 585-595, Nov./Dec. 1999.
- [44] W. Yu, W. Rhee, S. Boyd, and J. M. Cioffi, "Iterative Water-Filling for Gaussian Vector Multiple-Access Channels," IEEE Trans. on Information Theory, vol. 50, no. 1, pp. 145-152, Jan. 2004.
- [45] N. Jindal, W. Rhee, S. Vishwanath, S. A. Jafar, and A. Goldsmith, "Sum Power Iterative Water-filling for Multi-Antenna Gaussian Broadcast Channels", IEEE Trans. on Information Theory, vol. 51, no. 4, pp. 1570-1580, Apr. 2005.
- [46] G. G. Raleigh and J. M. Cioffi, "Spatial-temporal coding for wireless communication," IEEE Trans. Commun., vol. 46, no. 3, pp. 357-366, Mar. 1998.
- [47] H. Sampath, P. Stoica, and A. Paulraj, "Generalized linear precoder and decoder design for MIMO channels using the weighted MMSE criterion," IEEE Trans. Commun., vol. 49, no. 12, pp. 2198-2206, Dec. 2001.
- [48] A. Scaglione, G. B. Giannakis, and S. Barbarossa, "Filterbank transceiver optimizing information rate in block transmissions over dispersive channels," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 45, no. 2, pp. 1019-1032, Apr. 1999.
- [49] C. Windpassinger, R. F. H. Fischer, T. Vencel, and J. B. Huber, "Preeoding in multi-antenna and multiuser communications," IEEE Trans. Wireless Collllllun., vol. 3, pp. 1305-1315, July 2004.
- [50] G. J. Foschini and M. J. Gans, "On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas," Wireless Personal Communications, vol. 6, pp. 311-335, Mar 1998.
- [51] C. Peel, B. Hoehwald, and L. Swindlehurst, "A vector-Perturbation technique for near-capacity multi-antenna multi-user communication-Part I," IEEE Trans. Commun., vol. 53, no. 3, pp. 195-202, Mar 2005.
- [52] H. Sampath, P. Stoica, and A. Paulraj, "Generalized precoder and decoder design for MIMO channels using the weighted MMSE criterion," IEEE Trans. Commun., vol. 49, pp. 2198-2206, Dec. 2001.
- [53] A. Scaglione, P. Stoica, S. Barbarossa, G. B. Giannaks, and H. Sampath, "Optimal designs for space-time linear precoders and decoders," IEEE Trans. Sig. Proc., vol. 50, pp. 1051-1064, May 2002.
- [54] K. Kusume, M. Joham, W. Utschick, and G. Bauch, "Efficient Tomlinson-Harashima

- precoding for spatial multiplexing on flat MIMO channel,” in Proceedings of the IEEE International Conference on Communications (ICC), vol. 3, pp. 2021–2025, May 2005.
- [55] 贾蓉, MIMO 系统中的非线性预编码技术研究, 中国成都电子科学. 2009.
- [56] R. F. H. Fischer, C. Windpassinger, A. Lampe and J. B. Huben, “Space-time transmission using Tomlinson-Harashima precoding,” In Proc. 4. ITG Conference on Source and Channel Coding.
- [57] R. F. H. Fischer, C. Windpassinger, A. Lampe, and J. B. Huben, “MIMO precoding for decentralized receivers,” In Proc. IEEE International Symposium on Information Theory(ISIT), page 496, Lausanne, Switzerland, July 2002.
- [58] M. Johan, J. Brehmer, and W. Utschick, “MMSE approaches to multi-user spatio-temporal Tomlinson-Harashima precoding,” in Proc. 5<sup>th</sup> International ITG Conf. Source Channel Coding, pp. 387-394, Jan 2004.
- [59] A. Mezghani, M. Joham, R. Hunger, and W. Utschick, “Iterative THP transceiver optimization for multiuser MIMO systems based on weighted sum-MSE minimization,” in Proceedings of the IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC '06), July 2006.
- [60] S. Shi, M. Schubert, and H. Boche, “Downlink MMSE transceiver optimization for multiuser MIMO systems: MMSE balancing,” IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 56, no. 8, pp. 3702–3712, 2008.

## 致 谢

本论文是在山东大学无线通信实验室完成的,在这期间我得到了周围的老师和同学们的大力支持和通力协作,在这里我要深深地感谢他们。

首先,我要由衷的感谢我的导师朱维红老师,在研究生学习期间,朱老师在生活上给我提供了很多帮助,在学习上给我介绍了很多很有价值的参考书籍,使我能够很快融入到研究生生活和学习当中,在进入课题的过程中对我的整个研究生学习生涯做了宏观的计划和精心的指导,给我提出了很多宝贵的建议。在此我对朱老师给予的支持和帮助表示衷心的感谢。

其次我要感谢马丕明老师,在朱老师出国的一年中,马老师在学习上给与了我极大的关心,抽时间与我们一起讨论问题和解决方法,利用自己渊博的知识和学术思想启发我的学习思路,对论文的完成给予了很大的帮助。

在我进行仿真的过程中,朱老师和我的同学王延文给我提出了许多的建议,使我很快的完成了仿真,提高了工作效率。此外还要感谢我的师弟师妹们:李娜、韩海花、曹元山、王娟娟,感谢他们对我的帮助。感谢我的家人这么多年对我的支持和鼓励,是他们给了我学习的动力和努力克服困难的勇气。

再次感谢在整个研究生生活中给我帮助的老师 and 同学!衷心的感谢本论文的各位评审老师!

## 在校期间发表的论文、科研成果等

- [1] Na Gao, Weihong Zhu and Yanwen Wang, "A Coordinated Transmitter and Receiver Pre-coding Scheme in Multi-user MIMO Downlink", pp. 407-411, Sep 2011.

学位论文评阅及答辩情况表

论文评阅人	姓 名	专业技术 职 务	是否博导 (硕导)	所在单位	总体评价※
	匿名				良好
	马丕明	副教授	是	山东大学信息学院	优秀
答辩委员会成员	姓 名	专业技术 职 务	是否博导 (硕导)	所 在 单 位	
	主席 杨子江	研究员	是	山东省科学院	
	委员 江铭炎	教授	是	山东大学信息学院	
		副教授	是	山东大学信息学院	
		副教授	是	山东大学信息学院	
		副教授	是	山东大学信息学院	
		副教授	是	山东大学信息学院	
答辩委员会对论文的 总体评价※		良好	答辩秘书	韩海花	答辩日期
2012.5.25					
备注					

※ 优秀为“A”；良好为“B”；合格为“C”；不合格为“D”。