

087001

# 中南林业科技大学

## 学位论文原创性声明

本人郑重声明：所呈交的论文是本人在导师的指导下独立进行研究所取得的研究成果。除了文中特别加以标注引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写的成果作品，也不包含为获得中南林业科技大学或其他教育机构的学位或证书所使用过的材料。对本文的研究作出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式表明。本人完全意识到本声明的法律后果由本人承担。

作者签名：张潇云

2008年6月12日

# 中南林业科技大学

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件或电子版，允许论文被查阅或借阅。本人授权中南林业科技大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

· 本学位论文属于：

- 1、 保密 ，在年解密后适用本授权书。
- 2、 不保密 。

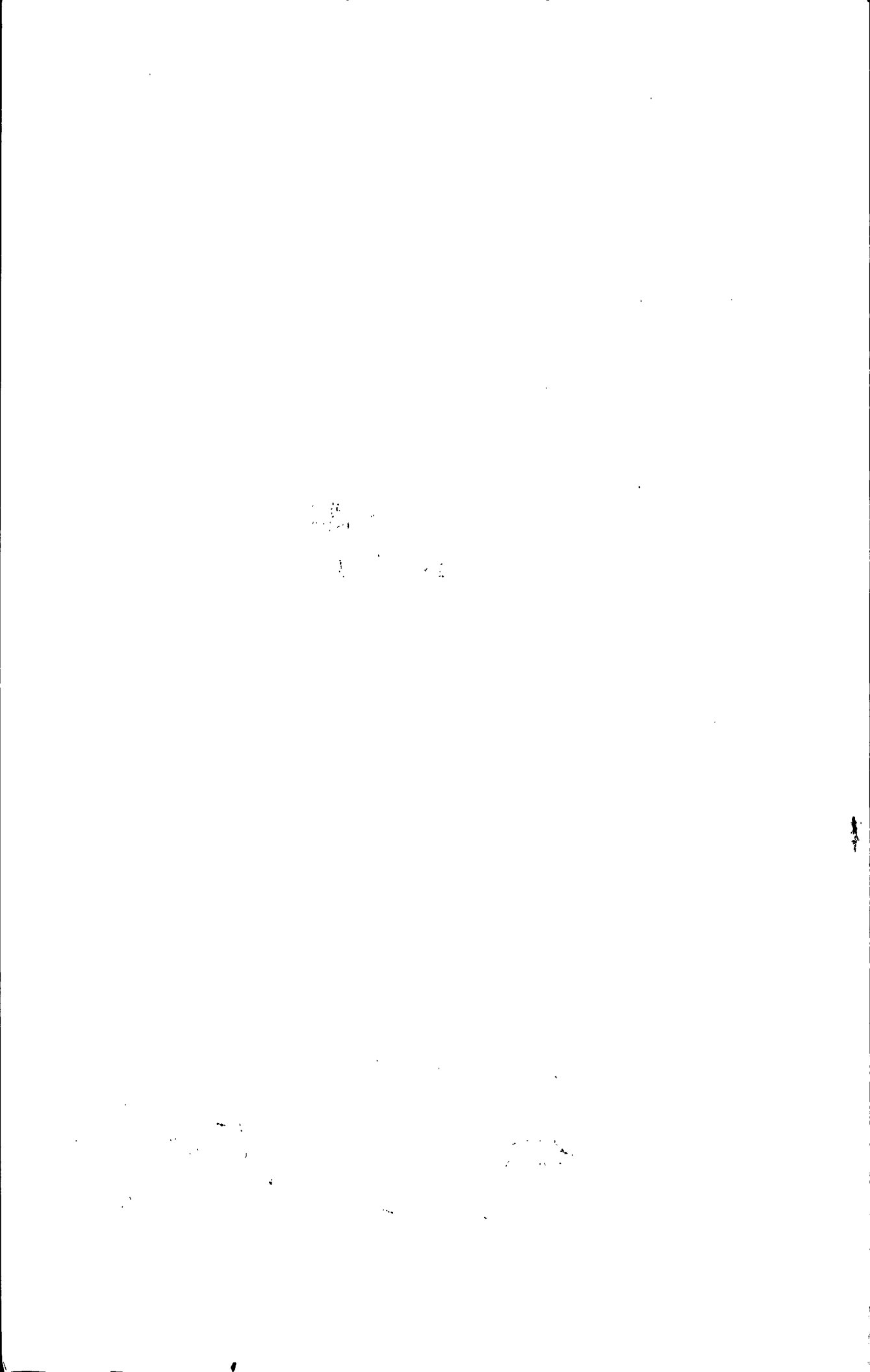
(请您在以上相应方框打“√”)

作者签名：张潇云

导师签名：

2008年6月12日

08年6月12日



## 摘要

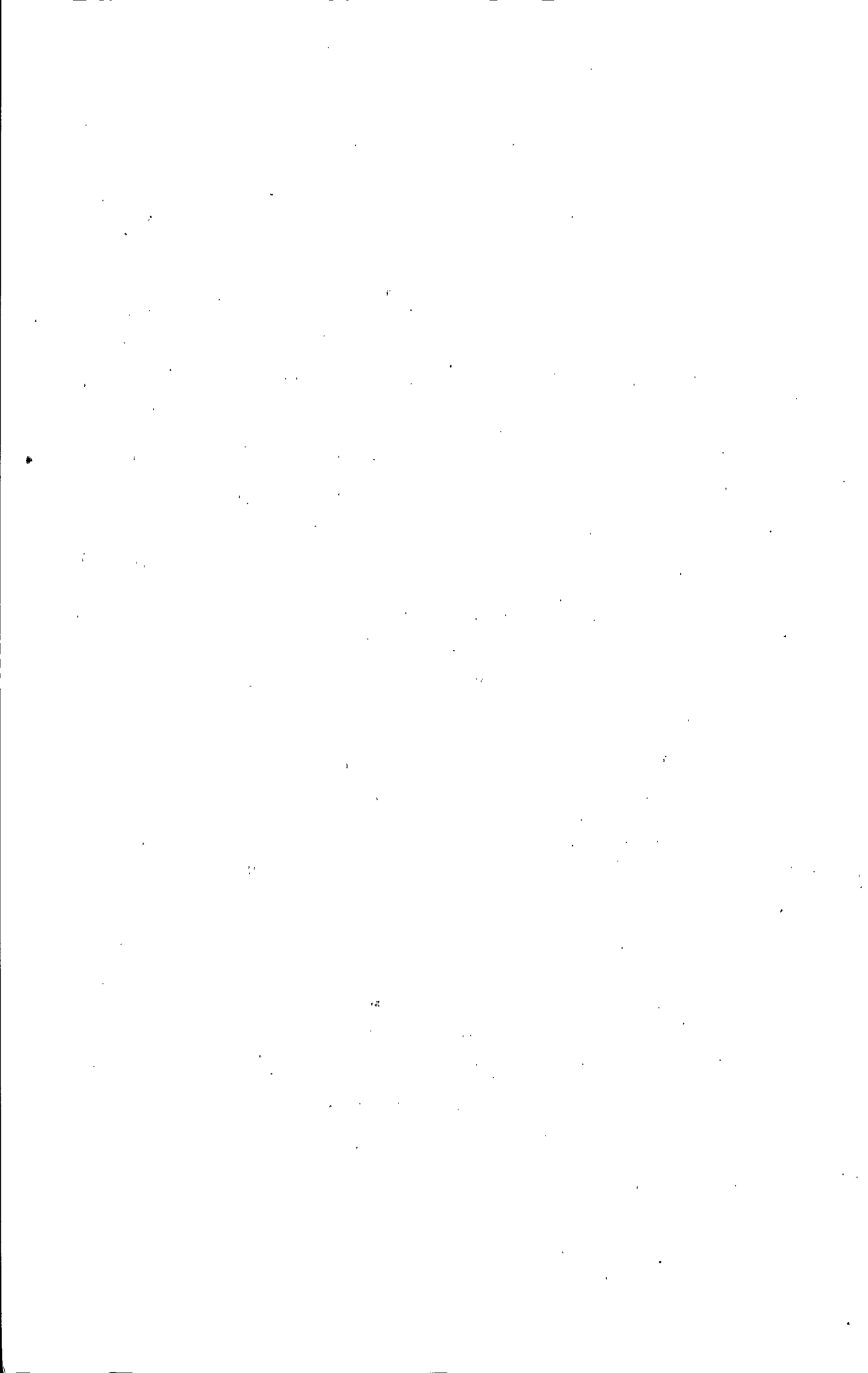
本文主要研究如何根据平面任意闭合图形和一个给定的高度 (H) 建立三维雕刻型面。使用现有的一般 CAD/CAM (计算机辅助设计/计算机辅助制造) 软件为雕刻型面建模的过程很复杂而且对操作人员的技术要求很高, 所以简化雕刻型面建模过程是很有必要的。针对平面雕刻图案层次丰富的特点, 可以采用分层处理, 逐层建立起对应的曲面模型, 然后用合成与插值的方法来建立最终的雕刻型面。因此, 为单层平面任意闭合图形建模是问题的关键。

本文提出了两种为单层平面任意闭合图形建立雕刻型面的方法: 基于控制网格细分曲面建模方法和基于二次 Bezier 曲线与直纹面建模方法。这两种方法都是首先将平面任意闭合图形边界转化为逼近多边形; 对其进行约束 Delaunay 三角剖分; 提取骨架线。第一种建模方法是在此基础上建立初始控制网格; 然后用细分曲面方法细分控制网格, 从而得到雕刻型面。第二种建模方法也是在三角剖分后的逼近多边形和骨架线的基础上, 用二次 Bezier 曲线和直纹面建立三维模型。

本文首先用边界跟踪方法得到单层平面任意闭合图形的边界点坐标, 连接这些点即可得到对应的逼近多边形。

为了提取逼近多边形的骨架, 首先对逼近多边形进行约束 Delaunay 三角剖分 (CDT)。逼近多边形的边为外边, CDT 中新增的边为内边。把三角形分为终端、连接、跨接三类三角形。取内边中点和跨接三角形的中心为骨架点; 连接这些点即可定位出逼近多边形的骨架线。本文对已有的骨架线优化方法进行了改进并提出进一步优化骨架线的新方法。

第一种建模方法中, 为了实现根据平面任意闭合图形自动建立初始控制网格, 首先提升骨架, 即把骨架点的高度赋值为指定高度; 然后连接骨架点和与之最近的逼近多边形顶点。本文中提出了一种建立合理的初始控制网格的方法, 即根据终端、连接、跨接三类三角形的特点把它们转化成第 I (只有一个顶点的高度值为 H, 两个顶点的高度值为零)、II (只有一个顶点的高度值为零, 两个顶点的高度值为 H)、III 类三角网格 (三个顶点的高度值都为 H), 从而实现自动建立初始控制网格。最后用改进的蝶形细分曲面方法细分控制网格。由于细分曲面方法最主要的特点是通过反复迭代来逐步细化并光滑曲面, 所以通过反复迭代能得到满意的光滑曲面。

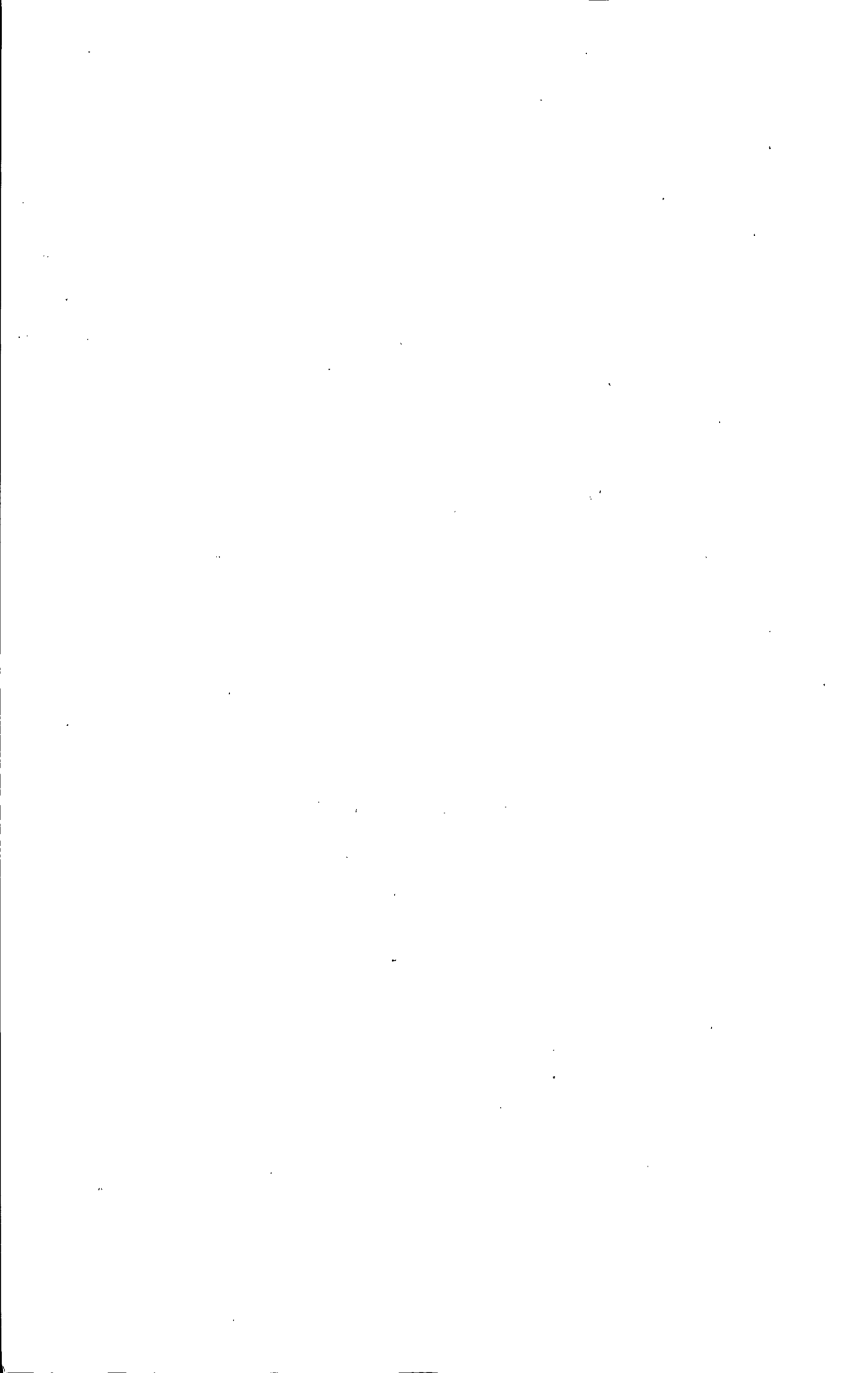


第二种建模方法是把三角剖分后的闭合图形分五种情况来处理, 它们的共同点是在相应的区域上建立二次 Bezier 曲线族, 用直线在另一方向连接所有 Bezier 曲线上细分的对应点, 从而形成覆盖相应区域的直纹面。最终为整个闭合图形区域建立光滑的曲面模型。

根据二维任意闭合图形建立其相应的三维模型, 其结果不是唯一的。本文提出的两种建模方法都是通过给定平面任意闭合图形骨架的高度值, 作为构建曲面的顶部高度, 生成由此顶部高度逐渐平滑过渡到闭合图形边界为零的曲面模型。实验结果表明, 这种两种方法所建立的曲面模型符合一般雕刻型面特征。本文的两种方法都对提高雕刻型面建模与设计工作的效率作了有益的尝试。

本文的主要创新点是: 改进了已有的骨架优化方法并提出了进一步优化骨架线的新方法; 提出了两种为平面任意闭合图形建立雕刻型面的新方法。

**关键词:** 雕刻型面建模; 逼近多边形; 约束 Delaunay 三角剖分; 四点插值细分法; 二次 Bezier 曲线; 细分曲面



## Abstract

The main content of this thesis is how to construct 3D carving surface model based on random planar closed curve and a given height (H). The modeling process of carving surface is quite complex in existing general purpose CAD/CAM (Computer-aided design/Computer-aided manufacturing) software. It requires a lot of skill from users. So it's necessary to simplify the carving surface modeling process. For most of the planar carving pattern are multi-layered, one can first modeling them layer by layer, then using combination and interpolation of them to build the final model. The key to this complex carving surface modeling process is constructing carving surface model based on single layered random planar closed curve.

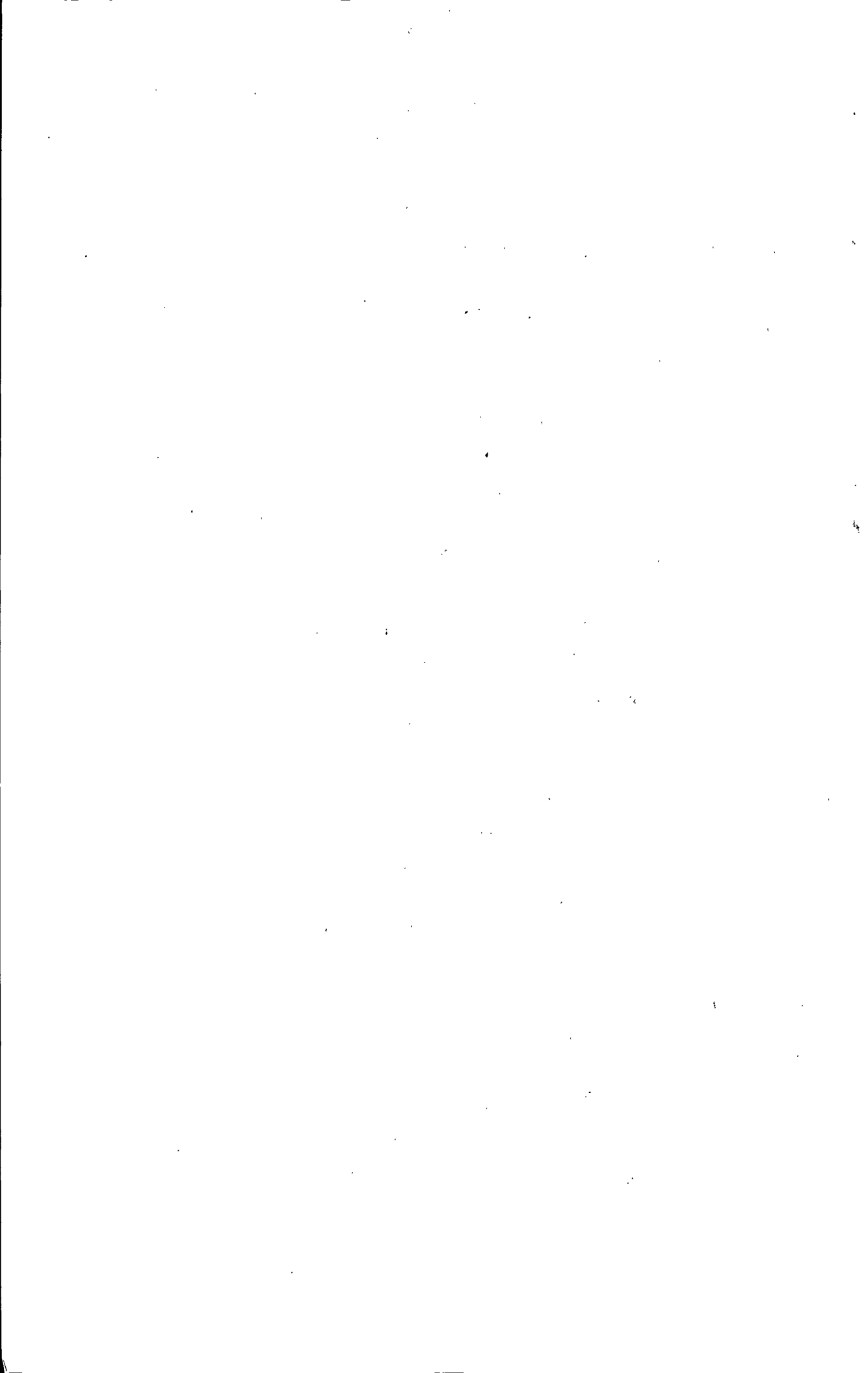
Two methods for constructing 3D carving surface based on random planar closed curve have been proposed in this paper. Both of them take the following as their initial steps: transforming random planar closed curve into approximation polygon; performing Constrained Delaunay Triangulation on approximation polygon; extracting skeleton of the approximation polygon. The first method use steps like constructing initial control net; subdividing the control net by subdivision surface scheme to get carving surface model. The second method obtain 3D model by quadratic Bezier curves and ruled surface based on result of the initial processing.

We obtain approximation polygon by applying tracking contour algorithm to the closed curve and lining the points which formed the closed curve.

In order to extract skeleton of the approximation polygon, we first perform Constrained Delaunay Triangulation, then connect skeleton points. Skeleton points can be located using the following method: the edges of initial polygon are called external edges, while edges added in the triangulation are called internal edges. Triangles can be classified into three categories –terminal triangles, sleeve triangles and junction triangles. The midpoint of internal edges and central point of the junction triangles are the skeleton points. We have improved the existing optimization method of skeleton. For further improvement of skeleton, we proposed new methods.

In the first modeling method, the objective is elevating skeleton to the defined height which can be implemented by assigning the defined height to skeleton points and connecting the elevated skeleton points and their nearest boundaries during building





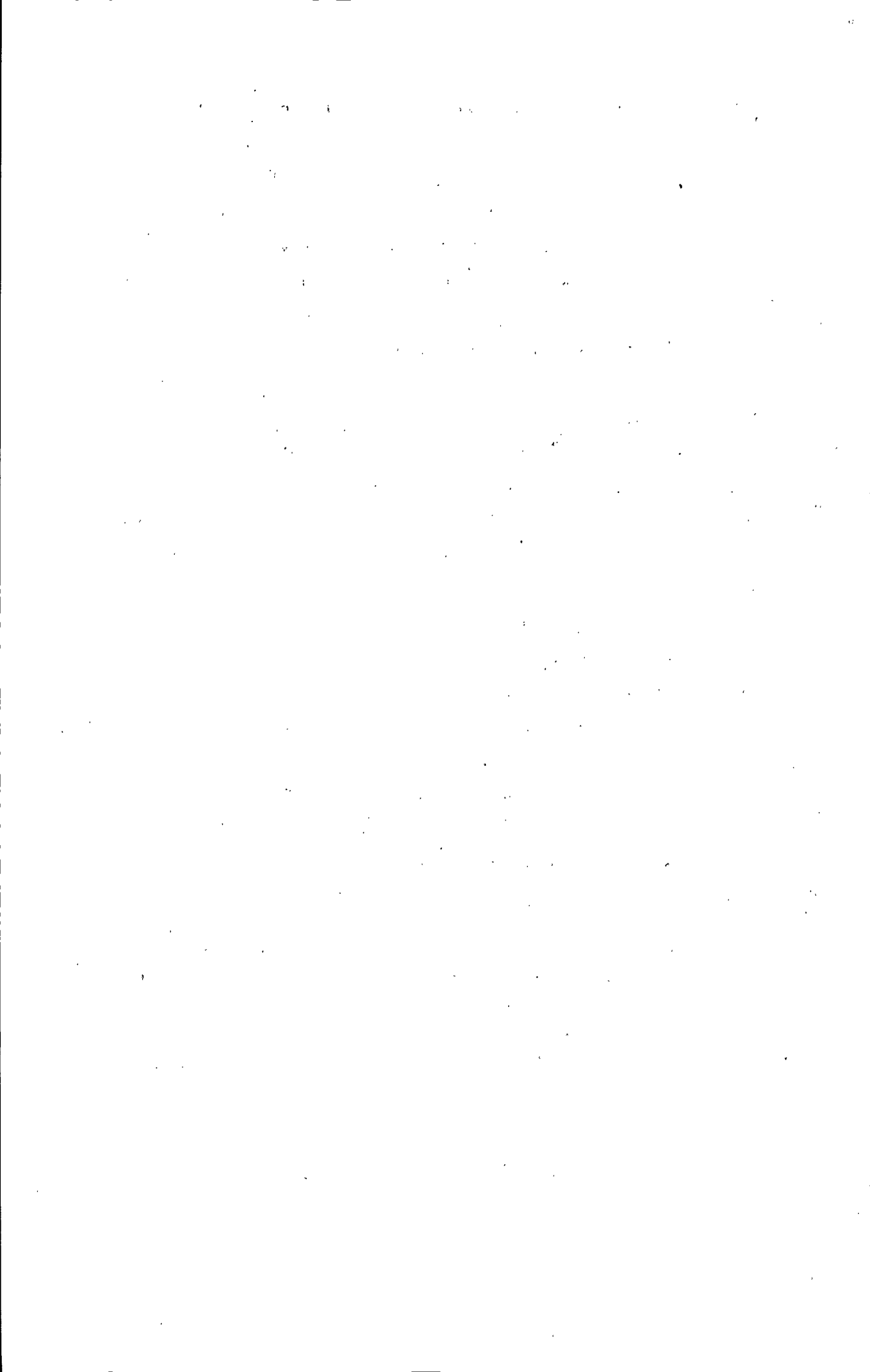
process of initial control net based on random planar closed curve. We proposed a method which can automatically build reasonable initial control net by transforming terminal triangles, sleeve triangles and junction triangles into type I(the height of one vertex is H, the others are 0) ,II(the height of two vertices are H, the rest is 0) , III(the height of 3 vertices are H) triangular meshes. In the last step, we chose the modified butterfly subdivision surface scheme to subdivide the control net based on comparison of several common subdivision scheme. The main characteristic of subdivision surface is applying the subdivision surface scheme iteratively to refine and smooth the surfaces bit by bit until we get the smooth surface we want. So we can get satisfied smooth surface by subdividing the control net iteratively.

The second modeling method classified the triangulated approximation polygon into five categories. The common characteristic of them is building quadratic Bezier curves and lining related points on these curves from another direction to form ruled surface on certain area. Finally, we can construct smooth surface model for the whole area covered by random planar closed curve.

There are various possibilities for inferring 3D carving surface from planar closed curve. The methods proposed in this thesis produce the same kind of model. The ridge of our model located in the central parts of the 2D closed curve and the lowest part appears on the closed curve. Smooth surface bridge between them. The experimental results show that our model answer the character of most carving surface model. Our methods help to improve the design and modeling process of carving surface model.

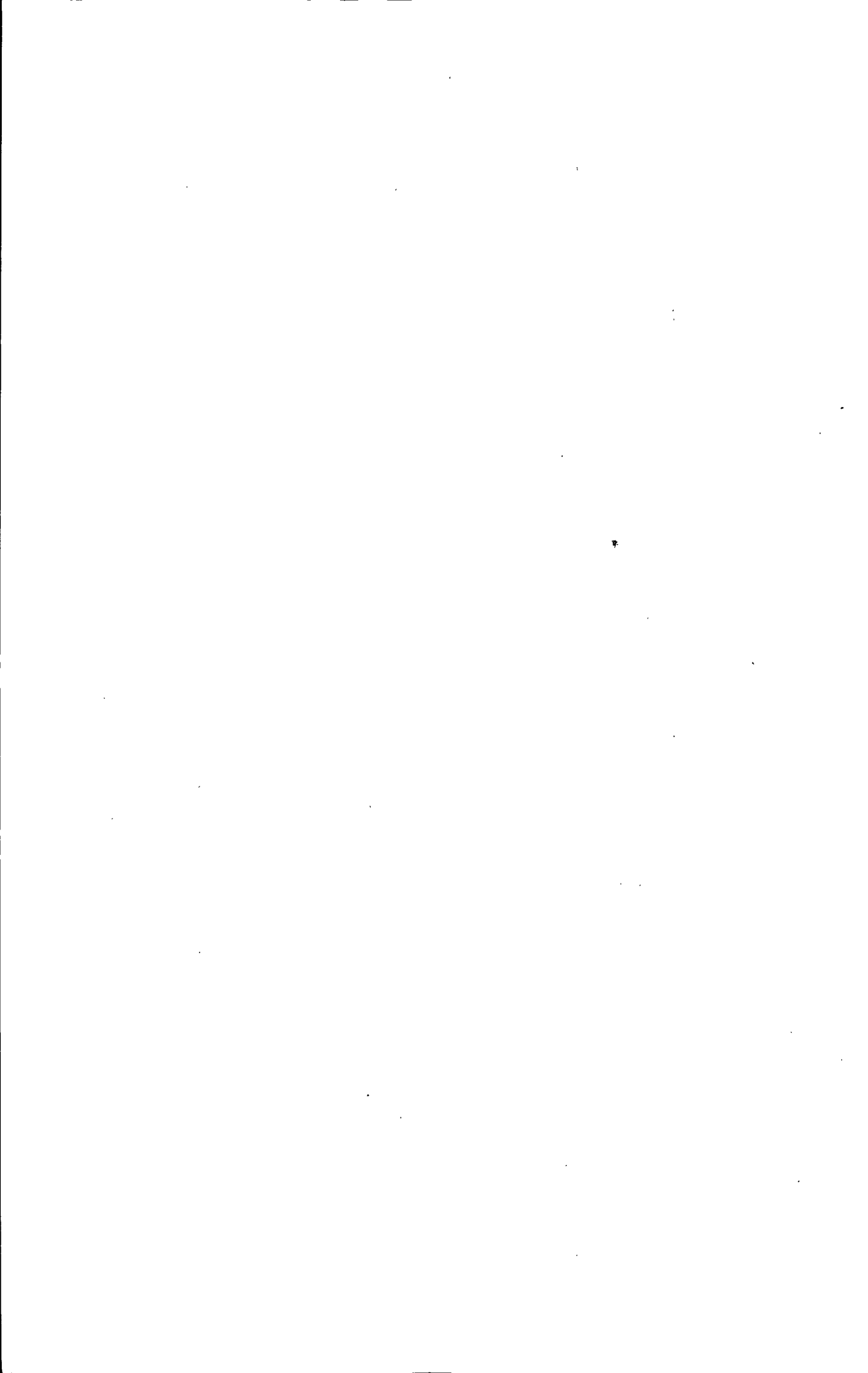
The main original ideas of this thesis include: improving the existing optimization method of skeleton and proposing new method for further optimization of skeleton and two new methods for constructing carving surface model based on random planar closed curve.

**Key Words: Modeling of carving surface; Approximation polygon; Constrained Delaunay Triangulation; 4-point interpolatory subdivision scheme; Quadratic Bezier curve ; Subdivision surface**

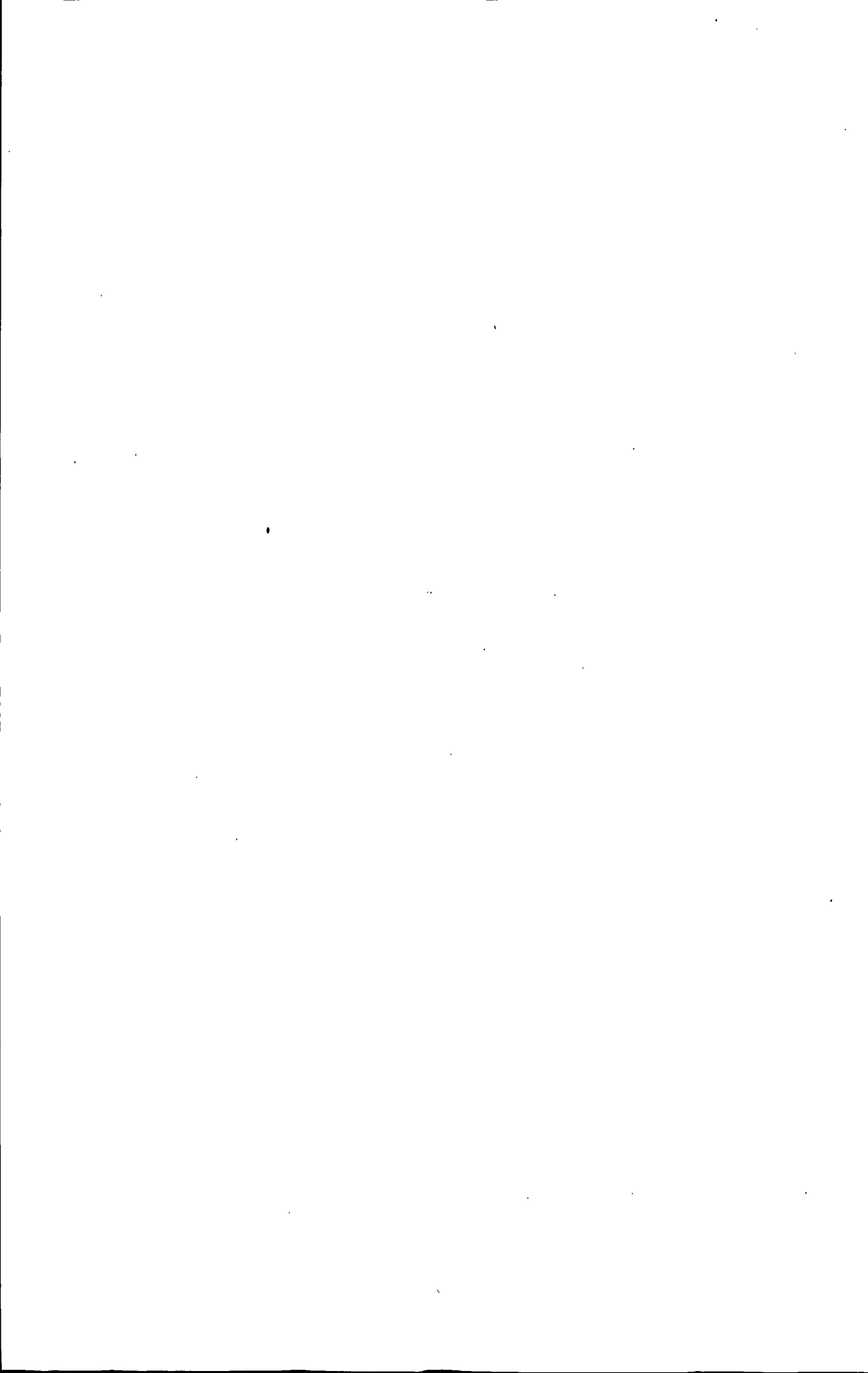


# 目 录

摘要 .....	I
Abstract .....	III
<b>1 绪论</b>	
1.1 课题的研究背景和意义 .....	1
1.2 研究现状 .....	3
1.3 本文内容组织 .....	7
<b>2 多边形逼近与骨架提取</b>	
2.1 多边形逼近 .....	8
2.2 骨架 .....	8
2.3 Delaunay 三角剖分 .....	9
2.4 约束 Delaunay 三角剖分 .....	10
2.5 确定初始骨架线 .....	12
2.6 优化骨架 .....	12
2.6.1 修剪骨架线末梢 .....	12
2.6.2 骨架线的光滑处理 .....	15
2.6.2.1 相邻连接三角形 (S 三角形) 上骨架点的选择 .....	15
2.6.2.2 相邻跨接三角形 (J 三角形) 上骨架点的选择 .....	16
2.6.2.3 用四点插值细分法插值骨架线 .....	17
<b>3 基于控制网格细分曲面建模</b>	
3.1 建立控制网格 .....	19
3.2 细分方法基础 .....	21
3.2.1 细分方法的基本思想和特点 .....	21
3.2.2 细分方法的发展 .....	22
3.2.3 常用术语 .....	23
3.2.4 常用细分方法 .....	24
3.2.4.1 Doo-Sabin 细分方法 .....	24
3.2.4.2 Catmull-Clark 细分方法 .....	27
3.2.4.3 Loop 细分方法 .....	28



3.2.4.4 $\sqrt{3}$ 细分方法 .....	31
3.2.4.5 改进的蝶形细分方法 .....	32
3.2.5 细分算法的比较和选用 .....	34
3.3 实验结果及分析 .....	35
<b>4 基于二次 Bezier 曲线与直纹面建模方法</b>	
4.1 Beizer 曲线 .....	37
4.1.1 Bezier 曲线的数学表达式 .....	38
4.1.2 二次 Bezier 曲线 .....	38
4.2 根据第 I 类三角形建模 .....	39
4.3 根据单个 S 三角形建模 .....	40
4.4 根据单个 J 三角形建模 .....	41
4.5 两个相邻 S 三角形区域的建模 .....	42
4.6 两个相邻 J 三角形区域的建模 .....	44
4.7 实验结果及分析 .....	44
<b>5 总结与展望</b>	
5.1 总结 .....	46
5.2 研究工作展望 .....	47
参考文献 .....	48
附录 .....	54
致 谢 .....	55



# 1 绪论

## 1.1 课题的研究背景和意义

三维建模可以根据平面任意闭合图形、点云数据、多幅或单幅图像等数据建立其相应的三维模型。本文的研究内容是属于第一类,即平面任意闭合图形的三维建模。目前一般的 CAD\CAM 软件都可以根据平面闭合图形和拉伸轨迹或者相关命令一次性建立规则的三维模型。如在 AutoCAD 中,可以把平面圆拉伸成圆柱或者直接用相关命令生成球体等规则的三维模型。若要在这类画图工具中建立复杂的三维模型则要通过多次操作才能完成,而且是一件技巧性很强的工作。雕刻型面是一类形状复杂的自由曲面<sup>[1]</sup>。所以,在一般的 CAD\CAM 软件中为雕刻图形建模的难度可想而知。因此,如果能够实现雕刻型面的一体化建模<sup>[2]</sup>(即只要根据平面雕刻图形和给定的高度就可以一步生成其相应的雕刻型面),则可以提高雕刻型面建模与设计工作的效率,节约大量的时间。

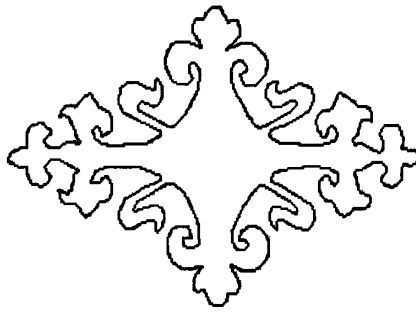
如图 1.1 所示,通过雕刻型面的一体化建模可以只根据图 1.1(a)中的平面闭合雕刻图形与用户指定的高度,生成图 1.1(b)中的雕刻型面。

平面雕刻图案一般都具有线条曲折、层次丰富等特点,致使其相应的雕刻型面的建模过程变得很复杂。文献[3]用分层处理的方法很好地解决了这一问题。如图 1.2 中的雕刻图案可以分为多层,分别用不同的颜色标识,每一层都是相互独立的闭合的图形。只要对每一层指定不同的高度,都可以生成相互独立的雕刻型面,最后进行合成,即可得到最终的雕刻型面。

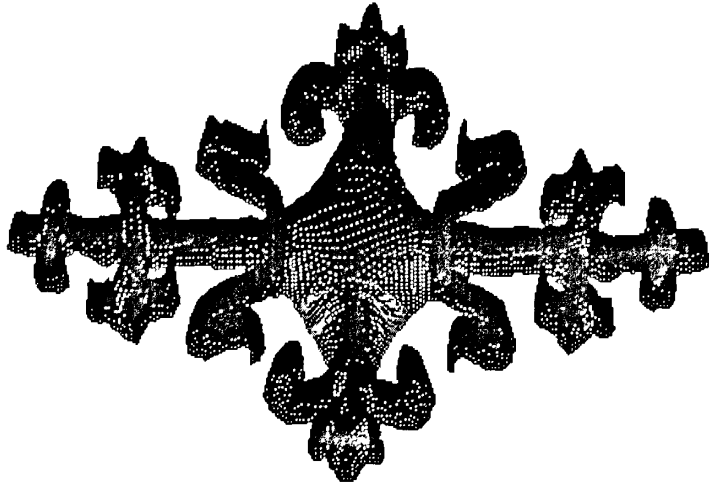
由以上的讨论可知,雕刻型面一体化建模的关键在于如何根据单层的平面任意闭合图形建立其相应的三维雕刻型面。这也是本文的主要研究内容。

自改革开放以来,中国家具产品数量和质量有了迅速提高,并使家具业成为我国出口增速最快的行业。而经过千年演绎和民族文化滋养的中国古典雕刻家具和装饰品广受国内外用户的青睐。我国加入 WTO 后,家具保护关税将被取消,国外家具大批涌入我国家具市场;同时许多外国企业家也直接来我国掀起家具制造业的投资热潮。这使国内家具市场的竞争日趋激烈。为谋求我国家具企业的持久发展,使中国家具业始终具有较强的市场竞争实力,采用现代化的工艺流程,实现计算机辅助设计与制造是一条有效的途径<sup>[4]</sup>。





(a) 平面闭合雕刻图形



(b) 图(a)对应的雕刻型面

图 1.1 雕刻型面的一体化建模

Fig.1.1 Integrative modeling of carving surface

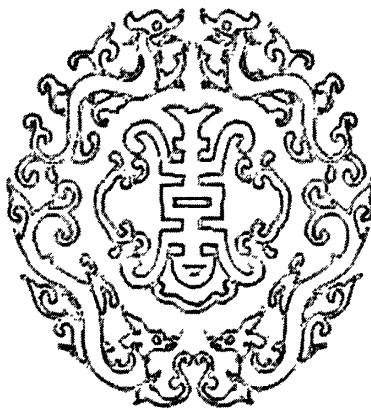


图 1.2 多层的雕刻图案<sup>[3]</sup>

Fig.1.2 Multilayer carving pattern<sup>[3]</sup>

伴随着计算机数控加工技术的成熟,现今已有越来越多的数控加工设备可以应用到雕刻的实际生产中,如数控雕刻机、数控铣床、数控镂铣机等。传统的雕刻图案线条曲折、层次丰富,构图复杂,如何生成数字化的雕刻加工模型就成为了整个雕刻

机械加工流程的关键环节。但是现有数控雕刻机系统在将古典家具雕刻花纹的平面任意闭合图形转化为三维模型方面的功能局限,使它并没有实现真正意义上的三维雕刻,而只是依据设置在不同位置的等高线的进刀深度来实现雕刻加工;其次是必须对每条线段进行数据处理和参数设定,使得设计过程繁琐,一般设计人员难以掌握,效率低下;更重要的是难以虚拟出雕刻产品的加工效果,也不能雕刻出更复杂、精美和更具艺术性的产品。因此,对古典家具雕刻花纹的平面任意闭合图形进行快速、高效的建模有利于数控雕刻机系统在古典家具雕刻行业的推广,提高古典雕刻家具、古典雕刻装饰品的生产效率与品质。

为古典家具雕刻图形建立三维模型可以实现产品设计的“虚拟化”,可以不用加工样品,直接在电脑上观看效果,任意修改,缩短设计周期,避免了一些人为差错。另外其设计思路更为广阔,设计人员可发挥的随意性增大,产品造型的方案也更加多样化,这有助于数控雕刻机系统在古典家具雕刻行业的推广,在提高古典雕刻家具、古典雕刻装饰品的生产效率与品质的同时有利于家具企业的增值增效。

## 1.2 研究现状

目前,应用较广的 CAD\CAM 设计软件在国内有文泰,国外的 Type3、UG、P/E、Master、Artcam、Alphacam 等<sup>[5]</sup>。如前所述,因为这些软件都不是专门为复杂的雕刻花纹图形设计的三维造型软件,所以建模的过程较为复杂,不能对复杂平面图形实现雕刻型面的一体化智能建模。

在计算机图形学中,用来表示物体的立体模型有框架模型(wire-frame model)、曲面模型(surface model)、实体模型(solid model)三种<sup>[6]</sup>。框架模型是把物体的构造像金属丝工艺及竹编工艺那样,用线来表示轮廓的方法。它的优点是处理速度快,操作简单;缺点是无法获得高品质的图像效果。常常被用作动态仿真实验。曲面模型是一种用立体多边形描述对象的模型。它可以用于对复杂的物体进行建模。实体模型是一种对长方形、球体、圆柱体等简单立体元素进行集合等运算,最终构成复杂立体对象模型的方式。它常被用于机械领域的计算机辅助设计(CAD)中。人们一般根据使用目的的不同而选择不同的模型。雕刻型面的一个重要特点是形状复杂,而且几乎所有表面都是自由曲面。所以,本文中 will 用曲面模型来表示雕刻型面。

曲面造型是计算机辅助几何设计(Computer Aided Geometric Design, CAGD)和计算机图形学(Computer Graphics, CG)中的一项重要内容,是CAD/CAM系统的关键部分之一,主要研究在计算机图形系统的环境下对曲面信息的表示、设计、显示和分析。曲面造型肇源于飞机、船舶的外形放样工艺,由Coons、Bezier等大师于六十年代奠定理论基础。经过四十多年的发展,现在它已经形成了以Bezier和B样条方法为代表的参数化特征设计和隐式代数曲面表示这两类方法为主体,以插值(Interpolation)

拟合(Fitting)、逼近(Approximation)这三种手段为骨架的几何理论体系。随着计算机图形显示对于真实性、实时性和交互性要求的日益增强,随着几何设计对象向着多样性、特殊性和拓扑结构复杂性靠拢的趋势的日益明显,随着图形工业和制造工业迈向一体化、集成化和网络化步伐的日益加快,随着激光测距扫描等三维数据采集技术和硬件设备的日益完善,曲面造型在近几年来得到了长足的发展。这主要表现在研究领域的急剧扩展和表示方法的开拓创新。从表示方法来看,以细分(Subdivision)为特征的离散造型与传统的连续造型相比,大有后来居上的创新之势。而且,这种曲面造型方法在生动逼真的特征动画和雕塑曲面的设计加工中如鱼得水,得到了高度的运用<sup>[7]</sup>。

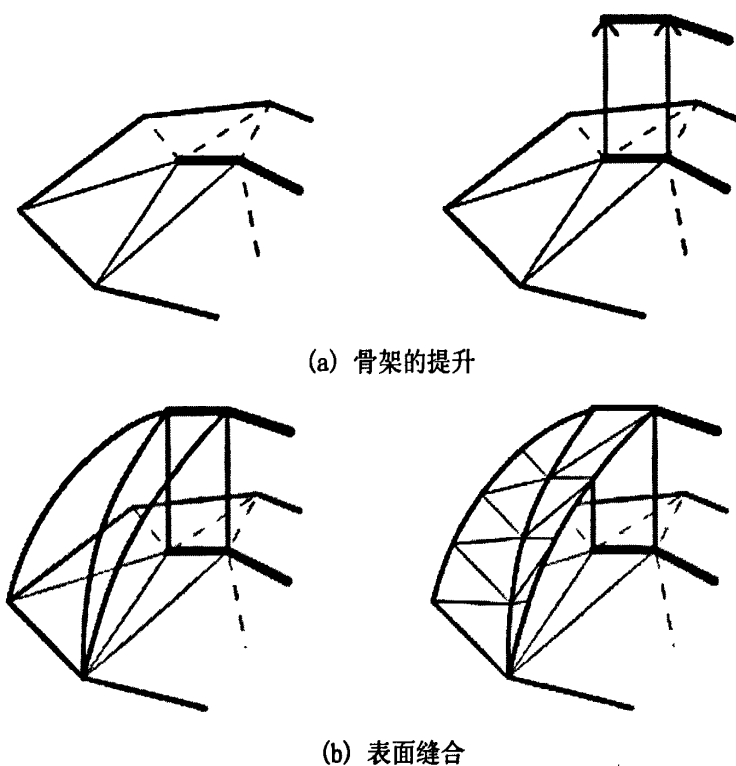
目前主要的曲面造型技术包括:多边形网格造型技术、参数曲面造型技术、隐式曲面造型技术、细分曲面造型技术等曲面造型技术。国内外研究者们将以上的几种主要的曲面造型技术应用到了将二维闭合图形转化为三维模型的建模过程中,提出了许多有趣的算法。

多边形网格造型技术是曲面最直接的一种表示方法,从计算机图形学诞生之时就已经开始使用。如今,配合纹理映射与光照材质,仍广泛应用于各类动画系统。多边形网格最大的优点在于其数学模型简单,它直接使用点、直线段和平面面片来逼近真实的形体,因此,容易理解,适于绘制<sup>[8]</sup>。

1999年,Igarashi等<sup>[9]</sup>首次提出用一种简单、高效的多边形网格曲面建模算法将二维封闭轮廓线转化为三维曲面模型。他们提出的算法是先将二维闭合轮廓线转化为平面多边形;然后采用 chord axis 算法<sup>[10]</sup>确定出多边形骨架,根据骨架上的点到多边形边界的距离按比例来提升骨架上的点(图 1.3(a));最后将抬高后的骨架上的点与多边形轮廓相应顶点用四分之一椭圆弧连接起来,再三角化两条弧线之间的区域。这样就达到了“缝合”的效果(图 1.3(b))。把这些缝合好的表面对称地映射到另一边就形成了一个完整的多边形网格曲面模型。

但是这种方法建立起的三维模型的表面较粗糙,时常会出现一些不太合理的凸起和凹痕,显得不够光顺。

Igarashi等<sup>[11]</sup>在 SmoothTeddy 系统中对其原先构造出来的不规则的网格曲面进行了改进,先使用 Skin 算法<sup>[12]</sup>对由轮廓线构造出的多边形网格进行美化,使之具有近似相等的多边形网格曲面片,然后用最小二乘拟合法求与前一步处理得到的多边形网格曲面片最相近隐式二次曲面,以便生成一个稠密的多边形网格。经过改进,三维模型的表面较以前光滑了很多,但是它的建模思想与文献[9]是完全相同的,它们所建立的三维模型具有一个共同的特点是将用户输入的闭合图形进行膨胀处理,使得宽的地方变胖,窄的地方变瘦。这对于建立圆形玩具的模型是很合适的;但是却不适合于对古典家具雕刻花纹的平面闭合图形建模。因为很多情况下尽管古典家具雕刻花纹的平面闭合图形局部的宽度不同,但是要求它们的雕刻型面各部分的高度基本一致。

图 1.3 多边形网格曲面模型的建立过程<sup>[9]</sup>Fig. 1.3 Modeling process of polygonal mesh<sup>[9]</sup>

隐式曲面是指用形如  $f(x, y, z)=0$  的隐式方程来表示的曲面。当函数  $f(x, y, z)$  为多项式时，上式便定义了一张代数曲面。另外，隐式曲面方便地将整个空间划分为：

$$f(x, y, z) < 0, f(x, y, z) = 0, f(x, y, z) > 0$$

三部分，它们分别对应于曲面内部、曲面上和曲面外部。工程上许多常用的曲面，例如平面、球面、柱面以及环面都很容易由隐式曲面来定义。与参数曲面相比，隐式曲面具有更多的自由度。在构造复杂曲面的时候，能够得到更高的光滑度，提供更多的形状控制手段。隐式曲面表达式紧凑，而且具有几何运算下的封闭性。隐函数方法在数学上处理容易，并且对于一些几何造型上的计算机操作特别有用，例如融合、扫描、变形、求交、布尔操作及图像渲染等<sup>[13]</sup>。所以很多研究者都采用隐式曲面建模。

Pasko 等<sup>[14-17]</sup>把多边形轮廓转化成函数。如果把多边形轮廓上的点坐标值代入这个函数，函数值为零。多边形轮廓内的点对应的函数值都为正数而且该值随点与边界的距离的增大而增大。多边形轮廓外的点对应的函数值都小于零。所以多边形轮廓对应的曲面可以通过把多边形内的点的坐标值代入函数来得到。由于雕刻花纹图形一般复杂多变而且曲线多，把它们转换成函数的过程会很复杂，计算机量很大，不利于实现雕刻型面快速、高效的一体化智能建模，所以这种算法不适用于对复杂的雕刻花纹图形的建模。此外还有 Karpenko 等<sup>[18]</sup>用变分隐式曲面作为主要的表示方法来处

理表面。变分隐式曲面最主要的优势在于它们本身是光滑的,因为它们的构造过程可以被看成是一个能量最小化的过程。这种方法在通过解变分方程来生成曲面的过程中,对矩阵求逆的时间复杂度高达  $O(N^3)$ ,因此这种算法所表达的曲面复杂度受到限制,它不适合于表示复杂的模型。Alvarado 等<sup>[19]</sup>也用变分曲面表示模型,这种算法的特点是运用粗网格来支持约束点以减少曲面泄漏的问题。它的局限在于离散点插值方法的时间复杂度太大。Cuno 等<sup>[20]</sup>依据 Igarashi 原理对平面封闭轮廓笔画进行处理,采用变分曲面构造出三维曲面模型。该系统支持同一场景下多个模型的创建,克服了 Teddy 只能创建编辑单个模型的缺陷。Tai 等<sup>[21]</sup>提出的算法是用卷积隐式曲面建立基于轮廓曲线的自由模型。Alexe 等<sup>[22]</sup>采用了一种球状隐式曲面代替多边形网格曲面用于自由外形物体的设计,使得构造出的模型具有更自然、更光滑的外观。但是 Tai 等和 Alexe 等所采用的卷积隐式曲面和球状隐式曲面决定了他们的算法不能生成边界锋利的模型<sup>[23]</sup>。

对比隐式曲面,参数曲面可以用  $x=g_1(u, v)$ ,  $y=g_2(u, v)$ ,  $z=g_3(u, v)$  来表示,变量  $u, v$  在一定范围内取值,所以参数曲面方法可以很方便的表示有边界的曲面。如果变量  $u, v$  都从  $a$  向  $b$  取值 ( $a \leq u, v \leq b$ ), 参数曲面方法可以生成一系列有序的点来构成曲面。参数曲面方法与隐式曲面方法相比较,参数曲面方法可以很容易地计算出表面上的点,却很难判断某一给定点是否在曲面上。参数曲面由一些控制点来定义,可以通过改变控制点来改变曲面形状。一般来说,参数曲面比较容易绘制、分割及定界。然而参数曲面的不足是其代数次数很高,且由于参数曲面对于曲面的等距及求交等操作具有不封闭性。此外,参数曲面方法很难用一个曲面片来表示复杂的拓扑结构,一般都是用多个曲面片来表示,但是这又将涉及到曲面片拼接等复杂的问题<sup>[24]</sup>。

应用参数化曲面建模的方法有: Egli 等<sup>[25]</sup>首次将参数化曲面用于平面图形三维模型的构造中,利用截面拉伸、旋转等方式创建一些相对具有一定规则的自由形状物体。Cherlin 等<sup>[26]</sup>采用 2 种复杂的参数化曲面类型:旋转混合曲面和交叉截面混合曲面以支持用户创建更多、更广的具有自由形状的三维物体,如任意扭曲的树叶、随风摆动的裙子等。但是必须由用户手动地设置位置参数,这会增加用户的负担而且很耗时。

Araujo 等<sup>[27]</sup>采用 MPU (multi-level partition of unity implicit s) 技术,使得用户可以在曲面上创建和修改一些急剧变化的特征,如折痕、凹谷等。同时使用一个快速适应性增量多边形化算法,允许重新对曲面进行局部多边形化,从而避免了每绘制一条笔画都要对整个曲面进行处理的弊端。使用网格曲面对轮廓线进行蒙皮构造的方法很好地解决了大多数具有自由外观形状三维物体的创建工作,为基于平面图形的三维建模提供了一个新的设计思路<sup>[28]</sup>。

Chen 等<sup>[3]</sup>用分层的方法把复杂的雕刻花纹图形分成多层,逐层处理,对于每一层先用扫描方法计算闭合图形与相交扫描线的中点,然后用正态分布函数和距离函数进行雕刻型面建模。

### 1.3 本文内容组织

本文共分五章,具体章节安排如下:

第一章为绪论部分。阐述了本文的选题背景与研究意义;介绍了根据平面任意闭合曲线建立其对应的三维模型的国内外研究现状,并对其中几种代表算法作了较为详细的介绍;提出了本文的主要研究内容。

第二章多边形逼近与骨架提取。首先用边界跟踪方法得到平面任意闭合图形的边界上的点的坐标值,然后用直线连接这些点,从而得到平面任意闭合图形的逼近多边形。介绍了骨架、Delaunay 三角剖分(DT)的定义、基本性质,然后在此基础上介绍了约束 Delaunay 三角剖分(CDT)及其实现算法。对约束 Delaunay 三角剖分后所得到的三角形进行分类,并详细描述了骨架点的选取过程与骨架线的优化过程。

第三章是本文的第一种建模方法,即基于控制网格细分曲面建模方法。根据三类三角形的不同特点,提出了相应的建立初始控制网格的规则;介绍了细分曲面方法的相关情况与常用的细分方法;对常用的细分方法进行分析对比,选择改进的蝶形细分方法对初始控制网格进行细分;对建模的结果进行了分析。

第四章是本文的第二种建模方法,即基于二次 Bezier 曲线与直纹面建模方法。首先介绍了 Bezier 曲线的基本概念,然后把三角剖分后的闭合图形分五种情况并逐一描述其处理过程,它们的共同点是在相应的区域上建立二次 Bezier 曲线族,在另一方向上用直线连接 Bezier 曲线上的对应点,从而形成覆盖对应区域的直纹面。最终在整个闭合图形区域建立起光滑的曲面模型。

第五章总结全文,并对今后的研究工作进行展望。

## 2 多边形逼近与骨架提取

### 2.1 多边形逼近

一般平面雕刻图案可以通过两种途径获取：一种是直接在绘图软件中绘制；另一种是扫描手绘雕刻图案，然后进行矢量化处理<sup>[29-31]</sup>。这些平面雕刻图案是由一条或多条相互独立的闭合曲线构成。所以，雕刻图案可以分为简单的单层雕刻图案(图 1.1(a))和复杂的多层雕刻图案(图 1.2)。针对复杂的多层雕刻图案的建模问题，文献[3]提出了分层思想，即把复杂的多层雕刻图案分成多个单层雕刻图案来处理，逐层建模，最后进行合成处理。因此如何对单层雕刻图案建模是首先要处理的问题。本文只研究对单层雕刻图案建模的问题，所以在本文中提到的平面任意闭合图形或闭合曲线都是指单层雕刻图案。

一条闭合曲线可由一个多边形以任意精度近似，当多边形线段数目与边界点数目相同时，近似是精确的<sup>[32]</sup>。多边形逼近就是用一个多边形来表示闭合图形。本节用边界跟踪方法跟踪闭合图形边界，从而得到一系列坐标点。然后，用直线连接这些点即可把平面任意闭合图形转化成逼近多边形。

本文是用文献[32]中在 Matlab 中实现的 boundaries 函数来跟踪闭合图形边界，获取边界点坐标值。boundaries 函数的输入图像为背景像素为 0 的二值图像。它的输出是边界点的坐标值。用直线连接这些坐标点即可得到闭合图形的逼近多边形。

### 2.2 骨架

骨架(skeleton)又名中轴(medial axis)、对称轴(symmetric axis)<sup>[10]</sup>(图 2.1)。它能够对闭合曲线的几何形态进行有效地描述。骨架提取算法被广泛应用于生物形状描述、模式识别<sup>[33, 34]</sup>、三维建模<sup>[35]</sup>等研究领域。一般来说，骨架应具有以下性质<sup>[36]</sup>：

- (1) 骨架宽度应为一个像素；
- (2) 骨架要尽可能穿过物体的“中部”；
- (3) 骨架应保持物体的拓扑结构。

自从 1967 年 Blum<sup>[37]</sup>等首先用中轴表示连续平面上的图形以来，产生了许多骨架提取算法，可归纳为细化算法和骨架化算法两种类型。细化算法是根据 Montanari<sup>[38]</sup>的骨架定义而产生的。Montanari 把骨架看作波沿图形边界向图形内部传播所得到的结果，所有波的前端相交得到的一系列交点就是该图形的骨架。细化类算法<sup>[39-41]</sup>是根据骨架的 3 个特性来制定一些限制条件，通过由外到里逐步去除边缘点来求得图形的骨架。它实际上是一种迭代算法，速度较慢。骨架化算法起源于 Pfaltz 和 Rosenfeld<sup>[42]</sup>

的骨架定义。Pfaltz 和 Rosenfeld 把骨架定义为图形内最大圆盘的圆心集合。实际上,这一定义和前面的定义是等价的<sup>[43]</sup>。骨架化算法的思想是根据某些中心属性来直接定义骨架的像素。根据这一思想,多边形骨架线提取的关键在于探测多边形内部到边界线上的等距离点集,在几何特征上属于空间邻近关系的探测问题,而计算几何中的 Delaunay 三角剖分是一种较成熟的支持模型<sup>[44]</sup>。

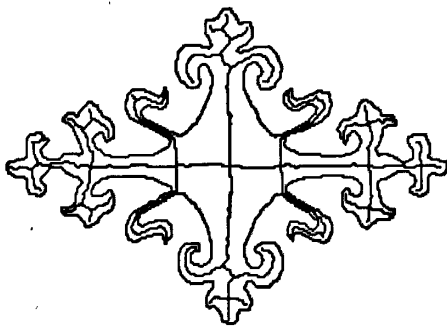


图 2.1 骨架

Fig. 2.1 Skeleton

### 2.3 Delaunay 三角剖分

三角剖分是指在二维空间中,点集 $V$ 的三角剖分是产生三角形集合 $T$ ,点集 $V$ 构成这些三角形的顶点的闭包。三角剖分问题可以追溯到1907年,G.Voronoi首先提出了此问题。后来Delaunay<sup>[45]</sup>在1934年首次提出了解决这一问题的方法。三角剖分主要有两种准则:一种是在生成的三角形网格中,各三角形的最小内角和最大;另一种是在生成的三角网格中,所有三角形的边长和最小。其中,Delaunay三角剖分是目前研究应用最广的一种剖分方法。

点集 $V$ 的 Delaunay 三角剖分 $D$ 的定义<sup>[46]</sup>是:如果平面内的一个圆内部不包含点集 $V$ 中的点,则称此圆为空圆(点可以在圆上)。令 $u, v$ 为点集 $V$ 中任意两个点,当且仅当存在一个空圆经过 $u, v$ 时,边 $uv$ 属于 $D$ 。任何满足这一性质的边都是 Delaunay 边。

Delaunay 三角剖分具有以下重要性质<sup>[46]</sup>:

- (1) Delaunay 三角剖分是唯一的;
- (2) 三角剖分的外边界构成了点集 $P$ 的凸多边形“外壳”;
- (3) 没有任何点在三角形的外接圆内部;反之,如果一个三角剖分满足此条件,那么它就是 Delaunay 三角剖分;
- (4) 如果将三角剖分中的每个三角形的最小角进行升序排列,则 Delaunay 三角剖分的排列得到的数值最大,从这个意义上讲, Delaunay 三角剖分是“最接近于规则化的”的三角剖分。



## 2.4 约束 Delaunay 三角剖分

对平面多边形的约束 Delaunay 三角剖分是既能够覆盖所有约束边（即多边形的边）和顶点（多边形的顶点）又能够保留 Delaunay 三角剖分的最小角最大等特性的三角剖分<sup>[47]</sup>。满足约束 Delaunay 标准，即每个三角形  $t$  的外接圆内均不存在相对于  $t$  的任何一条边可见的多边形域的顶点，并且  $t$  不与约束边相交（可见性只与约束边有关）。满足约束 Delaunay 标准的三角形称为约束 Delaunay 三角形，其中与一条边相对的顶点称为该边的 DT 点。

针对平面离散点集，Bentley 等<sup>[48]</sup>证明，对于一致分布的 2D 点集，借助均匀网格从一个点搜索其最近点的操作可在常数期望时间内完成；并且给出了最优期望时间为  $O(n)$  的 2D 点集 ( $n$  是点集中点的个数) Voronoi 图生成算法。Delaunay 三角剖分是 Voronoi 图的对偶图<sup>[49]</sup>。Fang 等<sup>[50]</sup>基于网格实现了离散点集的 Delaunay 三角剖分，将 DT 点的搜索限制在局部范围内，速度较快；并对随机点集测试表明，时间复杂度呈近似线性。

Piegl 等<sup>[51]</sup>将文献[50]思想扩展到平面多边形域。在为边寻找顶点的过程中考虑约束边的存在，使生成的三角形满足约束 Delaunay 标准。该算法依据边界边的凸凹性和对三角剖分的影响来设计输出结构，过滤掉多余的外部三角形（多边形域外的三角形）。因此它需要消耗大量判断处理时间。李伟青等<sup>[52]</sup>提出，将平面多边形域的所有顶点按扫描方式排列，按有序点寻找局部区域的一条边，构造新的三角形。该算法经调整也能够处理平面离散点集，但是为满足设定的优化标准，需要进行边翻转等操作。

针对内部不含离散点和折线的平面多边形，Klein<sup>[53]</sup>基于网格和分而治之思想实现其约束 Delaunay 三角剖分。该算法选择一条“合适”的边界边，按文献[51]算法构造约束 Delaunay 三角形，将多边形等分为两个子多边形；并按此方法处理子多边形。算法简洁，速度较快；但是，需要预先将带“洞”的多边形转换为不带“洞”的情况后再进行处理。另外，分而治之方法本身会产生大量的负载开销，而且选择用于分割的“合适”的边界边也是比较困难的。

本文使用的是文献[54]中的约束 Delaunay 三角剖分算法，其步骤如下：

Step1. 建立单元大小为  $E \times E$  的均匀网格，并将多边形域的顶点和边放入其中。其中  $E = \sqrt{(b_w \times b_h) / n}$ ， $b_w$  和  $b_h$  分别为多边形域包围盒的宽度、高度， $n$  为多边形域的顶点数。

Step2. 取任意一条外边界边  $p_1 p_2$ 。

Step3. 计算 DT 点  $p_3$ ，构成约束 Delaunay 三角形  $\triangle p_1 p_2 p_3$ 。

将计算一条边的 DT 点的过程称为一趟。每趟包含两步：寻找初始可见点和确定 DT 点。过程中借助均匀网格，将 DT 点的搜索限制在局部范围内，加快计算速度。假定当

前需要处理的边为  $p_1 p_2$ 。那么以  $p_1 p_2$  的中点  $p_{mid}$  所在的网格单元为中心, 按照螺旋式扩散的顺序搜索网格单元, 对其顶点链表中各节点作相对  $p_1 p_2$  的可见性判断, 直至找到一个可见点  $p_3$ , 则称其为初始可见点。每扫描一个网格单元, 就将其标记为当前趟数。网格单元中包含多个  $p_1 p_2$  的可见点  $p_i$  ( $i > 1$ ) 时, 选取使得  $\angle p_1 p_i p_2$  最大的可见点。从而缩小搜索最优可见点的范围, 但这不是绝对的。因此, 初始可见点不是惟一的, 具有一定的搜索随机性。

我们称  $p_3$  为  $p_1 p_2$  的可见点, 其必须满足下面三个条件:

- (1)  $p_3$  在边  $p_1 p_2$  的左侧;
- (2)  $p_3$  与  $p_1$  可见, 即对于  $p_1 p_3$  所穿过的所有网格单元中记录的任意一条边  $e$ , 有  $e \cap (p_1 p_3) = \Phi$ ;
- (3)  $p_3$  与  $p_2$  可见。

对于均匀网格上的任意一条线段  $p_1 p_2$ , 将其最小包围盒  $B_m(p_1 p_2)$  内(包含相交)的网格单元构成的包围盒称为  $p_1 p_2$  的网格包围盒。

第二步确定 DT 点的过程如下:

(1) 构造  $\triangle p_1 p_2 p_3$  的外接圆  $C(p_1, p_2, p_3)$  及其网格包围盒  $B(C(p_1, p_2, p_3))$ 。

(2) 依次访问网格包围盒内的每个网格单元:

对未作当前趟数标记的网格单元进行搜索, 并将其标记为当前趟数。若某个网格单元中存在可见点  $p$  并且  $\angle p_1 p p_2 > \angle p_1 p_3 p_2$ , 则令  $p_3 = p$ , 转(1); 否则, 转到(3)。

(3) 若当前网格包围盒内所有网格单元都已被标记为当前趟数, 也即  $C(p_1, p_2, p_3)$  内无可见点, 则  $p_3$  为  $p_1 p_2$  的 DT 点。

当相对  $p_1 p_2$  恰有两个可见点  $p_3$  和  $p_4$  并满足  $\angle p_1 p_3 p_2 = \angle p_1 p_4 p_2$ , 即 4 点共圆时, 在共圆点  $p_3$  被选作 DT 点后, 4 点共圆不复存在; 新生成的 Delaunay 三角形内部边  $p_1 p_3$  或  $p_3 p_2$  中必有一条与  $p_4$  可见的内部边, 它必然选中  $p_4$  作为 DT 点, 从而实现 4 点共圆下的约束 Delaunay 三角剖分。可见, 共圆可见点中的一个一旦被选作 DT 点, 其余的对此次搜索不再起作用; 正是因为计算的不重复性以及增量式生长结构的前进性, 避免了死循环, 自动有效地解决了 4 点共圆的情况。另外, 通过动态更新包围盒, 可以有效地收缩可见点范围; 并充分利用网格单元搜索标记, 避免重复操作以加快速度。

Step4. 如果新生成的边  $p_1 p_3$  不是约束边, 若已经在堆栈中, 则将其从中删除; 否则, 将其放入堆栈; 类似地, 可处理  $p_3 p_2$ 。

Step5. 若堆栈不空, 则从中取出一条边, 转 Step3; 否则, 算法停止。

## 2.5 确定初始骨架线

若初始逼近多边形的边称为外边,约束 Delaunay 三角剖分中增加的边称为内边。经过约束 Delaunay 三角剖分后,逼近多边形内部的三角形可分为三类<sup>[9]</sup>:

(1) 终端三角形 (Terminal triangle): 具有两条外边的三角形。一般出现在骨架线的端点处。以下简称为 T 三角形。

(2) 连接三角形 (Sleeve triangle): 具有一条外边的三角形。是骨架线的骨干结构,描述了骨架线的延展方向。以下简称为 S 三角形。

(3) 跨接三角形 (Junction triangle): 没有外边的三角形。一般出现在骨架分支的交汇处。以下简称为 J 三角形。

把各内边的中点和 J 三角形的中心作为骨架点,依序连接这些骨架点即可得到初始骨架线,如图 2.2 所示。

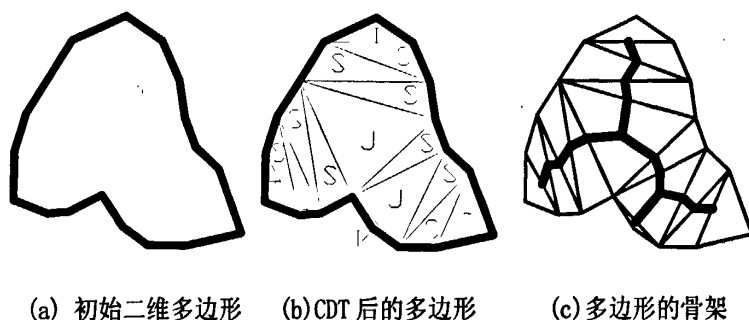


图 2.2 骨架的提取<sup>[9]</sup>

Fig. 2.2 Extracting skeleton<sup>[9]</sup>

由上图可以看出,初始骨架线是用线段连接骨架点形成的,很不光滑,这将会影响建模的效果。为了得到光滑的骨架线,文献[9]提出了修剪骨架线末梢方法来优化初始骨架线。本文首先根据所处理的闭合图形的特点对文献[9]中的骨架线末梢修剪方法进行改进。然后,通过实验和分析,提出了对骨架线进一步优化的方法。

## 2.6 优化骨架

### 2.6.1 修剪骨架线末梢

文献[9]中的骨架线末梢修剪方法的过程如下:检查每一个 T 三角形。用 X 表示当前的 T 三角形,则 X 有两条外边和一条内边。假设有一个以 X 的内边为直径且与 X 在同一侧的半圆。如果 X 的三个顶点都在半圆上或半圆内,则去掉 X 的内边,将其相邻的三角形合并到 X 中(图 2.3(a)-(b))。否则,将 X 的内边中点与 X 的第三个顶点连接起来,把 X 分成两个三角形。这两个三角形都具有一条外边和一个内顶点(逼近

多边形内的点)。为了表述方便,本文中称这种三角形为第 I 类三角形(如图 2.3(c))。

如果最新被合并的三角形是 S 三角形,则 X 有三条外边和一条内边。再次用以 X 的内边为直径且与 X 在同一侧的半圆进行比较,检查 X 的各个顶点是否在半圆上或在半圆内。继续用这种方法检查,直到 X 的任意顶点在半圆外(图 2.3(d))或者最新被合并的三角形为 J 三角形(图 2.3(f))为止。当 X 的任意顶点在半圆外时,把 X 分成多个以内边中点为公共点的第 I 类三角形(图 2.3(e))。当最新被合并的三角形为 J 三角形时,把 X 分成多个以 J 三角形中心为公共点的多个三角形(图 2.3(g))。将 J 三角形的中心、剩下的 S 三角形和 J 三角形的内边中点依次连接起来即可得到优化后的骨架。

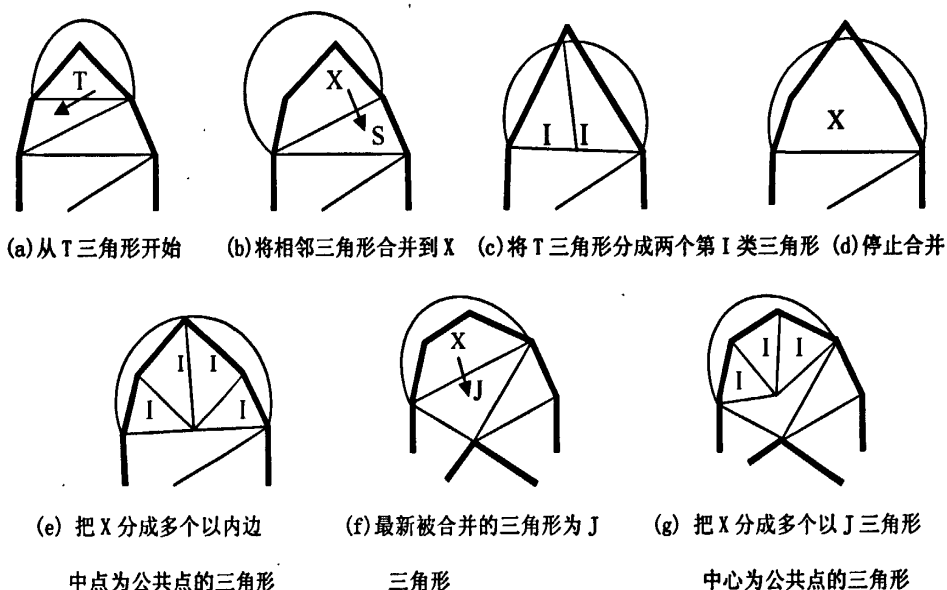


图 2.3 骨架的优化过程

Fig. 2.3 Optimization process of skeleton

图 2.4(a) 为初始骨架线,图 2.4(b) 为按照以上介绍的文献[9]中的骨架线末梢修剪方法处理后的骨架线。从图 2.4(b) 中可以看出骨架线仍然很不光滑。造成它的原因是由于本文所处理的闭合图形较复杂,经过三角剖分后出现许多伪 T 三角形(如图 2.4(c) 中图形边界附近的灰色三角形)。本文根据这种情况提出了对文献[9]中的骨架线末梢修剪方法的改进。图 2.4(d) 是改进后方法对骨架线进行修剪的结果。改进方法为:若与 X 合并的三角形是 J 三角形则将合并后的区域分成两个或多个 S 三角形。以图 2.4(e) (即图 2.3(f)) 为例,它可以被分为 3 个 S 三角形,如图 2.4(f) 所示。而原方法中对这种情况(与 X 合并的三角形是 J 三角形)的处理是把合并后的区域分成多个以 J 三角形中心为公共点的多个三角形(图 2.3(g))。

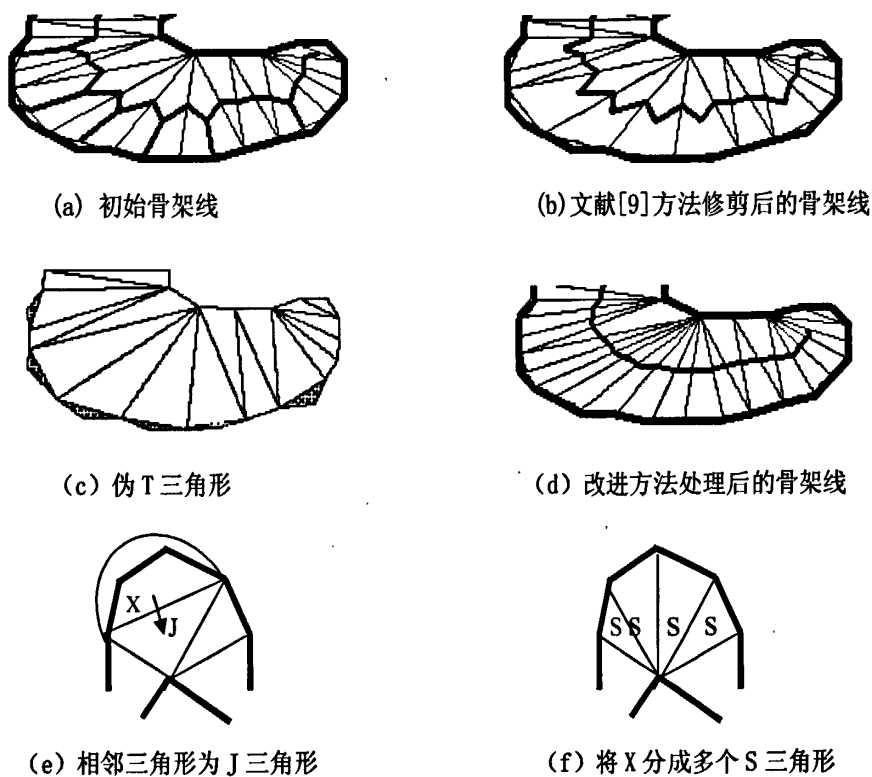


图 2.4 对文献[9]优化方法的改进

Fig. 2.4 Improved version of optimization method of paper[9]

经过这一步的处理可以将T三角形或包含T三角形的区域转化为两个或多个第I类三角形或S三角形。

修剪骨架线不重要的末梢，一方面可以优化初始骨架线，使骨架线能更好地描述平面任意闭合图形；另一方面是为了使平面任意闭合图形曲率较大的末端部分（即T三角形所在的位置）对应的三维模型倾斜度不会太大。如图 2.5 所示，图 2.5(a) 中经过优化后的骨架比图 2.5(a) 中的初始骨架少了很多骨架线末梢。一般情况下，优化后的骨架线能够忽略一些不重要的细节，突出骨架线的主体部分，更好地反映平面闭合图形的特征。在待建立的三维模型中，图 2.5(a) 中骨架点 b 的 z 轴坐标为给定高度 H，边界点 a 的 z 轴坐标为 0，图 2.5(c) 是根据初始骨架建立的曲面模型上点 a 与 b 之间的曲面的侧面轮廓示意图，从图中可以看出，曲面的倾斜度很大。图 2.5(b) 中骨架点 c 的 z 轴坐标为 H，边界点 a 的 z 轴坐标为 0，图 2.5(b) 是根据优化后的骨架建立的曲面模型上点 a 与 c 之间的曲面的侧面轮廓示意图，图中的轮廓线曲率比图 2.5(c) 中轮廓线曲率小了很多，因而曲面从 c 点平滑过渡到 a 点。

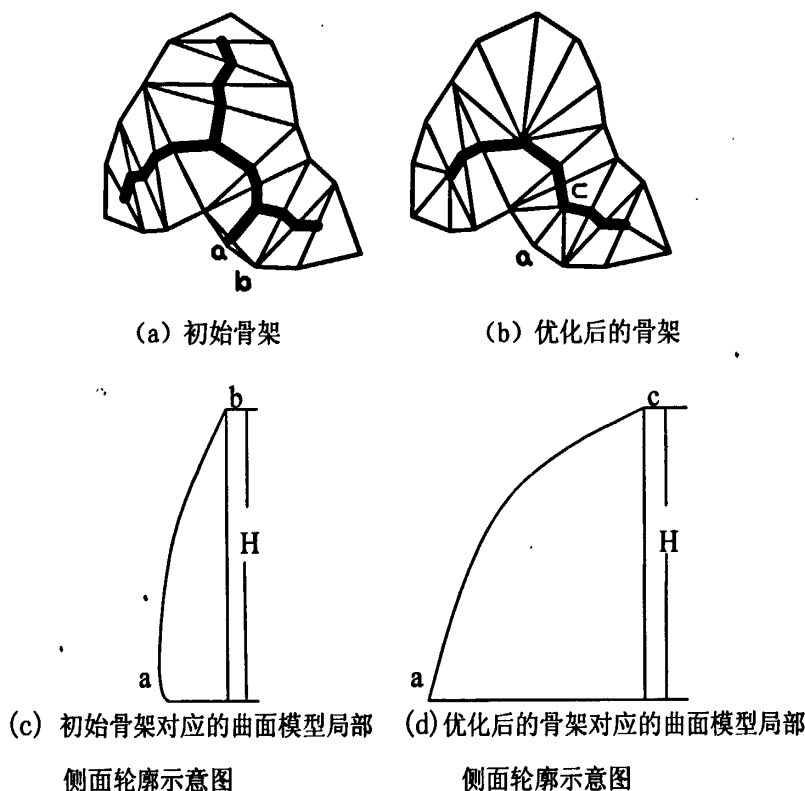


图 2.5 修剪骨架线末梢对建模的影响

Fig. 2.5 Effect of pruning insignificant branches to modeling

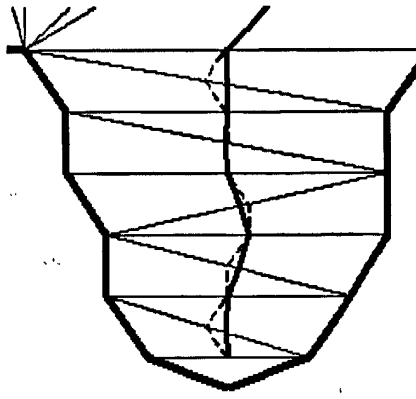
## 2.6.2 骨架线的光滑处理

通过对本文所处理的闭合图形进行分析和实验,这一部分本文提出了对骨架线进一步优化方法。

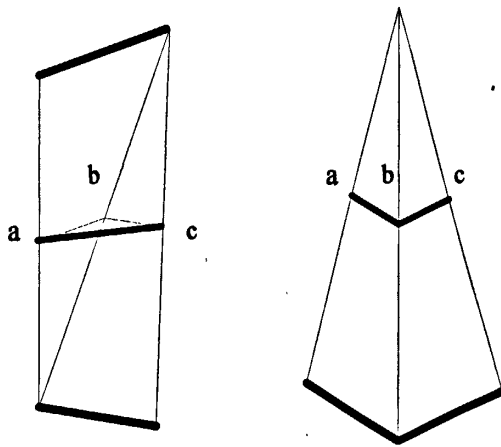
### 2.6.2.1 相邻连接三角形(S三角形)上骨架点的选择

如图 2.6(a)是闭合图形的局部放大图,图中的虚线是连接 S 三角形内边中点所得到骨架线,实线是将相邻连接三角形(S三角形)上的骨架点进行选择后所得到骨架线。显然,经过处理,骨架线上的拐点减少了很多。这将有利于后续的骨架线光滑处理。

邻接 S 三角形(连接三角形)的相邻情况可分为两种,如图 2.6(b)与图 2.6(c)所示。对于图 2.6(b)的情况,在确定骨架点时,忽略公共边上的中点 b,只取公共边两侧的内边中点 a, c 作为骨架点,可以减少骨架线上的拐点,对骨架线起到了局部优化的作用。实验对比的结果显示,如果对图 2.6(c)做类似的处理,效果不明显,所以可以不作处理,图 2.6(c)中的骨架点仍然为 a、b、c。



(a) 闭合图形的局部放大图



(b) 第一类相邻 S 三角形      (c) 第二类相邻 S 三角形

图 2.6 相邻连接三角形的骨架点选择

Fig. 2.6 Selection of skeleton points on neighbor sleeve triangles

### 2.6.2.2 相邻跨接三角形 (J 三角形) 上骨架点的选择

图 2.7(a) 与 (b) 分别是相邻跨接三角形上骨架点的选择处理前后的骨架线。它们之间最主要的区别是闭合图形的跨接部分的骨架线。对比两图可以发现, 处理后 (图 2.7 (b)) 的骨架线, 不仅减少了拐点, 而且更合理地描述了闭合图形的拓扑特征。

跨接三角形 (J 三角形) 上的初始骨架点为三角形的中心和三边的中点, 如图 2.7 (c) 所示, 三角形  $abd$  与三角形  $bcd$  为跨接三角形, 它们的骨架点分别为  $i$ 、 $h$ 、 $e$ 、 $k$  和  $j$ 、 $k$ 、 $f$ 、 $g$ , 图中的虚线为连接这些骨架点的骨架线。对于这种两个相邻的三角形都为跨接三角形 (J 三角形) 的情况, 如图 2.7(d) 所示, 可以只取  $e$ 、 $g$ 、 $f$ 、 $h$  作为骨架点, 图中的虚线为其对应的骨架线。

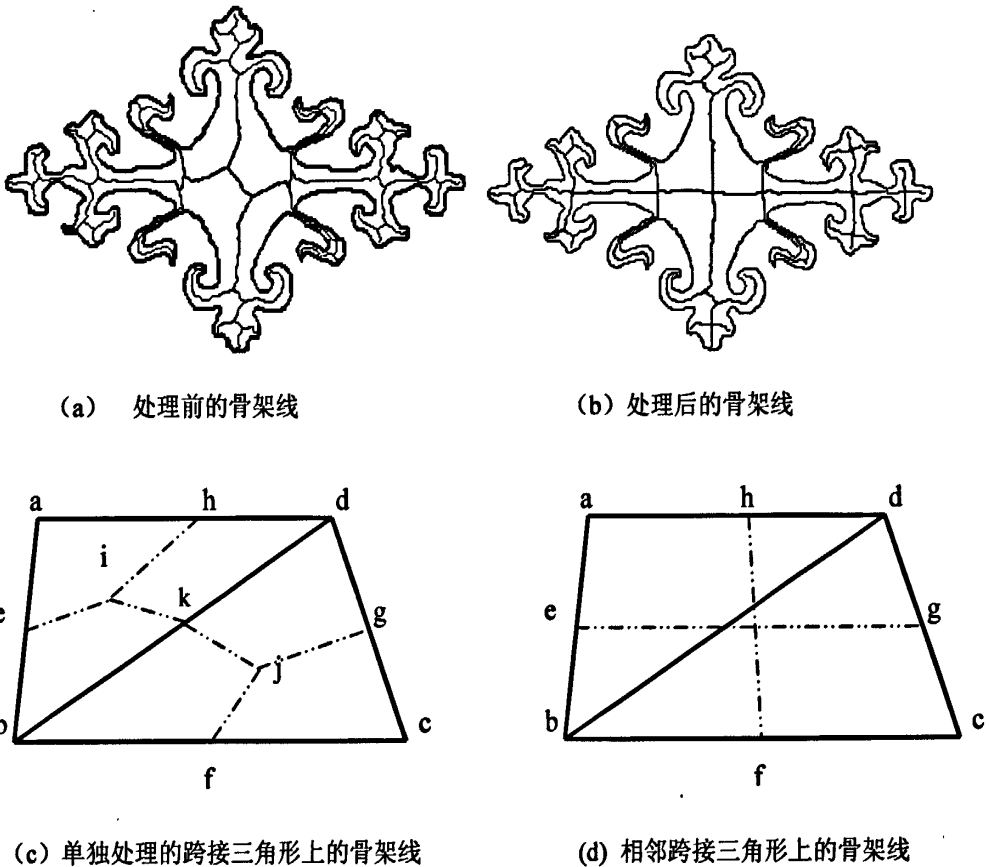


图 2.7 相邻跨接三角形的骨架点选择

Fig.2.7 Selection of skeleton points on neighbor junction triangles

### 2.6.2.3 用四点插值细分法插值骨架线

经过以上的处理，尽管初始骨架线的不重要的末梢与很多拐点都已去除，但是骨架线是由连接骨架点的线段组成的。在本文所要建立的三维模型中，骨架线上的点会被赋予给定的高度值  $H$ ，即骨架线会成为待建立的三维模型的最高部分。所以骨架线的光滑程度将直接影响到三维模型的质量。

本文采用四点插值细分法对骨架点进行插值，从而得到较光滑的骨架线。四点插值细分是由 Dyn 和 Levin<sup>[55]</sup>在 1987 年提出的一种带参数的四点插值格式。此方法是用相邻的四个点来计算新点，每次计算都使用相同的权值，是一种较稳定的细分格式。其具体做法是：给定初始控制点  $\{P_i\}_{i=-2}^{n+2}$ ， $P_i \in R^d$ ，按下式递归定义  $K+1$ , ( $K \geq 0$ ) 步控制点，其格式如下：

$$\begin{aligned}
 P_{2i}^{k+1} &= P_i^k & -1 \leq i \leq 2^k n + 1 \\
 P_{2i+1}^{k+1} &= \left(\frac{1}{2} + w\right)(P_i^k + P_{i+1}^k) - w(P_{i-1}^k + P_{i+2}^k) & -1 \leq i \leq 2^k n
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

式(2.1)中，第一行说明上一步骤的点保持不变，即对之进行插值；第二行用于



在点  $P_i^k$  和  $P_{i+1}^k$  之间生成一个新点。其中权值  $w$  称为张力参数。当  $w$  等于 0 的时候, 结果就是线性插值。Dyn 等在文中指出, 当  $w \in [0, 1/8]$  时, 得到的曲线具有  $C^1$  连续性。对于非封闭的多义线, 由于在新点的两条边上需要两个点, 因此会在端点处遇到问题。如果端点旁边的点在端点处反射, 就可以解决这个问题。所以, 多义线的起始点  $P_1$  在  $P_0$  处进行反射得到  $P_{-1}$ , 然后在下一步的细分过程中使用这个点。 $P_{-1}$  的生成过程如图 2.8 所示, 反射点的计算公式为  $P_{-1} = P_0 - (P_1 - P_0) = 2P_0 - P_1$ 。另一端也可用类似的方法计算。

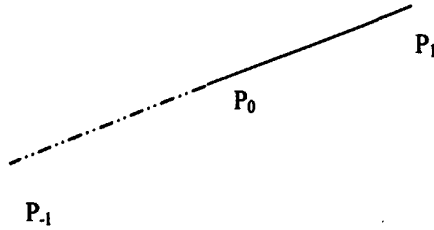


图 2.8 非闭合多义线的处理

Fig. 2.8 Processing of unclosed polyline

本文把骨架点作为初始控制点, 用四点插值细分法对它们进行细分迭代, 从而得到光滑的骨架线。迭代的次数和第四章待建立的曲面模型的网格大小有关。图 2.9 是四点插值细分法对骨架点插值处理前后的对比图, 实线表示用四点插值细分法对骨架点进行插值得到的曲线, 虚线是用线段连接骨架点形成的骨架线。从图中可以看出, 用四点插值细分法插值得到的曲线效果比插值处理前更光滑。

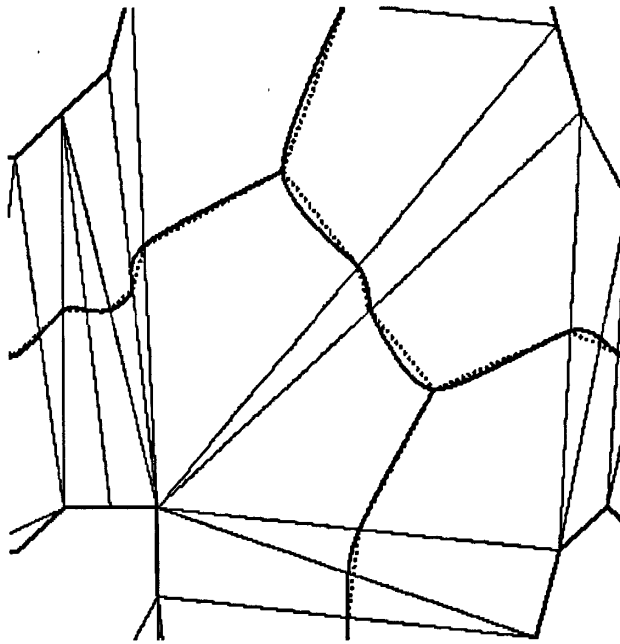


图 2.9 四点插值细分法对骨架点插值处理前后的对比图

Fig. 2.9 Skeleton before and after 4-point interpolatory subdivision of skeleton points

### 3 基于控制网格细分曲面建模

根据第 2 章的处理可以找出平面任意闭合图形的骨架。这一章将用细分曲面建立平面任意闭合图形对应的三维雕刻型面。细分曲面是一种由初始控制网格按照一定的细分规则反复迭代而得到的极限曲面。目前国内外研究者提出了许多细分曲面算法。这些算法有一个共同的起点即初始控制网格。所以,要用细分曲面为平面任意闭合图形建立其相应的三维雕刻型面,首先是要建立合适的初始控制网格。

#### 3.1 建立控制网格

根据平面任意闭合图形自动建立细分曲面的初始控制网格需要考虑以下几方面:

(1) 能够正确表达目标曲面的主要特征。本文要建立的是骨架部分的高度为用户指定的最大高度,平面任意闭合图形的边界高度为零,它们之间是光滑曲面连接的雕刻型面。所以本文的初始控制网格在骨架部分的高度为给定高度,用直线连接骨架上的点和闭合图形边界上的点。随后的细分方法会在反复的迭代过程中,逐步将直线转化成曲线。

(2) 使初始控制网格中的奇异顶点尽可能少。因为常用细分方法生成的曲面的连续性都会在控制网格中的奇异点处下降。如 Loop、 $\sqrt{3}$  细分方法在规则的三角网格上能生成  $C^2$  连续的极限曲面,而在奇异点处的曲面只能达到  $C^1$  连续。

(3) 使初始控制网格中的网格(面)尽量少。因为网格多意味着数据量大,从而带来难以控制、不利于传输和储存等困难。以改进的蝶形细分方法为例,它每次迭代都是把一个网格细分成四个网格。如果初始控制网格包含  $n$  个网格,迭代  $k$  次,细分曲面的网格数会增至  $n \cdot 4^k$  个。

经过以上的分析和大量的实验,本文提出了一种能够较好地根据平面任意闭合图形自动建立控制网格的方法。

在第 2 章骨架优化处理之后,平面任意闭合图形的逼近多边形内的三角形可分为三大类:第 I 类三角形(具有一条外边和一个内顶点),S 三角形(只有一条外边)和 J 三角形(没有外边)。

为了方便建立合适的控制网格,本文定义了以下三类三角网格:

第 I 类三角网格:一个顶点的高度值为给定高度  $H$ ,另外两个顶点的高度值为零(如图 3.1(a))。

第 II 类三角网格:两个顶点的高度值为给定高度  $H$ ,一个顶点的高度值为零(如图 3.1(b))。

第 III 类三角网格:三个顶点的高度值都为给定高度  $H$ (如图 3.1(c))。

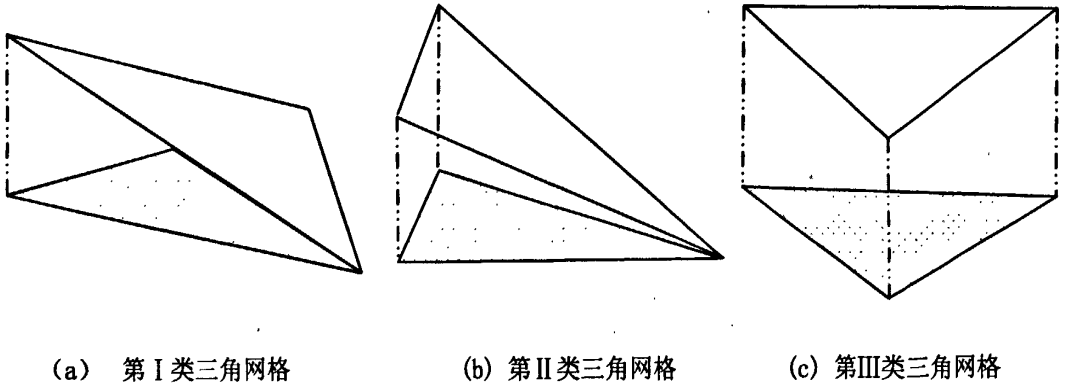


图 3.1 控制网格中的三类三角网格

Fig. 3.1 Three categories of triangular mesh in control mesh

通过把 S 三角形和 J 三角形分成更小的三角形并赋予高度值，可以建立起完全由以上三类新定义的三角网格组成的控制网格。其具体过程如下：

闭合图形末端部分的 T 三角形在 2.6 节骨架优化过程中都已转化为第 I 类三角形。只要把第 I 类三角形的内顶点的高度值赋值为 H，就可以把它们转化为第 I 类三角网格。

对于 S 三角形：由于它的两内边中点是骨架点，而且常用细分算法生成的曲面的光滑度与顶点度数 (valence) 有关等原因。经过实验对比，发现把 S 三角形转化为如图 3.2 所示的两个第 I 类三角网格和两个第 II 三角网格较为合适。

对于 J 三角形：由于骨架穿过它的中心和三边中点，经过实验对比，发现把 J 三角形转化为如图 3.3 所示的三个第 II 类三角网格和一个第 III 类三角网格较为合适。

图 3.4(a) 是雕刻花纹的平面闭合图形，图 3.4(b) 是它对应的控制网格。

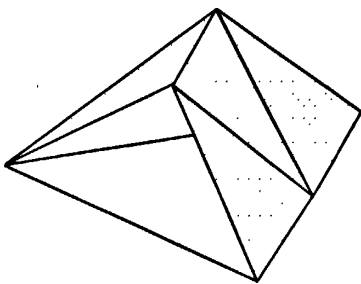


图 3.2 S 三角形的控制网格

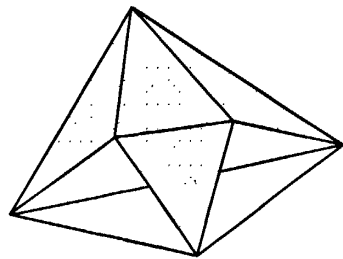


图 3.3 J 三角形的控制网格

Fig. 3.2 Control mesh of sleeve triangle

Fig. 3.3 Control mesh of junction triangle

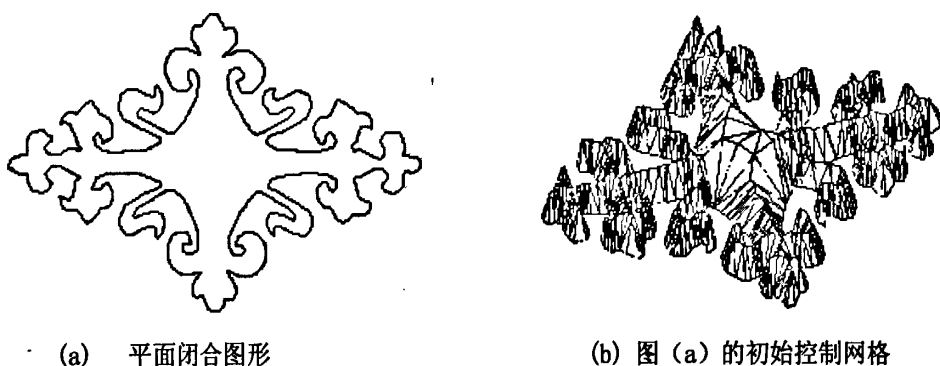


图 3.4 建立初始控制网格

Fig. 3.4 Constructing initial control mesh

## 3.2 细分方法基础

### 3.2.1 细分方法的基本思想和特点

细分的基本思想是从一个控制多边形或控制网格开始，按照适当选取的细分规则，在给定的初始控制多边形或控制网格中插入新顶点，再连接这些新顶点得到新控制多边形或控制网格，新的控制多边形或控制网格是初始控制多边形或控制网格的加细。不断重复上述过程，控制多边形或控制网格就被逐渐细化，其极限状态就是曲线或曲面，且称之为递归细分曲线或递归细分曲面。

图 3.5 是对依次连接的四个顶点形成的折线进行细分，最终得到细分曲线的过程。图 3.5(a)是由控制点组成的多边折线，即控制多边形，图 3.5(b)是细分一次后的控制多边形，在细分过程中原有顶点位置保持不变，每相邻两个顶点间插入一个新的点。重复这样的细分过程，可以看出曲线越来越光滑。

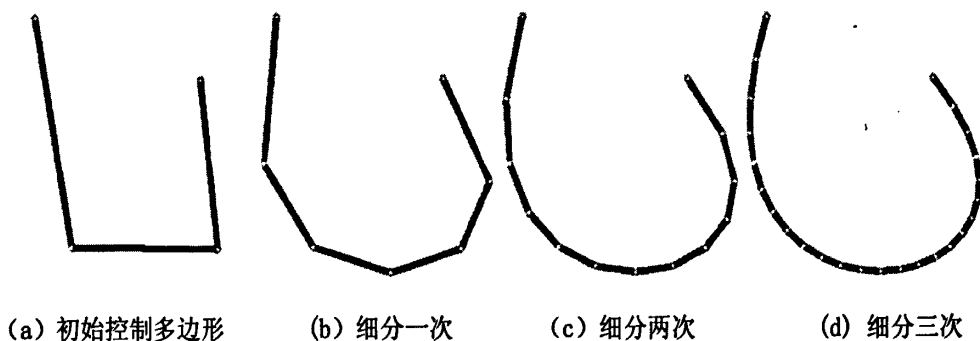


图 3.5 曲线的细分过程

Fig. 3.5 Subdivision of curve

细分曲面方法具有如下特点<sup>[56,57]</sup>：

(1) 任意拓扑(Arbitrary topology)：能够建立任意拓扑结构的曲面。传统曲面

造型方法遇到复杂物体造型时往往束手无策,因为其控制顶点往往具有复杂的网格拓扑,这对于利用张量积方法构造的参数曲面而言,拼接或剪裁(Trimming)的困难是显而易见的。但是细分方法不存在这样的问题,因为它的参数空间是初始网格本身。能够很好地解决任意拓扑问题是细分方法获得广泛应用的最主要原因之一。

(2) 表示的一致性(Uniformity of Representation):传统的造型方法,其曲面表示是离散的多边形网格或者是连续的参数曲面。而细分曲面既可以看作是由控制网格定义连续曲面,又可以看作是离散网格曲面。

(3) 可伸缩性(Scalability):由于细分曲面是递归生成的,是一个不断细化的过程,这使得细分曲面本身具有多分辨率性质,特别适合于层次细节(Level Of Detail, LOD)技术,使其在编辑、显示、网络传输方面具有其它造型技术和曲面表示方法所无法比拟的优势。

(4) 简洁、高效性(Code simplicity and efficiency):常用的细分方法所定义的细分规则都很少,而且规则比较简单。细分计算只是反复迭代,可以高效地计算出新的顶点。

(5) 仿射不变性(Affine invariance):如对初始控制网格作线性变换,如平移、缩放或者旋转等,所得的细分曲线或者曲面也会做相应的变换。

(6) 数值稳定性(Numerical stability):线性细分方法是一个迭代过程,有很好的数值稳定性,由细分生成的网格具有许多有限元求解所要求的优点。因此,细分表示法也很适合于数字仿真任务,这在工程和计算机动画环境中具有重要意义。

基于上述特点,细分方法作为一种计算机辅助几何设计(CAGD)技术具有很强的生命力。目前,细分曲面已广泛应用于三维动画造型、医学图像重建与模拟等领域,并开始广泛应用于工业产品的造型设计。可以相信随着研究的深入以及一些关键技术难题的解决,细分方法会有更广泛的应用前景。

### 3.2.2 细分方法的发展

细分思想最早可以追溯到1956年G. de Rham<sup>[58]</sup>通过对多边形角点进行切割来生成离散形式光滑曲线的“割角算法”。1974年,图形艺术家Chaikin<sup>[59]</sup>提出一种曲线的快速绘制方法,该方法正是“割角算法”的实现具体,同时也标志着离散细分概念“进入”图形学界;随后 Riesenfeld<sup>[60]</sup>证明了这种极限曲线就是均匀二次B样条曲线。1978年Catmull、Clark<sup>[61]</sup>和 Doo、Sabin<sup>[62]</sup>发表的论文标志着细分曲面造型的开始,从此拉开了对细分方法进行广泛深入研究的序幕。1987年,Loop 在箱样条(Box Spline)细分算法<sup>[63]</sup>的基础上提出了一种基于三角网格 Loop 细分方法,将四次三向箱样条(Quartic3-Direcrion Box Spline)推广到任意三角网格<sup>[64]</sup>。1990年Dyn, Gregory 和 Levin 提出了蝶型细分曲面方法(Butterfly Subdivision Surface Scheme)<sup>[65]</sup>,该算法能够插值初始控制网格的所有顶点以及细分过程中所产生的新点,但是该方法要求

初始控制网格是正则的三角网格,即每个顶点的共点三角形数均为 6,才能保证极限细分曲面是  $C^1$  连续的。1996 年, Zorin 等人<sup>[66]</sup>对蝶型细分曲面方法进行了改进,使得该方法可以在任意控制网格上生成  $C^1$  连续的细分曲面。Kobbelt<sup>[67]</sup>也在 1996 年提出基于变分的细分方法,通过能量函数最小来求解细分后控制网格的新顶点位置,这种细分方法是整体性的,即每一个新点的位置依赖于上一层网格的所有顶点。1998 年, Sederberg 等人<sup>[68]</sup>提出了广义的 Catmull-Clark 细分方法和 Doo-Sabin 细分方法,在细分过程中引入了节点距,使得 NURBS 成为它的子集。2002 年, Kobbelt<sup>[69]</sup>提出了  $\sqrt{3}$  细分方法,其拓扑剖分规则与以往的基于三角网格细分方法不同,其面分裂速度是一分为三,而不是一分为四,极限细分曲面除在奇异点处  $C^1$  连续外,其余达到  $C^2$  连续。Qin<sup>[70]</sup>等人将物理性质与均匀 Catmull-Clark 细分曲面相结合,开发出动态细分曲面模型。T. DeRose<sup>[71]</sup>等提出了将细分曲面用于人物动画和服装模拟的方法,并证明了细分曲面可以满足高端绘制(high-end rendering)的要求。李桂清<sup>[72]</sup>、周海<sup>[73]</sup>分别研究了子分曲面尖锐特征生成和混合细分曲面尖锐和半尖锐特征生成,王为民<sup>[74]</sup>提出了可调的 Catmull-Clark 细分曲面。曾庭俊<sup>[75]</sup>对 Catmull-Clark 细分曲面作了形状调整,能产生 C-B 样条。Prautzsch<sup>[76]</sup>改善和提高了三角网格上的 Loop 细分和 Butterfly 细分算法,可分别达到  $G^1$  和  $G^2$  连续曲面。Qing Pan<sup>[77]</sup>对于改善的 Loop 细分算法提出了一种快速估算任意一参数处数值的方法。

从 90 年代中期开始,细分方法逐渐得到了广泛应用,重要标志是 1998 年 Pixar 公司的一部完全使用细分曲面造型技术制作的动画短片《Geri's Game》获得奥斯卡最佳动画短片奖。在著名动画软件 Maya 中,基于 Catmull-Clark 细分曲面的造型和动画也已经成为其重要的设计手段。1999 年 ACM SIGGRAPH 的成就奖授予 Tony DeRose,原因之一是为表彰他把细分方法创造性地应用于解决图形学中的实际问题所做的贡献。这标志着细分方法作为 CAGD 和计算机图形学的重要造型方法之一得到图形学界的一致公认。

### 3.2.3 常用术语

#### (1) 度数 (Valence)

对于每个顶点,它的度数是指以该顶点为一个端点的所有边的数目。

对于每个面,它的度数是指属于该面的边的数目。

#### (2) 规则点 (Regular Vertices) 和奇异点 (Extraordinary Vertices)

根据顶点的度数,我们把顶点分为规则点和奇异点。对于三角形网格,如果网格内部顶点的度数为 6,边界上顶点的度数为 4,我们称这些顶点为规则点,否则为奇异点。对于四边形网格,如果网格内部顶点的度数为 4,边界上顶点的度数为 3,则这些顶点为规则点,否则为奇异点。如果一个网格的所有顶点都是规则点,则我们称该网格为规则网格,否则为非规则网格。

## (3) 模板(Stencil/Mask)

细分规则的图形化表示称为模板。它用来表示细分前的控制顶点对计算新顶点位置的贡献值,即权值。

## (4) 边界边(Boundary Edge)

只属于网格的一个面的边。

## (5) 开网格(Open Mesh)和闭网格(Close Mesh)

含有边界边的网格称为开网格,否则称之为闭网格。

## (6) 新面点(F-Vertex),新边点(E-Vertex),新顶点(V-Vertex)

对应于原控制网格中的每一个面,都有一个新顶点产生,称作新面点(F-顶点);对应于原控制网格中的每一条边,都有一个新顶点产生,称作新边点(E-顶点);对应于原控制网格中的每一个顶点,都有一个新顶点产生,称作新顶点(V-顶点)。

## (7) 插值细分方法(Interpolating scheme)和逼近细分方法(Approximating scheme)

根据初始控制网格的顶点在细分过程的位置变化情况,我们可以把细分方法分成逼近细分方法(图 3.6(a))和插值细分方法(图 3.6(b))。在细分过程生成的网格序列中,初始控制网格的顶点位置保持不变,则为插值细分方法,否则为逼近细分方法。一般面分裂型细分可以是插值型,也可以逼近型。点分裂型细分一般都是逼近型细分。

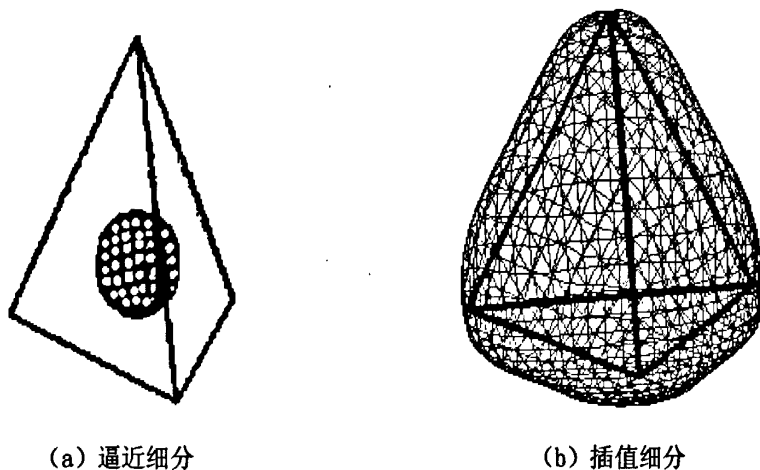


图 3.6 两种细分<sup>[78,79]</sup>

Fig. 3.6 Two categories of subdivision scheme<sup>[78,79]</sup>

### 3.2.4 常用细分方法

#### 3.2.4.1 Doo-Sabin 细分方法

1978年, Doo和Sabin将Chaikin的二次B样条曲线的离散生成方法推广到任意网格上,提出了Doo-Sabin细分方法,这是一种基于四边形网格的细分方法。利用该细分方法生成的细分曲面是双二次均匀B样条曲面向任意拓扑结构网格的推广。由

于 Doo-Sabin 细分方法采用的是点分裂操作作为拓扑规则，因此只产生新顶点（V-顶点），即：在每一个面上，对应于每一个顶点，产生一个新顶点。

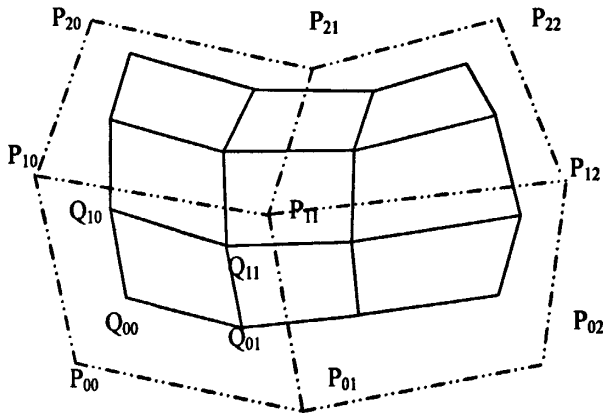


图 3.7 Doo-Sabin 细分过程

Fig. 3.7 Doo-Sabin subdivision

以图 3.7 为例说明细分规则。在图中细分前的四边形网格用虚线表示，其顶点序列为  $\{P_{00}, P_{01}, P_{02}, P_{10}, P_{11}, P_{12}, P_{20}, P_{21}, P_{22}\}$ ，细分后生成的网格用实线表示，即  $\{Q_{00}, Q_{01}, Q_{10}, Q_{11}, \dots\}$ 。我们以四边形  $\{P_{00}, P_{01}, P_{10}, P_{11}\}$  为例说明其细分过程。对应于每个面上的每个顶点细分生成一个新的顶点  $\{Q_{00}, Q_{01}, Q_{10}, Q_{11}\}$ ，新顶点的计算公式如下：

$$\begin{aligned} Q_{00} &= \frac{1}{16}(9P_{00} + 3P_{01} + 3P_{10} + P_{11}) \\ Q_{01} &= \frac{1}{16}(9P_{01} + 3P_{00} + 3P_{11} + P_{10}) \\ Q_{10} &= \frac{1}{16}(9P_{10} + 3P_{00} + 3P_{11} + P_{01}) \\ Q_{11} &= \frac{1}{16}(9P_{11} + 3P_{01} + 3P_{10} + P_{00}) \end{aligned} \quad (3.1)$$

所以其细分模板为  $(9, 3, 3, 1)$ 。把上述式子进行整理，得到如下的式子：

$$\begin{aligned} Q_{00} &= \frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}P_{00} + \frac{1}{4}P_{01}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}P_{10} + \frac{1}{4}P_{11}\right) \\ Q_{01} &= \frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}P_{01} + \frac{1}{4}P_{00}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}P_{11} + \frac{1}{4}P_{10}\right) \\ Q_{10} &= \frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}P_{10} + \frac{1}{4}P_{00}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}P_{11} + \frac{1}{4}P_{01}\right) \\ Q_{11} &= \frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}P_{11} + \frac{1}{4}P_{01}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{3}{4}P_{10} + \frac{1}{4}P_{00}\right) \end{aligned} \quad (3.2)$$

与 Chaikin 细分公式比较，我们发现 Doo-Sabin 细分相当把 Chaikin 割角细分方法分别应用到  $x$  和  $y$  轴方向，即如图 3.8 所示。



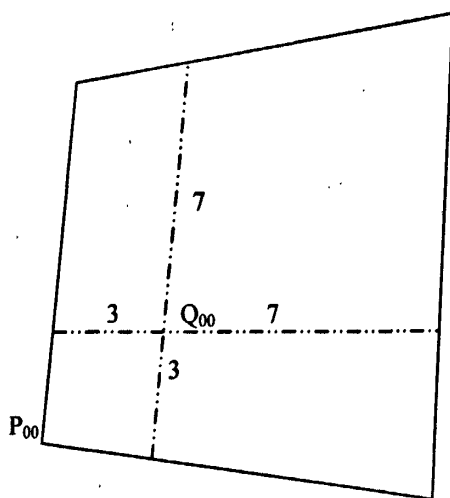


图 3.8 Doo-Sabin 细分分比规律

Fig. 3.8 Doo-Sabin subdivision partition rule

最初 Doo-Sabin 细分方法只适用于正规四边形网格，后来 Doo-Sabin 把它推广到任意网格。对于任意拓扑结构的网格曲面，细分规则包括二部分：几何规则和拓扑规则。

#### (1) 几何规则

对于某个几何对象，设细分前的网格为  $M^k$ ， $F^k$  为其中的某多边形， $F^k$  的顶点序列为  $\{P_0^k, P_1^k, \dots, P_i^k, \dots, P_n^k\}$ ，细分后对应的多边形为  $F^{k+1}$ ，其相应的顶点序列为  $\{P_0^{k+1}, P_1^{k+1}, \dots, P_i^{k+1}, \dots, P_n^{k+1}\}$ ，即对应于  $P_i^k$  生成一个新点  $P_i^{k+1}$ ，有

$$P_i^{k+1} = \sum_{j=1}^n w_{ij} P_j^k$$

$$w_{ij} = \begin{cases} \frac{n+5}{4n} & i=j \\ \frac{3+2\cos(\frac{2\pi(i-j)}{n})}{4n} & i \neq j \end{cases} \quad (3.3)$$

#### (2) 拓扑规则

细分后生成的新面根据其连接不同分成三类：新面面、新边面和新点面（见图 3.9）。

新面面(F-face)：顺次连接  $\{P_i^{k+1}, i=0 \dots n\}$  得到的新面。

新边面(E-face)：对应于  $F^k$  每条边，连接它的二个端点在该边相邻面中的新点，构成一个四边形。

新点面(V-face)：对应于  $F^k$  中的每个顶点  $P_i^k$ ，连接它在其相邻多边形中的新顶点构成一个多边形，此多边形的边数即为  $P_i^k$  的邻接面个数。

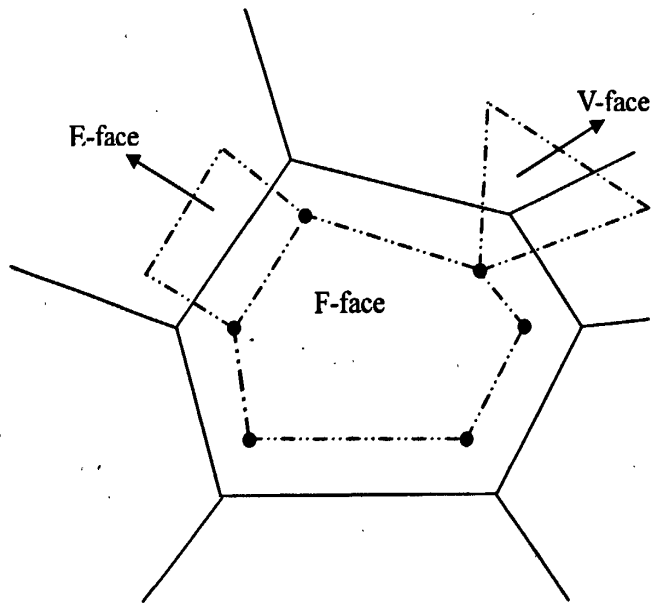


图 3.9 Doo-Sabin 细分曲面的三类新面

Fig. 3.9 Three categories of new faces of Doo-Sabin subdivision surface

从上面的细分规则可以看出，细分后顶点的度均为 4，非四边形面的个数是细分前非四边形的个数加上度不为 4 的顶点数，且在细分过程中，始终保持不变。此外，细分在极限情形时，某个原始多边形的细分极限趋向于该原始多边形的中心，所以极限曲面插值于多边形的中心。Doo-Sabin 细分曲面是  $C^1$  连续。

### 3.2.4.2 Catmull-Clark 细分方法

Catmull-Clark 细分方法是 Utah 大学的 Catmull 和 Clark 于 1978 年提出的基于四边形网格的细分方法。它采用 1-4 四边形分裂法生成新网格的拓扑。用该细分方法生成的细分曲面是双三次均匀 B 样条曲面向任意拓扑结构网格的推广。目前，Catmull-Clark 递归细分算法已被广泛地使用在计算机图形学中。基于四边形网格的细分方法研究中，很多工作都是在 Catmull-Clark 模式上展开的。

(1) 几何规则：

F-顶点：设面的四个顶点为  $v_0, v_1, v_2, v_3$ ，则

$$\mathbf{v}_F = (\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3) / 4 \quad (3.4)$$

E-顶点：设内部边的端点为  $v_0, v_1$ 。共享此边的两个四边形面分别为  $(v_0, v_1, v_2, v_3)$  和  $(v_0, v_1, v_4, v_5)$ ，那么与此内部边相对应的 E-顶点为：

$$\mathbf{v}_E = \frac{3}{8}(\mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1) + \frac{1}{16}(\mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 + \mathbf{v}_4 + \mathbf{v}_5) \quad (3.5)$$

V-顶点：若内部顶点  $v$  的 1-环（相邻面上所有非  $v$  的顶点，下同）的边界顶点依次为  $v_0, v_1, \dots, v_{2n-1}$ ，其中  $n$  为  $v$  上相邻面上的所有点的个数，偶数下标的顶

点为邻点，奇数下标的顶点为其四边形面上的对角顶点，相应的 V-顶点为

$$v_v = \alpha_n v + \frac{\beta}{n} \sum_{i=0}^{n-1} v_{2i} + \frac{\gamma}{n} \sum_{i=0}^{n-1} v_{2i+1} \quad (3.6)$$

其中  $\beta=3/(2n)$ ,  $\gamma=1/(4n)$ ,  $\alpha_n=1-\beta-\gamma$ 。

边界边  $(v_0, v_1)$  上的 E-顶点

$$V_E=1/2 (V_0+ V_1) \quad (3.7)$$

边界顶点  $v$  在边界上的两个相邻顶点为  $v_0, v_1$ , 则  $v$  的 V-顶点为

$$V_v=1/8 (V_0+V_1)+3/4V \quad (3.8)$$

当初始控制网格为任意多边形网格时,可利用文献[61]中规则作一次细分得到四边形网格,然后再用规则(3.4-3.8)作余下的细分。式(3.4-3.8)中顶点的权值可分别由图 3.10 来描述。

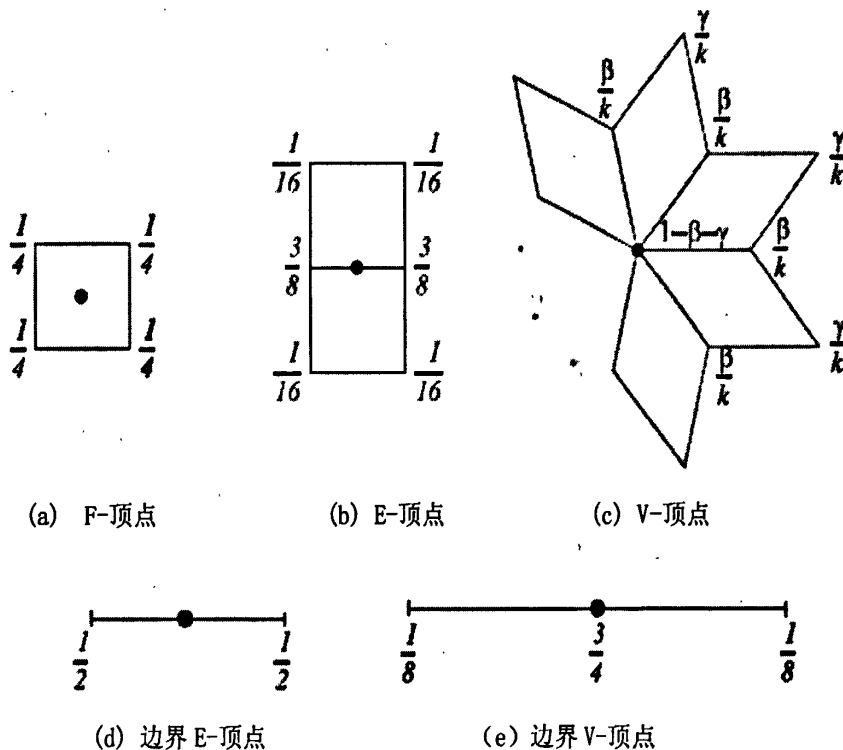


图 3.10 Catmull- Clark 细分方法各类顶点的模板

Fig. 3.10 Masks for Catmull- Clark subdivision scheme

(2) 拓扑规则

- 连接每一个新面点与周围的新边点;
- 连接每一个新顶点与周围的新边点。

3.2.4.3 Loop 细分方法

Loop 细分方法是 Utah 大学的 Loop 于 1987 年在他的硕士论文中提出的一种基于

三角网格的细分方法, 所生成的细分曲面是盒式样条 (Box spline) 曲面的推广。它属于逼近型基于面分裂的细分方法, 在规则的三角网格上能生成  $C^2$  连续的极限曲面, 对于非规则的三角网格, 除奇异点处是  $C^1$  连续外, 其余点都是  $C^2$  连续。Loop 细分方法采用 1-4 三角形分裂, 即一个三角形细分成四个三角形。因此 Loop 细分方法只生成两类新点, 一类为新边点 (E-顶点); 另一类为新顶点 (V-顶点)。

### (1) 几何规则

E-顶点: 设内部边的两个顶点为  $V_0, V_1$ , 共享此边的两个三角形面为  $(V_0, V_1, V_2)$  和  $(V_0, V_1, V_3)$ , 则 E-顶点为:

$$V_E = 3/8(V_0+V_1) + 1/8(V_2+V_3) \quad (3.9)$$

V-顶点: 若内部顶点  $V$  的边邻点为  $V_0, V_1, \dots, V_{n-1}$ , 其中  $n$  为顶点  $V$  的相邻点的个数, 则相应的 V-顶点为:

$$V_V = (1 - n\beta)V + \beta \sum_{i=0}^{n-1} V_i \quad (3.10)$$

即顶点本身与其所有相邻顶点的加权和, 它本身的权值为  $1 - n\beta$ , 而邻点权值为

$$\beta = \frac{1}{n} \left( \frac{5}{8} - \left( \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n} \right)^2 \right) \text{ 或 } n=3 \text{ 时 } \beta_3=3/16 \text{ 而 } n>3 \text{ 时 } \beta=3/8n.$$

边界边  $(V_0, V_1)$  上的 E-顶点

$$V_E = 1/2 (V_0 + V_1) \quad (3.11)$$

边界顶点  $V$  在边界上的两个相邻顶点为  $V_0, V_1$ , 则  $V$  的 V-顶点为:

$$V_V = 1/8 (V_0 + V_1) + 3/4V \quad (3.12)$$

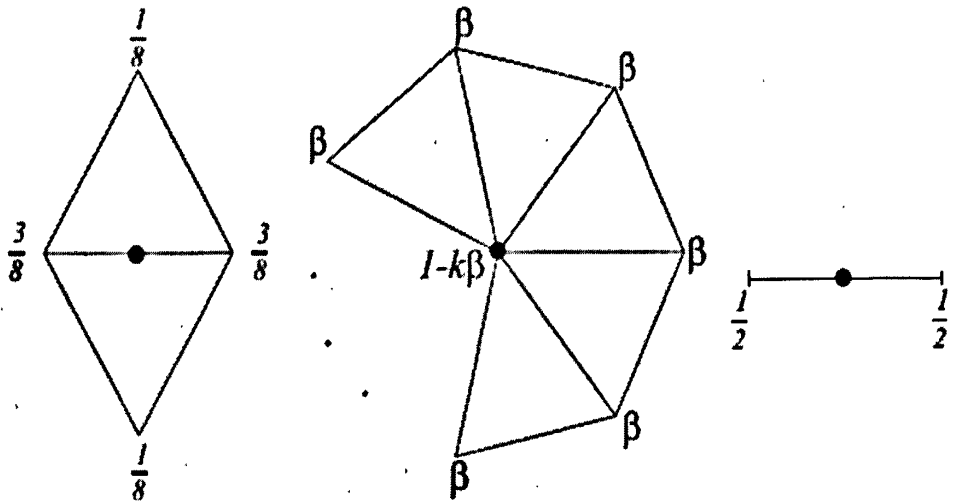
对于正则网格, Loop 模式生成盒式样条 (Box spline), 因此是  $C^2$  连续的。同样, 对于开网格, 为使曲面在边界处光滑, 需要修改以边界点为端点的内部边 E-顶点模板的权值, 如图 3.11(e) 所示, 其中  $\gamma_1=1/4$ ,  $\gamma_2=1/2$  或  $\gamma_1=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\cos\frac{2\pi}{n-1}$ ,

$\gamma_2=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cos\frac{2\pi}{n-1}$ 。另外,  $\beta$  满足

$\gamma_2=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\cos\frac{2\pi}{n-1}$ 。另外,  $\beta$  满足

$$\frac{1}{4}(1 - \cos \frac{2\pi}{n}) < n\beta < 1 + \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{n} \quad (3.13)$$

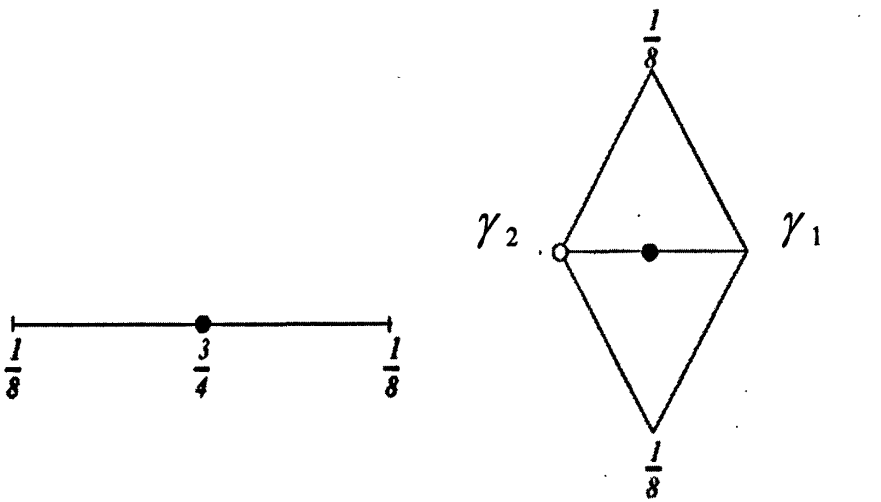
时 Loop 曲面是一阶光滑的。



(a) 内部 E-顶点

(b) 内部 V-顶点

(c) 边界 E-顶点



(d) 边界 V-顶点

(e) 带边界端点 (空心圆) 内部边的 E-顶点

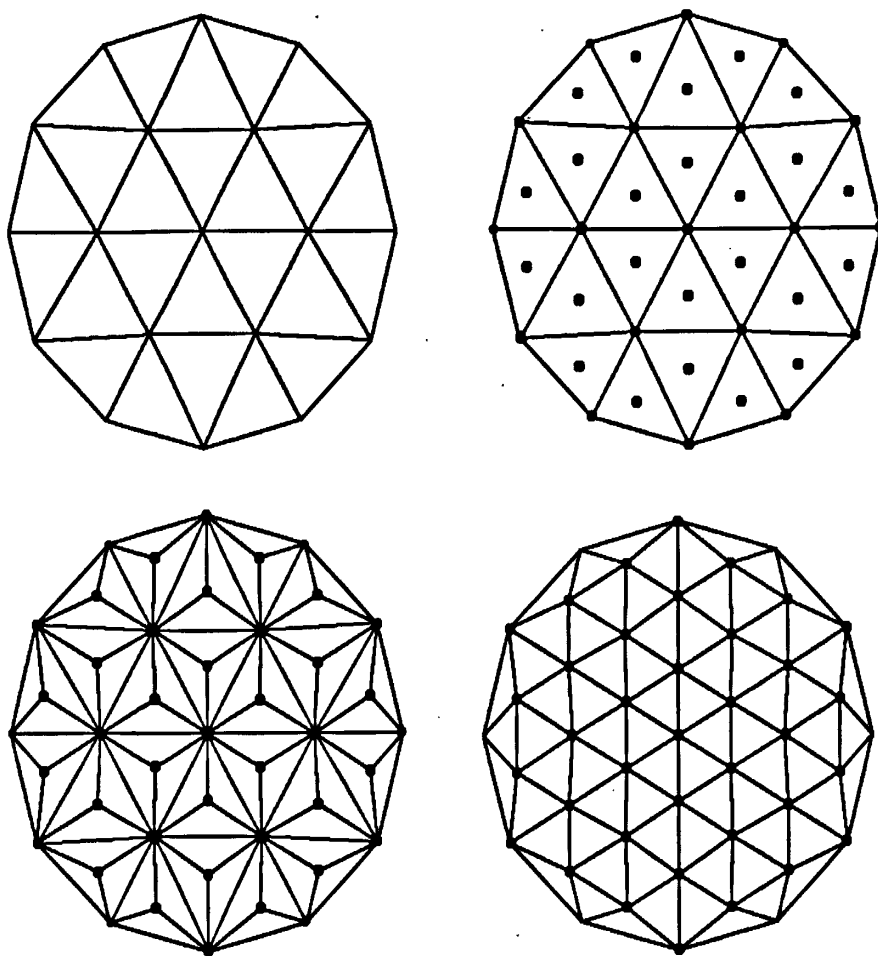
图 3.11 Loop 细分方法各类顶点的模板

Fig.3.11 Masks for Loop subdivision scheme

(2) 拓扑规则

连接每一新顶点与周围的新边点;

连接每一新边点与相邻边的新边点。

3.2.4.4  $\sqrt{3}$  细分方法图 3.12  $\sqrt{3}$  细分方法Fig. 3.12  $\sqrt{3}$  subdivision scheme

Leif Kobbelt 于 2000 年提出的  $\sqrt{3}$  细分方法 (如图 3.12) 是一种适用于任意三角网格的逼近细分方法。这种方法除了在奇异点处保持  $C^1$  连续外, 其余处处  $C^2$  连续。 $\sqrt{3}$  细分曲面首先在每个三角网格的中心生成一个新顶点, 然后将这个顶点和原三角网格的 3 个顶点连接起来, 最后对旧边进行翻转。初始网格经过一次  $\sqrt{3}$  细分后, 生成新顶点度数为 6 而原顶点度数保持不变的半规则网格; 两次细分后, 每个初始三角面片都分裂成九个新的三角面片, 即执行了一次三元分裂操作 (triadic split), 因此 Leif Kobbelt 将这种细分看作三元分裂的“平方根”, 称为  $\sqrt{3}$  细分。 $\sqrt{3}$  细分方法的细分规则如式 (3.14) 和式 (3.15) 所示:

$$p_m^{k+1} = \frac{p_a^k + p_b^k + p_c^k}{3} \quad (3.14)$$

$$p_i^{k+1} = (1-n\beta)p^k + \beta \sum_{i=0}^{n-1} p_i^k \quad (3.15)$$

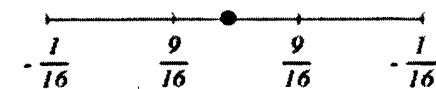
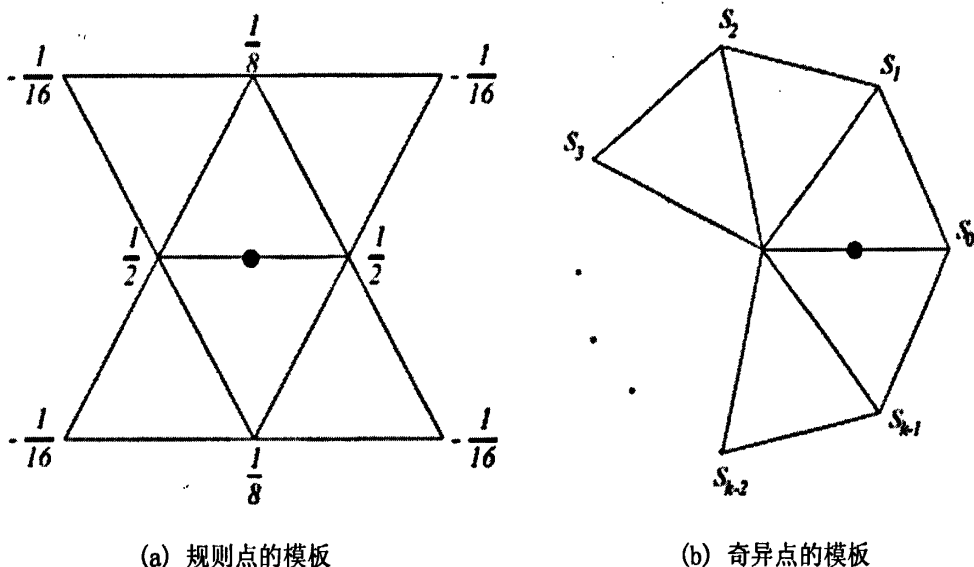
其中式(3.14)中的  $p_m$  表示中间顶点, 可以由三角形的 3 个顶点  $p_a$ 、 $p_b$ 、 $p_c$  的平均计算出来。式(3.15)是用来对每一个旧顶点  $p^k$  进行更新, 其中  $p_i^k$  ( $i=0 \cdots n-1$ ) 表示  $p^k$  的直接邻接顶点,  $n$  是  $p^k$  的度数,  $k$  表示细分次数。

$\beta$  是  $n$  的函数, 其计算公式如下:

$$\beta(n) = \frac{4 - 2\cos(\frac{2\pi}{n})}{9n} \quad (3.16)$$

$\sqrt{3}$  细分方法的优点是模板小, 而且三角形增长率比 Loop 细分方法和改进的蝶形细分方法慢, 连续性与 Loop 细分方法相同, 不足之处是边的翻转会增加复杂度, 而且第一次细分有时会由于翻转而产生一种很不自然的形状。

### 3.2.4.5 改进的蝶形细分方法



(a) 规则点的模板 (b) 奇异点的模板  
(c) 边界点的模板  
图 3.13 改进的蝶形细分方法各类顶点的模板

Fig. 3.13 Masks for modified butterfly subdivision scheme

蝶形细分方法由 Dyn, Gregory 和 Levin 于 1990 年在文献 [65] 中提出的一种适用于三角形网格的细分新方法, 由于其模板与蝴蝶相似而得名。这种细分方法与 Loop 细分方法相似的是它们都是基于面分裂的细分方法, 即每个三角形一分为四。由于它

是插值细分方法,所以每次细分时,原来网格的顶点位置不变,只是对每条边生成一个新的顶点,即新边点(E-顶点)。这种细分方法可以定义在任意三角网格上。它所生成的曲面在规则点处是  $C^1$  连续的,但是在价等于 3 (valence=3) 和价大于 7 (valence>7) 的奇异点处不能达到  $C^1$  连续。

改进的蝶形细分方法是 Zorin 等人<sup>[66]</sup>在蝶形细分方法基础上进行改进形成的。改进的蝶形细分方法可以根据任意网格生成  $C^1$  连续的曲面。

改进的细分方法对于三种不同情况的网格边产生四类新边点(E-顶点),第一类网格边是内部边且该边的两个端点的度数均为 6,第二类网格边是内部边且该边至少有一个端点的度数不等于 6,第三类网格边是内部边且该边的两个端点的度数均不为 6,第四类网格边是边界边。

第一类新边点(E-顶点)对于网格中一内部边,该边两个端点的度数均为 6,则产生该边对应的新边点(E-顶点)的细分模板见图 3.13 (a),该边上的新边点 VE 在图中用黑点表示。

第二类新边点(E-顶点):对于网格中一内部边,该边一个端点为规则点(度数  $n=6$ ),另一个端点为奇异点(度数  $n \neq 6$ ),则产生该边对应的新边点(E-顶点)的细分模板见图 3.13 (b),点 v 为奇异点。其中各邻接点的权值表示如下:

当  $n=3$  时,  $s_0=5/12$ ,  $s_{1,2}=-1/12$ ;

当  $n=4$  时,  $s_0=3/8$ ,  $s_2=-1/8$ ,  $s_{1,3}=0$ ;

当  $n \geq 5$  时,  $s_j = (1/4 + \cos(2\pi j/n) + 1/2 \cos(4\pi j/n))/n$   $j=0 \dots n-1$ 。

新边点 VE 的计算公式为:

$$V_E = \frac{3}{4}V + \sum_{i=0}^{n-1} S_i V_i \quad (3.17)$$

第三类新边点(E-顶点):对于网格中一内部边,该边两个端点的度数均不为 6,为了得到该边的新边点,先对该边的两端点分别应用第二类新边点的模板产生两个新顶点,则该边的新边点就是这两个新顶点的平均值。

第四类新边点(E-顶点):网格中一边界边,在本文中是初始控制网格中高度为零的点。用一维四点插值方法<sup>[55]</sup>计算,其一般计算公式如下:

$$\begin{aligned} P_{2i}^{k+1} &= P_i^k \\ P_{2i+1}^{k+1} &= \left(\frac{1}{2} + w\right)(P_i^k + P_{i+1}^k) - w(P_{i-1}^k + P_{i+2}^k) \end{aligned} \quad (3.18)$$

其中 P 的上标表示迭代的次数,下标表示顶点的序号。如  $P_i^k$  表示第 k 次迭代,第 i 个顶点。从式 (3.18) 可以看出,第 k+1 次迭代保留第 k 次的所有顶点不变,只是在每条边上增加一个新顶点,新顶点是通过给第 k 次的与之相邻的四个顶点赋予不同的权值计算出来的。因为本文取  $w=-1/16$ ,所以边界上的新顶点也可以用如图 3.13(c) 模板来计算。



### 3.2.5 细分算法的比较和选用

从上面的细分方法介绍来看, 曲面细分方法很多。本文首先通过对现有曲面细分方法进行比较, 然后选择一种合适的细分方法来细分 3.1 节建立的控制网格, 实现对雕刻型面的建模。

本文从细分曲面和控制网格之间的逼近程度、细分曲面质量(曲面质量通常指曲面的光顺性和连续性)和细分算法的复杂度三个方面对现有曲面细分方法作一比较。

#### (1) 细分曲面和控制网格之间的逼近程度

Doo-Sabin, Catmull-Clark、 $\sqrt{3}$  和 Loop 细分方法属于逼近细分方法, 蝶型细分方法以及改进的蝶型细分方法属于插值细分方法。插值细分方法要比逼近细分方法生成的曲面更加接近控制网格, 因为插值型细分方法生成的极限细分曲面包括初始控制网格的顶点, 所以我们可以控制初始控制网格来控制极限细分曲面。逼近型细分方法生成的曲面则不一定经过初始控制网格的顶点, 而且控制网格曲率变化较大的地方, 逼近细分生成的曲面与控制网格相比有较大的收缩。其中, Loop 细分方法得到的细分网格相对于控制网格收缩得最严重; 其次是 Catmull-Clark 细分方法和 Doo-Sabin 细分方法。

#### (2) 细分曲面质量

Catmull-Clark、Loop 和  $\sqrt{3}$  细分方法生成的细分曲面质量都较高, 其次是 Doo-Sabin 细分方法, 插值细分生成的细分曲面质量相对较低, 可以说曲面越靠近控制网格, 光顺性越低, 从而细分曲面质量也就越低。

#### (3) 算法复杂度

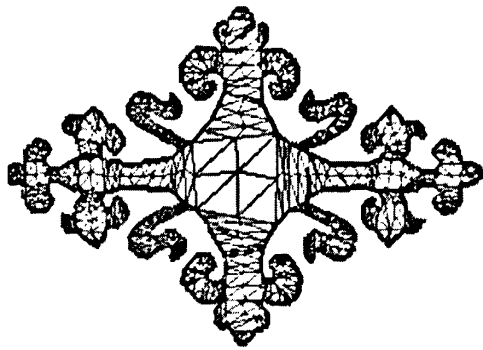
除了以上介绍的常用线性静态细分方法外, 还有众多的非均匀细分、非线性细分和动态细分方法, 它们都是以增加细分算法的复杂度来实现的。随着细分算法的复杂度增加, 其性质变得难以分析。虽然复杂度的增加带来了一些形状调整自由度, 但这些自由度对一般用户来说并不容易控制。而且复杂度的增加丧失了细分方法的一个最基本的优点: 算法简单性。从而导致了虽然细分方法种类很多, 但真正得到广泛应用的也就是前面介绍的几种最简单的细分方法。

从细分曲面和控制网格之间的逼近程度来考虑, 由于本文的初始控制网格是根据一般雕刻型面的表面特征、平面任意闭合曲线和给定高度而建立起来的。为了保留一般雕刻型面的表面特征, 要求所生成的曲面能够很接近初始控制网格。

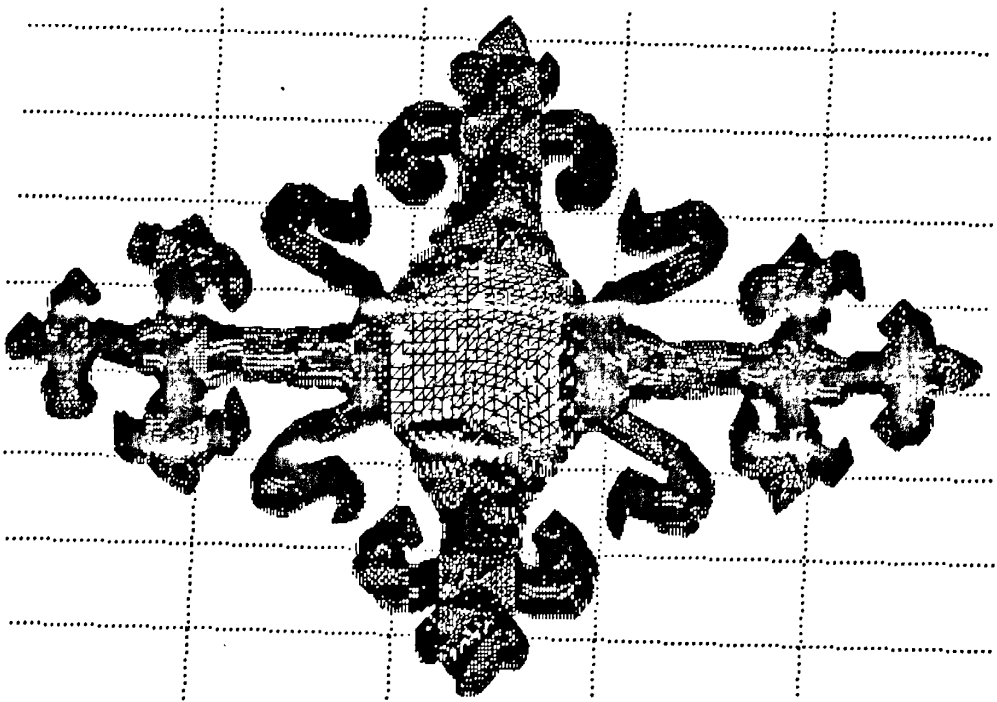
虽然插值细分方法生成的曲面质量不及逼近细分方法生成的曲面细分而且插值细分方法的收敛速度较慢, 但是由于本文的初始控制网格结构简单, 奇异点很少, 所以插值细分方法在速度和曲面质量方面能满足本文的建模要求。

通过以上比较和分析, 本文选用改进的蝶型细分方法对初始控制网格进行细分。

### 3.3 实验结果及分析



(a) 初始控制网格的俯视图



(b) 用改进的蝶型细分方法细分控制网格后的曲面模型

图 3.15 基于控制网格细分曲面建模的实验结果

Fig.3.15 Experiment result of subdivision surface modeling based on control mesh

图 3.15(a) 是图 3.4(b) 中初始控制网格的俯视图, 从图中可看出图形大部分内部顶点的度数为 6, 边界顶点的度数为 4, 这些都是规则顶点。只有图形的曲率较大的末端部分顶点为奇异点。图 3.15(b) 是用改进的蝶型细分方法细分图 3.4(b) 中初始控制网格的结果, 迭代次数为 5 次。图中的雕刻型面的整体效果较好。

目前部分建模软件中也可以用细分曲面进行建模, 但都要求用户画出初始控制网格或输入控制网格的数据。而本章的建模方法定义了三种三角形网格 (第 I、II、III 类网格), 并实现自动建立初始控制网格, 这样既可以节约时间也可以降低建模难度。

本章方法建立的初始控制网格的奇异点少,所以细分后的曲面整体的光滑度不会受到太大的影响(常用的细分曲面方法生成的曲面在奇异点处的光滑度都会下降)。本章方法建立的初始控制网格的网格面较少,一方面可以减少数据量;另一方面也可以减少生成曲面时的计算时间。位于平面上的雕刻型面边界经过改进的蝶型细分方法的边界处理规则处理后变得很光滑。这种方法优点是建模和实现简单,缺点是对于复杂闭合图形的建模实时性有待进一步提高。

## 4 基于二次 Bezier 曲线与直纹面建模方法

本章的建模方法所要建立的三维模型和前一种方法是相同的,即在平面任意闭合图形骨架部分的高度为给定高度,由平滑的曲面过渡到高度为零的闭合图形边界的曲面模型。这种建模方法的建模思想是:首先找到骨架线两侧到骨架点距离相等而且距离最近的平面任意闭合图形边界点,骨架点高度赋值为给定高度的两倍,边界上的两个点的高度均为零,以这三点作为二次 Bezier 曲线的控制点;对于骨架线的末端部分的骨架点有许多与之对应的边界点,这些骨架点的高度为给定高度  $H$ ,边界上的点高度为零,它们在  $xy$  平面上的中点的高度为  $H$ ,根据这三个控制点可以建立闭合图形末端部分对应的 Bezier 曲线。图 4.1 是根据一个任意闭合图形建立的 Bezier 曲线族的俯视图。相邻 Bezier 曲线用很多直线相连,即可形成直纹面。

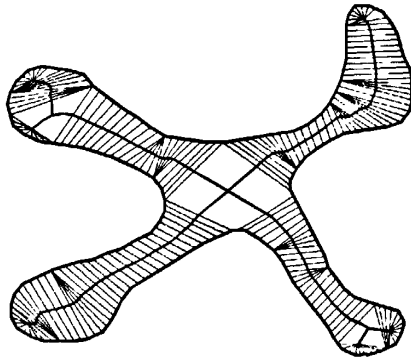


图 4.1 任意闭合图形相应的 Bezier 曲线族的俯视图

Fig. 4.1 Planform of Bezier curves for a random closed graph

基于二次 Bezier 曲线与直纹面建模方法的实现过程也是基于第二章的对闭合图形的约束 Delaunay 三角剖分和优化后的骨架线的。经过第二章处理后闭合图形内有三类三角形,即第 I 类三角形、连接三角形 (S 三角形) 和跨接三角形 (J 三角形)。为了得到较好的建模结果,根据对三类三角形与闭合图形的关系和实验对比,本文将分五种情况进行建模。由于这种建模方法主要的建模工具是二次 Bezier 曲线,所以先对 Bezier 曲线作简要介绍。

### 4.1 Beizer 曲线

Bezier 曲线是由法国雷诺汽车公司的 Bezier 提出的一种参数曲线表示方法。Bezier 曲线具有良好的几何性质,能简洁、完美地描述和表达自由曲线曲面而且所用的数学工具比较简单,在 CAD/ CAM 技术中得到广泛的应用<sup>[80]</sup>。

### 4.1.1 Bezier 曲线的数学表达式

Bezier 曲线的数学基础是在第一个和最后一个端点之间进行插值的多项式调和函数。通常, 将 Bezier 曲线段以参数方程表示如下:

$$Q(t) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(t), \quad t \in [0,1] \quad (4.1)$$

这是一个  $n$  次多项式, 具有  $n+1$  项。其中  $P_i$  ( $i=0, 1, \dots, n$ ) 表示特征多边形  $n+1$  个顶点的位置向量,  $B_{i,n}(t)$  是伯恩斯坦 (Bernstein) 多项式, 称为基底函数, 可表示如下:

$$B_{i,n}(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i} \quad i=0, 1, \dots, n \quad (4.2)$$

### 4.1.2 二次 Bezier 曲线

二次 Bezier 曲线有三个控制点  $P_0$ 、 $P_1$ 、 $P_2$ 。由式(4.1)与式(4.2)可以推出二次 Bezier 曲线的数学表达式:

$$\begin{aligned} Q(t) &= \sum_{i=0}^2 P_i B_{i,2}(t) P_0 \\ &= (1-t)^2 P_0 + 2t(1-t)P_1 + t^2 P_2, \quad t \in [0,1] \\ &= (P_2 - 2P_1 + P_0)t^2 + 2(P_1 - P_0)t + P_0 \end{aligned} \quad (4.3)$$

二次 Bezier 曲线的矩阵形式为:

$$Q(t) = \begin{bmatrix} t^2 & t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

上式中  $Q$  为型值点, 它表示在曲线上的点;  $P$  为控制点。接下来的建模过程中主要用到的是设定控制点, 求型值点, 即根据控制点来生成 Bezier 曲线。

如图 4.2 中, 假设  $a$ 、 $c$  点在闭合图形的边界上,  $b'$  是  $ac$  的中点且它在骨架线上, 提高骨架线, 即给  $b'$  的高度赋值为  $H$ , 即图中的  $f$  点。如果存在二次 Bezier 曲线通过  $a$ 、 $f$ 、 $c$  这三点, 那么这条曲线的控制点是  $a$ 、 $b$ 、 $c$  三个点, 而且  $b$  的高度为  $2H$ 。式(4.4)中参数  $t \in [0, 1]$ , 若  $\Delta t = \frac{1}{n}$ , 则 Bezier 曲线由  $n+1$  个点构成, 这  $n+1$  个点就是下文中将提到的 Bezier 曲线上的等分点。若  $t=0$  时, Bezier 曲线上对应的点为  $a$ ;  $t=1$  时, Bezier 曲线上对应的点为  $c$ 。

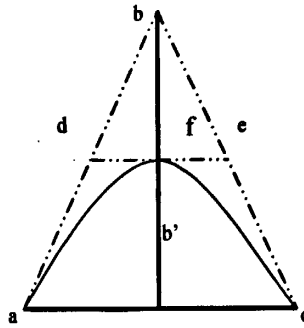
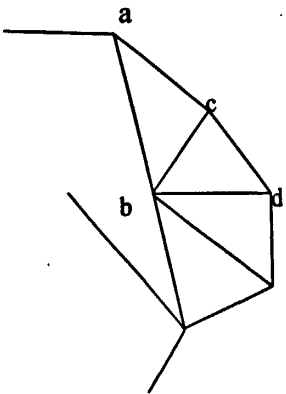


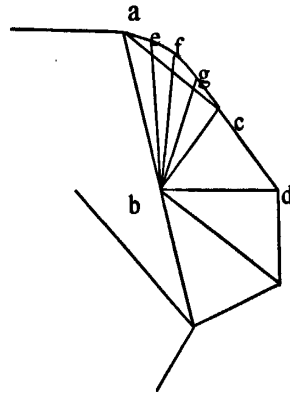
图 4.2 二次 Bezier 曲线与控制点

Fig.4.2 Quadratic Bezier curve and control points

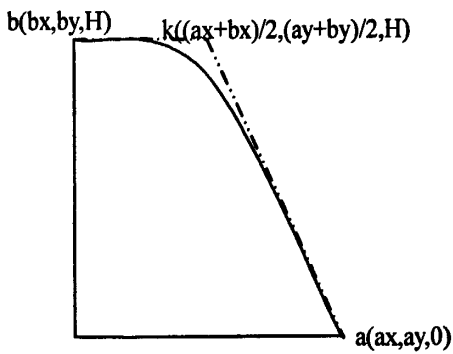
### 4.2 根据第 I 类三角形建模



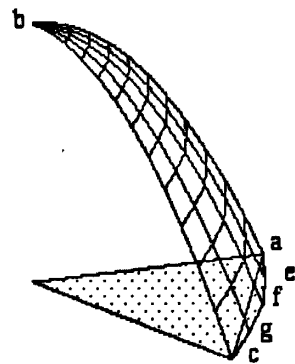
(a) 第 I 类三角形



(b) 第 I 类三角形边界插值



(c) 第 I 类三角形上 Bezier 曲线控制点的确定



(d) 第 I 类三角形对应的曲面

图 4.3 对第 I 类三角形建模

Fig. 4.3 Modeling of type I triangle

第 I 类三角形是将出现在闭合图形末端处 T 三角形或包含 T 三角形的区域重新划

分而形成的(如图 4.3(a)所示)。本文以图 4.3(a)中的 $\triangle abc$ 为例说明怎样在第 I 类三角形上建模。

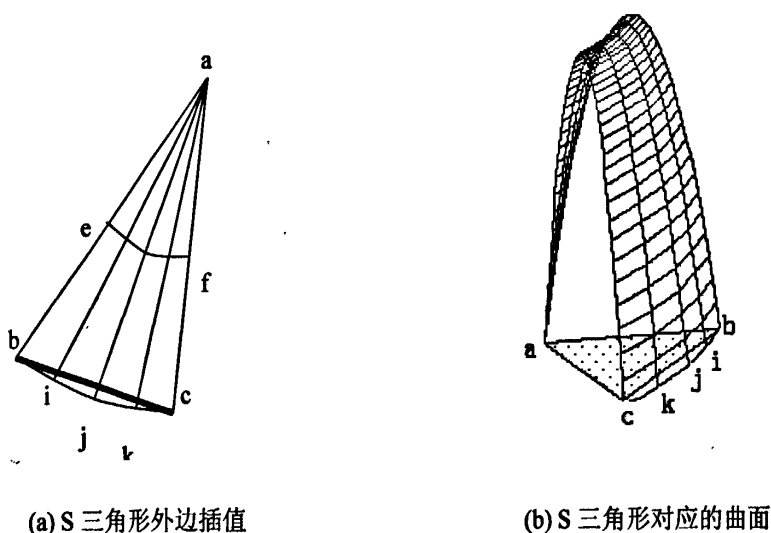
首先,确定用多少条 Bezier 曲线为第 I 类三角形覆盖的区域建模。假设边  $ac$  的长度为 1,需要建立的网格的边长为 0.2,则要在 $\triangle abc$ 上建立 5 条 Bezier 曲线,如图 4.3(b)所示。这些 Bezier 曲线都是以  $b$  点作为一个控制点的,另一个控制点会在  $a, c$  之上或之间,而且高度为零。如果直接在边  $ac$  上按均匀间隔取点,显然最终的三维模型的边界是不光滑的。所以,可以再次使用四点插值细分法(请见 2.6.2.3 节)对边界边  $ac$  进行插值(图 4.3(b)),迭代两次后得到  $e, f, g$  三点。从图中可以看出,图 4.3(b)中的边界  $aefgcd$  比图 4.3(a)中的边界  $acd$  更光滑,所以用这种方法就可以使最终的三维模型的边界变得光滑。

然后是确定每一条二次 Bezier 曲线的三个控制点。考虑图 4.3(b)中 $\triangle abc$ 上的第一条 Bezier 曲线,它以点  $b(b_x, b_y, H)$  为第一个控制点,  $a(a_x, a_y, 0)$  为第三个控制点,那么第二个控制点的坐标应该为  $k((a_x+b_x)/2, (a_y+b_y)/2, H)$  (如图 4.3(c))。这是为了使这条 Bezier 曲线与  $bk$  相切,从而使该区域上的直纹面与相邻区域的直纹面平滑连接。

最后,Bezier 曲线都建好后,从另一个方向连接相邻的 Bezier 曲线上的等分点,即可建成第 I 类三角形对应的曲面(如图 4.3(d)所示)。

### 4.3 根据单个 S 三角形建模

对于单个 S 三角形区域的建模,以图 4.4(a)中的 $\triangle abc$ 为例,图中边  $bc$  为外边,弧  $ef$  在骨架线上。 $a, b, c$  都在边界上,所以高度都为零,弧  $ef$  的高度为指定高度  $H$ 。和上一节为第 I 类三角形建模一样,首先也是确定建立多少条二次 Bezier 曲线。假设在 $\triangle abc$ 上建立 5 条 Bezier 曲线,则对边  $bc$  用四点插值细分法迭代两次,在边  $bc$  上插入  $i, j, k$  三点,从而以弧  $bijklc$  作为边界,避免了在三角形上建模造成其对应三维模型的边界不光滑的问题。然后是为每一条 Bezier 曲线确定控制点。图 4.4(a)中的第一条 Bezier 曲线以  $a(a_x, a_y, 0)$  为第一个控制点,  $b(b_x, b_y, 0)$  为第三个控制点,第二个控制点为骨架线上它们相应的点  $e$ ,它的高度为  $2H$ 。最后连接两两相邻的曲线上相应的等分点,即可完成在单个 S 三角形上的建模。图 4.4(b)是在 S 三角形区域上建立的与之对应的曲面。



(a) S 三角形外边插值

(b) S 三角形对应的曲面

图 4.4 单个 S 三角形区域的建模

Fig. 4.4 Modeling of single Sleeve triangle

#### 4.4 根据单个 J 三角形建模

单个 J 三角形区域相应的曲面的特点是三角形的三个顶点处的高度为零, 而三角形三边中点处的高度为给定高度  $H$  (如图 4.5(a) 所示)。

首先建立三角形三条边上的 Bezier 曲线(图 4.5(b))。Bezier 曲线的第一、三个控制点是三角形边上的两个端点高度值为 0; 第二个控制点是三角形边上的中点, 高度值为  $2H$ 。

然后先建立平行于  $ab$  边方向的线。建立这些线要分两部分来完成。第一部分是如图 4.5(c) 所示, 在  $ab$  与  $ef$  之间建立多条 Bezier 曲线。这些 Bezier 曲线的第一、三个控制点分别是  $ac$  边、 $bc$  边对应的 Bezier 曲线上的等分点, 它们的第二个控制点的  $x$ 、 $y$  坐标分别是第一和第三个控制点  $x$ 、 $y$  坐标之和的平均值, 第二个控制点的  $z$  坐标为  $2H-h$ , 其中  $h$  是第一、三控制点的  $z$  坐标值。第二部分建立  $ec$  与  $fc$  之间曲线, 与第一部分的差异仅在于第二个控制点的高度为  $h$  (结果如图 4.5(d) 所示)。

按以上相同的方法建立与  $bc$  边方向相同的线, 即可完成在单个 J 三角形区域上的建模。图 4.5(e) 是在与  $bc$  边相同的方向建立第一部分曲线, 图 4.5(f) 是图 4.5(e) 的俯视图。



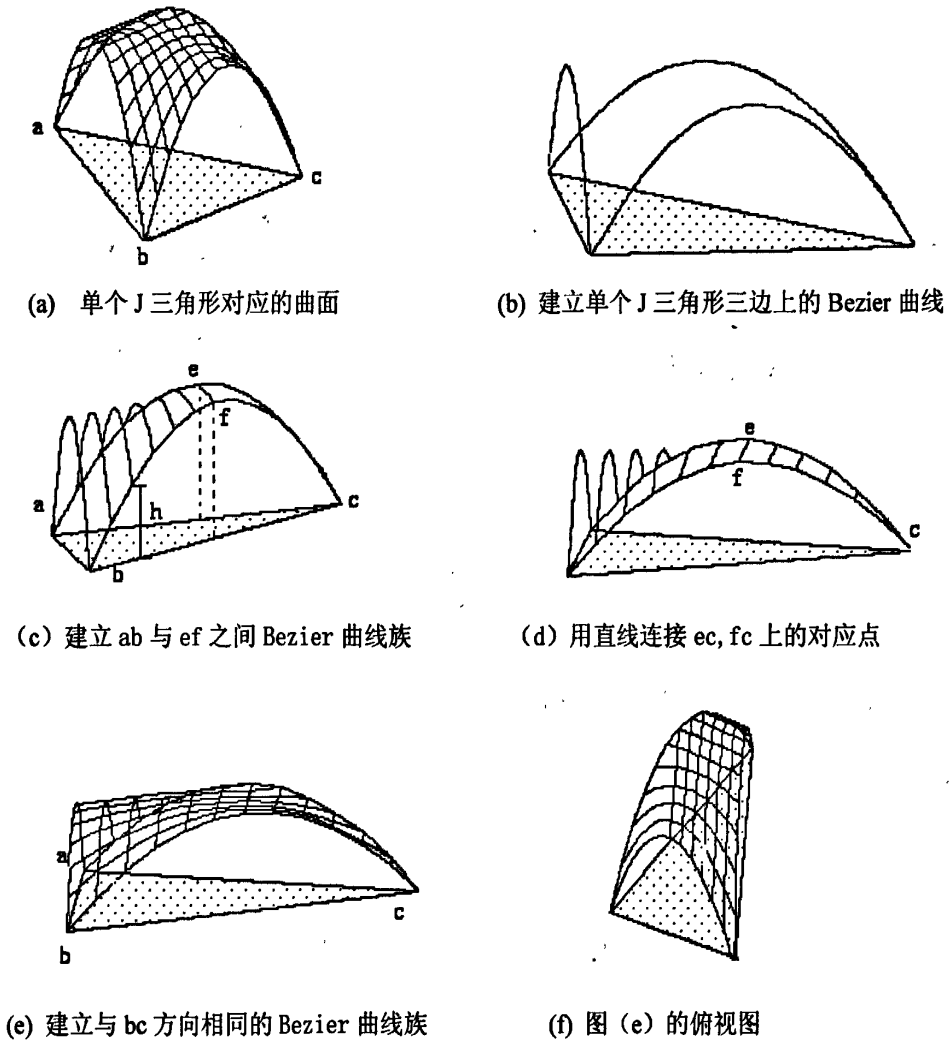


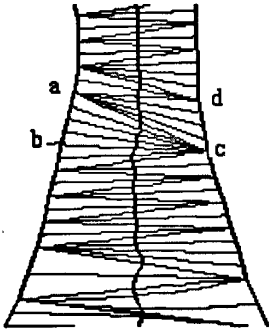
图 4.5 单个 J 三角形的建模

Fig.4.5 Modeling of single junction triangle

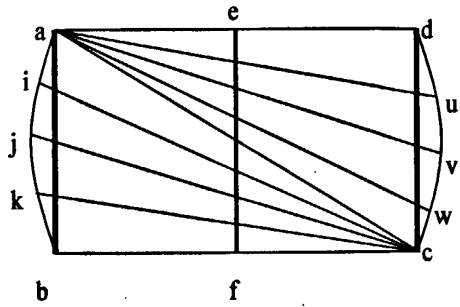
## 4.5 两个相邻 S 三角形区域的建模

三角剖分后的闭合图形内的三类三角形—第 I 类三角形、连接三角形(S 三角形)和跨接三角形(J 三角形)都已处理完毕。如图 4.6(a)是局部闭合图形上 Bezier 曲线族的俯视图,从图中可以看出一种普遍的现象即很多 Bezier 曲线都汇集到了一点(如图 4.6(a)中的 a、c 点),这是由于 Bezier 曲线族是基于单个三角形建立起来的。这显然和本章的建模方法的思想是不相符的,所以必须做调整。本文所作的调整是:基于相邻两个 S 三角形构成的区域来建立 Bezier 曲线族(图 4.6(c))。首先在建立骨架线时,根据第 2.6.2.1 节中选取相邻 S 三角形上的骨架点原则,即只取公共边两侧的内边中点作为骨架点,即图 4.6(c)中的 e、f 点;假设要在区域 abcd 上建立 5 条 Bezier 曲线,用第 2.6.2.3 节插值细分法对这两个骨架点进行插值细分,得

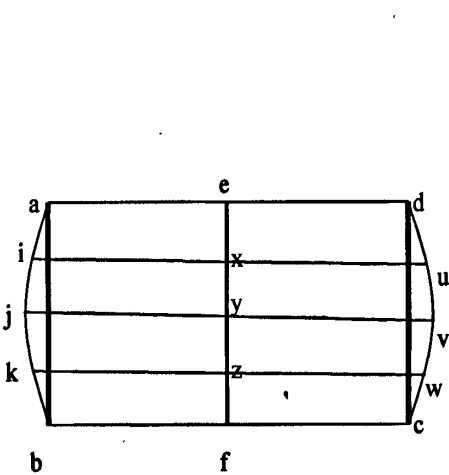
到图 4.6(c)中的  $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个新骨架点；用四点插值细分法分别对外边  $ab$  和  $cd$  插值。图 4.6(c)中  $a$ 、 $i$ 、 $j$ 、 $k$ 、 $b$  的高度值为 0，它们分别作为 5 条 Bezier 曲线的第一个控制点； $e$ 、 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 、 $f$  的高度值为  $2H$ ，它们分别作为 5 条 Bezier 曲线的第二个控制点； $d$ 、 $u$ 、 $v$ 、 $w$ 、 $c$  的高度值为 0，它们分别作为 5 条 Bezier 曲线的第三个控制点。这样就可以建立起区域  $abcd$  上的 Bezier 曲线族，从另一方向将 Bezier 曲线的等分点连起来，即可得到这一区域对应的曲面（图 4.6(d)）。



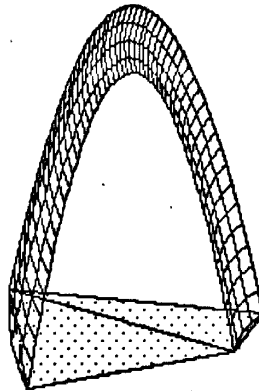
(a) 局部闭合图形上 Bezier 曲线族的俯视图



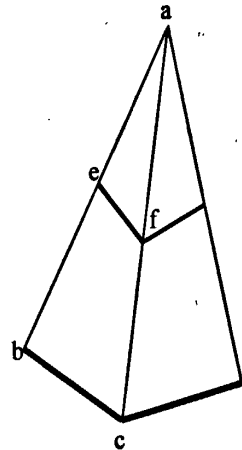
(b) 图(a)中区域  $abcd$  的放大图



(c) 两个相邻 S 三角形区域的 Bezier 曲线族俯视图



(d) 图(c)相应的曲面



(e) 两个相邻 S 三角形的另一种形式

图 4.6 两个相邻 S 三角形的建模

Fig. 4.6 Modeling of two neighbor sleeve triangles

如前所述，根据本章的建模思想 Bezier 曲线的两个端点是骨架线两侧到相应骨架点距离相等而且距离最近的平面任意闭合图形边界点。图 4.6(c)中的曲线族的基本符合这种建模思想。显然，图 4.6(c)中的曲线族比图 4.6(b)中的更合理。

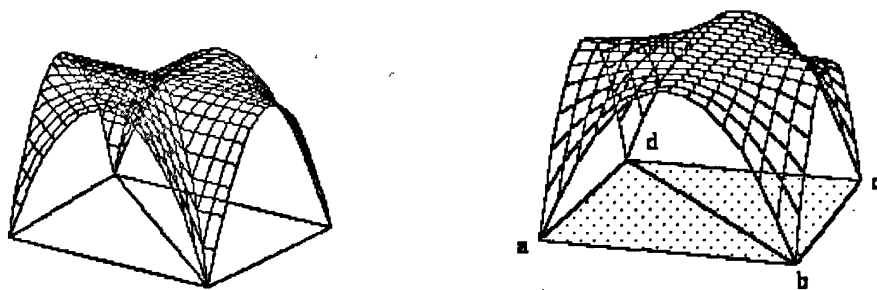
S 三角形相邻的情况在三角剖分后的闭合图形中普遍存在，所以可以用以上的方

法在两两相邻的 S 三角形构成的区域上建立曲面, 如果最后只剩下一个 S 三角形, 则按 4.3 节的方法在单个 S 三角形上建模。

通常, 两个相邻的 S 三角形还会以另一种形式出现, 如图 4.6(e)。对这种情况, 本文在建模时也是按 4.3 节的方法在两个 S 三角形上分别建立曲面。

## 4.6 两个相邻 J 三角形区域的建模

在本文处理的闭合图形的跨接部分常常会出现两个相邻三角形都为 J 三角形的情况。图 4.7(a)为分别对两个 J 三角形建模的曲面, 图 4.7(b)是对两个 J 三角形合并的区域建模的曲面。显然, 后者的曲面质量更好。所以为了改善建模结果, 可以把这些相邻的 J 三角形合并在一起处理。合并后的四边形区域上的曲面的特点是四边形的顶点高度为零, 四边中点处的高度为指定高度  $H$ , 如图 4.7(b)所示。四边形区域上的曲面建立方法和 4.4 节的单个 J 三角形的建模是相似的。首先在四边形的四条边上建立 Beizer 曲线。然后, 分别建立与  $ab$  边和  $bc$  边方向相同的 Beizer 曲线族。以图 4.7(b)为例, 先建立与  $ab$  边方向相同的 Beizer 曲线族, 这些 Beizer 曲线的控制点的取法和 4.4 节是相同的, 即第一和第三个控制点分别是  $bc$  边和  $ad$  边对应的 Beizer 曲线上的等分点, 第二个控制点的  $x$ 、 $y$  坐标分别是第一和第三个控制点  $x$ 、 $y$  坐标之和的平均值, 第二个控制点的  $z$  坐标为  $2H-h$ , 其中  $h$  是第一、三控制点的  $z$  坐标值。然后, 用相同的方法建立与  $bc$  边方向相同的 Beizer 曲线族。这样就建立了与两个相邻 J 三角形的合并区域对应的曲面。



(a) 对两个 J 三角形分别建模

(b) 两个 J 三角形合并后的区域建模

图 4.7 两个相邻 J 三角形区域建模

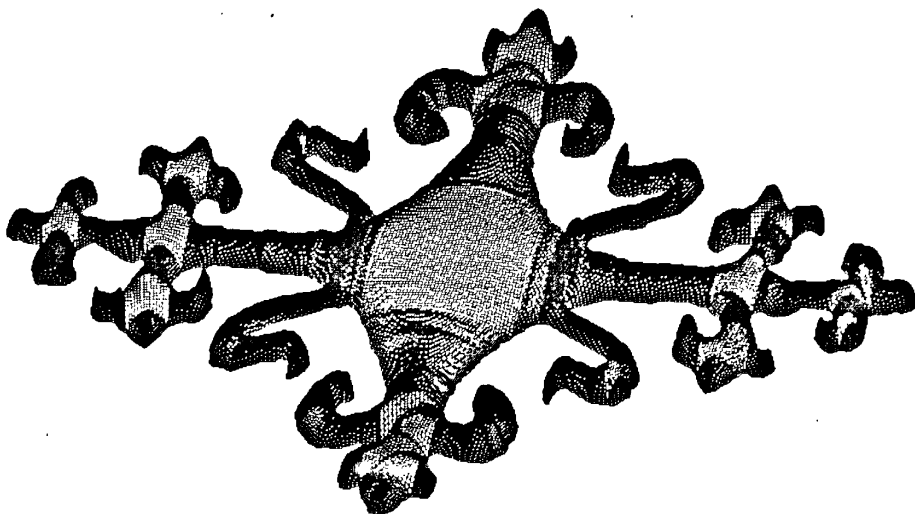
Fig.4.7 Modeling of two neighbor junction triangles

## 4.7 实验结果及分析

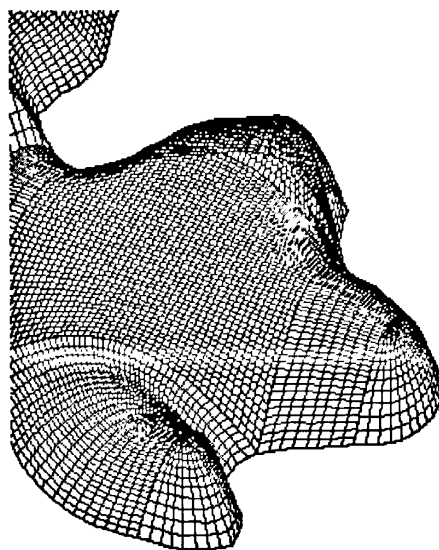
通过 4.2 至 4.6 节的五种不同情况的处理可以实现对三角剖分后的平面任意闭合图形的建模。实验结果如图 4.8 所示。这种建模方法首先分别依据骨架优化处理后的逼近多边形内的第 I 类、S、J 三类三角形的特点用建立二次 Beizer 曲线族和直纹面。

然后对两种常见的情况（即相邻两个三角形都为 S 三角形、相邻两个三角形都为 J 三角形）进行特殊处理，从而改善建模效果。

建模过程中对闭合图形的边界进行插值细分，从而避免基于闭合图形内的三角形区域或四边形区域建模造成其对应三维模型的边界不光滑的问题。由于 Bezier 曲线的间距可以设定得足够小，并结合直纹面建模，所以不用进行曲面片拼接。这种建模方法的优点是建立的曲面模型很光滑、算法简单、建模速度快；缺点是网格不易实现均匀控制。



(a) 图 1.1 (a) 的曲面模型全局图



(b) 图(a)中曲面模型局部图

图 4.8 图 1.1 (a) 的曲面模型

Fig.4.8 Surface model of Fig1.1(a)

## 5 总结与展望

### 5.1 总结

目前,在通用 CAD/CAM 软件中为平面任意闭合图形建立合理的曲面模型仍然是件复杂和困难的工作,不仅对操作人员的技术要求较高,对于一些复杂的图形建模甚至是难以实现的。所以,研究如何实现(对操作人员而言)一步完成对平面任意闭合图形的雕刻型面建模,可以提高雕刻型面建模和设计效率,在雕刻及相关行业具有很高的应用价值。雕刻图案一般都较复杂、而且层次丰富。根据前人在研究中提出的分层处理思想,本文主要研究如何实现对单层闭合雕刻图案的自动建模。现将本文的主要研究内容和创新点总结如下:

(1) 获取平面任意闭合图形的逼近多边形并提取逼近多边形的骨架。首先用边界跟踪方法获取闭合图形边界点的坐标,用直线连接这些点即可得到闭合图形的逼近多边形。由于本文要建立的雕刻型面特征是基于闭合图形中部高度达到最大,闭合图形边界高度为零,它们之间由曲面片自然衔接。所以需要在闭合图形中定位出骨架。本文对逼近多边形进行约束 Delaunay 三角剖分,然后依次连接三角剖分后的闭合图形的内边和跨接三角形的中心,即得到骨架线,改进并提出对骨架线进行优化的方法。

(2) 在约束 Delaunay 三角剖分的基础上,把逼近多边形内部的三角形分类,根据各类三角形的特点,提出不同的规则,为逼近多边形自动建立相应的细分曲面初始控制网格。这种控制网格能够反映目标雕刻型面的主要特征,而且初始控制网格结构简单,奇异点少,有利于快速生成光滑曲面。在分析对比常用细分算法基础上,本文依据细分曲面初始控制网格的特点,用改进的蝶形细分方法细分初始控制网格。

(3) 本文提出的基于二次 Bezier 曲线与直纹面建模方法,也是以第(1)点为基础,将三角剖分后的闭合图形分五种情况建模。这种方法很容易实现且建模效果比前一种方法好。不足之处是构成曲面的网格大小不均匀。

实验结果表明,本文的两种建模方法,能够实现对平面任意闭合图形一次性建立雕刻型面而且建立的模型曲面光滑,能够满足数字化雕刻加工的需要,有较强的实用性。

## 5.2 研究工作展望

实现对平面任意闭合图形的雕刻型面建模是具有实用价值的研究课题,也是一个复杂但很趣的研究课题。它涉及到计算机图形学、三维建模、计算机辅助设计与制造等多个领域的知识。所以还有许多工作需要完善和继续。

(1) 本文只研究如何实现对单层闭合雕刻图案的自动建模,下一步工作是完成雕刻曲面的合成,从而完全实现雕刻型面的一体化建模,并应用于家具雕刻行业等计算机辅助设计与制造行业。

(2) 本文用改进的蝶形细分方法细分控制网格,每次细分都是全局细分,这就使得随着对模型细分次数的增多,网格的面片数迅速增长,巨大的数据量使得细分后的模型处理难以控制且不利于传输和储存。进一步的研究可以考虑使用自适应蝶形细分方法——在细分某一层时,根据实际需要,通过控制误差,在满足精度范围之内确定哪些区域参与下一层细分,哪些区域不参与。一般来说平坦区域用较大的三角形表示,而在曲率较高的区域用更多的小三角形表示。这样既可以利用细分来获得理想光滑曲面,又可以尽可能以相对较少的面片来表达曲面,为后续操作减少数据量、提高模型的处理速度并增强模型的操纵能力。

(3) 基于二次 Bezier 曲线与直纹面建模方法建立的曲面模型网格不均匀,可以考虑根据 Bezier 曲线两两相邻的距离与 Bezier 曲线的长度来确定曲线上的等分点,从而得到网格均匀的曲面模型。

## 参考文献

- [1] 邓中亮. 复杂雕刻型面特征建模[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 1998, 10(4): 333-340.
- [2] 陈宇拓. 木工数字化智能雕刻系统关键技术的研究[J]. CAD/CAM 与制造业信息化, 2007, z1:128-131.
- [3] Chen Y., Han Xuli, Okada M., et. al. Integrative 3D modeling of complex carving surface [J]. Computer-Aided Design. 2008, 1(40):123-132.
- [4] 邓背阶, 陈飞健, 娄军委. 我国家具企业的发展策略[J]. 中南林学院学报. 2003, 23(6): 21-24.
- [5] 邵晓峰. CAD/CAM 和 CNC 在中国传统家具“雕画”中的运用(上)[J]. 室内设计与装修, 2005, 11:110-111.
- [6] 横枕雄一郎主编. 计算机图形学应用[M](第1版). 苏颜敏, 申健译. 北京: 科学出版社, 2003. 74-79.
- [7] 王国瑾. 曲面造型技术的现状和发展趋势[J]. 计算机世界. 1998, 36(9): D12-D13.
- [8] Hill F.S. 著. 计算机图形学—用 OpenGL 实现[M]. 第2版. 罗霄等译. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [9] Igarashi T., Kawachiya S., Tanaka H. Teddy: a sketching interface for 3D freeform design[A]. Computer Graphics Proceedings[C], Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, Los Angeles, 1999: 409 - 416.
- [10] L.Prasad. Morphological analysis of shapes. CNLS Newsletter, 139:1-18, July 1997.
- [11] Igarashi T., Hughes J. F. Smooth meshes for sketch-based freeform modeling [A]. Computer Graphics Proceedings[C], Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, San Diego, 2003: 139 - 142.
- [12] Markosian L., Cohen J. M., Crulli T., et al. Skin: a constructive approach to modeling free-form shapes [A]. Computer Graphics Proceedings[C], Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, Los Angeles, 1999: 393 - 400.
- [13] Akenine-Moller T., Haines E. 著. 实时计算机图形学[M](第2版). 普建涛译. 北京: 北京大学出版社, 2004.
- [14] Pasko A., Savchenko V., Sourin A. Synthetic carving using implicit

- surface primitive[J]. Computer Aided Design , 2001, 33:379-388.
- [15] Pasko A, Adzhiev V, Sourin A, Savchenko V. Function representation in geometric modeling: concepts, implementation and applications[J]. The Visual Computer. 1995, 11(8):429-446.
- [16] Pasko A, Savchenko V. Constructing functionally defined surfaces[A]. Implicit Surfaces'95 [C], Eurographics Workshop, Grenoble, France, INRIA, 1995. 97-106.
- [17] Pasko A, Savchenko A, Savchenko V. Polygon-to-function conversion for sweeping[A]. Implicit Surfaces'96[C], Eurographics/SIGGRAPH Workshop, Eindhoven, The Netherlands, 1996. 163-171.
- [18] Karpenko O. , Hughes J. F. , Raskar R.. Free-form sketching with variational implicit surfaces [A]. Proceedings of the Annual Conference of the European Association for Computer Graphics ( Eurographics 2002) [C] , Saarbrücken , 2002 , 21 (3) :585 - 594.
- [19] Alvarado C., Davis R.. Resolving ambiguities to create a natural computer based sketching environment[A]. Proceedings of IJCAI-2001[C]. 2001, 1365- 1371.
- [20] Cuno A., Esperanôa C. , Cavalcanti P. R. , et al. 3D free-form modeling with variational surfaces [J]. The Journal of WSCG, 2005, 13:9-16.
- [21] Tai C., Zhang H., Fong C. Prototype modeling from sketched silhouettes based on convolution surfaces[J]. Computer Graphics Forum, 2004, 23(1):71-83.
- [22] Alexe A. , Gaildrat V. , Barthe L.. Interactive modelling from sketches using spherical implicit functions [A] . Proceedings of the 3rd international conference on Computer Graphics [C] , Virtual Reality , Visualisation and interaction in Africa (AFRIGRAPH' 04) , Cape Town , 2004 : 25 - 34.
- [23] Schmidt R., Wyvill B., Sousa M. C., et al, ShapeShop: sketch-based solid modeling with BlobTrees[A]. International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, 2nd Eurographics Workshop on Sketch-Based Interfaces and Modeling[C], 2005: 53-62.
- [24] Piegl LA, Tiller W. The Nurbs Book[M]. 2nd edition. Springer, 1996. 4-5.
- [25] Egli L. , Hsu C. , Bruderlin B. D., et al. Inferring 3D models from freehand



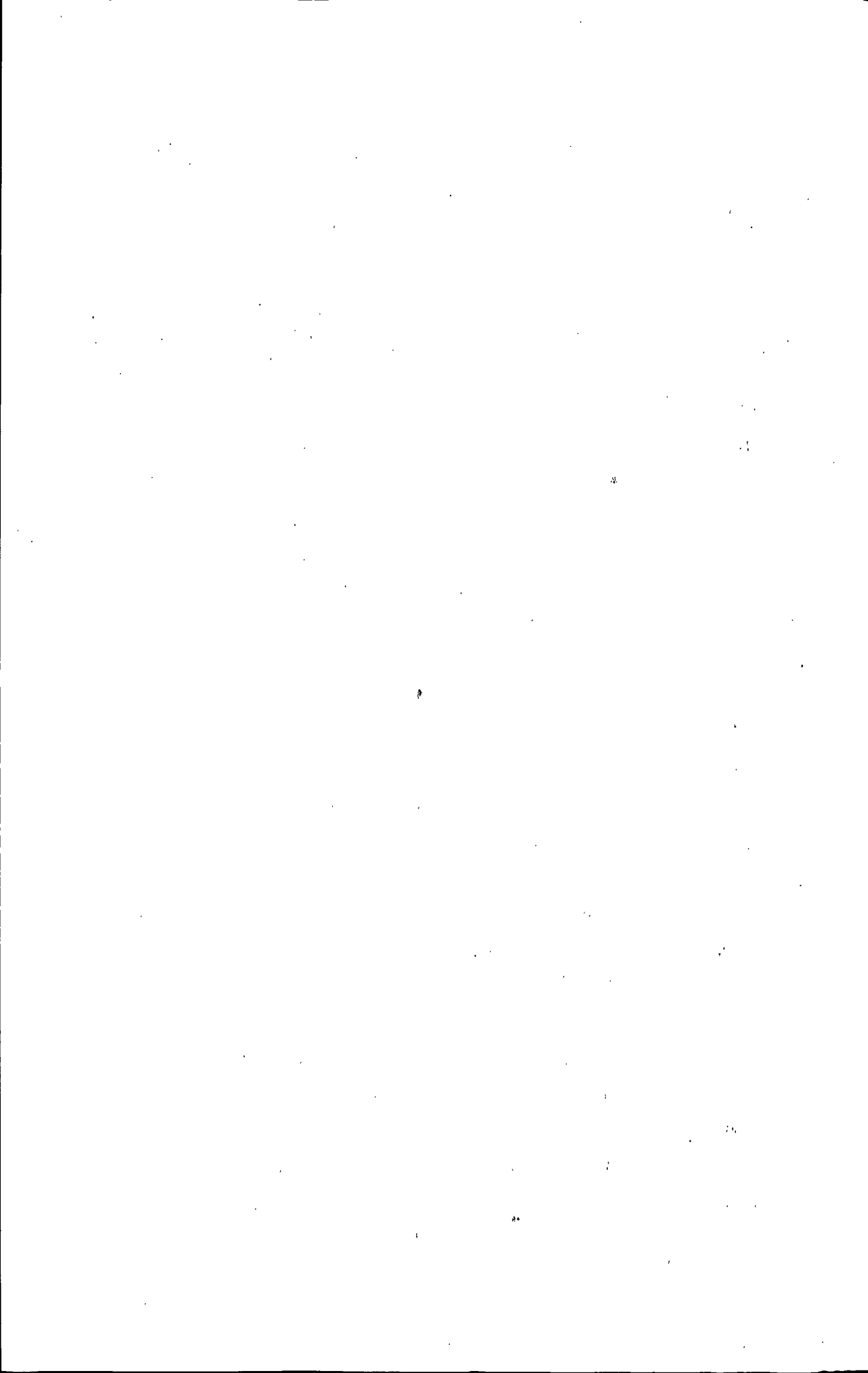
- sketches and constraints[J]. Computer Aided Design, 1997, 29(2):101-112.
- [26] Cherlin J., Faramarz S., Mario C.S., et al. Sketch-based modeling with few strokes[A]. Proceedings of the Spring Conference on Computer Graphics (SCCG' 05)[C], Budmerice, 2005:1-9.
- [27] Araujo B. R. D., Jorge J. A. P. A calligraphic interface for interactive free-form modeling with large datasets[A]. Proceedings of Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing[C], Natal, 2005: 1 - 8.
- [28] 方贵盛, 何利力, 孔繁胜. 计算机辅助三维概念形状草绘设计研究进展[J]. 计算机辅助设计于图形学学报, 2006, 18(9): 1446-1454.
- [29] 韦冰. 手绘复杂雕刻图案的矢量化研究[D]. 中南林业科技大学硕士学位论文. 2007.
- [30] Alexander Kolesnikov. Efficient algorithms for vectorization and polygonal approximation[D]. University of Joensuu Doctor thesis, Finland. 2003.
- [31] Hung-Hsin Chang, Hong Yan. Vectorization of hand-drawn image using piecewise cubic bezier curves fitting[J]. Pattern Recognition. 1998(31)11: 1747 - 1755.
- [32] Rafael C. Gonzalez, Richard E. Woods, Steven L. Edins 著. 数字图像处理(Matlab 版)[M](第2版). 阮秋琦等译. 北京: 电子工业出版社, 2005, 09: 326-330.
- [33] Lu S., Xu H., Wang C.. Detecting and eliminating false strokes in skeletons by geometric analysis[A]. In SPIE's OE/Technology' 92, Vision Geometry [C], Boston, 1992.
- [34] Rosenfeld A.. Axial representation of shape[A]. Comp. Vis. Graph. Image Proc[C]., 1986(33):156-173.
- [35] Vermeer P.. Two-dimensional MAT to boundary conversion[A]. In Proc. 2nd Symp. Solid Model. Appl. [C], 1993:493-494.
- [36] Jang B K, Chin R T. Analysis of thinning algorithms using mathematical morphology[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Mach Intel, 1990, 12(6): 541-551.
- [37] Blum H. A transformation for extracting new description of shape[J]. Model for the Perception of Speech and Visual. 1967:362-380.
- [38] Montanari U. Continuous skeletons from digitized images[J]. Journal of ACM, 1969, 16(4):534-549.
- [39] Wu R. Y., Tsai W. H.. A new one-pass parallel thinning algorithm for binary

- images[J]. Pattern Recognition Letters, 1992, 13(10):715-723.
- [40] Vaccache N. J., Shinghal R., SPTA: A proposed algorithm for thinning by binary patterns[J]. IEEE Transactions on System, Man Cybernetics, 1984, 14(3):409-418.
- [41] Zhang T Y. A fast parallel algorithm for thinning digital patterns[J]. Communications of ACM, 1984, 27(3):236-239.
- [42] Pfaltz J. L., Rosenfeld A.. Computer representation of planar regions by their skeletons[J]. Communications of ACM, 1967, 10(2):119-122.
- [43] 杨承磊, 孟祥旭, 李学庆等. 基于无向图的图像整体骨架表示模型及其算法[J]. 计算机学报. 2000, 23 (3): 293-299.
- [44] 闵卫东, 唐泽圣. 二维任意内点集的 Delaunay 三角划分生成算法[J]. 计算机学报, 1995, 18 (5) : 365 - 371.
- [45] Delaunay B., Sur la Sphere Vide Bulletin of the Academy of Sciences of the U SSR[J]. Classe des Sciences Mathematiques et Naturelles, 1934 (8) : 793~800.
- [46] Shewchuk R. J.. Delaunay refinement mesh generation[D]. Ph. D. thesis, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, America. 1997.
- [47] Agarwal P. K., Arge L., Yi K.. I/O-efficient construction of constrained Delaunay triangulations[A]. Proceedings of the Thirteenth European Symposium on Algorithms[C]. 2005:355-366.
- [48] Bentley J. L., Weide B. W., Yao. A. C.. Optimal expected-time algorithms for closest point problems [J]. ACM Transactions on Mathematical Software (TOMS). 1980, 6 (4) : 563-580.
- [49] Gold C. M.. Three approaches to automated topology and how computational geometry helps [A]. Proceedings of the 6th International Symposium on Spatial Data Handling[C], Edinburgh, 1994, 145-158.
- [50] Fang Tsung Pao, Piegl Les A. Delaunay triangulation using a uniform grid [J]. IEEE Computer Graphics and Applications, 1993, 13 (3) : 36-47.
- [51] Piegl L. A., Richard A. M. Algorithm and data structure for triangulating multiply connected polygonal domains [J]. Computer and Graphics, 1993, 17(5):563-574.
- [52] 李伟青, 彭群生. 一个通用的快速三角化算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,

2001, 13(9):769-773.

- [53] Reinhard K.. Construction of the Constrained Delaunay Triangulation of a Polygonal Domain [M]. In CAD —Tools for Products. New York : Springer Verlag , 1996.
- [54] 曾薇, 孟祥旭, 杨承磊等. 平面多边形域的快速约束 Delaunay 三角化[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17 (9): 1933-1940.
- [55] Dyn, Nira, Levin D. et al. A 4-point interpolatory subdivision scheme for curve design[J]. Computer Aided Geometric Design. 1987, 4(4):257-268.
- [56] 王国瑾, 汪国昭, 郑建民. 计算机辅助几何设计. 北京: 施普林格-高等教育出版社, 2001.
- [57] Zorin D.. Overview of subdivision schemes [A]. Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH[C]. New York: ACM Press, 2000:65-84.
- [58] G. de Rahm. Sur une courbe plane[J]. J. de Math Pures & Appl, 1987, 35:25-42.
- [59] Chaikin , Merrill G.. An algorithm for high speed curve generation[J]. Computer Graphics and Image Processing, 1974, (3):346-349.
- [60] Riesenfeld R F.. On Chaikin' s algorithm[J]. Computer Graphics and Image Processing, 1975, 4:153-174.
- [61] Catmull E., Clark J.. Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes[J]. Computer-Aided Design, 1978, 10(6):350-355 .
- [62] Doo D, Sabin M.. Behaviour of recursive division surfaces near extraordinary points[J]. Computer Aided Design, 1978, 10:356-360.
- [63] Boehm W.. Calculating with box splines[J]. Computer Aided Geometric Design, 1984, 1(1):149-16. .
- [64] Loop C.. Smooth subdivision surfaces based on triangles[D]. [Master' s thesis]. Utah:University of Utah, Department of Mathematics, 1987.
- [65] Dyn N., Levin D. , Gregory J.. A butterfly subdivision scheme for surface interpolatory with tension control[J]. ACM Transactions on Graphics, 1990, 9(2):160-16.
- [66] Zorin D., Schroder P., Sweldens W.. Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology[A]. In Computer Graphics Proceedings, Annual Con-

- ference Series, ACM SIGGRAPH[C], 1996:189-192.
- [67] Kobbelt L.. A variational approach subdivision[J]. Computer Aided Geometric Design, 1996, 13(8):743-761.
- [68] Sederberg T.W., Zheng J. M., Swell J, D., et al. Non-uniform recursive subdivision surfaces[A]. In Computer Graphics Proceedings, ACM SIGGRAPH[C], 1998:387-39.
- [69] Kobbelt L..  $\sqrt{3}$ -Subdivision[A]. Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH[C], 2002.
- [70] Qin H., Mandal C., Vemuri B. C., Dynamic Catmull-Clark subdivision surfaces [J]. IEEE TVCG, 1998, 4(3), 215-229.
- [71] DeRose T., Kass M., Truong T.. Subdivision surfaces in character animation[A]. SIGGRAPH 98 Conference Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH[C], 1998, 85-94.
- [72] 李桂清, 卢冰, 李现民等. 子分曲面尖锐特征生成[J]. 软件学报. 2000, 11(9):1189 - 1195.
- [73] 周海. 混合细分曲面尖锐和半尖锐特征生成[J]. 南京航空航天大学学报. 2003, 35(6): 579-584.
- [74] 王为民, 罗国明, 张纪文等. 一种可调的 Catmull-Clark 细分曲面[J]. 工程图学学报, 2002(3): 115-121.
- [75] 曾庭俊, 罗国明, 张纪文. Catmull-Clark 细分曲面的形状调整[J]. 计算机辅助设计与图形学学报. 2004, 16(5):707-711.
- [76] Prautzsch H., Umlauf G.. Improved triangular subdivision schemes. Computer Graphics International[J], IEEE Computer Society, 1998:626-632.
- [77] Pan Q., Xu G.L.. Fast Evaluation of the Improved Loop's Subdivision Surfaces[A]. Proceedings of the Geometric Modeling and Processing[C]. 2004.
- [78] Sharp, Brian. Subdivision Surface Theory[J]. Game Developer, 2000, 7(1):34-42. [http://www.gamasutra.com/features/20000411/sharp\\_01.htm](http://www.gamasutra.com/features/20000411/sharp_01.htm)
- [79] Sharp, Brian. Implementing Subdivision Surface Theory[J]. Game Developer, 2000, 7(2):40-45. <http://www.gamasutra.com/features/20000425/s-harp.htm>
- [80] 唐泽圣, 周嘉玉, 李新友著. 计算机图形学基础[M]. 第1版. 北京: 清华大学出版社. 1995:87-89.



## 附录

## 攻读学位期间的主要学术成果

序号	论文作者	论文题目	期刊名称	发表时间
1	张潇云, 陈宇拓, 苏畅	基于多边形转换函数与 NURBS 的雕刻型面建模	电脑与信息技术	2007/12
2	陈宇拓、张潇云、韩旭里	3D 空间复杂楼梯面可视化快速参数建模	计算机与现代化	2007/5
3	苏畅、陈宇拓、张潇云	基于 SUSAN 算子与分水岭算法的图像分割方法	电脑与信息技术	2007/12
4	苏畅、陈宇拓、韩旭里、张潇云	基于小波与数学形态学的木材缺陷检测	计算机工程与应用	2008/12



## 致 谢

本文是在导师陈宇拓副教授的关怀和指导下完成的。从论文的选题到实验的设计,以及论文的撰写、定稿,陈老师都倾注了大量心血。三年来,陈老师渊博的知识,严谨的治学态度,兢兢业业的工作作风,谦虚的为人深深地影响着我。在此论文完稿之际,谨向导师致以最诚挚和最衷心的感谢!

三年的学习中,得到了中南林业科技大学的谭骏珊教授、车生兵教授、陈爱斌副教授、杨卫民副教授、刘军万副教授等老师的指导与帮助。在此表示衷心的感谢!

本人论文的完成,与很多同学的关心和帮助是分不开的。特别是,苏畅常常给我提一些宝贵的意见,董倩、戴水艳、郭颖艳、师兄师姐、师弟师妹们在论文研究过程中给予了热心支持和帮助。借此机会向这些同学表示感谢!

最后,我要特别感谢我的父母、哥哥和姐姐们,感谢你们对我的关心、理解和支持,使我能够在学校专心学习。

值此论文完成之际,谨向所有关心、支持和帮助我的老师、领导、同学、朋友以及家人们致以最诚挚的谢意!

张潇云

二零零八年六月



