



## 序

大家知道，衡量一个学生是否聪明，除了智力因素外，非智力因素也很重要。非智力因素的内容很多，其中有一条就是对知识的爱好。只有对知识发生兴趣，才会喜爱它，吸收它，从而把它化为自己的智慧。

然而，现在许多供学生阅读的课外书，往往是枯燥的习题辅导，引不起学生的兴趣。这种书，谈不上爱好它，有的甚至成了学生的负担。因此，同学们迫切需要一种有趣、又能启发智力的书，希望这种书既能活跃他们的课外生活，又可以丰富他们的课内学习。我向大家推荐的这本智能趣味训练，就是这样的一种书。

这本书内也包括了许多数学题，但是这些题不是死板地罗列在书中，而是通过许多有趣而且十分科学的方式，活灵活现地呈现在读者的眼前，轻轻松松地进入到读者的脑海里。

这本书有两大特点。第一，它摆脱了现行数学课本的故有模式，根据同学们的心理特点，从思维方式上，对数学内容进行了新的组合。这不仅给同学们一个新颖而特别的感觉，迎合了他们追求新鲜事物的兴趣，而且无形中为他们综合各种知识、融会贯通提供了可能。第二，它采用了许多形象化的手段，来化解数学题中的知识“硬块”。把“死”的题目变成“活”的迷团，因此激发了他们寻根揭底的渴望。这些形象化的手段形式也很多样，有的是在故事中藏问题，就是叫动画人物演示题目；有的是用生动的图画展现题解。这样的数学题，大家自然会喜欢它，而且会发挥出自己的全部的积极性去解决它。

这本书的作者吴胜雄是一位知识丰富的高级工程师，他又是一位业余的“动脑筋”问题的研究专家和画家。这本书中的大多题目都是他自己设计和绘制的，因此你不会有似曾相识的感觉。这本书的许多内容曾经在少儿报刊上介绍过，受到少年读者普遍欢迎。

现在许多学校都在开展“欢乐的教育”活动，这本书可以供各校作为类似活动的教材，也可以作为数学课外兴趣小组的资料。

余俊雄

## 与同学、老师、家长说几句话

我想写一写小学生如何通过课程学习开发智力，反过来，通过开发智力促进课程学习的书，已经酝酿了很长的时间，大约在我的两个孩子读小学时就萌发了这个念头。现在，大儿子已大学毕业，走上了工作岗位；小儿子也快念完大学了，这想法就更加具体、更加成熟了。

想当年，孩子放学归来，总要和我谈起许多有关学习的问题，如考试啦、复习啦；哪些同学认真刻苦、哪些同学成绩优秀啦；哪些课上得生动有趣、哪些课上得枯燥乏味啦，等等。有时候，他们还邀来一些同学，与我讨论学习中的问题，我也总是很有兴趣地与同学们交谈。同时，由于进行儿童文学创作的需要，我也经常跑附近的几所学校“体验生活”。这样，就使我有更多的机会了解学生、老师以及教学情况。

通过了解，我发现一个问题：题海战术、死记硬背，不仅影响学生成绩，而且影响学生智力和身体。考试时，正巧碰上死记硬背的几道题时，就能侥幸抓点分数；要是遇上需要综合分析的“活”题，往往就只能望题兴叹、目瞪口呆了。

尤其令学生、老师和家长都十分关注的问题是，现在的升学考试，无论是考初中、高中，还是考大学，考查学生综合分析能力的“活”题越来越多，已成了“现代化”要求的一种趋势。当然，开发智能的目的并不单纯是为了升学。然而，即使是不再升学，提早参加工作的人，无论干哪一行，就是做点小生意，要使生意“活起来”，也都离不开观察、思维等智能的开发训练。在指导 90 年代乃至下世纪初我国教育工作的《中国教育改革和发展纲要》中，就曾明确地提出了“加强基本知识、基础理论和基本技能的培养和训练，重视培养学生分析问题和解决问题的能力”的要求。所以，对于小学生来说，无论将来干什么，都迫切需要在教学中开发智能、增长才干，以适应现代社会对人才的需求。

我是一名建筑设计高级工程师，又是湖南省科普作家协会会员，当我了解和认识到上面这些问题以后，感到了自己在培养青少年方面的一份责任。于是，我把科普创作的重点由小说、童话、小品转向了智能开拓。当我的近十万字（图）的《中小学生基本智能趣味训练》在《少年科普报》连载以后，一些学校和团组织曾以它为基础开办少年儿童“智能培训班”。该文被辽宁科技出版社收编进《金钥匙》一书后，又被国家教委列为 1991—1992 学年度“红领巾读书活动”推荐书目之一。我因此收到许多读者来信，希望我能写出与小学课程配合更加紧密的开发学生智能的书。使写出的作品，既能从培养人才的角度全面开发智能；又能从配合教学的角度直接有助于课程学习。让孩子们看了高兴，老师和家长们看了也高兴。

愿望当然不错，问题是怎样下笔。特别是关于基本智能的归纳与选定究竟采哪家之学说？想来想去，我还是决定从实际出发，从自己培养和辅导孩子的实践中寻求答案。于是便有了基本智能训练的六节标题，即：一观察力、二推理判断、三创造性思维、四抓主要矛盾、五总结规律、六勤动手与非智力因素。

现在，我的书出版了。它的质量如何，仍需接受实践的检验。我将虚心听取广大小学生朋友、老师、家长以及该书发行工作者的意见，以便再版时进行修改和补正。

在本书出版过程中，得到了《我们爱科学》杂志主编、中国科普作协少儿委员会副主任委员、著名科普作家余俊雄先生的热情鼓励与支持，得到了中国少年儿童出版社副编审陈效师先生的具体指导与帮助，同时，还承蒙我的一些朋友、热心的老师提出宝贵意见，均在此一并致谢！

吴胜雄

一九九三年于长沙

## 数学智能趣味训练

## 第一部分基本智能训练—观察力

观察力的培养，涉及到注意力、记忆力、想象力、思维判断力等诸多方面。从这个意义上说，观察力的培养实际上是一种综合能力的培养。

观察力的训练与后面将要进行的其他智能训练是相互渗透、相互交叉、相互促进的。同学们在进行训练的时候，切不可将各项智能训练截然分开。而要将它们有机地结合起来，全面掌握、灵活运用，以收到最大的训练效果。

### 【训练题 1】图案换鸡

请你仔细观察  
图中的各个图案，  
然后判断，将 A、  
B、C、D 中的哪个  
图案去换鸡（即放  
到鸡的位置），才能  
符合方框中原有图  
案的排列规律？

#### 【智能训练】

本题的图案初看确实有点“怪”，又像汉字，又不像汉字；又像图画，又不像图画，似乎什么规律也没有。但我们进一步观察，或者说从多方面观察，就会发现这 8 个图案的共同特征——它们是轴对称图形。那么，组合成轴对称图形的左、右两半又是什么图形呢？取每个图案的左半边进行观察，则会出现阿拉伯数字 1、2、3、4、5、6、7、8（见图）。这就是说，每个图案都是由正、反两个阿拉伯数字组成的轴对称图形，并按照自然数的大小顺序排列着。

所以，换鸡的图案应是 C。

【训练题 2】五彩缤纷的画板在画满横线、竖线和大小圆圈的画板上隐藏着 14 个数字。现在请你回答，把这 14 个数字相加所得的和是大呢，还是把这 14 个数字相乘所得的积大？

20 秒钟内能正确回答者为优，超过 20 秒者为良，超过 30 秒者为及格。

#### 【智能训练】

和大还是积大？一般情况下，数字相乘的积总是比相加的和大。但也有特殊情况，例如  $1 \times 2 \times 3 = 6$ ，而  $1 + 2 + 3$  也等于 6，这是积等于和的例子。还有  $1 \times 2 \times 3 \times 0 = 0$ ，而  $1 + 2 + 3 + 0 = 6$  的情况，这是积小于和的例子。也就是说，积小于和的情况的确存在，关键是看乘数中是否有“0”。如果你的眼睛敏锐，能从五彩缤纷的图案中一眼看出藏在左下角位置的“0”，那么，你就会迅速回答：“和”大于“积”。

0 是一个很特殊的数，它有许多不同于自然数（指 1、2、3、……）的性质，同学们可要好好记住它。

【训练题 3】放水果

梨子、桃子和苹果按照不同的排列顺序摆放在六张小桌上。请你仔细看看图，然后在第 6 张小桌上把三种水果的排列顺序画出来。

【训练题 6】第 6 张小桌上三种水果的排列顺序如何，完全决定于前五张小桌上的排列顺序，因为第 6 种排列不能与前面的五种排列相同。

我们把梨、桃、苹果分别以 A、B、C 表示，并作如下比较，则不难找到答案。

第 1 桌 A、B、C

第 2 桌 A、C、B

第 3 桌 B、C、A

第 4 桌 B、A、C

第 5 桌 C、A、B

第 6 桌只能是：C、B、A

所以第 6 张小桌上三种水果的排列顺序是苹果、桃、梨（见图）。

【训练题 4】数积木

请你数一数，  
这堆积木一共有多  
少块？看谁数得  
快。

【智能训练】

如果一块一块  
地数，肯定数不  
快。一是积木较

多，二是受观察角度（视角）的局限，有些积木是看不到的。所以像这种情况的观察还得从总体出发，先求一堆积木（假定是完整的一堆）的总数，然后减去缺少的积木数（这是能直接观察到的），就知道了实际的积木数。

这堆积木从总体上看，是一个规则的长方体，这个长方体所含的总积木数是：

$$4 \times 5 \times 3 = 60 \text{ (块)}$$

减去缺少的 5 块，得：

$$60 - 5 = 55 \text{ (块)}$$

【训练题 5】钟盘上的三角板

钟盘上如图摆放了三块直角三角板。请你想一想，哪块三角板的斜边长一些？

【智能训练】

如果我们的观察仅停留在三条斜边上，那就很难找到准确的解答。因为三条斜边的长短关系，并没有直观地表现出来。

这样就需要我们把观察的面扩大一些，思路更开阔一些，想出一些办法来求解。我们把钟面简化如上图，这时可以看出，三角形的两条直角边与钟面上的另二条直线构成一个长方形，三角形的斜边成为长方形的一条对角线，另一条对角线则如虚线所示。很明显，几条对角线都是相等的（同一圆的半径相等），所以，三条斜边也相等。或是把钟盘看成一个立体的、指针可以转动的圆形物体，而不是把它看成是一幅平面的不能活动的图画。这样，我们可以让指针转动起来。很明显，指针的尖端将落到每个三角形的直角顶点上。这样，指针和三角形的斜边就成了长方形的两条对角线。既然指针长度相等，那么三条斜边的长度也相等。

如果用数学语言来说，解这道题的关键在于作“辅助线”。只要能正确地画出辅助线，往往就使问题变得清晰明白起来，能较直观地看出它们之间的相互关系。所以，同学们在解题的时候，要养成多动手的习惯（参看后面的〔动手训练〕）。

#### 【训练题 6】对面的数字

有一个立方体，  
它的六个面上写有  
1、2、3、4、5、6 这  
几个数字。图 A、B、  
C 是从三个不同角度  
观察立方体时见到的  
情形。请你想一想，  
立方体上数字 1、2、  
4 的对面分别是什么  
数？

#### 【智能训练】

观察离不开思维活动（综合分析、推理判断），在这道训练题中充分体现了这一点。“1”对面是什么？让我们作如下观察分析：

从图 A 看，与“1”相邻的两个面是“2”、“4”；从 C 图看，与“1”相邻的两个面是“3”、“5”。这就是说，与“1”相邻的四个面上的数字是 2、4、3、5，那么，与“1”相对的面上的数字只能是 6。

同理，从图 A、B 可知，与“2”相对的面上的数字只能是 3。

既然“1”、“6”相对、“2”、“3”相对，那么，与“4”相对的只能是“5”。

#### 【训练题 7】三个方向看模型

请你想一想，当你从  
顶上、左边、右边三个方  
向去看左上角的立体模型  
时，见到的平面图形分别  
是 A、B、C 中的哪一个？

#### 【智能训练】

从顶上看，应是第一



横行的 B；从左边看，应

是第二横行的 C；从右边看，应是第三横行的 C。

一个正立方体，无论从哪个面去看，都是一个正方形。但如果不是正立方体，则从不同侧面观察，会得出不同的图形。立体图形都是由平面图形组成的，由立体图形想象出不同侧面的平面图形，反过来，由不同侧面的平面图形想象出立体图形来，可以锻炼我们的空间想象能力，而空间想象能力的培养对于我们学习几何和解答某些应用题是十分重要的。

本训练一开始就给出了答案，是因为这种训练有一定的难度。但同学们决不要满足于现成答案，而要仔细观察分辨，找出错误图形与正确图形的区别来。

#### 【训练题 8】先找后算

从前面的《三个方向看模型》一题，我们已经学会了从不同侧面看同一个物体的方法。在本

题中，图 A、B、C

就是分别从顶上、

正面、侧面去看同

一个物体时所得到的

的平面图形。现

在，请你找一找，

这个物体是 1、2、

3 图中的哪一个？

并请你算一算，这个物体的体积是多少？（A、B、C 图中的数字，表示两点间的长度）

#### 【智能训练】

此题的训练不仅在培养观察力和空间想象能力，而且培养我们将平面图形与立体图形相结合进行实际计算的能力。仔细比较从顶面、正面、侧面观察到的 A、B、C 图与物体 1、2、3 相应各面的异同，得到的答案是：A、B、C 是物体 2 的三个不同面的平面图形。

怎样计算物体 2 的体积呢？

我们可以把物体 2 分成三部分，一部分是个侧面是三角形立方体，它的体积是： $1 \times 1 \times 3 \times 1/2 = 1.5$ （立方单位）二部分是个正立方体，它的体积是： $3 \times 3 \times 3 = 27$ （立方单位）

三部分是个圆锥体，它的体积是： $\left(\frac{1.2}{2}\right)^2 \times 3 \times 1/3 = 0.36$ （立方单位）

（圆锥体体积 = 底圆面积  $\times$  高  $\times 1/3$ ）

物体的总体积是：

“一部分” + “二部分” - “三部分”

$= 1.5 + 27 - 0.36$

$= 28.5 - 0.36$ （立方单位）

求这种较复杂物体的体积，往往采用“化整为零”的方法，先恰当地划分出几部分，然后把几部分相加减。重要的是“划分”要恰当，使各部分相

对规则完整，从而简化计算。

**【训练题 9】**请你看仔细

请你仔细看看  
图，图 A 和图 B 上  
的直线分别平行  
吗？图 C 的三角形  
边线直不直？图 D  
的圆形圆不圆？从  
图 E 中能见到几个  
立方体？

**【智能训练】**

按照我们看图以后的直觉来说，图 A 的斜线互不平行；图 B 的横线也不平行；图 C 三角形的边线不直，图 D 的圆圈不圆。但实际情况怎样呢？图 A 的斜线和图 B 的横线是分别用两块三角板相靠，推移着画出来的，当然应当是平行线；图 C 的三角形每边都是靠着直尺画的，当然会是直的；图 D 的圆圈是用圆规画的，也一定是圆的。

为什么眼睛看到的与实际情况会有这么大的出入呢？这就是人们常说的“错觉”。错觉产生的原因是多种多样的，这里产生的原因是因为观察物画在影响视觉的背景图形上。也就是说，背景图形使眼睛产生了错觉，从而作出错误的判断。

所以我们在作数学练习，特别是考试的时候，草稿纸一定不要乱涂乱画，尤其不要在写过的草稿纸上画几何图，防止错觉使你作出错误的判断。

图 E 中能见到几个立方体呢？眼睛盯着小圆圈，会见到三个平放着的立方体；眼睛盯着小黑点，会见到三个仰放着的立方体。这说明从不同角度观察会得出不同的结论。这一点，我们既要“利用”它，学会全面地、多角度地看问题；又要“警惕”它，防止因观察角度错误（特别是在解应用题的时候）而作出错误判断或是钻进牛角尖里，白白浪费时间。

**二推理判断**

判断力的培养训练实际上就是逻辑思维和推理能力的培养训练。而我们的学习，是完全离不开逻辑思维和推理判断的。对于数学来说，计算题也好，应用题也好，在解题过程中，只要哪一步出现了逻辑错误（或叫“不合逻辑”），就不能得出正确的答案。

所以，我们在作这项训练的时候，要特别认真，要有耐心，要循序渐进地步步推理，不能望题生畏，也不能急于求成。通过训练，固然可以学到些推理判断的一般方法，但更重要的还是养成推理

判断的好习惯。

**【训练题 10】**有辫

子的和没有辫子的  
春天到了，百花  
盛开。小红和班上同  
学一起去郊游。回家  
后，姐姐问小红：“你

们一共去了几位同

学？”小红想了想，调皮地说：“去的同学中，有的有辫子，有的没辫子。没辫子的加上有辫子的，再加上没辫子的与有辫子的人数相乘的积，所得的结果是 34。”

聪明的姐姐想了想，笑笑说：“哈，我已经知道了，你们一共去了十位同学，对不对？”

“对，姐姐真聪明。”小红跑过去抱住了姐姐。

亲爱的小读者，请你想想，姐姐是怎样推算出来的？

#### 【智能训练】

首先，我们可以根据题意肯定，有辫子的和没辫子的人数必为正整数。也就是说，这两个数不可能是 0 或负数。同时，进一步推理，可以肯定这两个数均为偶数：因为如果这两个数均为奇数，虽然他们的和为偶数，但是他们的积必为奇数。这样由偶数加奇数所得的和不可能出现偶数 34；这两个数也不可能是一个为偶数一个为奇数，因为偶数与奇数之积虽然为偶数，但是偶数与奇数之和（“没辫子的加上有辫子的”）必为奇数，这样，奇数“再加上”偶数，也不可能出现偶数 34。

所以，我们可以判断：有辫子的和没辫子的人数不仅为正整数，而且是两个偶数。既是两个偶数，两个数就必为 2 的倍数，两个数的积则必为 4 的倍数。

根据以上的逻辑推理，我们现将 34 分解成一个偶数与 4 的倍数之和，以便从中发现可供进一步推理判断的线索： $34 = 30 + 4 \times 1$   $34 = 26 + 4 \times 2$   $34 = 22 + 4 \times 3$   $34 = 18 + 4 \times 4$

$$34 = 14 + 4 \times 5 \quad 34 = 10 + 4 \times 6$$

$$34 = 6 + 4 \times 7 \quad 34 = 2 + 4 \times 8$$

在这八个等式中，只有  $34 = 10 + 4 \times 6$  可以继续分解为

符合题意的“两数和与该两数积相加等于 34”的算式，即：

$$(4 + 6) + 4 \times 6 = 34$$

而其他 7 个等式都不可能做到。

所以，可以准确地判断出：一共去了 10 位同学（4 + 6）。

#### 【训练题 11】小熊、刺猬与小兔

请你想一想，小熊、刺猬和小兔分别代表什么数时，能使这个有趣的乘法竖式成立？

#### 【智能训练】

我们先选取竖式的一部分（图中虚线范围）来进行推理，则有：

$$\begin{array}{r} 3A \\ \times \quad 3 \\ \hline B \ B \end{array}$$

将 1、2、3、4、5、6、7、8、9 分别代进 A，只有当

A = 7 时，才能使乘积出现两个相同数（BB），即：

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 3 \\ \hline 111 \end{array}$$

既然如此，小刺猬就只能是 0，才能使乘积的百位数为 1。整个算式为：

$$\begin{array}{r} 37037 \\ \times 3 \\ \hline 111111 \end{array}$$

用具体数字替代未知数，然后看演算结果是否符合题意，是进行数学推理的一种手段。运用这一手段时，要注意全面性，将可能出现的情况都要考虑到，然后排除掉不符合题意的部分，使推理判断准确可靠。

#### 【训练题 12】动物与数字

仔细看看图，然后想一想，每种动物各代表什么数时，能使五项等式都成立？

#### 【智能训练】

乍一看图，有点复杂。其实经过观察分析后并不复杂，总共只有 4 种动物兔、鸡、羊、马，也就是说，只求 4 个数字。

题图第二行是个减法等式，从这个式中我们可以推知马代表 0，因为等量相减，其差必为 0。

再看第四行的除法等式，从这个式中我们可以推知鸡代表 1，因为等量相除，其商必为 1。

再看整个加法竖式的个位数，从上往下数是：羊、马、鸡、鸡、马。因为已知马代表 0、鸡代表 1，所以可推知羊代表 8。

这样题图的第一横行可写成“兔 + 兔 = 18”；第三横行可写成“兔 × 兔 = 81”，无论从哪个式中都可知推知兔代表 9。

#### 【训练题 13】借 4 还 1

爱开玩笑的小红对小惠说，“如果你借了别人 4 本书，只还给别人 1 本书就够了，因为最近我有了一个重大发现：1 等于 4。”

小惠连连摇头：“那怎么可能呢？”

小红说：“我举个例子给你看。”并拿出纸笔写了起来：

甲有 2 本书，乙有 8 本书，丙的书减去甲的书刚好等于丙的书的 4 倍减

去乙的书。用算式表示，就是：

$$\text{丙书} - \text{甲书} = \text{丙书} \times 4 - \text{乙书}$$

$$\text{即：丙书} - 2 = \text{丙书} \times 4 - 8$$

$$\text{丙书} - 2 = \text{丙书} \times 4 - 2 \times 4$$

$$\text{丙书} - 2 = (\text{丙书} - 2) \times 4$$

（等式右边的变化依据是乘法分配律）

把等式两边同时除以（丙书 - 2），则可得：1 = 4（等式两边同时乘以或除以一个数，其值不变）。

小红写完，诡秘地一笑：“你看，这不是 1 等于 4 吗？我可不是瞎说，是按照逻辑推理的方式一步步推导出来的，你说是吗？”

小惠想：谁都知道 1 不等于 4。但按这么推导，结果又必然是 1 等于 4，问题究竟出在哪里呢？

### 【智能训练】

我们在进行推理判断时，总是依据一些已知条件（公认的常识或定理、定律等）进行逻辑推导的。如果引用了错误的已知条件或是错误地引用了已知条件，得出的结论都将是错误的。我们这道题之所以得出了 1 等于 4 的错误结论，问题就在推导过程中引用已知条件时出了错。请看：

$$\text{“丙书} (\text{丙书} - 2) \times 4$$

把等式两边同时除以（丙书 - 2）”

“把等式两边同时除以（丙书 - 2）”，按照数学的一般定理，等式两边同时扩大或缩小多少倍（即将等式两边同时乘以或除以一个数）时，该等式仍然成立。但是，可别忘了，引用这一已知条件时，等式两边同时乘以或除以的这个数不能是 0。特别是除以一个数时，无论被除数是算式或单个的数，这个数（除数）都不能是 0，因为 0 做除数是没有意义的。应当说，这也是已知条件之一，必须同时作为推导的依据。

而我们这道题中同时除以的这个数——（丙书 - 2），恰好等于 0，所以就出现了错误的结论。

怎么知道“丙书 - 2 = 0”呢？这只要稍加计算就行了：

$$\text{丙书} - 2 = \text{丙书} \times 4 - 8 \text{ 移项（或作算术推导），得：}$$

$$8 - 2 = \text{丙书} \times 4 - \text{丙书}$$

$$\text{即：} 6 = \text{丙书} \times 3$$

$$\text{所以：丙书} = 6 \div 3 = 2 \text{（本）}$$

$$\text{代入：丙书} - 2 = 2 - 2$$

$$= 0$$

这道题，实际上是一道“诡辩题”，表面上看来，逻辑推理是正确的，但实际上却存在着错误。多进行这种训练，可以使我们的逻辑思维更周密、更严谨。

### 【训练题 14】说谎国里问讯难

话说唐僧师徒  
四人去西天取经的  
路上经过一个“说  
谎国”，按照这个

“国”的规定，男人在每星期一、二、三说谎，女人在每星期四、五、六说谎，其他日子则都说真话。

对于“说谎国”的规定，他们早有耳闻。可一路上只顾昼夜兼程，谁都忘记了今天是星期几。要是搞不清今天是星期几，就很难与这个“国”的人打交道，因为你无法判断他（她）们说的是真话还是假话。为此，唐僧命八戒先去打听一下，问问今天究竟是星期几。

八戒领命而去。不一会，遇到一个男人，便连忙上前施礼打问。那男子望了八戒一眼，并不直接回答，只说：“昨天是我说谎的日子。”说完头也不回径自走了。八戒无奈，只得再往前走，忽见一女子飘然而至，连忙上前施礼喝喏：“女菩萨开恩，能告知我今天是星期几么？”岂料女子“扑哧”一笑：“昨天是我说谎的日子。”说完扬长而去。

这下可难住了八戒！他急忙去找悟空。悟空听罢，抓耳挠腮，双眉紧皱……忽然眼睛一亮：“哦，原来今天是星期……”

八戒听了好不高兴，禁不住问道：“猴哥，你是怎么推算出来的呢？”  
亲爱的小同学，你能回答吗？

#### 【智能训练】

我们先假定今天是星期一。按照题意，星期一是男人说谎、女人说真话的日子。女人说“昨天是我说谎的日子”，而按照假设，昨天是星期天，应是男、女都说真话的日子。显然假设与题意发生矛盾，故此假设不能成立。

如果假定今天是星期二或三，同样也会发生假设与题意不相符的矛盾，所以这两种假设也不能成立。

于是我们很自然地假设今天是星期四。女人说“昨天是我说谎的日子”，按假设，昨天是星期三；按题意星期三是女人说真话的日子。那么女人说的“昨天是我说谎的日子”就是谎话，这又符合女人在星期四说谎的题意。所以今天是星期四的假设，用女人的话来验证，是成立的。

那么，用男人的话来验证，是否也成立呢？

按题意，男人在星期四应说真话，男人说“昨天是我说谎的日子”，昨天是星期三，按题意确是男人说谎的日子。可见男人说的是真话，这就与今天是星期四的假设相一致。

至此，可以知道，当假设今天是星期四时，无论从男人或女人的话来分析，结论都不会与假设相矛盾。因此可以肯定，今天是星期四。

当然，作为训练，你不妨再分别假设一下今天是星期五、六、日，仿照上述方法逐一进行分析，看看假设与题意是否发生矛盾。



### 三创造性思维

所谓创造性思维是与前面所说的逻辑思维相对而言的，两者既有联系又有区别。

逻辑思维比较强调循序渐进、按部就班。就像学书法时先强调要学好“楷书”一样，一笔一画都要交代清楚。应当说，这是学好功课、开发智力的基本功。但是，世界上的事物是十分复杂的，学习功课的内容也越来越复杂，还需要在加强逻辑思维训练的同时，加强创造性思维的锻炼。

创造性思维之中有一种发散型思维，通俗点说，就是多角度思维。一件事或一道题，有时候从这个角度去考虑行不通，而改换一个角度或改换一种方式去考虑，问题就解决了。

当然，创造性思维比逻辑思维要难一些。就说“改换一个角度或改换一种方式”吧，说起来容易，到时候就是“改换”不了。原因有二，一是受习惯的束缚；二是受智能和知识的局限。所以我们要提高创造性思维能力，一要敢于突破框框，使思路开阔起来；二要加强联想（包括空间想象）和一题多解等智能训练；三要不断扩大自己的知识面（包括读书和实践两方面）。

#### 【训练题 15】紧急通知

小强在环形公路上练长跑。过了一小时，小明接到一项紧急通知，必须尽快送给小强。现在知道：环形公路全长 35 千米，小强每小时跑 15 千米，小明骑自行车每小时 25 千米。请你想一想，小明把“通知”送到小强手中，至少需要多少时间？

#### 【智能训练】

按照常规思考方法，小强在前面跑，小明在后面追，需要的时间是：

小明比小强每小时快  $(25-15)$  千米。

小强先跑 1 小时的路程为 15 千米。

小明追上小强的时间为： $15 \div (25 - 15) = 1.5$ （小时）也就是说，小明追上小强，需要 1 小时 30 分钟。

如果我们改换一种思考方法呢，让小明不去“追”小强，而是沿着环形公路去“迎”小强，效果如何呢？

小明去迎小强，其距离为： $35 - 15 = 20$ （千米）

小明、小强每小时的速度和为： $25 + 15 = 40$ （千米/小时）

那么，小明、小强碰面需要的时间为：

$20 \div 40 = 0.5$ （小时）

也就是说，这种反过来去“迎”的方法比常规去“追”的方法节约时间 1 小时  $(1.5-0.5)$ 。

—“追”—“迎”，只一字之差，但却把计算方法由“同向”而追变成了“相向”而迎（因是在环形公路上，也可以说是“背向”），就把“距离÷速度差”变成了“距离÷速度和”，当然就节省时间了。

#### 【训练题 16】直线连点

把九个排列成正方形的小圆圈用直线段连起来，有许多种不同的连法。小红在图上画了一种，用了六根直线段。后来，小红又分别用五根、四根、三根直线段去连，结果都连成了。

亲爱的小读者，你知道小红是怎么连的吗？问题看似简单，你可不能轻视它哟。

#### 【智能训练】

用五根直线把九个小圆圈连起来比较容易，只要如图 A 所示就行了。

用四根直线段去连，就不那么容易了。

当你去连接各圈的时候，总是遇到四个角上

的圈时，就不由自主地拐了弯，不敢往前画了，更不敢突破小圈所在的画纸往前画。这样就无法用四根直线把九个圈连起来。为什么题目中并没有对线段长短作出限制，而我们自己却给自己套上一个线段不能超越小圈所形成的正方形和线段不能画出画纸边线的“框框”呢？这就是习惯思维所形成的思维定势，化作一个看不见、摸不着的思维框框，束缚着人们的思想。以至看问题或在进行速算、竞赛以及一题多解时，都“不敢越雷池一步”，不能有所突破和创见，更谈不上有所发明，有所发现，有所前进了。

所以，我们要突破有形的框框（九个圈所形成的正方形轮廓和画纸边线），先要突破无形的框框（头脑中的思维障碍）。突破了这两个框框，答案就不难出来了（图 B）。

用三根直线段把九个小圆圈连起来，难度就更大了。一方面，需要突破前面所说的框框，另一方面，还要进一步突破框框：按照常规思维，直线段都是穿过每个小圆圈的圆心而连起来的，但这样做完不成“任务”。为了完成“任务”（在符合题意的情况下），可不可以像图 C 那样画三根直线段呢？回答应当是肯定的。

#### 【训练题 17】圣诞树上的灯泡

华丽的圣诞树上装



点着 11 个灯泡，每个灯泡上都编了号（从 1 编至 11）。有趣的是，编完号一看，线段相连的两个灯泡上的编号之差，刚好出现 1 - 10 十个自然数。

更有趣的是，好几棵圣诞树上的灯泡编号

方式各不相同，可相连的两个灯泡上的编号之差，却都是 1-10 十个自然数。

亲爱的小读者，你知道圣诞树上的灯泡编号是怎样编的吗？你能用多少种方法来编呢？

#### 【智能训练】

这是有意出的一道“一题多解”训练题。我们在做习题时，经常会遇到一题多解的情况，但有的同学却不习惯于一题多解，只用一种方法求得答案就算完事了。这样就失去了多角度思维锻炼的好机会。

如果我们能自觉地“一题多解”，而且善于将“多解”加以比较，就不仅能使我们头脑变得灵活，考虑问题比较全面，而且能从“多解”中得到启示，寻找最佳解题途径或发现解题规律。对于以后解同类题，就能收到事半功倍之效。

图 A、B、C、D 是四种不同解法（还有一些解法，让同学们

自己去完成），把这些解法加以比较，就能使我们获得意想不到的收获。你看，如果我们只用一种解法，就很难得出以下结论：

（1）编号 1 与 11 必须相连；

（2）按 C、D 两种解法较为方便。规律是：先将差数 1-10 依次写在十条线段旁，然后往差数 10 两端的圆圈中写上 1 和 11，往下则以此类推，即可较快地填出全部编号来。（3）倘若“圣诞树”不断加高，使灯泡数（编号数）相应增加，但只要仍为每层三个灯泡，则可应用上述规律，先将灯泡间的差数 1-x 依次写在各条线段旁边，然后往差数 x 两端的圆圈中写上 1 和最大数（x+1），往下以此类推即可。

#### 【训练题 18】猴子捡桃子

每间小房里都放着一只鲜艳艳的桃子，请

你想想，猴子从 1-8 中的哪个门进去，才能不走重复路线（即每间房只许进出一次），一次捡完所有的桃子，然后

从箭头所示的房里出来？

告诉你，一个个门去试，可不是好办法，因为只给你 1 分钟时间。

#### 【智能训练】

八个门，如果一个个门去试，的确不是好办法，一来容易出错，二来时间不允许（只有 1 分钟）。那么，怎样才能一次选准那个门呢？

仔细看看图并略作分析：虽然有八个进口（八个门），但只有一个出口。猴子捡桃的路线，不论从哪个门进，都必须从箭头所示的房间出来。如果反过来找，从箭头所示的房间（出口）往回找，必能找到那个进口。

这样，就把可能要试八次才能找到的路线变为只试一次就能找到了（见图）。

这道训练题，比较形象直观地说明了“逆向思维”在解决某些问题时的重要作用。“逆向思维”，顾名思义就是“反过来想”。这种从事物的相反（或相对）的功能去思考问题的方法，对于防止“钻牛角尖”，迅速获取解题途径是很有效的。而且这种反面思索，不仅有助于在原有知识基础上的发现和突破，还能加强对原有知识的理解并巩固记忆。

请回过去看看前面的《紧急通知》一题，你一定会有新的解法。

#### 【训练题 19】奇怪的火柴等式

按照通常的数学法则，无论如何图中这个用火柴摆成的等式是不能成立的。但事情也有例外，如果你从某个特定的角度看它，这个等式也能解释得通。

亲爱的小读者，请你想想看，该怎样看这个奇怪的等式，它才是成立的呢？

#### 【智能训练】

$8 - 5 = 3$ ， $8 - 2 = 6$ ，3 与 6 是怎么也不相等的。如果移动一下火柴，是可以使等式两边数值相等的，但题目不允许这样做。将等式倒过来看，也是改换角度的一种方法。但倒过来看的结果仍然是两边不相等。这样就只有另想办法了。

我们再想想，这个等式必竟是火柴摆成的，有必要在火柴杆上多做文章。从火柴杆摆成的“8”里拿走（减去）一个火柴杆摆成的“5”，还剩 2 根火柴杆；从火柴杆摆成的“8”里拿走（减去）一个火柴杆摆成的“2”，同样剩 2 根火柴杆。你看，从这个意义上说，等式两边都剩 2 根火柴杆，不就解释得通了吗。

#### 【训练题 20】镜中电子表

镜子里的这块  
电子表走时是准确  
的。请你判断一  
下，现在的真实时  
间是几时几分？

【智能训练】

镜中映像与实际物体是相反的。反过来看镜中的“15:02”，就成了“50:21”，也就是说，表上的实际数字应是“50:21”。但生活常识告诉我们，一块走时准确的表是不会出现“50:21”这么个数的。分析原因，只可能是这块电子表倒放了。我们倒过来再看这个数目，就成了“12:05”。所以，真实时间应是12点零5分。

这种训练，把多角度思维与逻辑思维巧妙地结合起来了。进行多角度思维时，必须敢于突破常规思维的束缚（如反过来看、倒过来看）；但是对于每个角度的分析，我们又必须遵守逻辑思维的法则（不违反生活常识或定理），这样，才能使我们的多角度思维成为解决实际问题的钥匙，而并非不着边际的空想。

【训练题 21】横、竖相等

请你数一数图中  
的动物棋，横行有多  
少颗，竖行有多少  
颗？你能不能只移动  
一颗棋子，使横行和  
竖行的棋数相等？

【智能训练】

横数是5颗，竖  
数是6颗，数起来十  
分容易。但怎样移动

一颗棋子，使横、竖行的棋数相等呢？

要使横、竖行上的棋数都是5颗，我们可以移动横、竖行交叉点上的那颗棋子，把它移到横行的任一端去，这样竖行也就只有5颗棋了。

能不能移动一颗棋子，使横、竖行上的棋数都是6呢？我们可以把竖行两端的任一颗棋子移到横、竖行交叉点上的那颗棋子上（两颗棋重叠），这样横行上也有6颗棋了。

第一种移法是平面移动，第二种移法则变为立体（空间）移动了。想出第二种移法看似简单，实际上却不容易。它把平面想象变成了立体（空间）想象，是很需要开拓创造性思维的。

【训练题 22】金色的天鹅

有一只金色的  
天鹅，它是用黄金  
铸成的。小红想知  
道它的体积，可量

来量去还是计算不出来，因为天鹅的形体太不规则了。

小红的姐姐搬

来了一个比金天鹅

大一些的方形量

筒，量筒上面还画了计量刻度。姐姐对小红说：“这个量筒可以帮助你量出天鹅的体积来。至于怎样量，就请你自己想办法了。”

小红转动着两颗智慧的眼珠，不一会儿就想出了好办法，量出了金天鹅的体积。

亲爱的小读者，你知道小红采用的办法吗？

#### 【智能训练】

办法很简单，想出来可得费些脑筋。

小红把金天鹅放进量筒，然后往量筒里倒水，直到淹没金天鹅的位置。记住这个位置的刻度并把金天鹅从水中拿出来，再看看水面降到了什么刻度。把先后两次刻度相减，就知道了金天鹅的体积。

按照一般常识，量体积是用尺来量的，而这里却变成了用水来“量”，这是需要转换一个很大的思维角度的。由不规则的金天鹅体积想到没有一定形状的水，由量筒想到液体，这是联想的结果。但这种联想必须为解题“服务”，就需要一定的知识作基础，例如水的重量与水的体积之关系，物体排开水的量（指体积）等于物体的体积等。所以说，知识越丰富，越有助于联想，越能促进创造性思维；反过来，创造性思维越活跃，越能促进联想，越有利于知识的吸收和巩固。

#### 四 抓主要矛盾

“抓主要矛盾”，是一个哲学词语。把它“翻译”成通俗的话，就是抓关键或抓要领、抓要点、抓重点。

做一件事情也好，解一道数学题也好，遇上稍微复杂点的，就有许多问题需要全面考虑。但在这些问题当中，必有一个是最主要的。抓住了这个主要问题（关键），其他问题就“迎刃而解”了。然而，主要问题往往被许多次要问题掩盖着，需要发挥观察力、判断力和创造性思维等多方面智能才能准确而又迅速地抓住它。

##### 【训练题 23】找纸片

有一张透明纸，上面写了 1-9 九个数字（见 A 图）。现在将这张透明纸翻过面来，并任意转动角度，我们见到的当然是透明纸的反面了（见图）。给你 1 分钟时间，你能准确地从图中找到这张透明纸吗？

##### 【智能训练】

只有 1 分钟时间，看来一张一张、一个字一个字地去与图 A 对照，不是好办法，因为这样肯定费时间。

我们不妨这样想，图 A 有九个数字，不论它翻面也好，转动角度也好，中间那个数字（4）的位置是怎么也改变不了的，也就是说，这张翻过面的透明纸，中间那个数字必然仍是“4”，凡中间数字不是“4”的，都应排除掉。按照这个思路去找，很快就能找到这张透明纸——右下角那张。

从这里可以看出，抓住了中间位置的数字（4），就抓住了解题的关键。抓住了关键，解题的效率就大大提高了。

##### 【训练题 24】缸里的金鱼

小明家养了 5 条金鱼。一天，小明回到家里一看，有一条金鱼肚皮朝天——死了。请你想想，缸里还有多少条金鱼？

##### 【智能训练】

这里的关键是弄清提问的含义究竟是什么，是指还活着的金鱼数还是全部金鱼数？弄清了题意，我们就可以正确回答，缸里还有 5 条金鱼（包括死了的那条）。

这就告诉我们，认真看题（作文时叫审题）多么重要。千万不要粗枝大叶，答非所问。丢分了固然可惜，但更重要的是不能让粗心马虎形成习惯，否则，干什么事情都会干不好。

##### 【训练题 25】有趣的小狗

星期天，小红、小花、小明相约练长跑。小红第一个出发，过 15 分钟后小花出发，再过 15 分钟小明出发。有趣的是，小明出发的时候，把一只可爱

的小黄狗也带上了。小黄狗跑得快，一会儿追上小花，一会儿又追上小红。追上小红后又立刻往回跑，跑到小明身边时又掉头往前追。就这样，小黄狗在他们三人之间不停地跑来跑去。现在知道，小红、小花、小明的跑步速度分别为每小时 10 里、13 里、15 里（1 里 = 500 米），小黄狗的速度是每小时

20 里。请你想想看，在小明追上小红的这段时间里，这只不停地跑来跑去的小黄狗一共跑了多少里路？

#### 【智能训练】

问题看来有点复杂，小黄狗一会儿跑这儿，一会儿跑那儿，这路程如何算呢？但如果你能抓住关键，问题就变得十分容易了。

我们知道，计算路程的基本公式是：路程 = 速度 × 时间。现在小黄狗的速度已经知道了（每小时 20 里），只要求得小黄狗跑的时间就可以了。这里，小黄狗跑的时间就成了解题的关键，与此无关的问题或数据都不必考虑它。小黄狗跑的时间即是小明追上小红所需要的时间：小红比小明先出发 30 分钟（15 + 15），即  $\frac{1}{2}$  小时，则两人相距  $10 \times \frac{1}{2} = 5$ （里）。小明每小时比小红快  $15 - 10 = 5$ （里），所以追上小红需要时间  $5 \div 5 = 1$ （小时）。这就是说，无论小黄狗如何在三人之间跑来跑去，到小明追上小红这段时间，小黄狗刚好跑了 1 小时。

所以小黄狗跑的路程为：

$$20 \times 1 = 20 \text{（里）}$$

同学们也许注意到，按题意求答案时，题目中的有些已知条件（如小花跑的速度每小时 13 里）并没有应用上。情况的确是这样。从这里我们也可以得到启发，抓关键时必须头脑清醒，敢于排除某些与求答案无关或关系不大的因素，善于从多种因素中抓住一个最主要的因素，以求收到“纲举目张”的效果。

#### 【训练题 26】走出迷宫

请为图中的小黄狗设计一条走出迷宫的路线。对这条路线的要求只有一个，那就是它通过的缺口上的算式必须是方程。

#### 【智能训练】

迷宫共有四层，每层有四个缺口，每个缺口上都有一个算式：有等式，有不等式，还有计算式；有的含一个未知数（x），有的含两个未知数，有的一个未知数也没有。那么，怎样判断呢？

这里的关键是掌握方程的定义：“含有未知数的等式”。这就是说，一是等式，二要含有未知数（多少不限）。抓住这个重点，那些不符合要求的缺口上的等式就可以排除了（见图）。

有一点需要指出的是，图中的“ $\frac{x}{0} = 8$ ”它虽然是等式，也含有未知数，但却不能算作方程。因为该等式左边出现了“0作除数”的情况，而“0”是不能作除数的。

【训练题 27】变输为赢

春秋战国时期，齐国大将田忌与齐威王赛马。田忌用自己的上等马去赛齐威王的上等马，用中等马去赛齐威王的中等马，用下等马去赛齐威王的下等马。结

果，田忌以 0 : 3 输给了齐威王，尽管每场比赛，田忌的马都只比齐威王的马落后一点点。

后来，田忌采纳了军事家孙臆教给他的方法再赛，结果田忌三战二胜，以 2 : 1 赢了齐威王。

亲爱的小读者，你知道孙臆教给田忌的赛马方法吗？

【智能训练】

当齐威王出上等马的时候，田忌却出下等马，当然这一场必败。当齐威王出中等马时，田忌则出上等马；当齐威王出下等马时，田忌则出中等马。于是，后两场必胜。

这里，抓住“三战二胜”的比赛规则就抓住了关键。只有抓住这个关键，才能统筹全局，制定出宁可主动输一场而争取最后胜利的策略。

【训练题 28】蜜蜂采花

这只蜜蜂飞进每间花室采花，但每间花室都只允许进出一次。亲爱的小读者，你能帮助这只采花的蜜蜂设计出这条路线来吗？

【智能训练】



按照常规来设计这条路线，从一个口子进去，走经图示的花室，不是有个别花室没有走到，就是有的花室要进出二次，但这都不符合题目的要求。

当然，吃一堑长一智，既然这样走不通，我们就得另想办法。是否能像前面的《猴子捡桃子》一题那样，反过来从“终点”开始去寻找“起点”呢，看来也不行，因为此

题的“终点”与“起点”并没有区别。

于是，我们就设计了如上页下图所示的路线。尽管这条路线初看有些不习惯（因为“开始”和“结束”，分别从一个门进去，又从同一个门出来），但是它是完全符合题意的，因为它紧紧扣住了“进出一次”这个要点。

#### 【训练题 29】大小正方形

数一数，图中共有多少个正方形？想一想，当最小正方形面积为 1 平方单位时，最大正方形的面积是多少？

#### 【智能训练】

共有大小正方形 6 个。

最大正方形面积为 32 平方单位。

求得答案的关键是将最小正方形连同外接圆旋转  $45^\circ$ （见右图），这样，就能够直观地看出来，外面正方形的面积为里面正方形面积的二倍。采用同样的方法，可以知道第三个正方形（以最小正方形为第一个，其余依次

类推）的面积为第二个正方形的二倍；第四个为第三个的二倍……第六个为第五个的二倍。所以最大正方形的面积为：

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ & = 32 \quad (\text{平方单位}) \end{aligned}$$

这道题的训练也可以说是开阔思路、转换角度的训练，解题的技巧形象地说明了转换角度看问题是多么重要。当然，也可以这样说，在这里，转换角度就成了解题的关键。



## 五总结规律

规律，单从数学解题的角度说，它指的即是解同类题普遍适用的方法。掌握了这个方法，对于解同类题就十分容易了。

但是，规律这东西常常“躲藏”起来，不是一下就能从表面看出来的，往往需要我们调动多项智力因素（如观察力、判断力、多角度思维和抓关键的能力等）才能把它“挖”出来。

万事开头难，但只要我们养成遇事寻找和总结规律的习惯，就一定会尝到甜头。

### 【训练题 30】 加减乘除

与这四道加、减、乘、除计算题相似的计算题我们经常可以遇到。请你想一想，这类题如何计算最简便？

### 【智能训练】

算术中的一些计算法则或定理，其实也是一种“规律”，这种规律，课本上已经为我们总结出来了，我们只需要重视它和灵活运用它就行了。

$$\begin{aligned} 1234 + 998 &= (1234 - 2) + (998 + 2) \\ &= 1232 + 1000 = 2232 \end{aligned}$$

（两个加数同时加、减同一个数，其和不变）

$$\begin{aligned} 1234 - 999 &= (1234 + 1) - (999 + 1) \\ &= 1235 - 1000 = 235 \end{aligned}$$

（被减数与减数同加一个数，其差不变）

$$\begin{aligned} 64 \times 0.125 &= (64 \div 8) \times (0.125 \times 8) \\ &= 8 \times 1 = 8 \end{aligned}$$

（一个乘数缩小多少倍，另一个乘数扩大相同的倍数，其积不变）

$$\begin{aligned} 9 \div 0.125 &= (9 \times 8) \div (0.125 \times 8) \\ &= 72 \div 1 = 72 \end{aligned}$$

（被除数扩大多少倍，除数也扩大多少倍，其商不变）

### 【训练题 31】 速算猪羊牛马

请你算一算，图中的猪、羊、牛、马各等于多少？看谁算得快。

### 【智能训练】

求猪、羊、牛三数不难，因为算式不长，也许你认为没有找计算规律的必要。但求“马”这个数就比较复杂了，它等于 99999 个分数之和呀！如果按照通常方法计算，首先通分，然后一个一个数相加，真不知加到何年何月去！如果我们能找到它们的计算规律，那无疑将大大提高学习效率。

比较一下四道式子，不难发现：第一，四道式中，第一个加数都是  $\frac{1}{1 \times 2}$

；第二，任意相邻的两个加数都可以用下列基本式表示：

$$\frac{1}{m \times (m+1)} + \frac{1}{1 \times (m+1) \times (m+2)} \circ$$

所以说，它们的加数都是按一定规律排列的。那么，得出的答数是否也有规律呢？

$$\text{猪} = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{羊} = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} = \frac{3}{4}$$

$$\text{牛} = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} = \frac{4}{5}$$

比较一下每个答案与最后一个加数的关系，都具有下式的规律：

$$\frac{1}{1 \times 2} + \dots + \frac{1}{P \times q} = \frac{P}{q}$$

根据上述规律，我们不难求得：

$$\begin{aligned} \text{马} &= \frac{1}{1 \times 2} + \dots + \frac{1}{99999 \times 100000} \\ &= \frac{99999}{100000} \end{aligned}$$

你看，发现和总结规律，进而运用规律解题，是多么有助于学习。

值得指出的是，发现和总结规律也需要一定的时间。同学们切不要因怕耽误这点时间而放弃寻找规律的机会。“磨刀不误砍柴工”，这句话是很有道理的。

### 【训练题 32】小狗是啥数

请你仔细看看图，根据上面四个等式中乘数与积的关系，推算出小狗该是什么数。

#### 【智能训练】

几道等式，左边乘数的数位是按规律增加的，而右边得数的相应规律也很明显，留待同学们自己去发现和总结。下面介绍一种规律，供同学们参考：前面四个式的答数依次是 1、3、5、7 位数，所以小狗代表的数应是一个 9 位数，这个 9 位数的中间一个数应是 5，左、右对称效应为 4321，即 12344321。

### 【训练题 33】蝴蝶与小兔

图中有五道等式，请你按照前四道等式的规律，判断第五道等式中的蝴蝶和小兔各代表什么数？

#### 【智能训练】

前四道等式的规律是：两乘数的十位上的数字相同、个位上的数字为互补数（两数字之和为 10）；积的千、百位上的数字（或百位上的数字）为，乘数十位上的数字加 1 后乘以十位上的数字，积的十、个位上的数字为两个乘数个位上数字的积。

据此可以推断：

蝴蝶这个数，十位上的数字为 8（与另一乘数十位上的数字 8 相同），

个位上的数字也为 8（与另一乘数个位上的数字 2 互补）。

小兔这个数，千、百位上的数字为  $(8+1) \times 8 = 72$ ；十、个位上的数字为  $8 \times 2 = 16$ 。

所以蝴蝶代表 88，小兔代表 7216。

【训练题 34】算得巧

想一想，图中四道算式，怎样计算最快？

【智能训练】

$$\begin{aligned} & 4 \times 7 \times (12 \times 25 + 25 \times 88) \\ &= 4 \times 7 \times 25 \times (12 + 88) && (\text{乘法分配律}) \\ &= 4 \times 25 \times 7 \times (12 + 88) && (\text{乘法交换律}) \\ &= 100 \times 7 \times 100 \\ &= 70000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 8 \times (80 + 65 + 45 + 35) \\ &= 8 \times [(80 + 45) + (65 + 35)] && (\text{加法交换律、结合律}) \\ &= 8 \times (125 + 100) \\ &= 8 \times 125 + 8 \times 100 && (\text{乘法分配律}) \\ &= 1000 + 800 \\ &= 1800 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 37 \times 11 - 37 \\ &= 37 \times 11 - 37 \times 1 && (\text{一个数乘 1 等于原数}) \\ &= 37 \times (11 - 1) && (\text{乘法分配律}) \\ &= 37 \times 10 \\ &= 370 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 12340 \div 5 \div 2 \\ &= 12340 \div (5 \times 2) && (\text{三个数连除，如果先算后面二}) \\ &= 12340 \div 10 && (\text{个数，则将后二个数括起来后，}) \\ &= 1234 && (\text{括号里的除号要变成乘号}) \end{aligned}$$

请仔细注意算式后括号里的文字，它已经把各题速算的方法（或规律）

了。记住了它，以后遇到同类问题就可“举一反三”了。

【训练题 35】揭开奥秘

请你画一画，图中六个图案，哪些能一笔画成，哪些不能一笔画成？画成和不能画成，奥秘在哪里？

【智能训练】

我们先从一笔画的规律谈起。这个问题，早在 18 世纪即为著名数学家欧

拉提出并圆满解决了。问题的提起，首先是因为当时的哥尼斯堡城有一条河，河中有两个岛，在两岛之间架有一座桥，两岛与两岸之间架有六座桥（见图左），要想不重复地一次走遍所有的七座桥，而后再回到原出发点，能行吗？

欧拉把两岛和两岸看作 4 个点，然后用 7 根线（代替 7 座桥）把这 4 个点连起来（见图右）。这样就把当时闻名于世的“七桥问题”变成了一笔画问题：只要能不重复地一笔画完这个图，也就能按要求一次走完七座桥。

欧拉经过研究，最后得出结论：这个图不能一笔画成。并总结出了能够一笔画成和不能一笔画成的规律：

首先，应该懂得：一笔画图案中的连接点分为奇点和偶点。所谓奇点，就是与奇数根线条相连的点；所谓偶点，就是与偶数根线条相连的点。

如果这个图案上的点全部是偶点，则可一笔画成，并能从任意一点出发，最后又回到这个点；

如果这个图案上的点仅有 2 个奇点，也可一笔画成，但必须从一个奇点出发，最后在另一个奇点上结束；如果这个图案上的奇数点在 3 个以上（包括 3 个），则不能一笔画成。

现在我们再回过头来看欧拉的一笔画图案，这图案上的 A、B、C、D 四个点全是奇点，当然不能一笔画成了。

那么，本训练题中的 A、B、C、D、E、F 六个图案，哪个能一笔画成，哪个不能一笔画成就很容易判断了。

请你先判断，并且动手画一画，然后再看下面的答案：

A、D 图案能一笔画成，并可从任一点开始画；

B、E 图案能一笔画成，但必须从两个奇点中的一点开始；

C、F 图案不能一笔画成。

#### 【训练题 36】一分为二

请你试一试，  
在 A、B、C、D、  
E、F 六个图形上  
各画一根直线，将  
各图分别分成面积  
相等的两部分（不  
要求形状相同）。并  
请你归纳一下，能  
按要求分成的图形  
有什么共同特点。

#### 【智能训练】

我们可以这么思考，画  
一条直线，已有的规律（定

理)告诉我们,“两点决定一条直线”,这就是说,只要找准了两点,这条直线就能确定了。

仔细看看图,可以发现,这些图形整体上虽不规则,但却能分成规则的两部

分。如图 A 可分成平行四边形和正方形,图 B 可分成两个平行四边形,图 C 可分成等边三角形和长方形;图 D 可分成等腰梯形和正方形;图 E 可分成两个正八边形;图 F 可分成平行四边形和正方形。这就为平分图形打下了基础,因为平分规则图形显然比平分不规则图形方便得多。

我们再进一步分析,平行四边形、正方形、长方形、正八边形都是中心对称图形。而中心对称图形有一个特点,就是经过对称中心(点)的任意直线都必然平分该图形。因此,过两个中心对称图形的对称中心点所画成的直线,也必然同时将两个中心对称图形各分成两半。当这两个中心对称图形连在一起的时候,这条直线就自然地将整个图形分成面积相等的两部分了(等量加等量,其和相等)。

图 A、B、E、F 各分成两块后,全都成了中心对称图形。通过画对角线的方法找到两中心对称点,再将这两点连起来,符合题目要求的直线就画成了(图 F 为等量减等量,其差相等)。

图 C 中的三角形和图 D 中的等腰梯形不是中心对称图形。这种图形,不是过某一点所画的任意直线都能平分其面积的,故这个“点”无法确定。尽管另一个“点”是对称中心点,但一点不能确定一条直线。所以图 C 和图 D,不能用一条直线平分其面积。

#### 【训练题 37】哪根皮带长

如图所示,图中所有轮子的大小是相等的,轮子与轮子之间的距离已用火柴杆表示出来。

请你想一想,套在轮子上的皮带,哪根长一些?你能发现求皮带长度的规律吗?

#### 【智能训练】

我们将原图稍作简化,并画上辅助线和阴影线。这时不难看出,将图 A 的 4 块阴影面积,图 B、图 C 的各 3 块阴影面积分别加起来,都刚好等于一个整圆。

所以各图的皮带长度都应当是以各轮轴中心点为顶点的多边形的周长加上一个

圆轮的周长。这就是求封闭  
型皮带轮皮带长度的规律。

由于图 A、B、C 以各  
轮轴中心点为顶点的多边形

的周长相等（都为 12 根火柴杆长），各圆轮的周长也相等，所以三图中  
的皮带一样长。

#### 【训练题 38】巧数圆球

正六边形棋盘  
中规则地摆满了小  
圆球。请你想一  
想，用什么方法  
数，才能又快又准  
确地知道盘中共有  
多少个小圆球？

#### 【智能训练】

如图所示，把原图划分成三

个平行四边形，则每个平行四边形有圆球  $8 \times 9 = 72$ （个），总共有  $72 \times 3 + 1 = 217$ （个）。还有其他的好方法，请同学们再找找看。

#### 【训练题 39】一千零一层的难题

图中 A、B、C、

D 四堆积木都是规则堆  
放的。A 堆 5 层，B 堆  
7 层，C 堆 9 层，D 堆  
1001 层。

你是否能通过对  
A、B、C 三堆积木的  
计算，为计算 D 堆积木  
找到一种简便的计算方  
法？

#### 【智能训练】

A、B、C 三堆积木，如果一层一层地硬算，则有：

A 堆：  $1 + 2 \times 2 + \dots + 5 \times 5 = 55$ （个）

B 堆：  $2 \times 2 + \dots + 8 \times 8 = 203$ （个）

C 堆：  $3 \times 3 + \dots + 11 \times 11 = 501$ （个）

我们不难发现，D 堆积木与 A、B、C 三堆积木一样，都是按一定规律堆  
码的：下一层的积木比上一层的积木，每边都多一个。

我国北宋时期的大科学家沈括早就研究了这种堆码方式，并总结出它的  
计算规律：

堆码总数  $= M \times R + K$

其中：M 为堆码的中间一层的物体个数

R 为堆码的总层数

$K = (R \times R \times R - R) \div 12$

好，下面我们就用上述方法来计算 D 堆积木：

$$M = 501 \times 501 = 251001 \quad (\text{个})$$

$$R = 1001 \quad (\text{层})$$

$$K = (1001 \times 1001 \times 1001 - 1001) \div 12 \\ = 83583500$$

$$\text{总数} = M \times R + K$$

$$= 251001 \times 1001 + 83583500$$

$$= 334835501 \quad (\text{个})$$

上述四堆积木，恰好都是奇数层（5、7、9、1001）。如果是偶数层，可以先去掉最上一层或最下一层，然后按上式计算。当然最后别忘了加上先去掉的那一层的个数。

## 六勤动手与非智力因素

所谓非智力因素是相对于智力因素而言的。我们前面所训练的都属于智力因素的范畴。非智力因素是指一个人的品格、意志、毅力、勤奋以及兴趣爱好等等。既然如此,那为什么要在这本开发智能的书里谈到非智力因素呢?原因很简单,因为非智力因素对一个人一生的影响,包括智力因素的影响,都是极其深刻的。我们不难设想,一个非智力因素极差的懒汉,是怎么也做不到智力超群的。

不过,非智力因素的培养是一个涉及面很广的问题,也是一个十分强调在学习实践、生活实践和社会实践中加强锻炼和修养的问题。因限于篇幅,我们就不展开谈了。我们只是想就一个与学习和解题关系十分直接的问题——动手能力的培养问题(既有智力因素——手脑并用;又有非智力因素——毅力、勤奋、勇于克服困难等)进行训练,使同学们从小养成勤于动手的好习惯和善于动手的能力,这样就不仅对于学习数学,而且对于以后学习一些强调做实验的功课,甚至将来参加社会实践都会受益无穷。

非智力因素虽没展开谈,但希望同学们高度重视非智力因素的培养,并将非智力因素的培养与本书中的各项智能训练紧密地结合起来。

【训练题 40】请你证实

正六边形花坛中有  
三块青石板,其平面形  
状,一块为等腰三角形;  
一块为三边相等的等腰  
梯形;一块为两个相等  
的直角三角形拼成的四  
边形(见图)。

已经知道这三块青  
石板的面积是相等的,  
你能想个办法证实这一点吗?

【动手训练】

最好的办法是作辅助线,也就是说动手画一画。当你如图中虚线所示画出这些辅助线时,你就能非常直观地进行分析比较了:正六边形被分成 6 个相等的等边三角形 A、B、C、D、E、F。而三块青石板 a、b、c 各

占等边三角形的  $\frac{1}{3}$ 。所以可以判定,三块青石板的面积是相等的。

倘若我们不动手画这几根辅助线,即使你很聪明,恐怕也难圆满回答这个问题。因此,我们在解应用题的时候,要勤于动手,学会画线段图。特别是在解几何题的时候,还要强调作图画线的准确性,一笔一画不能马虎,否则错误的或不准确的线条,将会导致错误的结论。

【训练题 41】自制质数表



同学们都知道，  
大于 1 的整数，除了  
它本身和 1 以外，不  
能被其他正整数所整  
除的，就叫“质数”，  
也叫做“素数”。

迅速判断一个正  
整数是否是质数，在  
我们的数学运算中是  
很重要的。但是，如  
果这个数较大，要迅

速判断出来就不太容易。所以，自制一张质数表，就不仅是动手训练的需要，而且对我们的学习也是有直接帮助的。下面，就请你把这张未制完的 100 以内的质数表继续完成。掌握方法以后，自己再制一张 500 以内的质数表，学习起来就十分方便了。

#### 【动手训练】

我们以制作 100 以内质数表为例来说明制作质数表的方法：

先将 1—100 的自然数按顺序写在表上。然后采用淘汰法（即将不是质数的数划去）来求质数：

第一个数是 1，1 不是质数，将它划去（见图。为表示区别，我们在第一次划去的数上划一道斜线，在第二次划去的数上划二道斜线，以此类推）。

2 是质数，把 2 留下。然后将 2 的倍数（这些都不是质数）4、6、8……100 全部划去（因是第二次划，故划了二道斜线）。

2 以后是 3，3 是质数留下，然后将 3 的倍数全部划去。

3 以后是 4，4 已经划去（2 的倍数）。5 是质数留下，然后将 5 的倍数全部划去。

以此类推，没划去的就全部是质数了。再将留下的质数，依次整理在一张自制的表上，质数表就制作成功了。

#### 【训练题 42】画路线

图中有八只动物，每两只相同的动物有一条相会的路线，而且这四条路线互不交叉。你能画出这四条相会的路线来吗？

#### 【动手训练】

请你先用纸遮住答案，自己把路线画出来。实在画不出时，可以看一眼答案，然后立即遮住，再凭记忆画出来。

### 【训练题 43】折立方体

图中 A、B、C、D 分别为正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体。它们的展开图可在周围的 8 个图中找到。请你先判断一下，1—8 中的哪个图是 A-C 中哪个立方体的展开图，然后请把这个展开图放大画在硬纸片上，再沿虚线折起来，看折成的东西是不是一个完整的立方体。

#### 【动手训练】

找来一些厚薄适中的硬纸板（废旧食品包装盒、牙膏盒方都行），按照一定的比例，把展开图画在硬纸板上。然后，沿着轮廓线把展开图剪下来。在折合之前，最好用小刀在图中的虚线上划一道痕，这样折起来就非常方便，折合成的立方体也就更规整了。

最好能将每张展开图都放大折一折，这样可以更清楚地比较展开图（平面图）与立方体（立体图）的关系，对于发展空间想象能力也是一个促进。

立方体 A、B、C、D 的展开图分别是 2、4、6、8。

### 【训练题 44】一刀剪成五角星

五角星是轴对称图形，它在所有几何图形中，是最美最耐看的。因此，人们常常用彩色纸剪成大大小小的五角星，来装饰点缀校园墙报，美化日常生活等等。

但由于五角星对称性较强，想要剪好一枚五角星并不容易，想要一刀剪出个五角星就更不容易。可是，我们班上的小红却手艺惊人，只见她拿过一张正方形纸片，把它折了折，然后“咔嚓”一声，一刀就剪出个五角星来。亲爱的小读者，你知道小红是怎么折，怎么剪的吗？

#### 【动手训练】

将正方形纸片对折成图 1：再左右对折找到中点 C（图 2）；沿图

虚线折成图 ；沿图  
虚线对折成图 ；沿  
图 虚线折成图 （C  
点与 A 点重合）；沿图  
虚线折出一条折痕 AD，  
再展开成图 ；沿折痕  
AD 再折一下，使折痕  
延长至 E；沿折痕 AE 下剪，抖开即成五角星（图 ）。。

如果你剪下的五角星只是用来装点“星空”或作一般装饰之用，则图  
折成图 时，只估摸着接五等分折叠就行了；如果你剪下的五角星要用在比  
较严肃的地方或场合，要求剪得更精确一些，那么从图 折成图 时，你可  
利用量角器和直尺，按照图 所示，先画出四根虚线来（两虚线间夹角为  $36^\circ$ ），然后再按虚线折叠成图 。

#### 【训练题 45】神奇的“统计表”

你可别小看了这两张“统计表”，它的神奇奥妙之处，等你制作完以后  
就知道了。找一张较精美

的纸，在纸上按如

图格式画好表一、

表二。表的大小由

你自己决定，不

过，表要画得端端

正正；线条要画得

粗细分明；分格要

疏密适当；字要写

得工整、匀称、漂

亮。题目中绘出的

表一、表二，只是

提供制表的内容和

基本格式，并不是

制表的样板，同学

们不要受它的约

束。制表的学问可

多啦，希望同学们发挥自己的聪明才智，创造性地制作出精美漂亮的表来。

#### 【动手训练】

统计图和统计表是小学数学教学的一个内容，也是培养分析归纳能力的一种好方法。通过这份表的制作，不仅可以加深对统计图表的印象和理解，而且可以锻炼我们的写、画能力，还可以培养我们创新、自信、做事耐心细致等优良品格和习惯。

同学们，你们的表制作出来了吗？比比看，谁制得最准确、最美观。

好，下面该揭开表的奥秘了：

你想知道 1979 年至 2003 年中的某一天是星期几（或从星期几推算出某一天）吗？只要查一查这份表就行了。

例如，想知道 1977 年 2 月 1 日是星期几，则先查表一，查到 1977 年这行的类别号是 B；再查表二，从 2 月（没加框的“2”）一列中找到 B，从 B

向同行左面找星期日，有 6、13、20、27 四天。这样既知 2 月 6 日星期日，则可推知 1 日是星期二。

查表并不复杂，但要细心一些，特别注意查普通年份与查闰年（闰年、月在表中用加框示出）的区别。同学们在制表时，普通年份（月份）与闰年（闰月）的区别可自行设计，例如变换字体或规格等，只要区别清晰醒目就行。

## 第二部分基本智能应用训练—整数游戏

### 【训练题 46】找数

请你找一找，  
图中哪些数是自然  
数，哪些是整数？  
自然数和整数各有  
多少个？

#### 【智能训练】

题目看似简  
单，可它却能考察  
你的观察力和对于整数概念的掌握程度。

自然数是：17、5、10、三（汉字）、壹（汉字“一”的大字）、（罗马数字，读四），共 6 个。

整数是：上面的 6 个自然数再加上一个“0”（这个“0”藏在老猴为小猴搔痒处），一共 7 个整数。

### 【训练题 47】移数

图中横行五数之和为 18，竖行四数之和为 22。请你移动二枚棋子，使横行和竖行上的各数之和相等。

想一想，有多少种移法？

#### 【智能训练】

横行 18，竖行 22，相差数为 4。  
要使横、竖行数相等，有以下几种移法供参考：

将 8 与 4 对换位置，使横、竖行各数之和均为 22；

将 8 与 6 对换位置，使横、竖行各数之和均为 20；

将 7 与 5 对换位置，使横、竖行各数之和均为 20。

### 【训练题 48】马头换数

这个奇怪的等式由  
马头和 5 个 9 组成。请  
你想一想，要使这个等  
式成立，马头应换成什  
么数？

要求：用逆运算的  
方法求解。

#### 【智能训练】

逆运算实际上也是一种“倒过来想”的反向思维方式。逆运算训练，不仅能加深对知识的理解，而且能活跃思维，培养创造力。

好，下面我们按步骤来解这道题：

$$[(\text{马头} + 9) \times 9 - 9] \div 9 = 9$$

先求中括号 [ ] 里的数，

$$[(\text{马头} + 9) \times 9 - 9]$$

$$= 9 \times 9$$

$$= 81$$

(被除数等于除数与商的乘积)

$$(\text{马头} + 9) \times 9$$

$$= 81 + 9$$

$$= 90$$

(被减数等于减数与差之和)

$$\text{马头} + 9$$

$$= 90 \div 9$$

$$= 10$$

(被乘数等于积除以乘数)

$$\text{马头} = 10 - 9$$

$$= 1$$

(加数等于和减另一个加数)

#### 【训练题 49】黑马归巢

请你按照“马走日字”的象棋规则，让棋盘中的“马”一次吃掉十颗棋子，最后跳回 A 巢。

要求：被“吃”掉的十颗棋上的十数之和等于 100。

#### 【智能训练】

“马”走路线如图所示。

“吃”掉的十颗棋是 1、

3、5、7、9、11、13、15、17、

19，这 10 个相邻奇数之和刚好等于 100。

#### 【训练题 50】鸡狗猪换数

不许用手比划，只许用眼

看，你能找到鸡、狗、猪各代表哪个数吗？(限时半分钟)

#### 【智能训练】

如果你对人民币、时间和角度的单位换算比较熟悉，那么，你就不必用眼睛盯着线条去寻找对应数，而是凭自己的知识和记忆迅速回答出来：

$$1 \text{ 分} = 0.01 \text{ 元} \quad 1 \text{ 分} = \frac{1}{60} \text{ 小时}$$

$$1 \text{ 分} = \frac{1}{60} \text{ 度}$$

#### 【训练题 51】动手剪拼

如图纸片每格均

由六个小正方形组

成。请你按一定的比

例将此图画在一块较

大的硬纸片上(别忘了写上数字)。然后将这块纸片剪成二大二小共 4 块，再将一大一小拼成正方形，并使拼成的两个正方形上的 6 数之和相等。

【智能训练】

先按题目要求在一块硬纸片上画上 72 个小正方形，并在相应位置写好数字。准确地画好这张图是一次有益的动手训练，如果图画得歪歪斜斜，那后面就拼不成正方形了。

按照题意，最后拼成的两正方形上的 6 数之和相等。算一算，总共 12 个数，其和为 78，78 的一半为 39。39 即为 6 数之和。

我们将 1—12 排成一行：

1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12。

不难发现，1 加 12、2 加 11……直至 5 加 8、6 加 7 均为 13，三个 13 相加即为 39。对照一下图上的数字位置，完成剪拼任务就不难了（见图）。

【训练题 52】移硬币

数一数，图中一共有多少枚硬币？竖行几枚，横行几枚？要使横、竖行硬币数相等，至少要移动几枚硬币？怎样移？

【智能训练】

图中一共有 6 枚硬币，竖数有 3 枚，横数有 4 枚（拐弯处的硬币重复数了一次）。

要使横、竖行硬币数相等，至少要移动 1 枚硬币。移动的方法有两种：一是将拐弯处的硬币

移到竖行的上面去，使竖、横行都是 3 枚硬币；二是将横行的一枚硬币移到拐弯处的那枚硬币上去（见图），使横、竖行都是 4 枚硬币。

第二种移法，把一枚硬币重叠到另一枚硬币之上，这就突破了一般只作平面移动的思维定势。把平面问题转化成立体问题，可以锻炼我们的空间想象力和立体思维能力。

【训练题 53】钟面改错

请你仔细观察钟面上的罗马数字，找一找哪几个写错了。

罗马数字的记数方法十分有趣，变化很有规律，你掌握了罗马数字的记数方法和变化规律吗？请你说说看。

【智能训练】

钟面上的“Ⅳ”应改为“Ⅴ”（4）；“Ⅷ”应改为“Ⅵ”（6）；“

”应改为“ ”（8）；“ ”应改为“ ”（9）；“ ”应改为“ ”（11）。

罗马数字是古代罗马人记数用的符号，共有7个：I表示1，V表示5，X表示10，L表示50，C表示100，D表示500，M表示1000。

记数的规律是：相同的符号（数字）并列，表示相加，如 表示  $1+1+1=3$ ；不同的数字并列，右边的小于左边的，表示相加，如 表示  $5+1=6$ ；右边的大于左边的，表示右边的减去左边的，如 表示  $5-1=4$ ， 表示  $10-1=9$ ；数字上加一横线，等于原数字的1000倍，如  $\overline{V}$  表示  $5 \times 1000 = 5000$ 。

按照上述规律组合，可以表示出任一个自然数来，请同学们自己试试看。

#### 【训练题 54】巧换数字棋

请把图中的大写数字翻译成阿拉伯数字，并请移动二颗棋子，使正方形每边上的6数之和都等于23。

#### 【智能训练】

翻译成的阿拉伯数字如图所示。

将4（肆）、7（柒）两颗棋子对换位置，就能使正方形每边上的6数之和都等于23。

#### 【训练题 55】移动钮扣

请你想一想，  
要使每一横行、竖  
行上都是二颗钮  
扣，至少要移动多  
少颗钮扣？怎样  
移？

#### 【智能训练】

为了做到“心中有数”，我们观察的时候不妨数一数，看每一横行、竖行上究竟现有几颗钮扣。一数便知，每一横行上的钮扣数正好都是2颗；竖行的第一、二、四、六、七、八、九、十行上也都是2颗，只有第三行是1颗，第五行是3颗。这样，我们只要把第五竖行上的任一颗钮扣沿着横行移到第三竖行上就行了。

这就启发我们，解这类看似复杂的问题，一要有耐心；二要在综合分析的基础上善于抓住关键，避免盲目性。





## 二数的整除游戏

### 【训练题 56】放鸡蛋

12 只篮子摆成一个圆形。第一个鸡蛋放进 A 篮，然后依顺时针方向，依次一篮一个鸡蛋地放下去，请你在 1 分钟内回答，第一万个鸡蛋放进了哪只篮里？

#### 【智能训练】

一万个鸡蛋，从 A 篮开始一篮一个地放进去，那么要数 10000 个数，在 1 分钟内是数不完的。

我们可以利用数的整除方法来迅速求得答案：

10000 个鸡蛋分放在 12 只篮子里，则有： $10000 \div 12 =$

$$833\frac{4}{12}$$

这里的得数“ $833\frac{4}{12}$ ”应该这样理解，即：12 只篮子，每只篮里放进 833 个鸡蛋后，还剩 4 个鸡蛋。

很明显，最后一个鸡蛋必然放进从 A 算起依顺时针方向数的第 4 只篮子里。

### 【训练题 57】对应 A、B、C

图中有一个“ $A \div B = C$ ”的等式，请你找一找，A、B、C 分别与周围的哪几个圈相连。应怎样组合，才能使等式成立？

#### 【智能训练】

A 与 1、4、7、10 号

圈，B 与 2、5、8、11 号

圈，C 与 3、6、9、12 号圈相连。

按如下组合，才能使等式成立：

工作总量 (A)  $\div$  工作时间 (B) = 工作效率 (C) 总价 (A)  $\div$  数量 (B) = 单价 (C)

总重 (A)  $\div$  体积 (B) = 单重 (C)

路程 (A)  $\div$  行路时间 (B) = 速度 (C)

这四道等式在我们的数学学习中非常重要，是求效率、单价、单重和速度等“单一量”的基本公式。同学们可自己进一步对四道等式进行比较，并

列出“ $A \div B = C$ ”的逆运算算式来，然后将相应的圆圈中的数学量代进去。

【训练题 58】快算间距

六辆汽车如图停  
放在停车坪里，每辆  
汽车的宽度为 1.5  
米，6 辆汽车占地的  
总宽度为 15 米，请你  
迅速回答：两辆汽车  
之间的平均间距是多  
少米？题目虽然简  
单，你可别大意哟。

【智能训练】

这虽是一个简单的求平均数问题，但如果没弄清平均分配的“对象”——汽车间距有几个，则容易答错。6 辆汽车的总宽度为

$$1.5 \times 6 = 9 \text{ (米)},$$

汽车间距总数为

$$15 - 9 = 6 \text{ (米)}。$$

6 辆汽车，实际间距只有 5 个（注意：不是 6 个），所以每个间距的平均宽度为  $6 \div 5 = 1.2 \text{ (米)}$ 。

【训练题 59】短除式中的动物

这是一个有趣的“短  
除法”算式，每种动物代  
表一个数。

请你仔细看看图，然  
后回答下列问题：

（1）每种动物各代表  
什么数？

（2）牛、羊所代表两数  
的最小公倍数和最大公约数  
是多少？

（3）将牛、羊所代表的  
两数分别分解质因数。

【智能训练】

根据“短除法”运算规则“羊”所代表的数分解质因数应为：

$$2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 1$$

因此可知，“羊” $= 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 1 = 84$ 。

“牛”数分解质因效应为：

$$2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 8$$

故“牛” $= 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 8 = 672$ 。

“牛”“羊”两数的最小公倍数是：

$$2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 1 \times 8 = 672。$$

“牛”“羊”两数的最大公约数是：

$$2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84.$$

其他动物各代表什么数呢？请见下式：

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 84 \quad 672} \\ 2 \overline{) 42 \quad 336} \\ 3 \overline{) 21 \quad 168} \\ 7 \overline{) 7 \quad 56} \\ 1 \quad 8 \end{array}$$

#### 【训练题 60】箭射质数

请你找一找，哪支箭射中的全部是质数？

#### 【智能训练】

如果你能记住 500 以内的质数，或者面前有一张 500 以内的质数表，找到答案就方便多了。但这还不够，你必须动手画“箭”的直线延长线，才能看清楚哪

支箭射中了哪几个圈。如果不动手画，光凭眼睛看，由于图中许多条横线造成的干扰，使人产生错觉，本来在一条直线上的圆圈，看上去也好像不在箭头所指的直线上。

答案是 F 箭，它射中的质数是 2、7、293、397、499。

A、B、C、D、E 箭射中的圆圈中，至少各有一个数不是质数，如 A 箭射中的 493，B 箭射中的 9、497，C 箭射中的 469，D 箭射中的 465，E 箭射中的 1。

#### 【训练题 61】一线分出质、合数

请你在图中画 1 根直线，把此图分成形状相同、面积相等的两部分，并使一部分中的数全为质数，另一部分中的数全为合数。

#### 【智能训练】

在图上先画两条对角线，得交点 A。然后

如图所示，过 A 画一条直线即可。如此，则左边部分全为质数，右边部分全为合数。

有趣的是，即使你已经看出了图中质数与合数的“分界数”，由于错觉，使人感到这条直线好像画不成。但当你动手用直尺或三角板去画时，问题就解决了。

【训练题 62】方圆填数

请将 6、7、8、9、10 五个数填进方框中，并将相邻两数之和填进小圆圈之中。要求小圆圈里全部是质数，你能填出来吗？

【智能训练】

只要你能记住 20 以内的质数，试填几次，正确答案就出来了。

【训练题 63】环套互质数

套在绳圈上的环，环中的两个数都是互质数。请你找找看，哪几个环套在绳圈上。然后请你总结一下识别互质数的规律。

【智能训练】

套在绳圈上的环有 A、B、D、E、G、I，共 6 个环。  
识别互质数的规

律是：

- (1) 都是质数的两个数是互质数，如 A 环中的 2 与 3；
- (2) 相邻的两个自然数是互质数，如 B 环中的 9 与 10；
- (3) 1 和任何一个自然数是互质数，如 D 环中的 1 与 12；
- (4) 相邻的两个奇数是互质数，如 E 环中的 9 与 11；
- (5) 一个质数与一个合数有可能（注意：不是必然）是互质数，如 G 环中的 7 与 15；
- (6) 两个合数有可能（注意：不是必然）是互质数，如 I 环中的 9 与 16。

【训练题 64】大木头与小磅称

大木头重量在 200 千克至 300 千克之间。小磅称却只能一次称出不超过 200 千克的重量。请你想一想，能不能利用这台小磅称称出大木头的准确重量？怎样称？

【智能训练】

把大木头一头落地，一头置于磅称上，记下称得的重量。然后，将大木头掉过头来再称。将两次称得的重量相加，即得大木头的准确重量。

【训练题 65】慧眼识数

找一找，图  
中哪些数能被  
“3”整除？你  
是怎么判断的？  
道理在哪里？

【智能训练】

能被“3”  
整除的数有一个

共同特征，即它的各位数字之和是“3”的整数倍。所以图中能被“3”整除的数有：

234 (2 + 3 + 4 = 9 是 3 的整数倍)

345 (3 + 4 + 5 = 12 12 是 3 的整数倍)

3450 (3 + 4 + 5 + 0 = 12 12 是 3 的整数倍)

357900 (3 + 5 + 7 + 9 + 0 + 0 = 24 24 是 3 的整数倍) 道理在哪里呢？

设有一个四位数 ABCD，我们可以写成：

$$ABCD = 1000A + 100B + 10C + D$$

$$= (999A + A) + (99B + B) + (9C + C) + D$$

$$= 999A + 99B + 9C + A + B + C + D$$

$$= (999A + 99B + 9C) + (A + B + C + D)$$

上式中的 (999A + 99B + 9C) 是肯定能被“3”整除的，因为括号中的各数都是“9”的倍数，自然也是“3”的整数倍。

所以这个四位数能否被“3”整除，只要看上式中的 (A + B + C + D) 能否被“3”整除就能够确定了。换句话说，这个数能否被“3”整除，只要看这个数的各位数字之和能否被“3”整除就行了。

【训练题 66】两篓鸡蛋

有 A、B 两篓鸡蛋，如果从 A 篓里拿出 10 个鸡蛋放进 B 篓里，则两只篓里的蛋就一样多了；如果从 B 篓里拿出 10 个鸡蛋放进 A 篓里，那么 A 篓比 B 篓多出的鸡蛋就恰是 B 篓拿出 10 个蛋以后的 5 倍。

请你想一想，  
A、B 篓里原有鸡蛋多少个？

【智能训练】

这是一个“和  
差和倍数问题”，我  
们可以运用逻辑推理一步一步求得答案。

首先，从 A 篓里拿出 10 个放进 B 篓，则两篓一样多。说明两篓原来相差 20 个，也就是说原来 A 篓比 B 篓多 20 个。既然如此，若是从 B 篓里拿出 10 个放进 A 篓，那么一加一减，A 篓就比 B 篓多出 40 个 (20 + 10 + 10)。

根据题意可知，这多出的 40 个是 B 篓拿出 10 个以后所剩鸡蛋数的 5 倍，则 B 篓所剩鸡蛋为  $40 \div 5 = 8$  (个)。若是把拿走的 10 个还给 B 篓，则 B 篓原有鸡蛋  $8 + 10 = 18$  (个)。

A 篓比 B 篓多 20 个，所以 A 篓原有鸡蛋  $18 + 20 = 38$  (个)。

【训练题 67】数小鸡

养鸡场有一批小鸡，三只一数多 2 只，四只一数多 3 只；五只一数多 4 只，六只一数多 5 只。请你想一想，小鸡最少有多少只？

【智能训练】

多与少是一个相对的概念。

“多”多少反过来

想，也可以变化

成“少”多少，

如三只一数多 2

只，也可看成三

只一数少 1 只；四只一数多 3 只，可看成四只一数数少 1 只；五只一数多 4 只，可看成五只一数少 1 只；六只一数多 5 只；可看成六只一数少 1 只。这样一转换，就可以知道，如果增加 1 只鸡，则三只一数、四只一数、五只一数、六只一数便都刚好数尽。

于是，我们可以假设增加 1 只鸡，然后求 3、4、5、6 的最小公倍数，便可以找到答案了。

3、4、5、6 的最小公倍数是 60，我们再从 60 中减去假设增加的 1 只鸡，则可知原有鸡数最少为  $60 - 1 = 59$ （只）。



### 三分数、小数游戏

#### 【训练题 68】各占一半

A 圆的面积是 20 平方米，B 圆的面积是 8 平方米。鹿场和兔场各占 A、B 圆的一半，请问鹿场面积占 A 圆面积的百分数是多少？兔场面积占 B 圆面积的百分数是多少？两个百分数是否相等？鹿场和兔场的面积是否相等？为什么？

#### 【智能训练】

鹿场占 A 圆的一半，所以鹿场占 A 圆面积的 50%；

兔场占 B 圆的一半，所以兔场占 B 圆面积的 50%。

既然百分数相等，那么鹿场和兔场的面积是否相等呢？不相等！

因为两个 50% 所对应的两个“单位 1”（即 100%）是不相等的。鹿场所对应的“单位 1”是 A 圆，面积是 20 平方米，故鹿场的面积为  $20 \times 50\% = 10$ （平方米）；兔场所对应的“单位 1”是 B 圆，面积是 8 平方米，故兔场的面积为  $8 \times 50\% = 4$ （平方米）。

#### 【训练题 69】两块花手帕

左边的花手帕面积为 9 平方分米，把它分成面积相等的 9 块，并剪下其中的一块 A；右边的花手帕面积为 4 平方分米，把它分成面积相等的 4 块，并剪下其中的一块 B。

现在，请你想一想，A、B 各占原手帕的几分之几？A、B 的面积是否相等？

#### 【智能训练】

A 占原手帕  $\frac{1}{9}$ ；B 占原手帕的  $\frac{1}{4}$ 。

一个  $\frac{1}{9}$ ，一个  $\frac{1}{4}$ ，那么，它们的面积是否相等呢？ $\frac{1}{9}$  所对应的“单位 1”是 9 平方分米，故 A 的面积是  $9 \times \frac{1}{9} = 1$ （平方分米）

$\frac{1}{4}$  所对应的“单位 1”是 4 平方分米，故 B 的面积是  $4 \times \frac{1}{4} = 1$ （平方分米）

通过以上两道训练题的训练，我们可以看到：相同的分数，如果它们所对应的“单位 1”不同，则分数所表示的实际数量不同；不相同的分数，如果它们所对应的“单位 1”不同，则分数所表示的实际数量有可能相同。

#### 【训练题 70】鸡鸭同筐

请你数一数，筐里有几只小鸡、几只小鸭？再请你回答，小鸡数是小鸭的百分之几？小鸭数是小鸡的百分之几？小鸡、小鸭数各为整筐动物的百分之几？最后请你将上述百分数全部化成小数。

【智能训练】

表示一个数是另一个数的百分之几的数叫百分数，又叫百分比、百分率。求百分数的方法是：

百分数 = 一个数 ÷ 另一个数 × 100%

或者写作：

百分数 =  $\frac{\text{比较量}}{\text{标准量}} \times 100\%$  正确确定“标准量”是求解百分数的关键，所

谓标准量，即是看作“单位1”的量。

图中小鸡 5 只，小鸭 4 只。求小鸡数是小鸭数的百分比时，小鸭数是标准量。即  $5 \div 4 \times 100\% = 1.25 \times 100\% = 125\%$ 。求小鸭数是小鸡数的百分比时，小鸡数是标准量。即  $4 \div 5 \times 100\% = 0.8 \times 100\% = 80\%$ 。求小鸡、小鸭各为整筐动物的百分比时，整筐动物数（5 + 4 = 9 只）是标准量。分别为：

$5 \div 9 \times 100\% = 0.556 \times 100\% = 55.6\%$ （“5 ÷ 9”除不尽，用四舍五入法保留三位小数得 0.556）

$4 \div 9 \times 100\% = 0.444 \times 100\% = 44.4\%$

化成小数是：

$125\% = 1.25$                    $80\% = 0.80$

$55.6\% = 0.556$                $44.4\% = 0.444$

百分数只表示两个数量间的倍比关系，不表示具体数量。如“55.6%”，不能说成“小鸡 55.6 只，小鸡小鸭共 100 只”，具体数量仍然是小鸡

5 只，小鸡小鸭共 9 只。

【训练题 71】三棋进算式

请你把木板上的三颗棋子放到算式中的 A、B、C 位置上去，想一想，只要能使等式成立，有多少种放法？

【智能训练】

按照分数除法的运算规则，即将除数颠倒相乘，可摆成如下等式：

$$6 \div \frac{6}{9} = 6 \times \frac{9}{6}$$

（木板上的棋子“9”倒过来则变成“6”）

如果摆成如下两种形式，从计算结果来看，等式也是成立的：

$$6 \div \frac{6}{9} = 9 \times \frac{6}{6}$$

$$6 \div \frac{6}{9} = 9 \times \frac{9}{9}$$

【训练题 72】倾斜的天平

每只动物玩具的  
重量已经标注在图上  
(当然, 它们的计量  
单位是相同的), 请你  
想一想, 两架天平将  
各向哪边倾斜?

【智能训练】

天平向哪边倾  
斜, 取决于哪边重一  
些, 也就是说, 要看哪边的数大一些。

$0.1\dot{2}\dot{3}$  和  $0.3\dot{2}\dot{1}$  是混循环小数,  $\dot{1}\dot{2}\dot{3}$  和  $\dot{3}\dot{2}\dot{1}$  是纯循  
环小数 (循环节从小数点右边第一位开始的叫纯循环小数, 不是从第一  
位开始的叫混循环小数)。它们所表示的实际数值

是:

$$0.1\dot{2}\dot{3} = 0.123232323\ldots$$

$$0.\dot{1}\dot{2}\dot{3} = 0.123123123\ldots$$

$$0.3\dot{2}\dot{1} = 0.321212121\ldots$$

$$0.\dot{3}\dot{2}\dot{1} = 0.321321321\ldots$$

$$\text{故知 } 0.1\dot{2}\dot{3} > 0.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$$

$$0.3\dot{2}\dot{1} < 0.\dot{3}\dot{2}\dot{1}$$

所以上面的天平将向刺猬这边倾斜, 下面的天平将向小猪这边倾斜。

【训练题 73】哪个与众不同

方框里的数 (算式), 有一个与众不同, 请在两分钟内找出来 (提示:  
比较计算结果)。

【智能训练】

从计算结果看, 有的能一眼看出来, 如  $\frac{10}{7}$ 、 $1\frac{3}{7}$ ; 有的则稍加计算能得  
知其计算结果必相等, 如  $\frac{6}{7} \div 0.6 = \frac{6}{7} \times \frac{1}{0.6}$

$$\frac{6}{7} \times \frac{10}{6} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$$

(F) (E) (G)

$$\frac{6}{7} \div 0.6 = \frac{6}{7} \times \frac{1}{0.6} = \frac{1}{7} \times \frac{1}{0.1} = \frac{1}{0.7} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$$

(A) (B) (C) (D) (E) (G)

$$\text{而 H 框中的 } \frac{6}{7} \times \frac{6}{10} = \frac{36}{70} = \frac{18}{35}$$

所以可知，H 框与众不同。

【训练题 74】姐妹插秧

一亩水田，妹妹单独插秧，4 天插完，姐姐单独插秧，3 天插完。

请你想一想，如果：（1）两人先合插

2 天，余下的妹妹完

成，或者

（2）妹妹先插 2

天，余下的姐姐完

成，或者

（3）姐姐先插 2

天，余下的妹妹完

成，或者

（4）姐姐先插 2

天，余下的两人合

插。在上述情况下，余下的各需要多少天完成。

（5）或者两人先合插半亩田，余下的由妹妹独插，那么，前后共需要多少天？

【智能训练】

这里训练的重点是加深对工程问题的“单位 1”（整体工作量）和“单一量”（单位时间完成的工作量）的认识并提高灵活运用能力。

我们把全工程（一亩水田的插秧工作量）看作“单位 1”，妹妹或姐姐一天完成的插秧量看作各自的“单一量”。于是根据题意，我们可列出下列算式：

$$(1) \left[ 1 - \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) \times 2 \right] \div \frac{1}{4} =$$

$$(2) \left( 1 - \frac{1}{4} \times 2 \right) \div \frac{1}{3} =$$

$$(3) \left( 1 - \frac{1}{3} \times 2 \right) \div \frac{1}{4} =$$

$$(4) \left( 1 - \frac{1}{3} \times 2 \right) \div \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \right) =$$

$$(5) \frac{1}{2} \div \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) \div \frac{1}{4} =$$

如果你能正确列出上述算式，不仅说明你对单位“1”和“单一量”已能熟练掌握，而且说明你已能将加减乘除四则运算灵活而准确地运用到实际问题中来。至于算式的结果，就留待同学们自己计算了。

## 四几何游戏

### 【训练题 75】数图形

请你数一数，图  
中有多少个正方形？  
多少个三角形？

### 【智训能练】

如果从整体上去  
数，比较复杂。可以  
利用该图是一个对称  
图形的特点，只数其  
中的一部分，然后相  
乘，并注意加上几部  
分组合在一起时所构  
成的新正方形和新三  
角形。

共有正方形 20 个，三角形 68 个。

### 【训练题 76】越切越多

一个正立方体  
有六个面、八只  
角、十二条棱。当  
按如图所示切去 4  
只角时，请你想一  
想，还剩几只角，  
几个面，几条棱？

### 【智能训练】

这就像回答那

道大家较熟悉的智力题——一张桌子 4 只角，锯去一只角后还剩几只角——一样，不能简单地用减法求解，而必须思考去掉角后剩下部分的实际情况。而且，这里还需要发挥空间立体想象能力，把这个画在平面上的立方体透视图在头脑中再现出来。并使去掉角后剩余部分的图象，通过想象思维，形成一个新的立体图形。

当然，你也可以找块橡皮泥，捏成一个正立方体，然后照图所示切去 4 只角，就能直接观察还剩多少角、面和棱了。这一方面能培养你动手的能力，另一方面，也可以检验你通过想象回答问题的准确性。

正确答案是： 12 只角， 10 个面， 20 条棱。

### 【训练题 77】直线分图形

请你画一条直  
线，把这个图形分  
成面积相等的两  
块。

【智能训练】

怎样画呢？先动手试画还不行，还得动脑子想。首先要想到两点确定一条直线。所以，找中两点，就成了解题的关键。

如图，先把图形分成一长方形和平行四边形。用画对角线的方法找到 A、B 两交点。过 A、B 两点画直线即可。

【训练题 78】羊圈与猪圈

用一道弯曲的栅栏将一块正方形场地分隔成羊圈和猪圈。请你想一想，羊圈与猪圈的周长是否相等？羊圈与猪圈的面积是否相等？

【智能训练】

羊圈的周长等于正方形的两条边长加栅栏之长；猪圈的周长也是如此计算，所以两圈的周长是相等的。

但是否周长相等，面积就一定相等呢？那可不一定。从图中就可直观看出，羊圈面积小，猪圈面积大。所以，我们要分清周长与面积的不同概念以及不同的计算方法和计量单位。

【训练题 79】火柴图形

数一数，图中的三角形、正方形、六边形和十二边形各由多少根火柴杆围成，哪个图形的面积最大？

【智能训练】

这些图形都是由 12 根火柴杆围成的，也就是说，它们的周长相等。尽管它们的周长相等，但它们的形状却不相同，所以面积不会相等。实践和计算结果都证明，在相同周长的几何图形中，越接近圆形的几何图形面积越大，所以在实际生活中，为了节省材料（也为了坚固），常常将盛东西的容器制造成圆形。

在如图四个图形中，十二边形最接近圆形，所以它的面积最大。

【训练题 80】哪块面积大

比较一下就可以知道，这些图形的周长是不相等的。那么，它们的面积也各不相等吗？

【智能训练】

这些图形都画在规则的方格纸上，计算面积比较方便。平行四边形的面积等于底边乘高；梯形的面积等于上、下底之和的一半乘

以高；三角形面积等于底与高乘积的一半；正方形面积则等于两边长相乘。计算结果表明，每个图形的面积都是 64（平方单位），这就是说，它们的周长不等，面积却相等。

【训练题 81】三个三角形

有如图所示的三个三角形，其中 B 是等边三角形。如果图中的三个圆面积相等，那么，这三个三角形的面积也相等吗？请在半分钟内回答。

【智能训练】

判断的关键在正确认识三角形底边上的高。

A 是钝角三角形，底边 NP 的高是  $h_1$ ；B 是等边三角形，底边 QP 的高是  $h_2$ ；C 是钝角三角形，底边 QP 的高是  $h_3$ 。

三个圆面积相等，也就是说三圆的直径  $h_1$ 、 $h_2$ 、 $h_3$  相等。

A 与 B 三角形等底等高，B 与 C 三角形同底等高，故此三个三角形面积相等。

【训练题 82】倒出一半

长方体铁盒里盛了满满一盒水，水重 4 千克。请你往金鱼缸里倒进 2



千克水，在没有其他称量器具的情况下能做到吗？

【智能训练】

将长方体铁盒朝一边倾斜，使水慢慢流进金鱼缸。当水平面刚好处于图示位置（ $a$  为铁盒底边线， $b$  为铁盒上口边线）时即停止倒水。此时倒出的水和盒中剩下的水刚好各为一半。

【训练题 83】巧测角度

在正六面体的相邻两个面上各画一条对角虚线  $AB$  和  $BC$ ，请你想一想， $ABC$  所形成的夹角是多少度？

【智能训练】

$AB$  和  $BC$  分别在立方体的两个面上，它们所形成的夹角实际在立方体的里面，要直接量出此夹角来，可从  $A$  点开始，将立方体切开，使  $AB$  和  $BC$  同处在一个切开的平面上。

但切开毕竟不是简便的方法。简便的方法是：连结  $A$ 、 $C$  画一条对角线，这样， $ABC$  就形成一个等边三角形，尽管这个等边三角形“藏”在立方体内，但我们不难想象和推断， $A$ 、 $B$ 、 $C$  均为  $60^\circ$ 。

【训练题 84】放大多少度

请你想一想，用 2 倍放大镜分别观察 1 厘米长的小棍和  $30^\circ$  的角时，小棍和角各放大了多少倍？请在 5 秒钟内问答。

【智能训练】

如果你答小棍和角都放大了 2 倍，那就错了。因为角是不能放大的，原来是多少度，放在任何倍数的放大镜下观察，仍然是多少度。

所以正确答案是：小棍放大了 2 倍（变成 2 厘米长），而  $30^\circ$  角依然是  $30^\circ$  角。

【训练题 85】放大了多少倍

有七块相同大小的正方形纸片，将其中的 6 块组合成一个正立方体后，还剩下一块纸片。剩下的正方形纸片放在放大镜下观察时，面积放大了 16 倍，请你想一想，用同样的放大镜观察立方体时，该立方体的体积放大了多少倍？

【智能训练】

正方形面积放大了 16 倍，是否立方体体积同样放大 16 倍呢？

我们设原正方形边长为 1，则面积为 1 平方单位。放大后的面积为 16 平方单位，则边长为 4。

对于边长为 4 的正立方体来说，它的体积为  $4 \times 4 \times 4 = 64$  个立方单位。相对于放大前的正立方体  $1 \times 1 \times 1 = 1$  个立方单位来说，放大后的体积扩大了 64 倍。

所以，对于放大倍数问题要区别长度、面积、体积等不同情况具体分析，才能获得正确的答案。

【训练题 86】钟面找角度

指针从 3 点正开始，经过 3 小时后指向 6 点正。请你想一想，在这段时间里，时针（短针）和分针（长针）各转动了多少角度？

【智能训练】

钟面是一个圆，一个圆为  $360^\circ$ （周角）。时针每小时转  $\frac{1}{12}$  周，3 小时转动  $360^\circ \times \frac{1}{12} \times 3 = 90^\circ$ ；分针每小时转一周（ $360^\circ$ ），3 小时转  $360^\circ \times 3 = 1080^\circ$ 。

【训练题 87】小狗赛跑

两只小狗赛跑，一只沿大圆跑一圈后回到 A 点，另一只跑完两小圆后回到 A 点。请你想一想，当两只小狗同时起跑，而且速度也相同的话，谁是冠军得主？

【智能训练】

求谁是冠军，就是看谁花的时间少。变换一下行程问题公式，可得：时间 = 距离 ÷ 速度。这里，两只小狗的速度一样，时间的多少就看所跑路线的

长短了。

设小圆的半径为  $r$ ，则大圆的半径为  $2r$ 。

小圆的周长  $= 2\pi r$  两小圆周长之和  $= 2\pi r \times 2 = 4\pi r$

大圆的周长  $= 2\pi (2r) = 4\pi r$

由此可知，两只小狗所跑距离相等，故将同时跑回 A 点。

同时，这也形象地证明了“圆的周长与半径成正比”这一几何定理。

#### 【训练题 88】三人分饼

三个月饼，小月饼  
的直径为大月饼的一  
半。现在要求按面积平  
均分给三个人，但只许  
切一刀，想一想，该怎  
样分？

#### 【智能训练】

要求按面积分配，  
所以先得弄清大小月饼  
之间的面积关系。

设小月饼的半径为  $r$ ，则大月饼的半径为  $2r$ 。

两个小月饼面积之和  $= \pi r^2 \times 2 = 2\pi r^2$

一个大月饼的面积  $= \pi (2r)^2 = 4\pi r^2$

这就是说，大月饼的一半刚好等于 2 个小月饼的面积之  
和。

因此，只要过大月饼的圆心直切一刀就行了：大月饼的两半刚好为 2 份，  
两个小月饼合起来为 1 份，共 3 份。这里，我们也可直接得到启示：圆的面积与半径的平方成正比。

#### 【训练题 89】4 片叶轮

4 片叶轮像 4 个  
“，”标点符号，组成  
一幅奇特的图案。假  
定图中每条虚线为 2  
厘米长，请你在 1 分  
钟内回答：4 片叶轮  
的总面积是多少？

#### 【智能训练】

观察力强的同学在 1 分钟内回答  
是可能的。

仔细观察一片叶轮，并想象将虚  
线 MN 延长至 P，将小半圆 A 填补  
到 B 的位置，则叶轮刚好是半径为 2  
厘米的大半圆，4 片叶轮（大半圆）相  
加，则刚好组成 2 个大整圆。

$$2 \text{ 个大整圆的面积} = \pi r^2 \times 2 = 8\pi$$

【训练题 90】蚂蚁吃蜜

正立方体纸盒  
的 B 点粘有一团蜂  
蜜，小蚂蚁闻讯后  
即从 A 点爬向 B  
点。

请你想一想，  
怎样爬路线最短？

【智能训练】

两点之间以直线距离最短。但在立方体上直接画出不在

同一面上的两点之间的直线是做  
不到的。于是，应当考虑将立方体  
展开，让两个不同的面处在同一  
平面上，这样直接连结 A、B 两  
点就行了。

如图所示，可用两种方法展  
开，因此，最短路线可画出两条  
来。

【训练题 91】小白兔提水

小白兔从家（A 点）出发，到河边提了水后去浇蘑菇（B 点）。你能为它  
设计一条最短的路线吗？

【智能训练】

解题的关键仍然在灵活运用“两点间直线最短”的基本定理。但是怎样  
灵活运用呢？

如图所示，先找到 B 点的对  
称点 C（以河边为对称轴），连接  
AC 交河边于 D。折线 ADB 即  
为从 A 到河边再到 B 的最短路  
线。

【训练题 92】蚕宝宝的路线

有一个空心纸筒，A 点在筒壁外，B 点在筒壁内。请你想一想，蚕宝  
宝从 A 爬到 B，怎样走路线最短？

【智能训练】

这道题虽然难度大一些，但只要综合运用前两道训练题的解法，也就化  
难为易了。

首先，设想将纸筒垂直  
剪开，展开成一个平面。虽

然 B 点在另一个面上，但仍  
可应用找对称点（C）的办法，  
很快确定 D 的位置。

所以在筒壁外从 A 至 D，在筒壁内从 D 至 B，便是蚕宝宝的最佳路线。

值得指出的是，画展开图也好，找对称点也好，都离不开动手作图。希望同学们重视动手的训练。【训练题 93】立体铁丝框

请你找一根小铁  
丝，对照图示立体框  
架进行弯折，看看哪  
个框架能用一根铁丝  
弯折成功？

#### 【智能训练】

铁丝是一根“线”，  
由线可以围成“面”，  
由面可以组成“体”，

通过训练，可以加深我们对线、面、体的理解，同时培养我们探求规律的兴趣。

弯折的结果，你会发现，只有框架 D 能用一根铁丝弯折成功。这就很自然地给我们提出一个问题：为什么其他几个框架都不能用一根铁丝弯成，而只有框架 D 能弯成呢？

其实，这也是个“一笔画”  
问题。只不过把平面的“一笔画”  
变成了立体的“一笔画”罢了。

请同学们重温下前面的“训  
练题 34——奇妙的图案”，然后由  
自己得出规律性的结论来。

## 五比和比例游戏

### 【训练题 94】组合等式

请你将图中的数学名词（符号）组合成三个等式，并说说三个等式之间的对应关系和区别。

#### 【智能训练】

组合成的三个等式

是：

被除数 ÷ 除数 = 商

前项 : 后项 = 比值

$\frac{\text{分子}}{\text{分母}} = \text{分数值}$

三个等式之间的对应关系比较明显，同学们可自行比较，以加深理解和记忆。

它们之间的区别是：

除法是一种运算；比是表示两个数之间的一种关系；

分数是一种数。

但在运算过程中，都是以除法为基础，乘法可用于逆运算。

### 【训练题 95】找相同

请你找一找，  
哪两只动物身上的  
比，其比值相同？

#### 【智能训练】

比较比值的大

小，一般要先化

简，变复杂比为

“最简比”。最简比

是最简单的整数

比，比的前项和后项是互质数。

3 : 2 已经是最简比；

1 :  $\frac{3}{2}$  = 2 : 3 ; ( 2 : 3 不是 3 : 2 )

1.25 :  $\frac{5}{6}$  =  $1\frac{1}{4}$  :  $\frac{5}{6}$

=  $\frac{5}{4}$  × 12 :  $\frac{5}{6}$  × 12

= 15 : 10

= 3 : 2

由此可知，小马与河马身上的比，其比值相同。

### 【训练题 96】旗杆多高

给你一根皮尺，你能根据图中提供的条件，比较简便地测出旗杆高度来吗？

【智能训练】

用皮尺量出小女孩的

身高、影长和旗杆的影长，再利用比例式求解：  
旗杆高 旗杆影长 = 女孩身高 女孩影长  
即：

$$\text{旗杆高} = \frac{\text{旗杆影长} \times \text{女孩身高}}{\text{女孩影长}}$$

【训练题 97】找比例尺

图中有两只动物通过线条连在一起，有趣的是，恰是这两只动物身上所写的比例尺才是符合比例尺书写要求的，请在二分钟内找出来。并请你指出其他比例尺为什么不符合要求。

【智能训练】

连在一起的动物是小鹿和小鸭，书写正确的比例尺是  $1:9$  和  $\frac{1}{100}$ 。

其他比例尺不符合要求之处在： $\frac{1\text{厘米}}{130\text{厘米}}$ 、 $\frac{1}{6}$  米：比例尺是一个比，不应带有计量单位。

$1\text{厘米}:5\text{千米}$ ，除上面问题外，还应将前、后项化为相同单位。

$2:100$ 、 $4:12$ 、 $0.1:7$ ：比例尺通常应写成前项是“1”的最简整数比。

【训练题 98】设计瓷盘

某瓷厂要制造一个直径为 0.003 千米的大挂盘，请你想一想，用  $1:15$  的比例尺画这个挂盘的设计图时，图纸上的挂盘应画多大？

【智能训练】

设计图的比例尺

是  $1:15$ ，根据比例尺的性质，我们可以列出下列比例式：设计图上瓷盘直径：实际瓷盘直径 =  $1:15$

化作：

$$\text{设计图上瓷盘直径} = \frac{\text{实际瓷盘直径} \times 1}{15}$$

这里实际瓷盘直径为 0.003 千米，即 3 米或 300 厘米，用哪个数代入上



式都可以，但应注意计算结果要与代入数的计数单位相同：

$$\text{设计图上瓷盘直径} = \frac{3 \times 1}{15} = 0.2 \text{ (米)}$$

$$\text{或设计图上瓷盘直径} = \frac{300 \times 1}{15} = 20 \text{ (厘米)}$$

【训练题 99】两座城市

A、B 两座城市相距 300 千米，从地图上去找，刚好相距 6 厘米。请你想一想，这幅地图的比例尺是多大？

【智能训练】

图上距离与实际距离之比就是比例尺，所以这幅地图的比例尺是：

6 厘米 300 千米

但这不符合比例尺的书写要求，应该将两个数化成同一单位，且计量单位不在比例尺中出现，即：

6 30000000 （前、后项单位均为“厘米”）再化成前项为“1”的最简整数比：

$$\begin{aligned} 6 \quad 30000000 &= \frac{6}{30000000} \\ &= \frac{1}{5000000} \end{aligned}$$

所以这幅地图的比例尺是：

$$\frac{1}{5000000} \text{ 或 } 1 \quad 5000000$$

【训练题 100】分金鱼

17 条金鱼放进三只金鱼缸里。A、B、C

三只缸里分别放进  $\frac{1}{2}$ 、

$\frac{1}{3}$  和  $\frac{1}{9}$ ，刚好全部放

完。

请你想一想，A、B、C 三只缸里各放进了多少条金鱼？

【智能训练】

17 条的  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$  和  $\frac{1}{9}$  分别为  $8\frac{1}{2}$ 、 $5\frac{2}{3}$  和  $1\frac{8}{9}$  条，三个数都不是整数，这是不符合题目要求的，因为一条金鱼是不能分成几分之几，即切成几段来喂养

的。

于是，我们应当改换一个角度来思考这个问题，变单向思维为发散型思维，从多方位来寻找问题的突破口。

如果把  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$  和  $\frac{1}{9}$  当成一种分配的比例关系来看，结果又怎样呢？

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{9}$$

化成同分母的比，得： $\frac{9}{18}$   $\frac{6}{18}$   $\frac{2}{18}$ （“18”为2、3、9的最小公倍数）

化成整数比，即为：

$$9 \quad 6 \quad 2$$

而  $9 + 6 + 2 = 17$

所以 A、B、C 三只缸里分别放进金鱼 9 条、6 条和 2 条，是符合题意的。

如果用找“单位1”的方法，也可求得答案：

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} = \frac{9+6+2}{18} = \frac{17}{18}$$

$$17 \div \frac{17}{18} = 17 \times \frac{18}{17} = 18 \text{ (条)}$$

这就是说  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{9}$  的“单位1”是 18 条，

$$\text{所以 } 18 \times \frac{1}{2} = 9 \text{ (条)}$$

$$18 \times \frac{1}{3} = 6 \text{ (条)}$$

$$18 \times \frac{1}{9} = 2 \text{ (条)}$$

## 六典型应用题游戏

### 【训练题 101】是否漏水

有一座水池，按照设计计算，单独打开进水管 A 时，2 小时注满水池；若单独打开出水管 B，则 3 小时把一池水放完。

水池建成以后，做了个同时打开进水管和出水管的试验，这时，7 小时注满一池水。

请你想一想，这建成的水池是否漏水？如果漏水，一池水多少小时漏完？

#### 【智能训练】

按照设计，进水管 2 小时放满一池水，则每小时放进  $\frac{1}{2}$  池水；出水管 3 小时放完一池水，则每小时放出  $\frac{1}{3}$  池水；如果同时打开进水管和出水管，则每小时能放进  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$  池水，也就是说，若同时打开两管，则需要  $1 \div \frac{1}{6} = 6$  小时才能注满一池水。

但水池建成以后的实际情况是，同时打开两管时，需要 7 小时才注满一池水。比设计要求多用了  $7 - 6 = 1$  小时。

这就说明水池是漏水的。

在漏水的情况下，将两管同时打开，每小时能进  $\frac{1}{7}$  池水。

则每小时漏水量为  $\frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$  池水。

故知，漏完一池水需要的时间是  $1 \div \frac{1}{42} = 1 \times \frac{42}{1} = 42$  小时。

（要点提示）

1. 灵活运用“工程问题”的一般公式“工作总量  $\div$  工作效率 = 工作时间”求解。

2. 当不知道工作总量（如一池水）的具体数量时，可用整体“1”表示。

### 【训练题 102】几小时相遇

甲、乙两辆汽车跑完一条公路的全程分别需要 4 小时和 6 小时。现在两辆汽车同时从公路的两端相对开出，请你想一想，两车几小时后相遇？

#### 【智能训练】

这条公路有多长呢？题目中没有告诉

我们。于是我们设这条公路全长为  $P$  千米，则甲、乙两车每小时分别行  $\frac{P}{4}$  千米和  $\frac{P}{6}$  千米。

两车同时相对开出，其速度和为：

$$\frac{P}{4} + \frac{P}{6} = \frac{3P}{12} + \frac{2P}{12} = \frac{5}{12}P \text{ (千米/小时)}$$

两车相遇需要的时间为：

$$P \div \frac{5P}{12} = P \times \frac{12}{5P} = 2\frac{2}{5} \text{ (小时)}$$

我们也可以不设公路全长为  $P$ ，而将公路全长当成整体“1”直接进行计算：

$$\begin{aligned} & \text{甲、乙两车每小时分别行全程的 } \frac{1}{4} \text{ 和 } \frac{1}{6} ; \text{ 两车每小时共行全程的 } \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \\ & = \frac{5}{12}。 \end{aligned}$$

$$\text{因此，两车相遇的时间为：} 1 \div \frac{5}{12} = 1 \times \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5} \text{ (小时)}$$

(要点提示)

1. 从两种计算方法比较，后一种应用“工程问题”方法求解显得简捷些。
2. 比较“路程  $\div$  速度和 = 相遇时间”与“工作总量  $\div$  合做工作效率 = 合做时间”的对应关系。

【训练题 103】为何不相遇

兔子和山羊跑完整座桥分别需要 10 分钟和 5 分钟。他俩同时起跑，一个往南，一个往北，可是过了 15 分钟，他俩还没有相遇（当然他俩谁也没有摔倒或停跑），请问这是为什么？

【智能训练】

题目中只说“他俩同时起跑，一个往南，一个在北”，并没有说他俩分别从桥的两端相向而跑。如果他俩是“背道而驰”（即背向而跑），那就无论跑多长时间也不会相遇。

(要点提示)

行程问题要注意区别相向、背向和同向三种不同情况。

【训练题 104】运动员吃瓜

运动会刚结束，热情的服务员就送来了芒果、西

瓜和菠萝。

现在知道，全体运动员一共吃了65个水果，而且正好是2人吃一个芒果，3人吃一个西瓜，4人吃一个菠萝。

请你想一想，一共有多少运动员？芒果、西瓜、菠萝各有多少个？

【智能训练】

2人吃一个芒果，则每人吃 $\frac{1}{2}$ 个；

3人吃一个西瓜，则每人吃 $\frac{1}{3}$ 个；

4人吃一个菠萝，则每人吃 $\frac{1}{4}$ 个。

因为只知道三种瓜的总数，所以我们要着眼于从总体上考虑问题。从总体上看，三种瓜的总数是65个，而每人吃了 $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = 1\frac{1}{12}$ （个）。求出65里面有多少个 $1\frac{1}{12}$ ，就求出了运动员的人数：

$$65 \div 1\frac{1}{12} = 65 \div \frac{13}{12} = 65 \times \frac{12}{13} = 60 \text{（人）}$$

所以运动员的人数是60人。

芒果、西瓜、菠萝分别为：

$$60 \div 2 = 30 \text{（个）}、60 \div 3 = 20 \text{（个）}、60 \div 4 = 15 \text{（个）}。 \text{（要点提示）}$$

1.按照计算法则分类，这是一个归一还原问题，它的基本公式是：

总量 $\div$ 单一量=人数

2.思维要活跃一些，不能死守框框。这里的单一量，不是每人吃的一种水果量，而是每人吃的三种水果量之和。不突破水果品种的限制，单一量就求不出来。

【训练题 105】三只猫吃鱼

三只猫吃7条鱼，白猫吃的鱼数是黑猫的一半，花猫吃的鱼数是黑猫的一倍。请你想一想，黑、白、花猫各吃了多少条鱼？

【智能训练】

题目不复杂，但也要仔细审题，弄清三只猫吃鱼量之间的比例关系。经比较，确定黑猫的吃鱼量为“单位1”比较方便。因为黑猫的吃鱼量为1份时，则白猫的吃鱼量为 $\frac{1}{2}$ 份，花猫的吃鱼量为2份。

三只猫吃鱼的总份数是：

$$1 + \frac{1}{2} + 2 = 3\frac{1}{2} \text{（份）}$$

那么，7条鱼分成 $3\frac{1}{2}$ 份，其中的1份是多少条鱼呢？ $7 \div 3\frac{1}{2} = 7 \div \frac{7}{2} = 2$

$$\times \frac{2}{7} = 2 \text{ (条)}$$

所以黑、白、花猫分别吃鱼 2、 $1(2 \times \frac{1}{2})$ 、 $4(2 \times 2)$  条。(要点提示)

1. 选定“单位 1”要恰当，使计算简化。
2. 加深对“已知某数的几分之几是多少，求某数”的理解。这里的“某数”是指一份鱼的条数，“几分之几”则是个一假分数( $\frac{7}{2}$ )。

#### 【训练题 106】猴子分桃

一群猴子分一批桃子，如果每只猴子分 10 个桃子，则少 4 个；如果每只猴子分 9 个桃子，则多 6 个。

请你想想，这群猴子有多少只？至少要增加多少个桃子，才能使得按 10 或 9 平均分配时，桃子都不多不少？

#### 【智能训练】

按 10 分少 4 个，按 9 分多 6 个，一少一多，两种分法相差  $4 + 6 = 10$  (个)。

而对于每只猴子来说，两种分法只相差  $10 - 9 = 1$  (个)。那么，是多少只猴子参加分配，才使得两种分法共相差 10 个桃子呢？

$10 \div 1 = 10$  (只) 所以这群猴子是 10 只。

原有桃子数是：

$$10 \times 10 - 4 = 96 \text{ (个)}$$

$$\text{或 } 9 \times 10 + 6 = 96 \text{ (个)}$$

要使桃子按 10 和 9 平均分配都刚好“不多不少”，就得求 10 和 9 的最小公倍数。

很明显，10 和 9 的最小公倍数是 90。但原已有桃子 96 个，所以这个公倍数要增加 1 倍，变成  $90 \times 2 = 180$ 。那么  $180 - 96 = 84$  (个)。

所以至少要增加 84 个桃子，才能符合题目要求。

(要点提示)

按实际应用归类，这属于“盈不余、过不足”问题。通俗点说，就是能整除和不能整除的问题。解这类题的关键在于把两次除不尽的差数(一少一多)之“和”看作“总量”，而把两次单个所得的“差”看作“单一量”。然后套用“总量  $\div$  单一量 = 份数”的公式即可。

#### 【训练题 107】花公鸡与小白兔

笼里养着花公鸡和小白兔，数一数，鸡头和兔头共有 29 个，鸡脚和兔脚共有 78 只。

请你想一想，笼里有花公鸡和小白兔各多少只？

【智能训练】

鸡头和兔头共有 29 个，说明鸡、兔共有 29 只。如果假设每只兔子也只有 2 只脚，那么 29 只鸡兔就只共有  $2 \times 29 = 58$  只脚。但题中说有 78 只脚，多出  $78 - 58 = 20$  只脚。

这多出的 20 只脚是属于兔子的，是假设的每只兔子脚数（2 只）与兔子的实际脚数（4 只）不符而形成的总差数。一只兔子多出 2 只脚，多少只兔子才多出 20 只脚呢？ $20 \div 2 = 10$ （只）兔子，

$29 - 10 = 19$ （只）花公鸡。

（要点提示）

1. 这是一道典型的“鸡兔同笼”应用题。解题的关键在于先去掉相同的部分（通过假设使某种数量相同），得出与实际情况的总差数，然后用总差数（总量）除以单一差数（单一量）即得该动物只数。

2. 如果列方程求解，运算的数学意义将更加明了、清晰，运算也较简便。但用上述算术方法求解，则更有利于培养逻辑思维能力，特别是对处于学习基础阶段的小学生来说，这种训练就尤为重要。

【训练题 108】狐狸吃鸡

一天，一百只  
狐狸下山，刚好每  
只狐狸都抓到一只  
鸡。分鸡的时候，  
每只大狐狸分 3  
只，每三只小狐狸  
分 1 只，刚好把鸡  
分完。

请你想一想，

大、小狐狸各有多少只？

【智能训练】

假设大狐狸也是每三只吃 1 只鸡，则每只大狐狸吃  $\frac{1}{3}$  只鸡，与每只小狐狸吃  $\frac{1}{3}$  只鸡相同。这样大小 100 只狐狸加在一起，共吃了  $\frac{1}{3} \times 100 = \frac{100}{3}$  只鸡。

但实际上却有 100 只鸡。

将实际情况与假设相比较，大狐狸共多吃：

$100 - \frac{100}{3} = 66\frac{2}{3}$  只鸡实际上一只大狐狸比一只小狐狸多吃：

$3 - \frac{1}{3} = 2\frac{2}{3}$  只鸡

那么，多少只大狐狸才多吃  $66\frac{2}{3}$  只鸡呢？

$66\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{3} = \frac{200}{3} \div \frac{8}{3} = \frac{200}{3} \times \frac{3}{8}$

$= 25$ （只）大狐狸



则小狐狸数为  $100 - 25 = 75$  只。

(要点提示)

1. 将此题的解题方法与上一题进行比较, 找出它们的异同来。
2. 如果假设小狐狸也是每只吃 3 只鸡, 那么结果会怎样呢! 请你自己算一算。

【训练题 109】新买的小猫玩具

幼儿园新买回一批小猫玩具。阿姨把这些玩具分成几堆。分堆的时候, 如果每堆 10 个, 则少了 2 个; 如果每堆 12 个, 则少分一堆, 但却刚好分完。

请你想一想, 这批玩具究竟有多少个?

【智能训练】

从题目看, 每堆 12 个的分法比每堆 10 个的分法少分一堆。如果每堆 10 个的分法也少分一堆, 那么两种分法的堆数就一样了。不过“每堆 10 个则少了 2 个”的提法就该换成“每堆 10 个则多了 8 个”才不改变题意。

这样, 两种分法, 堆数相同, 它们之间却相差  $8 + 0 = 8$  个; 两种分法每堆则相差  $12 - 10 = 2$  个。那么是多少堆才使得两种分法总数相差 8 个呢?

$$8 \div 2 = 4 \text{ (堆)}$$

所以这批玩具数是:

$$10 \times 4 + 8 = 48 \text{ (个) (第一种分法)}$$

$$\text{或 } 12 \times 4 = 48 \text{ (个) (第二种分法)}$$

(要点提示)

1. 想到将第一种分法少分 (或少数) 一堆, 则与第二种分法的堆数相同, 且将“少了 2 个”变为“多了 8 个”, 这在思维方式上是一种突破。这种多角度思维使得本来棘手的问题迎刃而解。
2. 比较一下前面的《猴子分桃》一题, 找找计算方法有何异同。

【训练题 110】机灵的小猴

一天, 9 只小狗遇上了一群猴子。小狗汪汪问猴子跳跳: 你们猴子一共有多少只? 机灵的跳跳说: “你们的小狗数比我们的小猴数少 10%。” 说完后, 列出了下面三个算式:

$$9 \div 10\%$$

$$9 \times (1 - 10\%)$$

$$9 \div (1 - 10\%)$$

跳跳指着三个算式说, 按照其中的一个算式计算就能得出正确的答案来, 不过, 其他两个算式为什么不正确, 也请你说出理由来。

【智能训练】

式是正确的。故小猴数为:

$$9 \div (1 - 10\%) = 9 \div \frac{90}{100} \\ = 10 \text{ (只)}$$

列式的依据是：

已知某数（小猴数）的几分之几（90%）是多少（9只），求某数。

式的错误是：小狗数（9）与 10%这个百分率不对应。10%是指小狗少于猴的这部分，并不是小狗数占小猴数的百分率。

式的错误在于把狗的数量当作单位“1”（100%），而把猴的数量当作 90%。

（要点提示）

1. 正确选定单位“1”。
2. 弄清百分率与物体数的对应关系。
3. 与前面的《三只猫吃鱼》一题进行对照。

#### 【训练题 111】 狐狸吃葡萄

几只狐狸在津  
津有味地吃葡萄。  
请你想一想在下面  
各问中的两种量是  
不是成比例？成什  
么比例？

葡萄总量一定，狐狸吃掉的部分与剩下的部分；

狐狸总数一

定，先来吃葡萄的狐狸与后来的狐狸数；

葡萄总量一定，狐狸的数量与每只狐狸平均分得的葡萄数；

狐狸总数一定，葡萄总量与每只狐狸平均分得的葡萄数；

吃掉的葡萄数一定，葡萄总量与剩下的葡萄数； 每只狐狸平均分得的葡萄数一定，葡萄总量与狐狸的数量。

#### 【智能训练】

为了叙述的简便，我们将葡萄总量、狐狸总数、每只狐狸平均分得的葡萄数、吃掉的葡萄数、剩下的葡萄数、先来吃葡萄的狐狸数、后来的狐狸数等依次用字母 A、B、C、D、E、F、G 表示。则根据题意，可列成下列算式：

$$D + E = A$$

$$F + G = B$$

$$C \times B = A$$

$$A \div C = B$$

$$A - E = D$$

$$A \div B = C$$

这样，我们可以很明显地看出，

、 式不成比例； 式中 A 一定时，C 与 B 成反比； 式中 B 一定时，A 与 C 成正比； 式中 C 一定时，A 与 B 成正比。（要点提示）

1. 判断两种量是不是成比例，不能简单地看数量的增减。关键是看这两种量所对应的两个数的商（比值）或积：如果商（比值）一定，两种量成正比例；如果积一定，两种量成反比例。

2. 加、减法算式中的各种量不构成比例关系。

3. 进一步弄清被除数、除数、商以及被乘数、乘数、积三者之间的比例关系。

【训练题 112】可爱的小象玩具

儿童玩具厂的工人叔叔 3 天生产小象玩具 60 个。请你想一想，按照这种效率生产一个星期（7 天）能生产小象玩具多少个？

求解方法不止一种，你能想出多少种来呢？

【智能训练】

这是有意出的“一题多解”训练题。

一题多解，不仅有利于培养我们多侧面多角度观察和思考问题的习惯，而且能提高我们运用所学知识解决实际问题的能力。下面，列出几种求解方法，供同学们参考和比较：

归一法

先求“单一量”（每天生产的玩具数）：

$$60 \div 3 = 20 \text{ (个)}$$

$$\text{所以 } 20 \times 7 = 140 \text{ (个)}$$

倍比法

先求总天数是前 3 天的多少倍：

$$7 \div 3 = 2\frac{1}{3} \text{ (倍)}$$

$$\text{则 } 60 \times 2\frac{1}{3} = 140 \text{ (个)}$$

分数法（百分率法）

先求出前 3 天占实际生产时间（7 天）的几分之几或百分之几：

$$3 \div 7 = \frac{3}{7}$$

$$\text{则 } 60 \div \frac{3}{7} = 140 \text{ (个)}$$

正比例法

总数

因为“ $\frac{\text{总数}}{\text{总时间}} = \text{每天生产数}$ ”，在这一式中，当每天生产数一定时，生产总数与总时间成正比例。

设：x 为生产总数，则有

$$x : 7 = 60 : 3 \text{ 解方程：}$$

$$3x = 60 \times 7$$

$$x = 140 \text{ (个)}$$

反比例法

因为“生产每个玩具的时间  $\times$  生产总数 = 总生产时间”，在这一式中，当总生产时间一定时，生产每个玩具的时间与生产总数成反比例。

设：（7 天的）生产总数为  $x$ ，则有

$$\frac{3}{60} \times x = 7$$

解方程： $x = 140$ （个）

（要点提示）

1. 在吃透每种解法的基础上进行比较，找出各种解法之间的联系和区别。

2. 自己再选定两、三道题进行“一题多解”的训练。

