

RESEARCH OF REACTIVE POWER SPOT PRICING IN POWER SYSTEM BASED ON OPF

ABSTRACT

The issues of reactive power pricing are closely related to the security and stability of power market operation. The excellent spot price may inspire potential and energy of market deeply. Optimal power flow which has developed to this day has become a necessary implement of analyzing and optimizing for power network. The main work of this paper is reactive power pricing research basing on OPF under the environment of power market.

The paper first concludes electricity markets, introduces the reactive power service and its pricing mechanism, reviews and summarizes the reactive power pricing methods inside and outside the country.

Following that, this paper continues productions for reactive power spot pricing theory researches in the past decade, and analyzes cost compositions of reactive power service and infections on it under deregulation, and proposes a new model for calculating reactive power prices. To enrich its economic information, the Static Var Compensator (SVC) is added to. Furthermore, to reveal the relationship between the cost of reactive power production and the classical economic dispatch, the Lagrange function for the reactive power price model is built, a spot pricing decomposed detailed and the Lagrange multipliers λ_p 、 λ_q analyzed totally.

In the end, on the test system IEEE-4, numerical simulations for the different load conditions demonstrate the validity of the model proposed. Extensive numerical simulations on the test systems that range in size from 4 to 118 buses show that the prime-dual interior point method (PDIPM) for solving the reactive power price has excellent robustness.

Keywords: reactive power price; PDIPM; SVC; spot pricing decomposition;
optimal power flow (OPF)

主要符号对照表

S_N	系统所有节点的集合
S_G	发电机集合
S_{SH}	静止无功补偿器集合
S_L	线路集合
P_{Gi}	发电机的有功出力
Q_{Gi}	发电机的无功出力
P_L	有功网损
Q_L	无功网损
P_s	平衡节点处的有功
Q_s	平衡节点处的无功
Q_{shi}	静止无功补偿器的无功出力
$S_{Gi,max}$	发电机的额定视在功率
k	有功发电的利润率，通常在 5%~10% 之间
P_{Dr}, Q_{Dr}, Q_{Ri}	分别为有功无功负荷和无功源的无功出力
V_i	节点电压幅值
P_l	线路有功功率
R_{min}	系统最小旋转备用容量
f_i	发电机 i 能够提供的旋转备用的最大容量百分比
$f(x)$	目标函数
$h(x)$	等式约束函数向量
$g(x)$	不等式约束函数向量
$\overline{(\cdot)}, \underline{(\cdot)}$	不等式约束上下界向量
l, u	松弛变量向量
$y, z, w, \tilde{z}, \tilde{w}$	拉格朗日乘子向量
L, U, Z, W	对角元分别为 l, u, z, w 的对角阵

$\nabla g(x)$	不等式约束方程组的梯度矩阵
$\nabla h(x)$	等式约束方程组的梯度矩阵
$J(x)$	等式约束方程组的雅克比矩阵
$\nabla^2 g(x)$	不等式约束方程组的海森矩阵
$\nabla^2 h(x)$	等式约束方程组的海森矩阵
μ	扰动因子
e	单位向量
$\Delta l, \Delta u, \Delta z, \Delta w$	迭代修正量
$step_p$	原始步长
$step_d$	对偶步长
k_{\max}	最大迭代次数
σ	中心参数
ε	计算精度
C_{Gap}	互补间隙

第一章 绪 论

1.1 电力市场的出现

二十世纪八十年代，电力市场的兴起对传统的电力工业产生了巨大冲击，在电力工业中引入竞争、实行商业化运行的革命风暴席卷全球，各国电力工业都在经历着不同程度日新月异的变化^[1]。电力市场的蓬勃发展不仅对电力工业的管理体制产生了深刻影响，而且对电力系统运行的各个环节提出了许多亟待解决的、新的技术经济问题^[2,3]。

电力市场的概念多种多样，较为完整的一种描述为：电力市场是电网商业化运营规范化的环境和场所；是电力买主和卖主相互作用，以决定其电价和电量的过程；是电力供方和需方分别以利润最大化和成本最小化为目标，按照约定的规则，以输电网为媒介联系起来，通过自主竞争和经济合同的形式，进行电能交易的一种组织体系和电能配置方式^[4-6]。

电力市场牵涉到电厂、电网、用户三方经济实体的利益，其实质是通过建立充满竞争和选择的电力系统运行环境，提高整个电力工业的经济效益。建立电力市场的目的是把竞争机制引入电力系统中，市场参与者地位平等，各方以经济利益为目标调整自身行为。上述特性决定了与传统垄断的电力系统相比，电力市场最大的特征是具有开放性竞争性；与普通的商品市场相比，电力市场具有计划性和协作性^[7]。

1.2 电力市场的发展现状

目前，许多国家和地区都在相继进行电力体制改革，结构重组，建立电力市场，以此提高运营效率和效益。世界上主要的电力市场有英国电力市场；美国加州、PJM 和 NEPOOL 电力市场；澳大利亚电力市场；新西兰电力市场；阿根廷电力市场；北欧电力市场等。

英国电力市场是在将垄断的电力工业全面解除管制、引入竞争的基础上形成的。美国电力市场则是在全面私有化基础上进行的。它们是最具代表的两种电力市场结构模式。英国的强制型电力库（power pool）模式及近来推出的市场新模式广受关注。美国加州的市场化改革虽然起步较晚，但却独树一帜，改革伊始就力图设计一种完美、

超前和具有表率作用的市场模式。

从全局看，不同国家电力市场的运营模式可归纳为两大类：①发、供、用电沿用垂直一体化管理，只进行有限和局部改革。采用此模式的国家有法国、日本、印度、苏格兰、巴基斯坦，以及美国的一些州。②发、供、用电环节解除或放松管制。采用此模式的国家和地区有英国、美国加州、新西兰、澳大利亚、挪威、阿根廷、秘鲁、智利等。虽然各国各地区电力市场结构互不相同，改革所处阶段及所遇到的问题也不同，但它们都有一些共同特点^[6]：

- 1、电价改革是关键。
- 2、规模效益日渐消失。垄断导致规模效益越来越低，已无法补偿因低效带来的损失。同时，规模效益的下降和非增性质，已影响到输电定价的经济学理论基础。
- 3、发电侧首先引入竞争，现货与合同交易并举。
- 4、供电领域逐步开放，所有用户均可自由选择供电商。
- 5、输电网垄断经营，以挖掘和发挥其自然垄断的潜力。输电网的自然垄断特性说明，电网不能重复建设，应该组建由国家电网公司实行的开放式垄断经营。
- 6、用经济和法律手段管理市场，避免简单命令式的调度方式。充分发挥市场经济这只“看不见的手”，并充分运用经济手段调节和平衡电力市场。
- 7、实施有限但严格的监管。监管必不可少，且应具备实时反馈和灵活调节的功能。为了保护公众利益，必须对具有垄断性质的环节实行有限管制，其最终目的是用法律手段规范市场，保证市场竞争的公平和公正。

随着世界经济格局一体化进程的加快和中国加入WTO所带来的机遇和挑战，国内电力市场也将日益开放。目前，我国电力工业已进入跨大区联网和推进全国联网的新阶段。传统的垄断电力工业因缺乏竞争而逐渐失去活力，已经不适应我国社会市场经济开展的需求。为促进我国电力工业持续、健康、快速的发展，需要深入进行电力体制改革，实现我国电力工业经济增长方式和管理体制的转变。

现在，我国已经明确了分阶段实施电力市场的战略，确定了首先实行“厂网分开、竞价上网”的方针。早在1998年就开始电力市场的试点，先后指定山东、浙江、上海、辽宁、吉林和黑龙江6家电力公司作为模拟试点单位，由此迈出市场化运营的第一步。这些模拟电力市场为我国在实施“厂网分开”模式后，逐步建立起健康有序的电力市场积累了丰富的经验，培养了大批的电力市场管理和技术人才，也为我国学者深入研究电力市场中的核心问题和热点问题提供了有力的科研基础。经过几年的市场

培育和探索，国务院和原国家经贸委于 2002 年将最初确定的“省为实体”的改革方向调整为：完善现实的省级电力市场，加快发展区域电力市场，逐步培育国家电力市场；形成以区域电力市场为主，国家市场和省级市场为辅，统一开放、协调联动的电力市场体系。

时下，我国电力系统从改革内部管理机制和运营方式入手，在电力公司内部各供电企业中实行独立核算，自主经营，自负盈亏的经营机制，提高了电力系统的管理水平，并获得了一定的经济效益。但在电力系统结构方面，电力工业的重组还未得到实质进展，在电价体系和交易方面缺乏必要的理论基础。其中输电及其他辅助服务的度量和定价是电力市场理论研究中较为薄弱的环节。

1.3 电力市场辅助服务

在开放的环境下，需要有不同的电力服务满足不同用户的需求以及电力市场竞争的需要。电力服务总的来说可分为以下三类：发电服务（generation services）、输电服务（transmission services）和辅助服务（ancillary services）。

目前国际上对辅助服务问题的研究在很多方面尚未达成共识，各国都按照自己的模式实施相应的规则。从发电侧考虑，可认为辅助服务是发电厂保证电力系统安全可靠运行而采取的必要措施。从输电角度考虑，可认为辅助服务是为完成输电的主要功能，即将电能从发电厂输送到用户，并保证安全和质量所需要采取的所有辅助措施。从运行管理角度考虑，在当日的实时运行中，由于一些不可预测和不可控制的原因，如交易的临时变动、负荷的随机波动以及机组的强迫停运等，需要有一个有功、无功的实时平衡服务以及相关的运行服务来保证供电质量和可靠性要求，这也被称为辅助服务。从系统控制角度考虑，可认为辅助服务是由控制设备和操作员执行的有关功能，这些功能是发、控、输、配电用以支持基本的发电容量、电能供应和电力传输服务。现在应用较多的一种辅助服务的定义是将电能从发电厂输送到用户，并保证安全和质量、满足输电的可靠性和经济性所需要采取的所有辅助措施，主要包括调度、电压和无功功率控制、频率控制、各种系统备用、稳定控制等。

在辅助服务市场中，发电商需要提交每种服务的容量投标价和电量投标价格。成功的竞标者将预留发电容量并获得容量付费。在实时调度中，如果中标者被实时调用，则再付给一定的电量电价。因此，电网公司必须付给发电商两方面的费用。

其中由于无功服务是一次性投资且生产费用很小，电价不容易计算，以往常被忽

略。随着电力系统辅助市场的建立，人们愈加关注无功费用在电价结构中所处的地位。

1.4 基于最优潮流的无功定价问题的提出

在过去 20 年间，由于私有制和解除管制的推行，全球电力系统在持续发展中经历着重大变革。当前，电力系统的一个全球性目标是，在保证电力服务的完整性、优质性和安全性达到合适水平的基础上，寻求一种最低花费。在完全竞争的电力市场中，要达到此目标，无功的电压控制及其生产必须具有高效性。

无功控制作为一种辅助服务，是通过发电机或电网中的其它无功电源向系统注入或吸收无功功率，以维持电网中的节点电压在允许范围内。北美电力可靠性委员会（North American Electric Reliability Council，简称为 NERC）指出无功补偿服务是影响电力传输的必要服务。英国联邦能源管理委员会（Federal Energy Refulatory Commission——FERC）在论述辅助服务时也详细阐述无功补偿服务及其定价的必要性。

在传统电力体制下，无功的生产和分配完全由系统调度员统一安排，不存在对无功服务进行成本核算和单独计费问题。随着电力工业的市场化改革，电力工业逐步由传统管制型转变为市场调节竞争型。无功功率服务作为辅助服务的一个重要组成部分，由无偿提供转向有偿服务成为电力市场发展的必然趋势。

众所周知，一个竞争有序、运行良好的电力市场，其运作的电价必然是公平合理的，模型也是尽量真实可靠地反映发电、输电、配电及用户的供用电情况，以平衡市场参与各方的利益。随着电力市场研究的不断发展和实践的深入，各国研究人员对辅助服务的定价方法，尤其是对无功定价逐渐有了更清晰的认识，所得电价也越来越合理。他们力求兼顾无功生产者和无功购买者的利益，促使无功生产者之间展开竞争，降低生产成本，提高效率，达到社会效益最大化。

另一方面，由于输电和发电的分离，无功费用原则上应涵盖所有不属于输电公司的无功生产费用。因此，如何获得无功服务，如何采用有效的方法制定无功服务的价格，建立无功服务市场是否可行等问题已经成为目前电力市场研究的几个热点问题。寻求一种性能优良的电价分析工具势在必行。

FERC 提出，仅依据固定费率制定无功酬劳，远远不能提供一个合适的无功价格。基于功率因数罚值法的无功定价方法，也不能满足顾客需求的在电压约束下的精确价格信号。而基于最优潮流和微观经济学边际价格理论的无功实时定价策略，提供了无

功传输和无功源价格与价值的信息，目前日益受到关注^[8]。

最优潮流（Optimal Power Flow——OPF）作为经典经济调度理论的发展与延伸，将经济性与安全性、有功功率与无功功率近乎完美地结合在一起。发展至今，OPF 已成为一种不可缺少的网络分析和优化工具。到 20 世纪 90 年代，世界许多国家的电力工业在市场结构和管理机制方面都发生了巨大的变化，系统运行中可靠性、经济性和电能质量三者的地位和关系，从传统的“安全第一”转变为“相互协调统一”。如此，OPF 研究长期遵循的思路发生了改变，OPF 的应用范围得到了极大的拓宽。一个性能优秀的 OPF 算法能在众多可能的运行解中比较，进而选择一个最好的；无论是何种形式的目标函数，还是表示电压、电流、功率限制的约束条件，OPF 都能将它们整合到同一价值标准下协调，在满足电力系统运行的基本要求（经济性、安全性）下，缩小成本与电价的时空差别，协调电厂与电网、电网与用户之间的冲突。

根据电力市场现状对无功定价所提的新要求，建立合适的基于最优潮流的无功定价新模型，可得到更为切实可靠的涵盖丰富经济信息的无功电价。这种无功电价提供了较高信用度的价格信号，可反映短期（0.5h 甚至更短时段）的无功生产成本和用电量信息，指导用户优化用电，合理安排市场无功资源，促使消费者节约无功资源，鼓励无功生产者增加投资，缓解了电力市场中无功缺额的紧张度。因此，本文的研究课题对推动电力市场改革，建立健全合理的实时电价运营策略具有强有力的支持作用。

1.5 本文的主要工作

本文介绍了无功辅助服务的内容、性质及无功服务的获取方式，分析了电力市场无功电价的研究现状。对电力市场条件下无功电价的计算方法、最优潮流（OPF）以及现代内点理论进行了较为深入的研究。

本文讨论了无功功率计费问题的关键所在，分析了无功辅助服务的成本构成，并阐明了定价所依托的微观经济学理论基础。接着本文分别介绍了基础电价的计算方法和实时电价理论，展示了实时电价在电力市场中的突出优势。

结合现有的电力市场定价策略，本文建立起新的基于最优潮流的无功定价模型。根据系统工况需求与个体投资运营之间的不同协调方式，本文引入运行成本适中的静止无功补偿器（Static Var Compensator——SVC）作为无功补偿装置，计入无功投资成本，从而做到分相补偿以适应不平衡的负荷变化和冲击负荷。同时纳入旋转备用约束，即时处理机组切机、负荷的意外增加等功率扰动情况。

在数学模型求解过程中，采用现代内点理论形成无功定价模型的拉格朗日函数，详细分解实时电价模型，全面分析 Lagrange 乘子 λ_p 、 λ_b 的经济意义。在 IEEE-14 节点系统上，针对不同负荷进行数字仿真，验证所提模型满足无功市场不同需求的有效性。在更为广泛的系统 IEEE-4~IEEE-118 上进行数字仿真，验证运用原始-对偶内点法（PDIPM）求解无功价格所具有的良好的鲁棒性。

第二章 无功市场与无功定价

2.1 无功辅助服务

2.1.1 无功辅助服务的定义及其特点

无功辅助服务主要是通过发电机或输电系统中的其他无功电源向系统注入和从系统吸收无功功率，以此来维持输电系统的电压在允许范围内。它是保证电力系统安全、稳定运行的前提条件之一，也是使得电能交易顺利实施的一个重要条件。

在交流电力系统中，没有无功功率的支持，有功功率就无法传送到用户。特别是当输电系统交易数量增多、电压水平成为限制额外功率传输的“瓶颈”时，无功功率的支持作用就更加重要。

无功平衡做得好可以提高系统运行的可靠性和效率，保证合适的电网运行的经济效益。同时，无功的最优分配可以降低系统的有功网损，其正确的管理可以改善电压波形，减少由于电压引起的系统故障，提高系统稳定性^[9]。

电力系统中无功功率的生产和消耗，通常有以下几方面的作用：增加区域之间的功率传输能力；控制系统稳态下的电压质量；控制系统暂态过程中的电压质量^[3]。

鉴于无功服务对电力系统的经济、安全和可靠运行的特殊作用，在电力市场中，对于每一个交易，必须提供满足可靠性要求的一定数量的无功功率，以维持输电电压在规定的范围内。与有功服务相比，无功服务有如下特点^[2]：

- 1、供应的地域性：由于远距离输送无功需要发电点和接受点之间具有较大的电压差，因此输送无功非常不经济，供应原则应就地平衡。
- 2、控制的分散性：与频率控制需要有功平衡类似，电压控制需要无功平衡。但频率是全网统一的，依赖于全网的有功平衡；各节点电压也是不同的，必须依赖于该节点的电压控制。
- 3、手段的多样性：与有功只能由发电机提供不同，无功除了发电机和负荷产生外，还可以由电容器和静止无功补偿器等无功源提供，电网本身也是无功源。
- 4、分析的复杂性：有功的费用主要是发电费用，无功的运行费用很小但投资费用很大。调整无功的方法也多种多样，如自动电压调节器、电容器投切、变压器有载调压等，因此无功的最优定价问题在理论上分析起来比较复杂。

2.1.2 无功补偿装置

在电力运营市场形成之后，必须研究确定无功补偿服务的成本及合理的回报。过去仅从全系统的角度进行无功功率平衡是不够的，更重要的是应分地区分电压等级地进行无功功率平衡，因此要在电网中的不同地点对无功服务进行招标。招标地点的确定取决于无功服务需求的预测值、电网中负荷的分布及无功设备的适用性等方面。例如，某一地区无功功率电源有富余，另一地区则存在缺额，调余补缺往往是不适宜的，应进行个别补偿。同时，对于不同的控制目标、控制功能以及运行方式，亦应采用相应不同的无功补偿装置。

小容量、分散组合投切的无功补偿可采用静电电容器；大容量、配置在系统中枢点的无功补偿则宜采用同步调相机或静止补偿器。

电容器虽然运行成本低，但它是分步控制电压，其阻抗固定，不能动态的跟踪负荷无功功率的变化，且响应速度慢，常常需要几秒到几十秒。同步调相机相当于空载运行的同步电动机，属旋转机械，损耗、噪声都很大，运行维护比较复杂，其响应速度同样较慢，难以适应动态无功控制的要求。20世纪70年代以来，在国际上它们已逐渐被静止无功补偿装置所取代。

静止无功补偿器，简称为静止补偿器，是由静电电容器与电抗器并联组成。电容器可发出无功功率，电抗器可吸收无功功率，两者结合起来，再配以适当的调节装置，就成为能够平滑地改变输出（或吸收）无功功率的静止补偿器。另外，SVC是连续、自动控制电压，响应速度小于1/50秒，运行成本适中，运行维护简单，功率损耗较小，能作到分相补偿以适应不平衡的负荷变化，对于冲击负荷也有较强的适应性，其滤波电路还能排除高次谐波的干扰从而抑制系统振荡。这种调整快速、连续，维持母线电压在允许值范围内变化的性能，非常适合电力市场中对电压稳定性和事故后对无功紧急备用有重要影响的变电站，以及对电压质量要求较高的变电站亦非常适应。70年代以来，静止无功补偿器在国外已被大量使用，在我国电力市场中日后得到广泛应用是必然趋势。基于上述考虑，本文选用静止无功补偿器作为无功定价研究数学模型的无功补偿部分，其资本成本的详细数学描述请参看3.4节。

2.2 无功价格机制

2.2.1 无功市场模式^[8]

健全的无功市场模式的特点是：协调电力生产各元素，以最低价格为用户提供满足质量和可靠性要求的电力。这需要市场运行一种满足质量和安全水平的尽可能低的电价。同时，所有无功供应者应与电网公司签订无功供应合同。在电网规约中，不应硬性规定无功容量（功率因数）的值。电网公司的无功补偿设备与其他无功供应者应同等对待，对无功的买卖应建立单独的账目。

建立这种市场模式的费用与电力市场的规模成正比。鉴于无功的地域性，电网公司应对无功进行分区管理，这样可以减少无功管理的困难，但必须防止由此而导致的地区性垄断。可行的措施有：由静止补偿设备提供的无功容量应有一个中期价格上限；在规划期间购买无功，使新的无功设备的投资对现有无功供应者形成竞争；如果供应者有垄断行为，管理机构应有相应的处罚措施。

2.2.2 无功市场价格机制的建立^[2, 3, 6, 10]

无功市场价格机制的建立，必须以一定的电力市场模式为前提，与之协调，随之发展，形成相辅相成、互为保障、相互促进的良好局面。下面以几个典型国家的无功市场价格机制为例介绍此种机制的建立。

北欧电力市场，对于发电机组功率因数 $\cos\phi > 0.4$ 或 $\cos\phi < -0.2$ 的无功服务，电网公司将按照 20NOK/MVar·h 给予补偿。

英国国家电网公司（它既是电网建设与经营者，又是电网运营调度机构）邀请发电商对无功支持这项辅助服务进行投标。中标者每年与国家电网公司（NGC）签订双边合同，其中 NGC 对无功容量和无功电量都要支付。

美国纽约电力市场是由电网运营与调度机构（简称 NYISO）负责无功服务招标，无功服务按照投入成本来定价。NYISO 监督发电机组在其允许出力范围内生产或吸收无功出力，从而维持电压质量标准。当发电商由于提供无功服务而导致盈利损失时，NYISO 要给予经济补偿。如果 NYISO 调度人员获悉某个发电机组因发送无功而减少其有功出力，那么此发电商的有功出力机会成本损失将得到经济补偿，补偿值为损失的发电量和售电量产生的盈利值。

澳大利亚国家电力市场中电网运营与调度机构（简称 NEMCO）针对提供无功服务的发电机组和同步补偿装置给予一定的经济补偿。所有无功服务提供者都可通过所

做的无功服务的准备工作，得到合适的经济回报（availability payment component）。对于同步补偿装置的拥有者，当 NEMCO 接受其服务后，也可获得经济回报（enabling payment component）。另外，发电商还可获得对其机会成本损失的补偿，即当这台发电机组有功出力受到 NEMCO 决策的约束时，NEMCO 要给予其经济补偿。例如，当一台发电机组为提供 NEMCO 所要求的无功服务，在保证机组运行于安全情况下，降低了有功出力，那么此发电机组的拥有者将由于损失有功出力而得到相应的经济补偿（compensation payment component）。

2.3 无功定价理论的发展

2.3.1 国外研究现状

传统的无功收费方法是功率因数罚值法，它是对功率因数达不到规定值的用户进行经济惩罚。这种方法既没有给出科学合理的无功价格，也没有提供无功价格随用户无功需求波动而变化的市场信号，随着电力市场的开展，必将受到质疑和淘汰。

20 世纪 80 年代，美国麻省理工学院著名教授 F.C.Schwepppe 等人提出实时电价理论。该理论从经典经济调度理论出发，深入而详细地讨论了实时电价的定义、组成部分和相应的模型，并提出了依据经济调度(ED)和直流潮流的实时电价计算方法。他们认为实时电价理论作为经典电力系统优化运行理论的直接发展和延伸，其本质上与经济调度、无功优化和最优潮流有着深刻的联系。目前此书已经成为本领域的经典文献，后来者研究多以此为基点^[11]。此后不久，同一批作者进一步发展了实时电价的计算工具，提出用修正的直流潮流结合交流潮流处理线路潮流和网损，并得到所需的灵敏度矩阵的方法。但在当时条件下，作者没有对无功实时电价和辅助服务价格做出讨论^[12]。

1991 年，美国 Texas 大学的 Baughman 和 Siddiqi 提出利用 OPF 求解无功实时电价的方法。他们突破性的发现 OPF 中对应于潮流平衡方程式的拉格朗日(Lagrangian)乘子 λ_p 、 λ_q ，与有功、无功负荷实时电价具有相同经济含义，这说明 OPF 是一种极具潜力的实时电价计算方法。但该模型在无功发电容量没有越限时，发电机节点处无功价格为零，这就抑制了无功容量的扩建，不利于无功市场的形成^[13]。

针对这一问题，1996 年，英国国家电网公司 (NGC) 的研究人员提出一种基于解耦 OPF 的有功、无功实时定价方法。它利用有功网损作为目标函数，通过求解无功子问题来确定无功价格。文中考虑了电压水平对无功价格的影响，但未考虑无功功率对有功损耗的影响，也未提及如何获得无功成本的二次曲线^[5]。

此前的 1995 年，印度人 D.Chattopadhyay 和 K.Bhattacharya 等指出无功电价不但应包含运行成本，还应考虑电容器的投资成本，这为后来他们坚持无功经济补偿理论、着手研究国际电力市场提供了有力铺垫^[13]。但在当时他们忽略了发电机的无功生产成本^[14]。

1997 年，美国太平洋燃气和电气公司（PG&E）的 S.Hao 和 A.Papalexopoulos 详细讨论了提供无功服务的经济和技术问题，提出了依据无功容量费用的无功定价方法，即基于无功功率调节因子（RPAF）的区域收费系统^[15]。其思想是允许用户在一个局部的无功电力市场内，通过节点电价自由地获得所需要的无功容量，用户的无功费用依赖于由 RPAF 所反映的实际使用的无功功率。较高的区域 RPAF 意味着有更多的无功不足，这个地区的用户就要偿付较高的无功电价。该理论为以后的区域电价研究奠定了一定基础，但对于长距离的双边交易，会产生不公平现象^[16]。

同年，Baughman 和 Siddiqi 再次对实时定价问题做进一步的研究。结合早期他们提出的旋转备用的可靠微分价格理论^[17]，将无功定价的研究延伸到考虑电能质量和环境作用的综合约束。结合负荷频率动态方程，以控制约束最优潮流的静态模型，并分别得到有功和无功实时电价^[18,19]。

1998 年，韩国人 Choi、Rim 等以最大化社会效益作为目标函数，模型的约束条件添加了负荷的功率因数限制。但是在仿真测试结果中，出现无功边际价格比有功边际价格高的情况，受到人们的质疑^[20]。

1999 年，美国爱荷华州大学的 John Lamont 和 Jian Fu 首次对无功经济成本作了详细分析，并尝试将总的生产成本最小化作为无功优化调度模型的目标函数，得到了节省更多投资的令人满意的结果。后来浙江大学的戴彦利用此思想，将总的有功和无功生产费用的最小化作为目标函数研究无功定价问题^[22]。John Lamont 和 Jian Fu 提出的无功生产成本包括三部分：发电机的无功显性成本（explicit cost）和机会成本（opportunity cost），以及无功补偿装置的显性成本^[21]。其中，无功容量资本成本构成发电机无功显性成本；机会成本由电力市场中的供需关系和其它相关的市场经济信息来确定，代表发电机由于无功出力而损失的有功发电能力所对应的利润；无功补偿装置单位容量的显性成本近似用其投资总额的折旧率计算。

1997 年，A.A.El-Keib 和 X.Ma 提出以边际成本法计算有功和无功价格的方法，其主要思路是将有功无功生产的短期边际成本（SRMC）计算，分解为有功和无功两个子问题分别求解。但是在一般情况下，由于边际成本不等于平均成本，基于边际成本法的电价制度一直存在着收支不平衡的缺陷^[23]，有待于添加合适的修正项。

2000 年, Kai Xie 和 Yong-Hua Song 提出一种基于最优潮流的实时电价计算方法。此方法是将有功、无功实时电价分解到各种辅助服务, 如旋转备用、网损补偿、电压支持、网络安全等, 以此反映系统边际成本、损耗补偿和阻塞管理^[24]等对无功价格的影响。此文应用内点 (interior point) 算法求解数学模型, 很好地处理了不等式约束^[25], 同时避免了安全性定价剧烈波动的问题 (“go”、“no-go”）。

2001 年, 印度人 Kankar 提出无功服务的边际收益应在无功生产计划中扮演重要角色, 并利用无功平衡约束的对偶量乘以费用参数得到此边际收益, 其中对偶量代表系统输电损耗对节点无功要求变化的灵敏度。此文是对无功价格研究的进一步深入探讨^[26]。

2003 年, Shangyou Hao 利用容量曲线和成本曲线确定总的无功花费。此文利用所有发电机全部无功花费曲线和有关传输损耗的调节成本曲线, 来确定总的无功费用。同时此文还将实时无功和电压控制的需求考虑进无功服务的计算过程中^[27,28]。

2004 年, Tong Wu 综合分析了辅助服务的定价策略, 文中目标函数涵盖了大部分辅助设施, 可分别得到无功及其它各自边际价格与机会成本。但是此文讨论偏于宽泛, 类似于电力价格的预测模型^[29,30]。

此外还有基于安全约束的无功最优潮流模型 (SCROPF) 的无功定价方法^[31] 和使用传输损耗函数的无功定价方法^[32]。前者数学模型中包含了无功的容量成本和运行成本, 在一个时间段内进行动态优化, 考虑的约束较为全面, 但未阐明无功提供方和使用方如何进行经济核算。后者本节不再做详细论述。

2.3.2 国内研究现状

随着我国电力改革不断深入, 厂网分离, 竞价上网步骤加快, 我国学者对无功定价理论进行了很多有价值的研究。

1997 年, 谢开、于尔铿、宋永华等人介绍了依据运行费用的实时无功价格和依据容量费用的无功价格^[9]。前者包括无功费用优化定价和有功费用优化的无功定价, 后者包括依据表现的无功定价和依据区域无功市场的无功定价。

1999 年, 上海交大的赵晋泉、侯志俭等人提出基于 OPF 的有功无功一体化的实时电价模型和算法。该模型计入电厂的无功报价函数, 以此解决电厂无功支持辅助服务的定价问题; 并计入电网的可变成本函数, 以此保证电网公司投资成本的合理回收^[33]。2002 年, 该校的温步瀛在此基础上, 采用最小二乘法的广义逆法进行求解^[34]。

2000 年, 戴彦、倪以信等人在潮流组成分析的基础上, 对联营模式的电力市场中

基于综合成本分摊的无功价格进行研究^[35,36]。作者采用序列二次规划法（SQP）求解OPF问题，讨论了用户功率因数、电压控制和无功机会成本中利润率对无功定价的影响。

2002年，张粒子等人具体分析了无功发电电价、输电电价和用电销售电价各自的定价原则，借助发电机组功率圆图，提出用有功发电损失的机会成本折算无功电价的新思路^[37]。

2003年，王志毅等人讨论了分别依附有功和依据无功市场的无功定价策略^[38]。华南理工的任震等在考虑电网收支平衡的基础上完善了输电电价的计算方法，并从经济学角度对无功发电成本和无功输电成本进行详细分析^[39~41]。四川大学的孔飘红等人首次提出有效无功容量（ERC）的概念^[42,43]。南京工程学院的蒋志平等人提出将边际成本法和综合成本法结合起来的定价方法，使无功价格既能有效回收成本，又含有一定的经济信息^[44]。

2.4 本章小结

本章主要介绍了无功辅助服务的定义、特性和无功补偿装置的分类，阐述了无功市场模式特点，列举了目前国际上较具代表性的无功市场价格机制。在此基础上针对无功定价问题，详细总结了国内外无功定价理论的研究现状。

第三章 无功定价的方法

3.1 无功定价的三点说明

3.1.1 无功定价的关键问题

要保证无功服务提供者在电力系统安全运行时，提供一个合适水平的无功支持服务，在制定无功服务市场交易机制及其价格时，要考虑一些关键问题：

- 1、输电网运营对无功负荷需求潜在的变化及其地理分布。
- 2、根据系统需求的特性和电压控制的方式，来确定每日无功需求和电能需求的变化情况。
- 3、对无功电源灵活性的要求，即要求在一天中不同的时段能以不同的数量生产和消耗无功功率。
- 4、长距离输电造成电压质量控制问题严重，要求对无功就地补偿。

要保证无功支持服务提供者自身的权益，则不可忽视下面两个关键问题：

- 1、要求能够收回与提供服务的设备的安装、运营和维护有关的固定成本和变动成本。在引入无功辅助服务市场及其相应价格的最初阶段，采用容量价格支付被普遍认为是一种有效的市场手段，而采用设备使用价格支付的方法较复杂，有待于更深入的研究。
- 2、要求针对各方提供的无功服务消耗的成本给予合理的回报。此回报可以由管制机构确定，也可以通过市场确定。

3.1.2 经济学基础——影子价格

目前经常采用的合理价格尺度主要有三种：国际市场价格、理论价格和影子价格，其中影子价格是联合国工业发展组织及世界银行极力推荐的^[49]。影子价格概念的提出与整个社会资源的稀缺性密切相关。所谓资源的稀缺性是指在一定时间内和一定条件下，整个社会可利用的资源数量总是有限的，如果在某一项目中使用了某种资源，则在其它项目中不能再使用这部分资源。因此，资源在最优利用下的价格称为资源的影子价格。

在一个庞大的经济体系中，各种资源影子价格的计算非常复杂。运筹学里用边际

变量计算影子价格，其中边际量是自变量变动所引起的因变量的改变，通常从数学线性规划原模型的对偶解中求出。

那么，用线性或非线性规划方法计算出的反映电力资源最优使用效果的价格，称之为电力系统里的影子价格。在电价设计中涉及到的影子价格测算主要包括：水火力发电工程电价，输、变电工程电价，煤炭、铁路运输和水路运输电价等。由于各项涉及因素很多，对偶解中最优解的求取有一定难度。因此，工程上若要求不太精确，往往采用较为实用的一种测算方法，即对各种资源现行价格的不合理部分进行调整，这也是联合国工业发展组织推荐的方法。本文是在电力市场环境下研究电力系统的无功定价问题，要求具有相当高的精确度和实时性，因此采用将最优潮流、影子价格和边际理论相结合的方式对其进行求解。

3.1.3 无功服务的成本构成

一方面，无功支持服务的成本可分为直接成本和间接成本两类^[2]。

直接成本包括固定成本和变动成本。其中，固定成本包括投资成本和管理成本，变动成本包括计划的维护成本和运行成本。

间接成本可分为变动成本及发电机组生产无功而导致的盈利损失两个部分。其中变动成本包括：有功出力的发电机组，作为同步补偿装置的发电机组，分路开关式电容器和电抗器，同步补偿器，静止补偿器和加载的抽头切换开关（LTC）。

另一方面，无功成本可看作由显性成本（explicit cost）和隐性成本（implicit cost）组成。显性成本是指必须直接付费的成本，包括设备的资本成本和商品的运行成本。隐性成本主要是指机会成本（opportunity cost），即商品在其最佳利用时间时的价值。

3.2 基础电价的计算方法

3.2.1 综合成本法（Embedded Cost Method）^[6]

思路：求取计算期内的全部供电成本，然后分摊到所有用户。计算步骤如下：

1、做出计算期内的电力发展规划和资金计划。

2、成本核算。逐项目核算供电成本，求和得到综合电力成本和电量成本。其中折旧费应分为两部分：一部分是根据现有设备的账面成本计算得到的年折旧费；另一部分是在规划期内计划投入设备的年折旧费。

3、平均分摊成本，即：

$$\text{容量电价: } \rho_{p,d} = \frac{C_{p,d}}{P_d} \quad (3-1)$$

$$\text{电量电价: } \rho_{W,d} = \frac{C_{W,d}}{W_d} \quad (3-2)$$

式中, $C_{p,d}$ 为综合电力成本; $C_{W,d}$ 为综合电量成本; P_d 为最大负荷容量; W_d 为负荷用电量。

综合成本法具有以下特点:

- 1、方法直观、简便、易操作。
- 2、计算周期较长, 相对稳定, 有利于避免因投资高峰带来的电价波动。
- 3、只根据以往账面计算折旧费, 无法体现未来通货膨胀、能源和环境开支的增加等因素, 有可能导致折旧费不足和企业资金状况恶化。

3.2.2 长期边际成本法 LRMC (Long Run Marginal Cost Method) ^[6]

边际成本制定电价是以影子价格(即经济价格)为基础, 能真实反映因电能消费的增加而引起的费用, 可以解决电力企业的自我发展能力, 为用户提供正确的信息, 使其尽可能合理地消费电能。

根据微观经济学理论, 由于未来微增负荷的持续增长所产生的微增成本, 称为长期边际成本。其制定是在长期规划基础上进行的。由于考虑的时间段长, 所以这种电价在相当长的时间内是稳定的, 避免了电源结构改变或投资波动对成本可能造成的影响。

长期边际成本定价理论依据是从全局考虑使社会总效益 B_f 最大化, 目标函数为:

$$\max B_f$$

$$B_f = B_e - C_d \quad (3-3)$$

$$- C_d = C_{p,d} + C_{W,d} \quad (3-4)$$

由此得出:

$$\text{容量电价: } \rho_{p,d} = \frac{\partial C_{p,d}}{\partial P_d} \approx \frac{\Delta C_{p,d}}{\Delta P_d} \quad (3-5)$$

$$\text{电量电价: } \rho_{W,d} = \frac{\partial C_{W,d}}{\partial W_d} \approx \frac{\Delta C_{W,d}}{\Delta W_d} \quad (3-6)$$

长期边际成本法具有以下特点:

- 1、可以反映用户负荷增加时的供电边际成本。
- 2、能体现未来能源的价值。
- 3、计算周期较长, 相对稳定, 避免投资高峰时出现较大的电价波动。
- 4、某些与时间有关的宏观因素会直接影响边际成本法定价的实用性。
- 5、常常造成收支不平衡。为了平衡收支情况, 需要采取多种修正措施, 如: 拉姆齐修正法、加权最小二乘方法、直接附加费法等, 但这些措施会反过来影响边际成本定价的经济导向作用。

3.2.3 短期边际成本法

短期边际成本法能够较好地反映短时间内(如1天, 1h, 0.5h等)供电成本的变化情况。当测算的时间越来越短, 如30min、15min、甚至5min时, 所计算出的短期边际成本在工程意义上又可称为“实时电价”。计算公式如下:

$$\rho_{kt} = \frac{\partial C_{W,d}}{\partial P_{kd}} \quad (3-7)$$

式中, ρ_{kt} 为用户k在时间t时段的电价; $C_{W,d}$ 为发供电系统为所有用户提供电能的总电量成本。

短期边际成本法具有以下特点:

- 1、能反映短期生产成本及用电信息, 从而指导系统提供优化发电功率的依据。
- 2、发电厂可根据供电情况随时调整自身发电量。
- 3、促使用户更加合理用电。
- 4、便于互联电网间的电力贸易。
- 5、由于短期边际成本法不能反映长期的投资状况, 该方法宜于同其他方法结合使用, 或在总体目标函数的建立中考虑设备投资情况。

3.3 实时电价理论

3.3.1 实时电价模型的建立^[6]

实时电价理论是由短期边际价格理论发展而来，以经济调度为基础，形成的节点电价模型。节点电价可以体现网络约束对节点边际成本的影响，为发、用电双方提供激励信号，反映短期内由负荷变化引起的生产成本的变化及用电量信息，指导用户正确用电。此外，在电力市场中，它与节点的位置密切相关。在同一时间刻度上，不同节点电价具有明显差异，这种差异既能体现电力交易从电力富裕地区向缺电地区流动的情况，又能反映出输电资源的利用和拥堵状况。因此，实时电价又常被称为“Spot Price”。实时电价的原理模型为：

$$\rho_{k,t} = \frac{\partial C_{W,d}}{\partial W_{k,d}}$$

$$st \quad W_{g,t} = W_{d,t} + W_{l,t} \quad (3-8)$$

$$P_{Load} + P_{loss} \leq P_{G,max} \quad (3-9)$$

$$|P_{line}| \leq P_{max} \quad (3-10)$$

早在 1980 年，美国 MIT 的 F.C.Schwepppe 教授就提出了建立电力市场的构想：根据 Schwepppe 教授建立的数学模型，从物理意义和数学算法上将实时电价划分为八个具体的费用项，其表达式为：

$$\rho_{k,t} = \gamma_{F,t} + \gamma_{M,t} + \gamma_{QS,t} + \gamma_{R,t} + \eta_{L,t} + \eta_{M,t} + \eta_{QS,t} + \eta_{R,t} \quad (3-11)$$

式中， $\rho_{k,t}$ 为第 k 用户在时段 t 的实时电价。 γ 为发电电量，包括 $\gamma_{F,t}$ 、 $\gamma_{M,t}$ 、 $\gamma_{QS,t}$ 、 $\gamma_{R,t}$ 4 项； $\gamma_{F,t}$ 为边际发电燃料成本， $\gamma_{M,t}$ 为边际发电维护成本，这两者之和称为边际发电运行成本； $\gamma_{QS,t}$ 为发电质量分量，其大小反映出整个系统发电容量的充裕程度； $\gamma_{R,t}$ 为发电收支平衡项。 η 为输电分量，包括 $\eta_{L,t}$ 、 $\eta_{M,t}$ 、 $\eta_{QS,t}$ 、 $\eta_{R,t}$ 4 项； $\eta_{L,t}$ 为边际网损成本，是指用户 k 的负荷 $W_{d,t}$ 发生微增变化，进而引起网损增加所带来的成本，它与用户所在节点的位置有关； $\eta_{M,t}$ 为边际网络维护成本，是指用户 k 的负荷 $W_{d,t}$ 发生微增变化时，整个系统网络维护的总成本所发生的微增变化； $\eta_{QS,t}$ 为网络供电质量分量，反映用户 k 的负荷 $W_{d,t}$ 发生微增变化时，电网各支路输送容量的充裕程度； $\eta_{R,t}$ 为网络收支平衡项，收支平衡项是在实时电价的表达式中加入的相应的修正量或调整

量，以弥补边际成本理论所带来的收支不平衡问题。

上述 Scheweppe 教授提出的实时电价理论，在将经济学中的边际成本定价理论引入到电力市场的定价过程之中，系统而精确地描述了节点电价与时间、地点（关口）、用电量这三个最主要因素间的数学关系。

3.3.2 对实时电价的评价^[6]

实时电价具有以下作用：

- 1、对发电方，它提供了一个严格的发电调度基础。在电力市场运行过程中，以最低成本为目标，当高效率机组发电时，可将低效率机组推出运行，使系统的发电成本降低。
- 2、对用电方，实时电价可使用户根据电价的涨落情况安排自身生产和生活。实行实时电价后，可削峰 10%~20%，并能充分挖掘设备潜力。
- 3、实时电价可使消费更具合理化。实行实时电价后，各种用户都按自己实际消耗的电力生产成本付出电费，使得用户消费更趋于合理。

原则上讲，实时电价反映了短期供电边际成本，具有全社会效益最大的优点；提供了各节点的实时电价参数，便于互联电网间的交易结算或转运费的计算；发出了正确的激励信号，鼓励用户承担备用，合理利用和配置用电资源。因此，Scheweppe 教授提出的实时电价理论曾被认为是最理想的定价模式。

但是，限于时代的局限性，该算法仍然是以“厂网一家”的垂直垄断型经营模式为前提，依据传统经济调度理论（ED）和直流潮流（DC Flow）建立数学模型。算法模型中的各项费用，不仅计算繁杂，不便于理解，而且简化了电网模型，忽略了无功的影响，更没有考虑输电服务费用等问题。因此，早期的实时电价理论已经不能适应当前和未来电力市场改革的需要，必须对其进行改进和完善，以适应不同阶段、不同性质的电力市场运营模式的需要。

3.3.3 实时电价和最优潮流的关系

实时电价是在电力市场发展过程中提出来的，与其它电价理论相比，它更准确地描述了电价结构，反映了电力系统生产过程中某一“瞬时”所需要的费用，其最初的推导和结论都是基于经济调度和直流潮流模型。随着最优潮流（OPF）技术的发展和日趋实用化，实时电价理论和最优潮流理论相互结合，较之经济调度的优点日益体现出来，主要表现在以下三方面：

- 1、经济调度中的网络特性描述较为粗略，仅计及一个系统总有功功率平衡的等式约束，再用各机组出力的二次函数或用常数网损微增率来表示网络的损耗特性。而最优潮流则能精确计及网络特性，它的等式约束包括了所有节点的有功、无功平衡方程。因此，基于最优潮流的实时电价计算，能直接得到每一个节点处的 λ_p 、 λ_q 。
- 2、经济调度的不等式约束只考虑各机组有功出力限制，而最优潮流还考虑机组无功出力限制、线路电流热约束、电压约束等，这些约束保证了系统安全运行。
- 3、经济调度的控制量仅为各机组有功出力，而最优潮流还考虑电网部分的控制元件，如变压器分接头、静止无功补偿器、调相器、电容/电抗器等。

因此，用基于最优潮流（OPF）的实时电价模型来取代基于经济调度的模型是一个必然趋势。

3.4 新的无功定价模型

本论文承接国内外对无功定价和无功成本分析的研究成果，借鉴 2004 年巴西人 Rider 提出的无功定价数学模型，考虑发电机有功和无功发电成本，以及静止无功补偿器的投资成本，从而构成无功定价模型的目标函数。Rider 用他提出的模型所验证的 IEEE-30 节点以及巴西电力系统的运行结果，都达到令人满意的期望值^[46]。本文在此基础上考虑到旋转备用在机组切机、负荷的意外增加和其他系统功率扰动情况下的重要作用，添加发电机的旋转备用约束条件^[47,48]，从而形成新的基于最优潮流的无功功率实时定价模型。

最优潮流的数学模型一般描述如下：

$$\begin{aligned} \min. \quad & f = f(x) \\ \text{st.} \quad & h(x) = 0 \\ & \underline{g} \leq g(x) \leq \bar{g} \end{aligned}$$

本文基于最优潮流的无功实时定价数学模型为：

一、目标函数：

总的有功无功生产成本最小化，包括发电机的有功无功生产成本和无功补偿设备的资本成本。

$$\min. f(x) = \sum_{i=1}^{ng} [C_{gpr}(P_{Gi}) + C_{gqi}(Q_{Gi})] + \sum_{i=1}^{nsh} C_{shh}(Q_{shi}) \quad (3-12)$$

1、发电机的有功生产成本：用二次函数近似，受最大、最小出力限制，表示为：

$$C_{gpi}(P_{Gi}) = a + bP_{Gi} + cP_{Gi}^2 \quad (3-13)$$

2、发电机的无功生产成本：引入机会成本概念并用其代替。机会成本代表发电机由于无功出力而损失的有功发电能力所对应的利润。当发电机在发出无功时，其有功出力的极限值比没有无功出力情况下的极限值要小，从而造成发电厂隐性的经济损失。此时即使该有功功率无需发出，也会影响这部分有功功率作为旋转备用的相应利润，这就是经济学上称之为的无功功率的机会成本（opportunity cost），近似表示为：

$$C_{gqi}(Q_{Gi}) = [C_{gpi}(S_{Gi,max}) - C_{gpi}(\sqrt{S_{Gi,max}^2 - Q_{Gi}^2})] \cdot k \quad (3-14)$$

式中， $S_{Gi,max}$ 是发电机的额定视在功率，即发电机允许的最大出力； Q_{Gi} 是发电机运行时的无功出力； k 是定常系数，为发电厂有功发电的利润率，一般取值为 0.05~0.10。

3、静止无功补偿器的资本成本：无功补偿器一般由系统安装，为了收回其投资成本，必须在电价中包含它的成本。近似用其投资总额的折旧率计算（认为静止无功补偿器的使用寿命是 30 年，它的原始成本是 \$11600/MVar，补偿装置的平均使用率是 0.75）：

$$C_{sh}(Q_{sh}) = Q_{sh} \cdot \frac{11600}{30 \times 365 \times 24 \times 0.75} = 0.0589Q_{sh} (\$/MVar) \quad (3-15)$$

式中， Q_{sh} 为静止无功补偿器的无功出力。

二、等式约束（节点功率平衡方程）：

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{Gi} - P_{Di} - V_i \sum_{j=1}^n V_j Y_{ij} \cos \delta_{ij} = 0 \\ Q_{Ri} - Q_{Di} - V_i \sum_{j=1}^n V_j Y_{ij} \sin \delta_{ij} = 0 \quad , \quad i \in S_N \\ \delta_{ij} = \delta_i - \delta_j - \theta_{ij} \end{array} \right. \quad (3-16)$$

式中， P_{Di}, Q_{Di}, Q_{Ri} 分别为有功、无功负荷以及无功源的无功出力， S_N 为系统所有节点的集合。

三、不等式约束：

$$\begin{cases} \underline{P}_{Gi} \leq P_{Gi} \leq \bar{P}_{Gi} & i \in S_G \\ \underline{Q}_{Gi} \leq Q_{Gi} \leq \bar{Q}_{Gi} & i \in S_G \\ R_{\min} \leq \sum_{i=1}^{ng} R_i & i \in S_G \\ \underline{Q}_{shi} \leq Q_{shi} \leq \bar{Q}_{shi} & i \in S_{SH} \\ \underline{V}_i \leq V_i \leq \bar{V}_i & i \in S_N \\ \underline{P}_l \leq P_l \leq \bar{P}_l & i \in S_L \end{cases} \quad (3-17)$$

式中, P_{Gi}, Q_{Gi} 分别为发电机有功和无功出力, ng 为发电机总数, V_i 为节点电压幅值, P_l 为线路有功功率, S_G 为所有发电机集合, S_{SH} 为所有 SVC 集合, S_N 为系统所有节点集合, S_L 为线路集合。其中, 发电机的旋转备用表示为:

$$R_i = \begin{cases} \overline{P}_{Gi} - P_{Gi} & \text{if } P_{Gi} \geq (1-f_i)\overline{P}_{Gi} \\ f_i \overline{P}_{Gi} & \text{if } P_{Gi} < (1-f_i)\overline{P}_{Gi} \end{cases} \quad (3-18)$$

R_{\min} : 系统最小旋转备用容量;

f_i : 代表发电机 i 能够提供的旋转备用的最大容量百分比, 本文第五章的仿真测试选取 $f_i = 0.3$ 。

3.5 本章小结

本章首先提出无功定价中几点关键问题, 介绍了研究无功定价的经济学基础, 并分析了无功服务的构成成本。这些工作为后文无功定价方法的提出做了必要铺垫。

然后本章分两部分介绍电价计算方法: 基础电价和实时电价。基础电价的计算方法主要包括: 综合成本法, 长期边际成本法和短期边际成本法。针对从短期边际成本理论发展而来的实时电价理论单列一节, 介绍了实时电价的构成、对原始实时电价的评价以及实时电价研究的最新进展。

最后承接前人成果, 提出了新的基于最优潮流的无功定价模型。文中详细列出了所提模型的目标函数和各种约束, 并对模型中目标函数各项成本进行了详细解说。

第四章 现代内点理论和实时电价分解

4.1 现代内点理论

4.1.1 现代内点理论的发展里程

美国斯坦福大学的 Gorge B. Dantzig 教授于 1947 年提出求解线性规划（LP）问题的单纯型法（simplex method），在较长一段时期内，单纯型法及其变形一直是实际应用中极有效的计算方法。然而，随着解题规模的不断扩大，单纯型法的缺点表现的日益突出。一是迭代次数随约束条件和变量数目的增加而迅速增加，在最坏的情况下，单纯型法的迭代次数会按指数上升，收敛很慢。二是单纯型法终止于原始和对偶的最优基，在退化情况下，即使已达到最优解，但为证明其最优性，往往还需经过很多次基迭代。为此，运筹学界开始努力寻求一种具有多项式时间复杂性（polynomial-time）的线性规划算法。

1979 年，苏联学者 Leonid Khachian 首先在理论上取得重大突破，设计出第一个具有多项式时间复杂性的线性规划算法，即椭球法（ellipsoid method）^[55]。但是，由于在计算过程中，椭球法的迭代次数始终趋向于计算复杂性的上界，其实际效果反而不如单纯型法。

1984 年，美籍印度学者 Narendra Karmarkar 提出了另一种具有多项式时间复杂性的线性规划算法^[56]，其计算速度比单纯型法快 50 倍，成为最优潮流研究领域中的新里程碑。它与单纯形法沿可行域边界寻优不同，Karmarkar 算法建立在单纯形结构之上，从初始内点出发，沿最速下降方向，从可行域内部直接走向最优解，因此 Karmarkar 算法也被称为内点法。由于是在可行域内寻优，故对于大规模线性规划问题，当约束条件和变量数目增加时，内点法的迭代次数变化较少，收敛性和计算速度均优于单纯形法。此算法的提出标志着数学规划领域一场变革的开始，自此经典的内点算法发展成为现代内点算法。

随后，美国 Stanford 大学的 Gill 教授等人证明了 Karmarkar 的线性规划方法和经典的求解非线性规划的对数障碍函数法之间存在等价关系^[55]。这使得 Karmarkar 的方法深入到长期困扰数学界的非线性规划难题中来，并最终促成了自诞生之日起就处于分离状态的同一问题的两个方面——线性规划和非线性规划的融合。

4.1.2 现代内点算法的分类

目前根据在可行域内寻优方式不同，内点法在实际应用方面分为以下三类^[57]：

- 1、投影变换法 (projective methods)，即 Karmarkar 原形算法。由于这一算法是建立在线性规划标准型上的，要求问题有特殊的单纯型结构且最优目标值为零。在实际计算的过程中，需要经过复杂的变化将实际问题转换成这种标准形式，因此，投影变换法在实际中应用较少。
- 2、仿射尺度法 (affine-scaling methods)，这是已较成熟的一类算法。它被看作是投影变换法的一种简化。目前应用较广泛的是原仿射尺度法 (primal affine methods) 和对偶仿射尺度法 (dual affine methods)。
- 3、原始-对偶路径跟踪法 (primal-dual methods or path following methods)，最早关于此方法的理论成果是 Megiddo 在 1986 年做出的。他把对数障碍函数法同时应用到原始对偶问题中来，取得了比之前内点法更好的效果。现在把 Megiddo 的路径跟踪法和 Mehrotra 的预测校正技术 (predictor-corrector technique) 相结合的内点算法已成为广为接受的最具计算效率的内点算法。

前两种方法的多项式时间性还不能从理论上得到证明。而原始-对偶路径跟踪法不仅已从理论上证明具有多项式时间复杂性，并且收敛迅速，鲁棒性强，对初值的选择不敏感，是最有发展潜力的一类内点算法。1989 年 McShane 证明了原始-对偶路径跟踪内点算法优于其它内点算法，从此，原始-对偶内点法 (Primal-Dual Interior Point Method—PDIPM) 就成为研究的主流，逐渐形成了成熟的现代内点理论。90 年代初内点算法引入电力系统优化领域，由于其本质上是 Lagrangian 函数、牛顿法和对数障碍函数三者的结合，因此可以很好地继承牛顿法 OPF 的优点，并可以将函数型不等式约束与变量型不等式约束一并处理，勿需借助单独的有效约束集确定程序，使 OPF 的研究大大前进了一步。

目前，一些学者正致力于将非线性内点理论与其他优化思想相结合，如，序列二次规划 (Sequential Quadratic Programming)、可信域 (Trust Region)、过滤理论 (Filter) 以及不同形式的线性代数方法等，从而导出各种新的算法，取得了一定的进展。具体来说，Byrd 等人^[58]提出的基于可信域的内点算法可以解决苛刻条件下的优化问题；Ulbrich 等人^[59]提出的结合 Filter 思想的内点算法，在理论上可以证明具有全局收敛性。还有一些学者将非线性互补函数加入到内点算法^[60]，互补松弛条件用非线性互补函数来代替，使算法在求解过程中不用保证互补松弛变量为正数的条件，达成了从任意初始条件出发都能收敛到最优解的效果。

此外，内点理论在一些新兴领域（如：生物信息学、线性代数软件的开发）中的应用也日益广泛和深入，相信勿需多久，现代内点理论将在优化领域中得到更大的发展和应用。

4.2 原始对偶内点法 (PDIPM)

4.2.1 基于扰动 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件的现代内点算法

现代内点算法主要有三大理论基石：

1、Newton 法求解无约束最小化问题。

2、Lagrange 导出了将含等式约束的最小化问题转化为无约束最小化问题求解的理论和方法。

3、Fiacco 和 McCormick 推导出了把含不等式约束的极小化问题转化成序列化的求解无约束极小化问题的方法。

一、算法的推导：

本文考虑如下形式的非线性规划问题（含等式约束和不等式约束集）：

$$\begin{aligned} & \min. f(x) \\ & s.t. h(x) = 0 \\ & \underline{g} \leq g(x) \leq \bar{g} \\ & x \in R^n, h(x) = [h_1(x), \dots, h_m(x)]^T, g(x) = [g_1(x), \dots, g_r(x)]^T \\ & \underline{g} = [\underline{g}_1, \dots, \underline{g}_r]^T, \bar{g} = [\bar{g}_1, \dots, \bar{g}_r]^T \end{aligned} \quad (4-1)$$

引入松弛变量 l 和 u ，将不等式约束转化为等式约束，系统成为只含变量不等式约束的规划模型：

$$\begin{aligned} & \min. f(x) \\ & s.t. h(x) = 0 \\ & g(x) - l - \underline{g} = 0 \\ & g(x) + u - \bar{g} = 0 \\ & (l, u) \geq 0 \end{aligned} \quad (4-2)$$

定义 (4-2) 式相关的拉格朗日 (Lagrangian) 函数 L ：

$$L(x, l, u, y, z, w, \bar{z}, \bar{w}) = f(x) - y^T h(x) - z^T [g(x) - l - \underline{g}] - w^T [g(x) + u - \bar{g}] - \bar{z}^T l - \bar{w}^T u \quad (4-3)$$

式中， $y, z, y, \tilde{z}, \tilde{w}$ 是等式约束的 Lagrangian 乘子。

根据 KKT 一阶最优性条件，导出 KKT 方程：

$$\begin{aligned}\frac{\partial L(\cdot)}{\partial l} &= z - \tilde{z} = 0 \\ \frac{\partial L(\cdot)}{\partial u} &= -w - \tilde{w} = 0\end{aligned}\quad (4-4)$$

引入扰动因子 μ ，得到扰动后的 KKT 条件

$$\left\{ \begin{array}{l} L_x = \nabla f(x) - \nabla h(x)y - \nabla g(x)(z + w) = 0 \\ L_y = h(x) = 0 \\ L_z = g(x) - l - g = 0 \\ L_w = g(x) + u - \bar{g} = 0 \\ L_l = LZ e - \mu e = 0 \\ L_u = UW e - \mu e = 0 \\ (l, u; z) \geq 0, w \leq 0, y \neq 0 \end{array} \right. \quad (4-5)$$

式中， $(L, U, Z, W) \in R^{nxr}$ 是对角矩阵， $e = [1, 1, \dots, 1]^T \in R^r$

对上述扰动后的 KKT 条件直接应用牛顿法，可得迭代求解的修正方程式：

$$\begin{bmatrix} H & \nabla h & 0 & 0 & \nabla g & \nabla g \\ \nabla h^T & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \nabla g^T & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\ \nabla g^T & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z & 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W & 0 & U \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta l \\ \Delta u \\ \Delta z \\ \Delta w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_x \\ -L_y \\ -L_z \\ -L_w \\ -L_l'' \\ -L_w'' \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

式中， $H = \nabla^2 h(x)y + \nabla^2 g(x)(z + w) - \nabla^2 f(x)$ (4-7)

直接求解修正方程 (4-6) 时，由于方程维数较大，求解该方程所需要的计算时间较多。所以，推导出简约修正方程的形式，减小方程的大小。

由式 (4-6) 得到下面两组关系方程式：

$$\begin{cases} \Delta l = \nabla g(x)^T \Delta x + L_z \\ \Delta u = -\nabla g(x)^T \Delta x + L_w \end{cases} \quad (4-8)$$

$$\begin{cases} \Delta z = -L^{-1}(Z\Delta l + L_i^\mu) \\ \Delta w = -U^{-1}(W\Delta u + L_u^\mu) \end{cases} \quad (4-9)$$

由 (4-6)、(4-8)、(4-9) 得到简约的修正方程 (4-10)，该方程的大小仅由等式约束决定。

$$\begin{bmatrix} H(\cdot) & \nabla h(x) \\ \nabla h(x)^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \psi(\cdot, \mu) \\ h(x) \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

$$\text{式中, } \begin{cases} H(\cdot) = (\nabla^2 h(x)y + \nabla^2 g(x)(z + w) - \nabla^2 f(x)) + \nabla g(x)S\nabla g(x)^T \\ S = U^{-1}W - L^{-1}Z \\ \psi(\cdot, \mu) = -L_x + \nabla g(x)(U^{-1}(WL_w - L_u^\mu) - L^{-1}(ZL_x + L_i^\mu)) \end{cases} \quad (4-11)$$

二、关于算法的几点说明：

1、互补间隙 (complementary gap) $C_{Gap} \equiv \sum_{i=1}^r (l_i z_i - u_i w_i)$ 是一个很重要的参数。

当互补间隙趋于零的时候，就是解趋于最优的时候。本算法是用互补间隙可以达到给定的精度作为判断得到最优解的条件。

- 2、中心参数 (centering-parameter) σ ，一般 $\sigma \in (0,1]$ 。当 $\sigma = 1$ 时，中心方向为 $(\Delta x, \Delta y, \Delta l, \Delta u, \Delta z, \Delta w)$ 所决定的方向，沿着中心方向，本算法的主要作用是改进解的可行性；当 $\sigma = 0$ 时， $(\Delta x, \Delta y, \Delta l, \Delta u, \Delta z, \Delta w)$ 所决定的方向称为仿射变换方向，沿着仿射变换方向，本算法的主要作用是改进解的最优化。
- 3、扰动因子 μ 的选择是原始-对偶内点法的一个关键点，应该让 μ 随收敛速度的变化而变化。本算法每次迭代将扰动因子更新为 $\mu = \sigma \cdot C_{Gap} / 2r$ ，以逐步改进解的最优化。

与传统障碍函数法不同的是，现代内点法是要解决如何减小扰动参数 μ ，而不是在每一个固定的 μ 下，让状态变量收敛到中心轨迹，然后人为的减小 μ ，转入下一步迭代。

可以证明，在现代内点算法中，扰动参数 μ 和衡量系统最优性的互补间隙

$$C_{Gap} = \sum_{i=1}^r (l_i z_i - u_i w_i) \quad (4-12)$$

之间存在确定的关系，互补间隙为零，意味着 KKT 条件满足。而只要 μ 选取满足

$$\mu < \frac{C_{Gap}}{2r} \quad (4-13)$$

就可以使互补间隙单调下降，从而使算法单调收敛到最优解。式中 r 为松弛变量维数。

这里，我们利用每次求得的互补间隙并应用中心参数 σ 的概念，令 μ 的表达式为：

$$\mu = \sigma \frac{C_{Gap}}{2r} \quad (4-14)$$

当 σ 的取值在 0~1 之间，就可以获得随迭代过程自动调整的 μ 。根据计算经验，尽管 σ 在相当大的取值范围内，算法均能很好的收敛，但一般中心参数取 0.1 或 0.05 即可在大多数场合获得比较好的收敛效果。

4.2.2 PDIPM 的潮流程序

综上所述，PDIPM 的算法结构概述如下：

Step 0: 初始化

设迭代标记单元 $k = 0$ ，最大迭代限制次数 $k_{max} = 50$ ，中心参数 $\sigma \in (0,1]$ ，允许误差 $\epsilon = 10E-6$ ，分别设置原始和对偶变量的初值： $[l, u]^T > 0$, $[z > 0, w < 0, y = 0]^T$

While ($K < K_{max}$) Do

Step 1: 计算互补间隙 C_{Gap}

$$C_{Gap} = e^T (LZ - UW)e$$

if ($C_{Gap} < \epsilon$)，输出最优解，停机。否则

Step 2: 由 C_{Gap} 和 σ 计算扰动参数 μ ， $\mu = \sigma \frac{C_{Gap}}{2r}$ ，式中， r 为松弛变量维数

Step 3: 求解修正方程 (4-10) 得系统的原始和对偶变量的修正值 $\Delta x, \Delta y, \Delta l, \Delta u, \Delta z$

和 Δw

Step 4: 分别在原始和对偶空间进行可行性检验，以确定原始和对偶步长：

$$step_p = 0.9995 \min \left\{ \min_i \left(\frac{-l_i}{\Delta l_i} : \Delta l_i < 0; \frac{-u_i}{\Delta u_i} : \Delta u_i < 0 \right), 1 \right\}$$

$$step_D = 0.9995 \min \left\{ \min_i \left(\frac{-z_i}{\Delta z_i} : \Delta z_i < 0; \frac{-w_i}{\Delta w_i} : \Delta w_i > 0 \right), 1 \right\}$$

Step 5: 更新原始和对偶变量

$$\begin{bmatrix} x \\ l \\ u \end{bmatrix}^{(k+1)} = \begin{bmatrix} x \\ l \\ u \end{bmatrix}^{(k)} + step_p \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta l \\ \Delta u \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} y \\ z \\ w \end{bmatrix}^{(k+1)} = \begin{bmatrix} y \\ z \\ w \end{bmatrix}^{(k)} + step_D \begin{bmatrix} \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta w \end{bmatrix}$$

$$k = k + 1$$

END DO

Step 6: 打印“迭代不收敛”，停机

4.2.3 PDIPM 算法的特点

原始一对偶内点算法 (PDIPM) 是 Karmarkar 内点法的改进和发展，具有多项式时间性、二次收敛性、对初始点不敏感等一系列良好的特性以及计算快速、鲁棒性好、处理病态问题能力强等优点，这使得 PDIPM 成为优化领域里的一把利器，对解决电力系统这样繁琐复杂的非线性规划问题具有广阔的应用前景。具体特点描述为：

- 1、基于扰动 KKT 条件的内点算法在处理大规模非线性规划问题时，较之基于对数障碍函数的内点算法更为有效。
- 2、算法具有多项式时间复杂性，计算时间对问题的规模不敏感，迭代次数不随问题规模的增大而显著增加。
- 3、对初始点的要求不严格，可以起始于可行域外部。
- 4、可以同时方便地处理等式和不等式约束条件，包括函数不等式和变量不等式以及两界约束。
- 5、修正方程的大小只取决于等式约束条件的数量，而与不等式约束条件无关。

也就是说，如果增加不等式约束条件，并不会增加修正方程的维数。

6、算法具有二次收敛性和良好的鲁棒性。沿着中心方向，算法可以快速地收敛到所设定的精度。

4.3 基于 OPF 的实时电价分解

4.3.1 引言

实时电价计算的作用主要有两个。首先是确定电力供应的边际价格，反映短期的生产成本和需求信息，从而引导用户合理用电、优化电厂出力和电网运营。其次是详细考察电力系统运行中各项物理参数、控制参数和人为操作对电力系统运行经济性的影响。

因此对计算实时电价的模型和算法相应有如下两个要求：模型要给出实时电价的分解公式；算法的性能尤其是计算速度要能满足实时计算的要求。分解模型中，有功和无功的价格可分别由其中一种参数代表，同时又可将它们分解到相应的辅助服务。由于现代内点算法在计算实时电价方面具有很大的潜力，尤其适合于分解模型，本文采用原始-对偶内点法（PDIPM）实现实时电价的分解。此算法在实时电价分解上的优势具体体现在：

- 1、PDIPM 本质上是 Lagrangian 函数、牛顿方法和对数障碍函数三者的结合。它不仅充分继承了牛顿法最优潮流的概念清晰、算法鲁棒性强、收敛速度快的优点，而且在处理不等式约束时将函数型不等式约束和变量型不等式约束一并处理，不需要利用额外的有效约束集确定程序，避免了牛顿法的缺陷。
- 2、PDIPM 中的对偶变量提供了丰富的经济信息，其值对应于相应约束的影子价格。
- 3、PDIPM 中对数障碍函数的引入使不等式约束作为软约束处理，从而使安全价格按指数规律变化，总体价格信号可保持平滑，避免了实时电价在安全临界点附近可能发生的剧烈波动。
- 4、实时电价分解模型中所需的数据均是 PDIPM 中各辅助变量，因此将 PDIPM 转换为定价工具的工作量非常小。

同时，实时电价的分解过程是一个精确的数学推导过程，据此推导可以清晰展现 λ_p 、 λ_q 在 OPF 中具有的重要作用，并可以明确表述 λ_p 、 λ_q 是最优潮流与经济调度相通性的关键所在，从而全面揭示其丰富的经济含义。

综上, 最优潮流适合于计算实时电价, 而现代内点算法与其他最优潮流算法相比, 不仅在算法性能上更具优势, 而且又能提供更为直观和丰富的经济信息。

4.3.2 实时电价分解模型

本章所提无功定价模型含有大量不等式约束, 采用原始-对偶内点算法借助互补条件处理不等式约束中引入的松弛变量, 从而形成无功定价 Lagrange 函数, 由此大大降低了系统对病态问题的敏感度。Lagrange 函数描述为:

$$\begin{aligned}
 L = & F - [\sum_{i=1}^{nb} \lambda_{pi} h_{pi} + \sum_{i=1}^{nb} \lambda_{qi} h_{qi}] + [\sum_{i=1}^{ng} z_{pi}(P_{gi} - l_{pi} - P_{gimin}) + \sum_{i=1}^{ng} w_{pi}(P_{gi} + u_{pi} - P_{gimax}) \\
 & + \sum_{i=1}^{ng} z_{qi}(Q_{gi} - l_{qi} - Q_{gimin}) + \sum_{i=1}^{ng} w_{qi}(Q_{gi} + u_{qi} - Q_{gimax}) + \sum_{i=1}^{nb} z_{vi}(V_i - l_{vi} - V_{vimin}) \\
 & + \sum_{i=1}^{nb} w_{vi}(V_i + u_{vi} - V_{vimax}) + \sum_{i=1}^{nsh} z_{qshi}(Q_{shi} - l_{qshi} - Q_{shimin}) + \sum_{i=1}^{nsh} w_{qshi}(Q_{shi} + u_{qshi} - Q_{shimax}) \\
 & + \sum_{i=1}^{nl} z_{hi}(P_h - l_{hi} - P_{himin}) + \sum_{i=1}^{nl} w_{hi}(P_h + u_{hi} - P_{himax}) \\
 & + z_r(\sum_{i=1}^{ng} R_i - l_r - R_{min})] - (\tilde{w}^T S_l + \tilde{z}^T S_u)
 \end{aligned}$$

对此函数做如下设定:

所有变量下限的松弛因子: $l = [l_p, l_q, l_v, l_{qsh}, l_l, l_r]^T$

所有变量上限的松弛因子: $u = [u_p, u_q, u_v, u_{qsh}, u_l, u_r]^T$

所有不等式约束下限部分对应的 Lagrange 乘子: $z = [z_p, z_q, z_v, z_{qsh}, z_l, z_r]^T$

所有不等式约束上限部分对应的 Lagrange 乘子: $w = [w_p, w_q, w_v, w_{qsh}, w_l]^T$

所有变量下限松弛因子对应的 Lagrange 乘子: $\tilde{z} = [\tilde{z}_p, \tilde{z}_q, \tilde{z}_v, \tilde{z}_{qsh}, \tilde{z}_l, \tilde{z}_r]^T$

所有变量上限松弛因子对应的 Lagrange 乘子: $\tilde{w} = [\tilde{w}_p, \tilde{w}_q, \tilde{w}_v, \tilde{w}_{qsh}, \tilde{w}_l]^T$

存在关系式: $\frac{\partial L(\cdot)}{\partial l} = z - \tilde{z} = 0$, $\frac{\partial L(\cdot)}{\partial u} = -w - \tilde{w} = 0$

因此有: $z = \tilde{z}, w = -\tilde{w}$

从经济意义出发, 各节点有功、无功实时电价等于最优解处各节点的拉格朗日乘子的值, 因此对实时电价的分解就是对拉格朗日乘子进行分解。

实时电价可以被视为节点注入对总生产费用的微增:

$$C_i^P = \frac{\partial F}{\partial P_i}$$

$$C_i^Q = \frac{\partial F}{\partial Q_i}$$

式中, C_i^P, C_i^Q 为节点 i 的有功、无功价格; F 为目标函数; P_i, Q_i 为节点 i 的有功、无功功率。

因此, 由 Lagrange 函数可得到所有节点的实时电价:

$$\begin{aligned} \rho_i^P &= \left. \frac{\partial L}{\partial P_i} \right|_* = \lambda_{pi} \\ \rho_i^Q &= \left. \frac{\partial L}{\partial Q_i} \right|_* = \lambda_{qi} \end{aligned} \quad (4-15)$$

对发电机节点, 还可以得到另外两式:

$$\lambda_{pi} = \left. \frac{\partial F(P_{gi})}{P_{gi}} \right|_* + z_{pi} + w_{pi} + z_r \frac{\partial \sum_{i=1}^{ng} R_i}{\partial P_{gi}} \quad (4-16)$$

$$\lambda_{qi} = \left. \frac{\partial F(Q_{gi})}{Q_{gi}} \right|_* + z_{qi} + w_{qi} \quad (4-17)$$

式中, *代表最优解点。

从系统角度看, 潮流平衡方程可写成:

$$\sum_{i \neq s} P_i + P_s = P_L$$

$$\sum_{i \neq s} Q_i + Q_s = Q_s$$

式中, $\sum_{i \neq s} P_i$: 表示除去平衡节点以外的其它节点处产生、或消耗的有功(显示为带负号的数值, 已包含在此公式里); P_s : 平衡节点处的有功; P_L : 有功网损。

定义:

$$X = [\theta_1, V_1, \dots, \theta_i, V_i, \dots]$$

$$\lambda = [\lambda_{p1}, \lambda_{q1}, \dots, \lambda_{pi}, \lambda_{qi}, \dots]$$

$$h = [h_{p1}, h_{q1}, \dots, h_{pi}, h_{qi}, \dots]$$

式中, $i=1,2,\dots,n$; $i \neq s$

对有功潮流平衡方程式求偏导有:

$$\frac{\partial P_L}{\partial X} = \frac{\partial(\sum_{i \neq s} P_i + P_s)}{\partial X} = \frac{\partial \sum_{i \neq s} P_i}{\partial X} + \frac{\partial P_s}{\partial X}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial X} = \sum_{i \neq s} \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \frac{\partial P_i}{\partial X} + \sum_{i \neq s} \frac{\partial P_L}{\partial Q_i} \frac{\partial Q_i}{\partial X}$$

将上两式合并且移项后有:

$$\frac{\partial P_s}{\partial X} = \sum_{i \neq s} \left(-1 + \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \right) \frac{\partial P_i}{\partial X} + \sum_{i \neq s} \frac{\partial P_L}{\partial Q_i} \frac{\partial Q_i}{\partial X}$$

将上式写成矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \frac{\partial P_s}{\partial \theta_i} \\ \frac{\partial P_s}{\partial V_i} V_i \\ \vdots \end{bmatrix} = J^T \begin{bmatrix} \vdots \\ 1 \cdot \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \\ -\frac{\partial P_L}{\partial Q_i} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad i=1,2,\dots,n; \quad i \neq s \quad (4-18)$$

式中, $J^T = (\dots, -\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i}, -\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i}, -\frac{\partial P_i}{\partial V_i} V_i, -\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} V_i, \dots)$

同理, 对无功有:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \frac{\partial Q_s}{\partial \theta_i} \\ \frac{\partial Q_s}{\partial V_i} V_i \\ \vdots \end{bmatrix} = J^T \begin{bmatrix} \vdots \\ 1 - \frac{\partial Q_L}{\partial P_i} \\ - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, n; i \neq s \quad (4-19)$$

为简化推导，将 Lagrange 函数方程写成：

$$L = F(P_g, Q_g, Q_{sh}) - \lambda^T h^T(X) + (z + w)^T g(X) + \sigma$$

式中， $\sigma = z^T(-l - \underline{g}) + w^T(u - \bar{g}) - (\bar{z}^T l + \bar{w}^T u)$

对 L 求偏导有：

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial X} &= \frac{\partial F}{\partial X} - \frac{\partial h^T}{\partial X} \lambda + \frac{\partial g^T}{\partial X} (z + w) = 0 \\ \lambda &= \left[\frac{\partial h^T}{\partial X} \right]^{-1} \left[\frac{\partial F}{\partial X} + \frac{\partial g^T}{\partial X} (z + w) \right] \\ &= \left[\frac{\partial h^T}{\partial X} \right]^{-1} \left[\frac{\partial F}{\partial P_s} \frac{\partial P_s}{\partial X} + \frac{\partial F}{\partial Q_s} \frac{\partial Q_s}{\partial X} \right] + \left[\frac{\partial h^T}{\partial X} \right]^{-1} \left[\frac{\partial g^T}{\partial X} (z + w) \right] \end{aligned} \quad (4-20)$$

因为 $\frac{\partial F}{\partial P_s}, \frac{\partial F}{\partial Q_s}$ 为标量，所以将 (4-18)、(4-19) 带入到 (4-20)，并按有功、无功分为两部分得到实时电价的分解形式 (4-21)、(4-22)，其中 J^T 与 $\left(\frac{\partial h^T}{\partial X} \right)^{-1}$ 相乘为 E 。

$$\lambda_{ps} = \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \right) \frac{\partial F}{\partial P_s} - \frac{\partial Q_L}{\partial P_i} \frac{\partial F}{\partial Q_s} - \sum_{j \in g_0} \frac{\partial g_j}{\partial P_i} (z_j + w_j) \quad (4-21)$$

$$\lambda_{qs} = \left(1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} \right) \frac{\partial F}{\partial Q_s} - \frac{\partial P_L}{\partial Q_i} \frac{\partial F}{\partial P_s} - \sum_{j \in g_0} \frac{\partial g_j}{\partial Q_i} (z_j + w_j) \quad (4-22)$$

若把式 (4-21)、(4-22) 代入到式 (4-15) 中，并将最后一项对有功、无功分别具体化得：

$$\rho_i^P = \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \right) \lambda_{ps} - \frac{\partial Q_L}{\partial P_i} \lambda_{qs} - \sum_{j=1}^l (z_j + w_j) \frac{\partial P_j}{\partial P_i} \quad (4-23)$$

$$\rho_i^q = -\frac{\partial P_L}{\partial Q_i} \lambda_{ps} + (1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}) \lambda_{qs} - \sum_{j=1}^l (z_j + w_j) \frac{\partial P_j}{\partial Q_i} - \sum_{j=1}^n (z_j + w_j) \frac{\partial V_j}{\partial Q_i} \quad (4-24)$$

式(4-23)、(4-24)为实时电价的分解形式另一种表达。

4.3.3 拉格朗日乘子的经济意义

拉格朗日乘子 λ_p 、 λ_q 分别对应由功率平衡方程式的不平衡扰动所导致的目标函数值的变化。在优化问题中，等式约束表示供需平衡，即节点 i 的有功出力和无功出力的微小变化所引起的系统总成本的变化。因提供了这种供求波动信息，所以可被理解为对应于节点功率注入的影子价格。因此用 λ_p 、 λ_q 分别作为有功和无功实时电价，具有充分的微观经济学依据。

式(4-16)、(4-17)代表发电机实际生产费用同对应实时电价的关联，体现出发电容量约束的作用。因此如果发电机解除其出力容量限制， $z_{pi}, z_{qi}, w_{pi}, w_{qi}$ 的值就代表系统收益。

式(4-21)、(4-22)可看作由三部分构成：系统电价、网损补偿费用和由系统运行工况决定的安全费用（主要对应不等式约束），因此 λ_p 、 λ_q 包含了电力系统运行的所有经济信息^[25]。

从 4.3.2 节推导过程多处可看出 λ_p 和 λ_q 表达式相似，二者关系可用彼此对对方网损的影响来表现，即 $\frac{\partial P_L}{\partial Q_i}, \frac{\partial Q_L}{\partial P_i}$ 。此影响在区域发电成本中可用来计算边际转运价格。

如果将式(4-21)、(4-22)变换为：

$$\lambda_{ps} = \frac{\partial F}{\partial P_s} = \frac{\lambda_{pi} + \frac{\partial Q_L}{\partial P_i} \frac{\partial F}{\partial Q_i} + \sum_{j \in S_0} \frac{\partial g_j}{\partial P_i} (z_j + w_j)}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \quad (4-25)$$

$$\lambda_{qs} = \frac{\partial F}{\partial Q_i} = \frac{\lambda_{qi} + \frac{\partial P_L}{\partial Q_i} \frac{\partial F}{\partial P_i} + \sum_{j \in S_0} \frac{\partial g_j}{\partial Q_i} (z_j + w_j)}{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}} \quad (4-26)$$

式中， $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}, \frac{\partial Q_L}{\partial P_i}, \frac{\partial P_L}{\partial Q_i}, \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}$ 为有功网损和无功网损的微增率， $\frac{\partial F}{\partial P_i}, \frac{\partial F}{\partial Q_i}$ 为平衡机有功无功耗量微增率。

在最优潮流的最优解处，有功网损和无功网损的微增率很小，对偶变量 z, w 的值也相对很小，因此由式(4-25)、(4-26)可知，各节点 λ_{pi} 和 λ_{qi} 在最优解处分别近似相等，且近似等于平衡机的耗量微增率。如果忽略此影响，可将式(4-25)、(4-26)写成：

$$\lambda_{ps} = \frac{\partial F}{\partial P_s} = \frac{\lambda_{pi} + \sum_{j \in S_0} \frac{\partial g_j}{\partial P_i} (z_j + w_j)}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \quad (4-27)$$

$$\lambda_{qs} = \frac{\partial F}{\partial Q_s} = \frac{\lambda_{pi} + \sum_{j \in S_0} \frac{\partial g_j}{\partial Q_i} (z_j + w_j)}{1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}} \quad (4-28)$$

式(4-27)、(4-28)是考虑安全约束的最优调度，类似于经典经济调度方程。在满足不等式约束（即忽略安全性）的情况下，退化成经典经济调度的协调方程式。可见考虑有功和无功生产费用一体化的最优潮流与经典经济调度具有异曲同工之效。

4.4 本章小结

本章对内点算法发展背景和历程做了一一介绍，针对现代内点理论中性能卓著的基于扰动 KKT 条件的原始-对偶内点算法，进行了原理分析和公式推导，阐述了算法流程和算法特点。鉴于现代内点算法具有强大的生命力和在计算性能上无与伦比的巨大优势，承接前文陈述，对实时电价进行详细分解，全面分析了 Lagrange 乘子 λ_p, λ_q 的经济意义，揭示出无功生产费用和经典经济调度的关联性。

第五章 无功实时电价仿真计算及分析

5.1 IEEE-14 系统仿真测试

5.1.1 系统结构和参数

IEEE-14 节点系统如图 5.1 所示，系统中有三台发电机，分别安装在 1、2、6 节点上。两台静止无功补偿器（SVC），安装在 3、8 节点上。系统中有三台有载调压变压器，其分接头分别在节点 4 和节点 5 一侧。其中节点 7 为三绕组变压器中的等效节点。

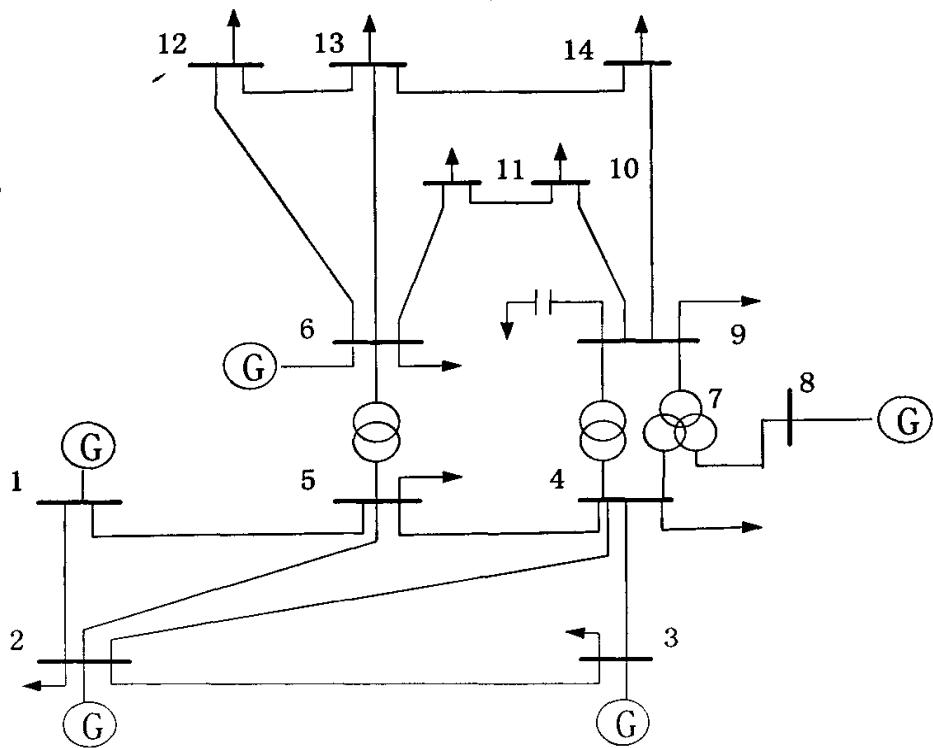


图 5.1 IEEE-14 节点系统

Fig 5.1 IEEE-14 bus system

本节发电机的额定视在功率 $S_{G_i,\max}$ 取 2.00(标幺值), 有功发电的利润率 k 取 0.06, 静止无功补偿器单位容量的投资成本 $I_{sh} = \$0.0589 / M \text{ var}\cdot hr$, 平衡节点设为 1 号节点, 发电机旋转备用约束的 $R_{\min} = 0.5$, $f_i = 0.3$ 。

系统中发电机经济参数和有功出力约束如表 5.1 所示; 无功源的节点电压和无功出力约束如表 5.2 所示; 线路阻抗如表 5.3 所示; 变压器数据如表 5.4 所示; 各节点的负荷如表 5.5 所示。

表 5.1 发电机经济参数和有功出力限制

Table 5.1 Economic parameters and active power generation limits of generators

节点	经济参数 a	经济参数 b	经济参数 c	有功出力下限	有功出力上限
1	105	2.45	0.005	0.50	2.00
2	44.4	3.51	0.005	0.20	1.00
6	40.6	3.89	0.005	0.20	1.00

表 5.2 无功源的节点电压和无功出力限制

Table 5.2 Bus voltage and reactive power generation limits of reactive power sources

节点	电压	无功出力下限	无功出力上限
1	1.060	-0.40	0.50
2	1.045	-0.40	0.50
3	1.010	0	0.50
6	1.070	-0.30	0.40
8	1.090	-0.30	0.45

表 5.3 IEEE-14 节点系统线路参数
Table 5.3 Line data of IEEE-14 system

支路	线路阻抗	1/2 充电电容	支路	线路阻抗	1/2 充电电容
1-2	0.01938+j0.05917	0.0264	6-13	0.06615+j0.13027	0.0000
1-5	0.05403+j0.22304	0.0264	7-8	0.00000+j0.17615	0.0000
2-3	0.04699+j0.19797	0.0219	7-9	0.00000+j0.11001	0.0000
2-4	0.05811+j0.17632	0.0170	9-10	0.03181+j0.08450	0.0000
2-5	0.05695+j0.17388	0.0173	12-13	0.22092+j0.19988	0.0000
3-4	0.06701+j0.17103	0.0064	13-14	0.17093+j0.34802	0.0000
4-5	0.01335+j0.04211	0.0000	14-9	0.12711+j0.27038	0.0000
6-11	0.09498+j0.19890	0.0000	10-11	0.08205+j0.19207	0.0000
6-12	0.12291+j0.25581	0.0000			

表 5.4 IEEE-14 节点系统变压器数据
Table 5.4 Translator data of IEEE-14 system

变压器编号	首末端号	变压器阻抗	变比(标幺值)
1	4-7	0.00000+j0.20912	0.978
2	7-9	0.00000+j0.55618	0.969
3	5-6	0.00000+j0.25202	0.932

表 5.5 IEEE-14 系统节点负荷数据
Table 5.5 Load data of IEEE-14 system

节点	有功负荷	无功负荷	节点	有功负荷	无功负荷
1	0.0000	0.0000	8	0.0000	0.0000
2	0.2170	0.1270	9	0.2950	0.1660
3	0.9420	0.1900	10	0.0900	0.0580
4	0.4780	-0.0390	11	0.0350	0.0180
5	0.0760	0.0160	12	0.0610	0.0160
6	0.1120	0.0750	13	0.1350	0.0580
7	0.0000	0.0000	14	0.1490	0.0500

5.1.2 安装 SVC 对无功实时定价的影响

电力系统各节点无功功率平衡决定了该节点的电压水平。由于当今系统中存在大量无功功率频繁变化的设备，同时又有大量对系统电压稳定性有较高要求的精密设备，因此迫切需要对系统无功功率进行补偿。

本节以 IEEE-14 节点系统为例，就目标函数中是否包含静止无功补偿器（SVC）资本成本所计算出的无功实时电价进行比较分析。

在潮流计算中将 SVC 看作并联在节点上的电容或电抗，处理为 PV 节点，向系统注入或吸收无功功率，其控制目标是支撑该节点电压幅值为 V_s 。当母线电压高于允许值时，SVC 相当于电抗器，从系统吸收无功功率；当母线电压低于允许值时，SVC 相当于电容器，向系统发送无功功率。图 5.2 表明：不仅安装 SVC 的 3、8 节点的无功电价有较大提高，其它节点处无功电价均有不同程度的提高。一方面，说明安装了 SVC 的节点用户不仅自身受益，而且邻近母线上的用户也因此共同受益。另一方面，稍高的无功电价促使消费者节约无功资源，鼓励无功生产者增加投资，缓解电力市场中无功缺额的紧张度。同时为系统的安全经济运行、无功补偿装置的确定、无功补偿点的选择提供正确的经济信号。另外，图中显示 1 号节点价格的涨幅很大，这说明在 3、8 节点安装静止无功补偿器后 1 号节点被分摊的费用较多，且其无功缺额较大，1 号节点可考虑下一步单独安装合适的无功补偿器，以更为优良的投资方式改善无功平衡状况。

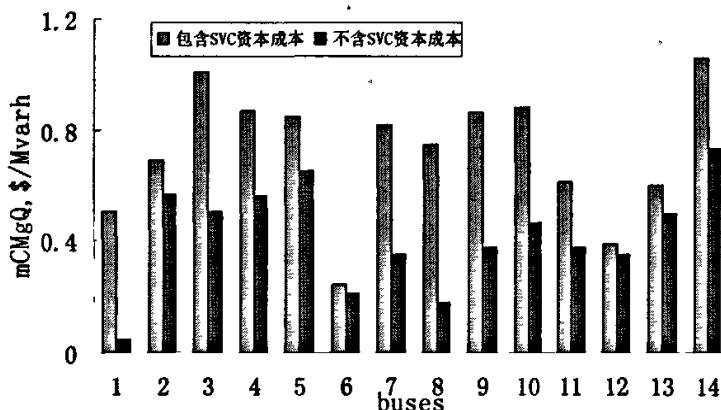


图 5.2 IEEE-14 系统各节点无功电价 $mCMgQ(\$/Mvarh)$ 与 SVC 的关系

Fig.5.2 Relationship of the $mCMgQ(\$/Mvarh)$ with SVC for IEEE-14 system

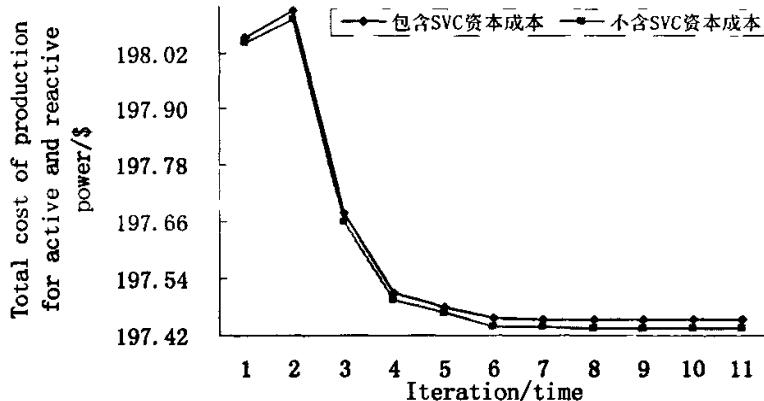


图 5.3 IEEE-14 系统目标函数

Fig.5.3 Objective functions of IEEE-14 system

图 5.3 曲线显示，安装 SVC 后，有功无功生产总成本仅有小幅提高，说明无功市场中的投资方只需额外付出较少成本，就可获得足够无功补偿，保证合适的电压利润，满足电压稳定需求。

5.1.3 针对不同负荷情况的无功实时电价分析

我国现行电价采用的负荷控制方法，多由电力局进行直接负荷控制。如：电力紧张或电力需求急剧增加时，供电局直接断掉一部分用户的负荷。由于用户缺乏电力供求信息，所以很难预知自身电力何时会被断掉。

目前有根据电价涨落情况安排生产的工作方式，其主要思想是将用电从电价高的时段转移到电价低的时段，尽量使生产成本达到最小，削峰填谷。同时把负荷从电力系统中转移到自己的备用发电机，必要时也可向系统送电。但是因为用户用电量的不同和在网络中所处地理位置不同，每条线路在同一时刻的线损和所需要的维护费不同，所以网络中不同用户在同一时刻的电价可能不同。相比而言，实时电价为发电方提供了一个较为严格的发电调度基础，因此本节就不同负荷情况对无功实时电价进行分析讨论很有必要。

表 5.6 基本负荷情况下 IEEE-14 系统发电机节点有功无功价格

Tab.5.6 Active and reactive power prices for generation buses of IEEE-14 system corresponding to base case operation condition

Gen.	Pg(MW)	Qg(Mvar)	Vg(v)	CMgP (\$/Mwh)	CMgQ (\$/Mvarh)
1	2.0000	0.1261	1.1000	34.8556	0.5073
2	0.4962	0.2699	1.0754	36.7509	0.6906
6	0.2000	0.1511	1.1000	37.7393	0.2431

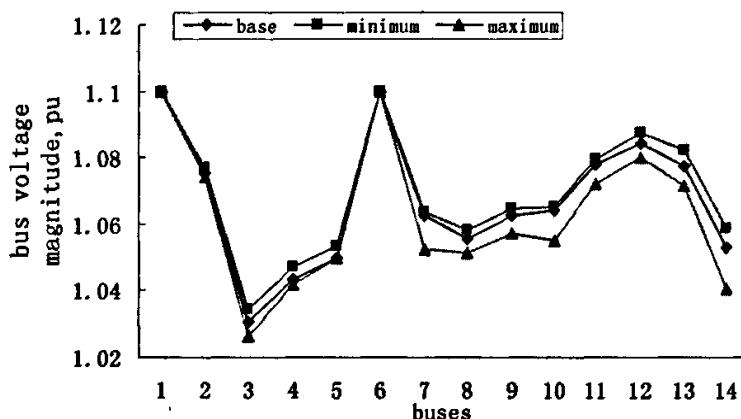


图 5.4 IEEE-14 系统各节点电压幅值与三种负荷情况的关系

Fig.5.4 Bus voltage magnitude profiles of IEEE-14 system for three load conditions

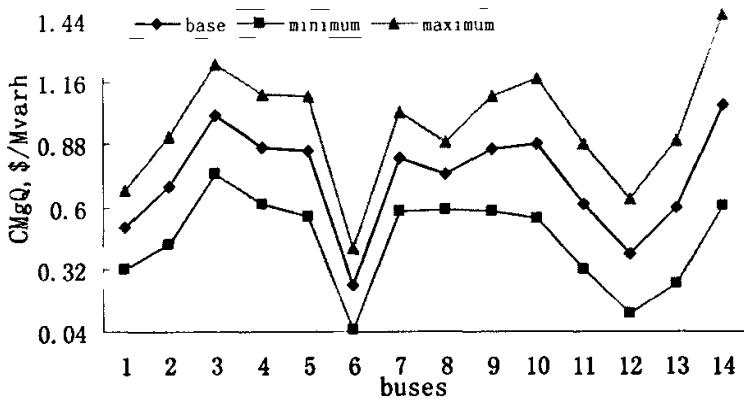


图 5.5 IEEE-14 系统各节点无功电价 $mCMgQ(\$/Mvarh)$

与三种负荷情况的关系

Fig.5.5 Reactive power marginal prices of IEEE-14 system for three load conditions

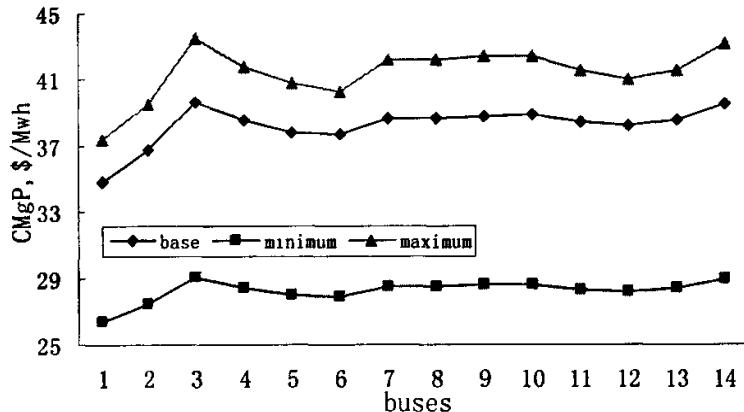


图 5.6 IEEE-14 系统各节点有功电价 $mCMgP(\$/Mwh)$

与三种负荷情况的关系

Fig.5.6 Active power marginal prices of IEEE-14 system for three load conditions

图 5.4~图 5.6 为 IEEE-14 节点系统的各节点电压幅值、无功边际价格和有功边

际价格的测试曲线。三种负荷情况为：基本负荷因数（base）1.0；最小负荷因数（minimum）0.75；最大负荷因数（maximum）1.25。

表 5.6 为运行于基本负荷时，IEEE-14 系统各发电机节点的有功无功功率值、电压幅值以及有功无功实时电价，用来协助三种负荷情况进行比较分析。由图 5.4 看出，在三种负荷情况下，各节点电压均满足本文所提模型电压约束，电压幅值上下波动较小，说明无功系统在较大负荷变化区域仍可保持良好的稳定性。其中，节点电压降低处说明相关无功补偿设备要投入运行。图 5.5 为三种负荷情况下各节点无功实时电价曲线。其中 3 号节点和 14 号节点在三种负荷下无功实时电价较高。可考虑若无功容量市场需求波动，需安装新无功源（如 SVC）时，可将无功实时电价作为安装的指示信号，据此节点电压曲线和电能质量都将得到增强。同时看出，负荷越大，无功电价也越高，投资利润较大。投资商可参照价格信号选择投资地址和设备容量。图 5.6 表明对于取决于电气距离的有功实时节点电价，若某负荷节点远离发电机，则该节点有功电价将上升。结合图 5.5 和图 5.6 看出，各节点有功电价差别较小，无功电价波动较大，因此可忽略无功功率生产费用，对有功定价子问题进行独立研究。另外，观察两图各节点无功、有功价格曲线的起伏涨落，发现所有节点电价形成的走势基本附和同起同落，说明无功实时电价是与为实现电力市场中最大经济效率和平滑操作而制定的有功实时电价同步发展的。

5.2 IEEE-4~IEEE-118 系统的仿真计算

无功实时电价是一个与时间和电力系统许多随机变量有关的函数。其分析是以电力系统瞬时供需平衡为依据，兼顾电力系统的安全运行，应用短期边际成本理论得出的价格理论。本节在更为广泛的系统 IEEE-4~IEEE-118 上，对本文所提无功定价模型做仿真测试，各系统价格曲线如图 5.7~5.11。目的是在电力市场实行实时电价后，用户可将电价作为反映供求状况的信号，自行决定用电时间，即实时电价起到转移控制权的作用。

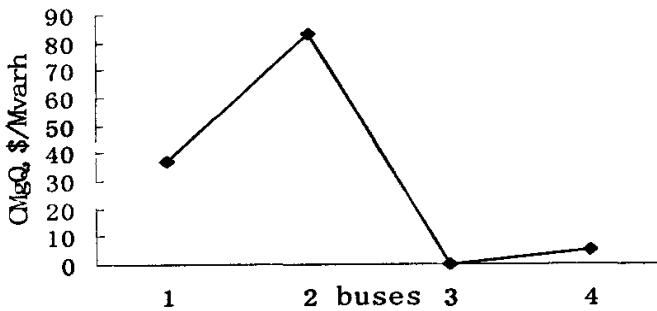


图 5.7 IEEE-4 节点系统的无功边际价格

Fig 5.7 Reactive power marginal price of IEEE-4 system

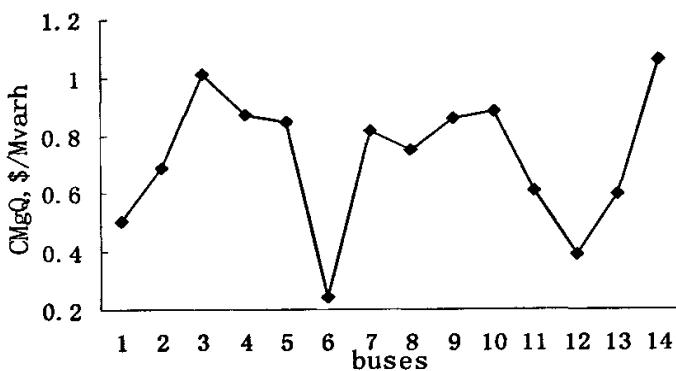


图 5.8 IEEE-14 节点系统的无功边际价格

Fig 5.8 Reactive power marginal price of IEEE-14 system

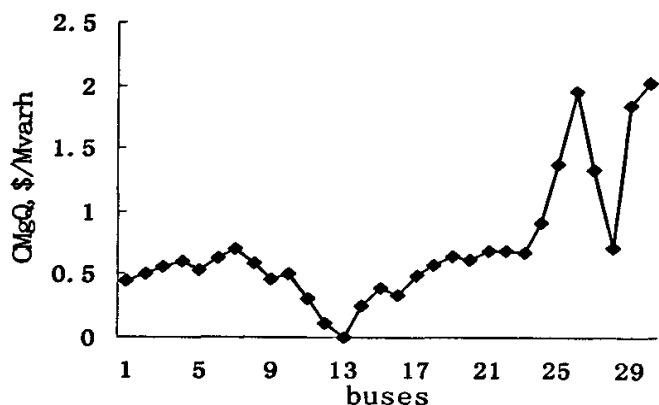


图 5.9 IEEE-30 节点系统的无功边际价格

Fig 5.9 Reactive power marginal price of IEEE-30 system

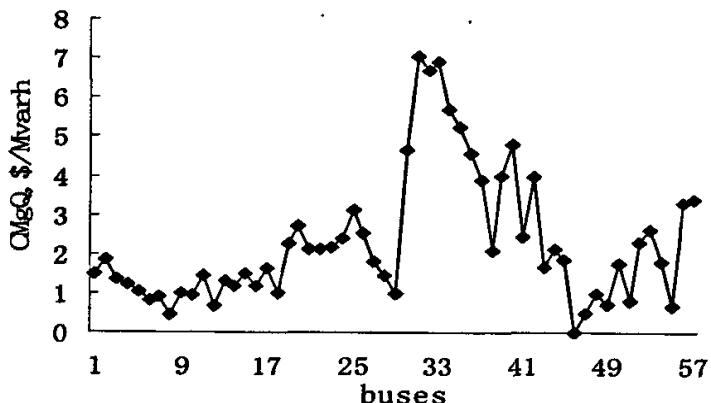


图 5.10 IEEE-57 节点系统的无功边际价格

Fig 5.10 Reactive power marginal price of IEEE-57 system

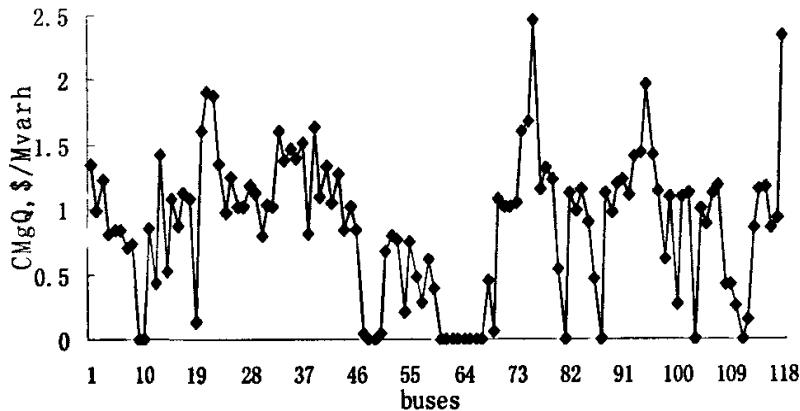


图 5.11 IEEE-118 节点系统的无功边际价格

Fig 5.11 Reactive power marginal price of IEEE-118 system

5.3 对 PDIPM 算法的评价

5.3.1 PDIPM 在 IEEE-14 系统上的性能验证

考虑到 Matlab 对矢量计算有较快的运算速度，本文编程语言采用 Matlab7.0，在 2.0GHz Pentium IV PC 的计算机上进行仿真试验。表 5.7 数据说明对于 IEEE-14 母线系统，应用 PDIPM 方法求解本文所提最优模型，程序各参变量稳步迭代并最终达到满意取值。

表 5.7 应用 PDIPM 测试 IEEE-14 系统的各参数迭代值

Tab.5.7 Every varieties of IEEE-14 system during iterations by applying PDIPM

迭代次数	扰动因子 Perturbed	对偶间隙 Compl.-Gap	最大不 平衡量	原始变量修正步长 Step-P	对偶变量修正步长 Step-D
			Max{dP,dQ}		
0	1.000e-001	080	1.250e+000	0.0000	0.0000
1	8.980e-002	7.184e+001	8.646e-002	0.9995	0.0010
2	2.200e-002	1.760e+001	1.893e-003	0.9995	0.8341
3	6.125e-003	4.900e+000	4.607e-003	0.9995	0.7999
4	6.857e-004	5.486e-001	3.525e-003	0.8089	0.9995
5	1.300e-004	1.040e-001	4.637e-003	0.9995	0.9149
6	2.543e-005	2.034e-002	3.605e-003	0.7767	0.9846
7	4.088e-006	3.271e-003	2.959e-004	0.9995	0.9995
8	7.043e-007	5.634e-004	1.657e-004	0.5266	0.9995
9	7.820e-008	6.256e-005	1.776e-006	0.9995	0.9995
10	7.869e-009	6.295e-006	5.149e-007	0.9995	0.9995
11	7.926e-010	6.340e-007	1.697e-007	0.9995	0.9995

5.3.2 PDIPM 在 IEEE-4~IEEE-118 系统上的比较测试

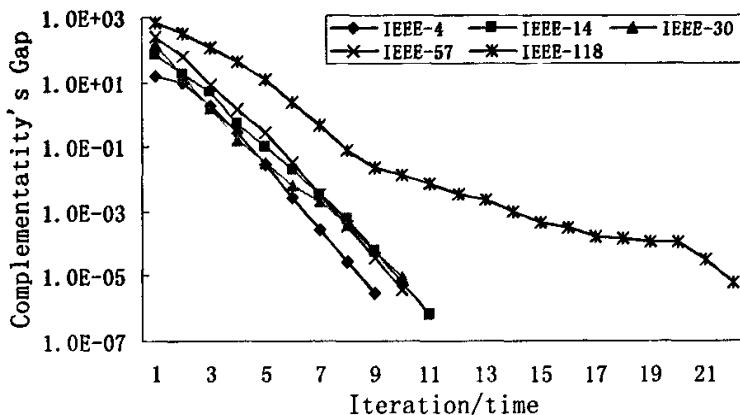
为了全面评估第三章提出的基于现代内点算法的电力市场无功定价模型，本节在 IEEE-4, -14, -30, -57, -118 五个系统上，从收敛时间、迭代次数、互补间隙和目标值在迭代过程中的走势图四个方面验证并诠释对 PDIPM 的性能。

从表 5.8 数据发现：算法收敛到最优点所需最大迭代次数为 22 次，最小次数为 9 次。随着系统规模的增大，收敛所需的迭代次数也相应增加，但增加的幅度并不大，说明该算法对系统规模的不敏感性。

表 5.8 无功定价模型的迭代次数与 CPU 时间

Tab.5.8 Iteration of reactive power pricing mode/CPU time(s)

测试系统	IEEE-4	IEEE-14	IEEE-30	IEEE-57	IEEE-118
迭代次数/ 次	9	11	10	10	22
CPU-time/s	0.07	0.26	0.6	1.452	17.925

图 5.12 IEEE-4,-14,-30,-57,-118 系统互补间隙，
与迭代次数的关系Fig.5.12 Relationship of the iteration with complementarity's gap
for IEEE-4, -14, -30, -57, -118 systems

在最优化理论中，互补间隙是现代内点算法的一个重要性能指标，通常以互补间隙是否达到给定精度要求作为算法收敛的标志。当互补间隙趋于零，解趋于最优。互补间隙趋于零的速度越快，表明该算法的收敛性就越好。

图 5.13、5.15、5.17、5.19、5.21 给出了 IEEE-4~IEEE-118 系统测试过程中互补间隙的变化情况。图 5.12 是上述 5 个系统迭代过程中互补间隙变化情况的集中对比体现。可见随着系统规模的不断增大，互补间隙单调收敛到几乎近于零的状态，证明

系统找到了最优解，同时其下降的速度也是非常令人满意的。由此说明内点算法单调快速的二阶收敛特性，以及对系统规模的不敏感性和相当强健的数值稳定性。

另一方面，对于 IEEE-118 系统来说，平均每次迭代时间不到 0.82 秒，整个迭代过程不足 18 秒，因此完全可以用于在线计算。这一点也进一步证实了本文所提无功实时定价模型在电力市场中的适用性和可行性。

图 5.14、5.16、5.18、5.20、5.22 为 IEEE-4~IEEE-118 系统目标函数随迭代次数的变化曲线。由图看出，在保证系统稳定、满足电网网络约束条件的同时，各个母线系统的目标函数值曲线迅速收敛并最终趋于一个稳定值，得到一个实际可行的解。这说明目标函数在迭代过程中得到良好的优化，验证了用原始-对偶内点法（PDIPM）求解基于最优潮流的无功定价问题是行之有效的。

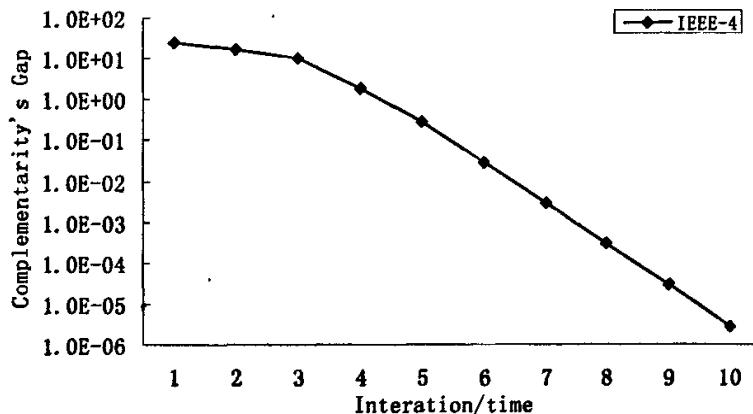


图 5.13 IEEE-4 节点系统的收敛曲线

Fig 5.13 The curve of complementary gap for IEEE-4 system

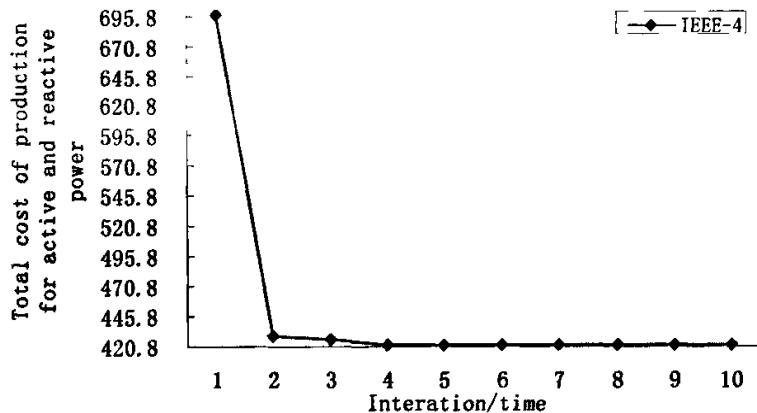


图 5.14 IEEE-4 系统有功无功生产总成本

Fig 5.14 Total cost of production for active and reactive power on IEEE-4 system

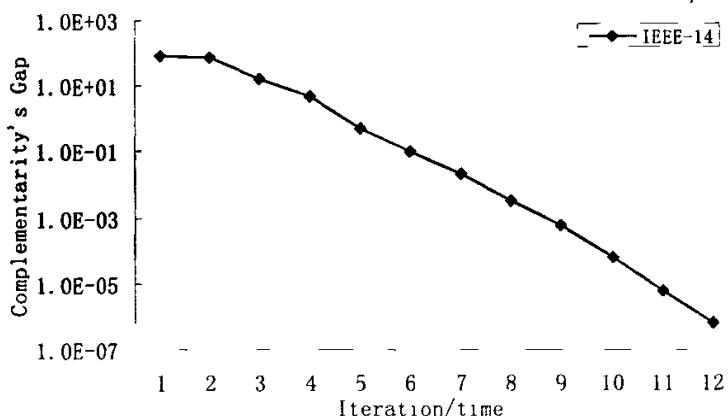


图 5.15 IEEE-14 节点系统的收敛曲线

Fig 5.15 The curve of complementary gap for IEEE-14 system

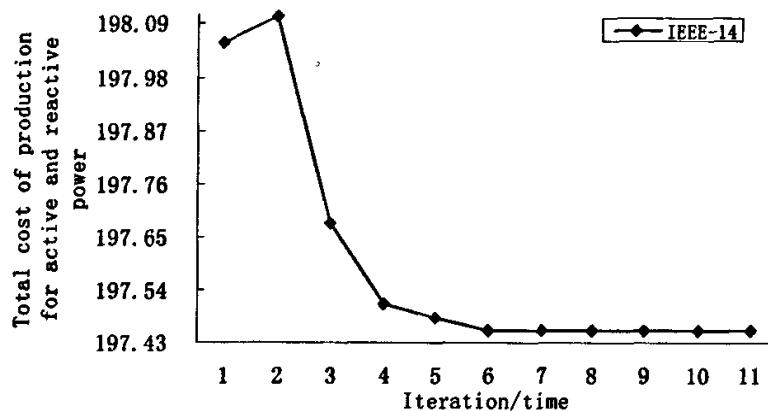


图 5.16 IEEE-14 系统有功无功生产总成本

Fig 5.16 Total cost of production for active and reactive power on IEEE-14 system

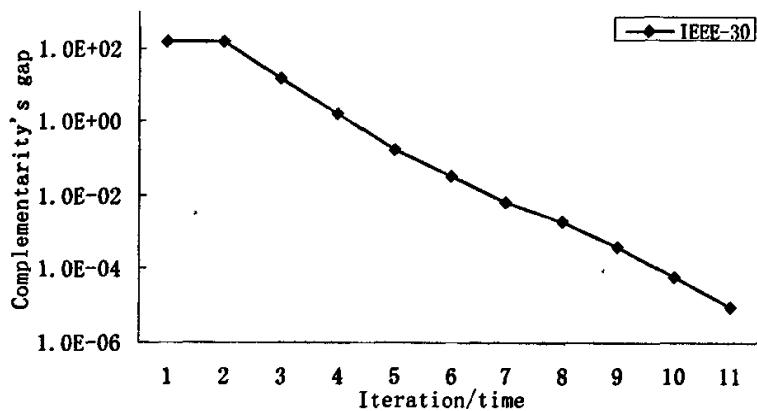


图 5.17 IEEE-30 节点系统的收敛曲线

Fig 5.17 The curve of complementary gap for IEEE-30 system

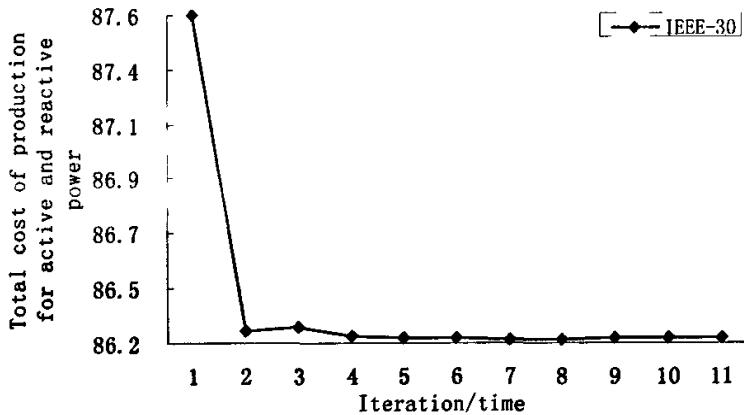


图 5.18 IEEE-30 系统有功无功生产总成本

Fig 5.18 Total cost of production for active and reactive power on IEEE-30 system

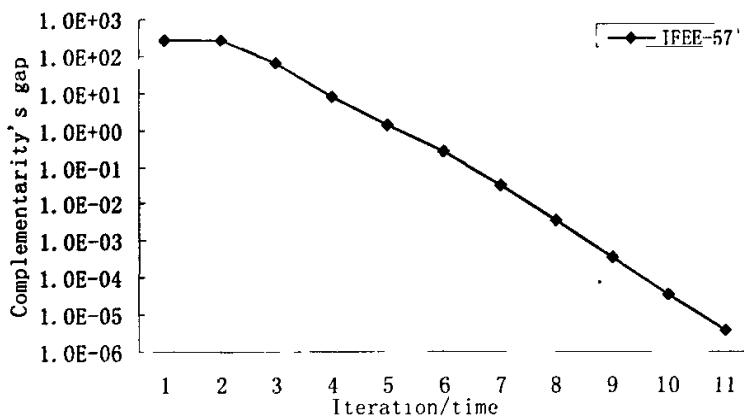


图 5.19 IEEE-57 节点系统的收敛曲线

Fig 5.19 The curve of complementary gap for IEEE-57 system

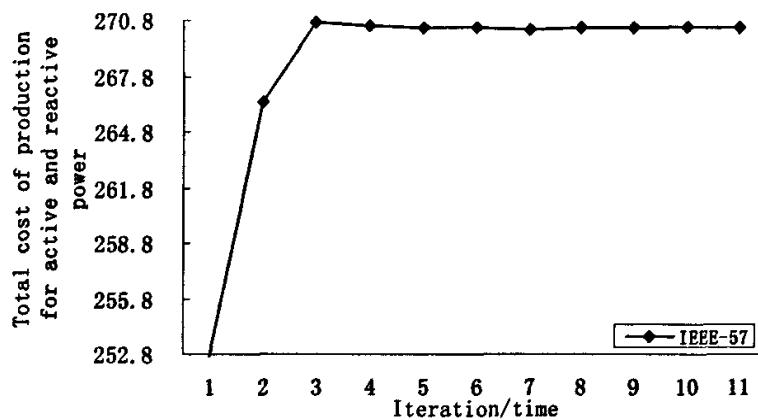


图 5.20 IEEE-57 系统有功无功生产总成本

Fig 5.20 Total cost of production for active and reactive power on IEEE-57 system

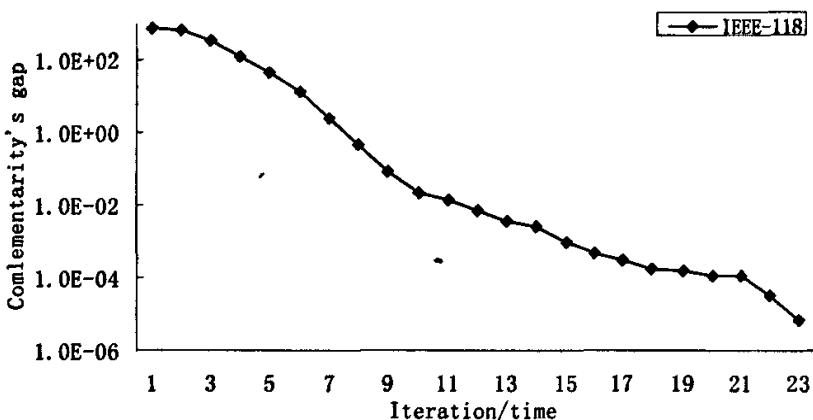


图 5.21 IEEE-118 节点系统的收敛曲线

Fig 5.21 The curve of complementary gap for IEEE-118 system

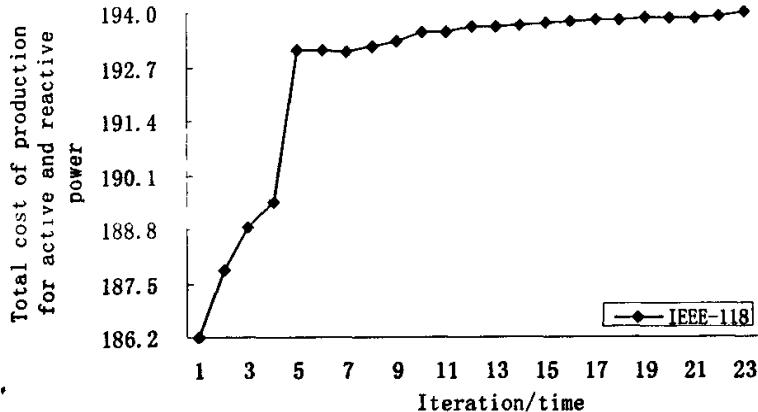


图 5.22 IEEE-118 系统有功无功生产总成本

Fig 5.22 Total cost of production for active and reactive power on IEEE-118 system

5.4 本章小结

本章针对基于 OPF 的电力市场无功实时定价问题进行多个角度的数字仿真实验。主要分两大部分：一是对本文所提无功实时定价模型的可行性的验证；二是对采用原始-对偶内点法求解最优潮流问题所展现的相当强健的数值稳定性和快速收敛性的验证。

为更具说服力，本章在详细分析 IEEE-14 系统仿真数据的同时，针对 IEEE-4, -14, -30, -57, -118 五个系统的测试结果进行综合对比分析。结果表明：所提无功定价模型是切实可行的，算法是行之有效的。

第六章 结论与展望

6.1 本文工作总结与结论

百余年来，电力工业的生产规模不断扩大，能源资源利用水平不断提高。随着国家垄断经营体制的瓦解，市场有序竞争机制的兴起，在近半个世纪，电力市场的蓬勃发展使电力工业在新的健康环境下焕发了前所未有的活力。本文从电力市场谈起，讨论了无功辅助服务特点、电价机制和无功定价策略的制定，继而引出本文重点所在——基于最优潮流的电力系统无功定价研究。

本论文核心部分是应用现代内点最优化理论，提出新的基于 OPF 的无功实时电价模型。针对不同负荷情况，在 IEEE-4~IEEE-118 母线系统进行全面的数据仿真实验，结果表明：

- 1、引入 SVC 得到的无功实时电价，为电力系统的用户和分配者提供了关于无功使用和无功源花费与价值的更为经济的实时信息，为电力系统的安全经济运行、无功补偿装置的确定、无功补偿点的选择提供正确的经济信号。
- 2、就不同负荷情况的讨论结果说明：本文所提无功定价模型当无功系统在较大负荷波动区域内变化时，仍可保持良好的稳定性。投资商可参照此价格信号选择投资地址和设备容量。仿真结果同时也揭示出无功实时电价是与为实现电力市场中最大经济效率和平滑操作而制定的有功实时电价同步发展的。
- 3、采用原始-对偶内点法（PDIPM）求解无功定价数学模型，程序各参变量稳步迭代并最终达到满意取值。并且随着系统规模的不断增大，互补间隙快速单调收敛到零附近。由此说明原始-对偶内点法单调快速的二阶收敛特性，以及对系统规模的不敏感性和相当强健的数值稳定性，具有良好的鲁棒性以及合理的计算时间。
- 4、对实时电价进行分解，使 Lagrange 乘子 λ_p 、 λ_q 的经济意义一目了然，进一步论证了用 λ_p 、 λ_q 分别作为有功和无功实时电价，具有充分的微观经济学依据。分解过程全面体现出其中丰富的经济内涵，揭示出实时电价、经济调度以及最优潮流在理论上具有同根同源性。

6.2 展望

实时电价反映了短期的生产成本及用电信息，从而指导系统提供优化发电的依据。发电厂可根据供电状况随时调整自身发电量；同时可使用户合理用电，便于互联电网间的电力贸易。

但是，不可否认，电力市场诸多方面亟待改革，无功市场的电价究竟最终如何制定还在不断深入和广泛的讨论中。因此，还有很多需要进一步考虑的工作，诸如：

- 1、实时电价在反映长期投资状况时显露的缺陷，启发研究人员应逐步考虑多种方法综合使用，并进一步考虑影响无功电价的因素，如负荷的不确定性、投标策略的不确定性，从而使无功定价模型更趋完善。
- 2、无功源费用函数的误差会使计算出的无功电价可能偏离实际，有失合理性。对于无功生产和维护成本以及发电机无功功率的机会成本，需要有更精确的模型。
- 3、现实的无功市场中要反映可变成本以实现经济调度；要考虑输电约束影响因素以反映线损；要提供新增装机和备用容量的经济价值信号，以实现装机最小成本计划(LCP)。因此全面的无功电价问题应需整合区域特征和输电投资。
- 4、在开放性电力市场环境下，用户以自身利益最大化为目标，必然会根据电力调度中心发布的实时电价，改变其用电量，而用电量的变化又会反过来导致实时电价的变化。因此要考虑电价和用电量之间存在着动态均衡的相互作用。
- 5、确保在线运行的实用性和灵敏度，基于 OPF 外网等值、离散控制变量的处理，系统电压安全性保证，响应时间要求等瓶颈问题还有待进一步研究。

参考文献

- [1] Trehan, N.K. Ancillary service-reactive and voltage control. Proc. IEEE PES, Vol. 3, 2001, pp.1341-1346.
- [2] 曾鸣, 赵庆波。电力市场中的辅助服务理论及其应用。北京:中国电力出版社, 2003。
- [3] 曾鸣, 孙昕, 张启平。电力市场交易与电价理论及其应用。北京:中国电力出版社, 2003。
- [4] M.L.Baughman, S.N.Siddiqi. Real Time Pricing of Reactive Power: Theory and Case Study Results. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.6, No.2, Feb. 1991, pp. 23-29. 226-232.
- [5] N.Dandachi, M.Rawlins, O.Alsac, M.Prais, and B.Stott. OPF for Reactive Pricing Studies on the NGC System. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No.1, Feb. 1996, pp.
- [6] 杜松怀, 温步瀛, 蒋传文。电力市场。北京:中国电力出版社, 2004。
- [7] 曹海龙。基于潮流跟踪的无功能电价研究。哈尔滨工业大学, 硕士学位论文, 2001。
- [8] Federal Energy Regulatory Commission: 'Notice of proposed rulemaking: Docket RM95-8-000'. Congressional Record, March 29, 1995.
- [9] 谢开, 于尔铿, 刘广一, 宋永华。电力市场中的输电服务(三)——无功管理与定价。电网技术, Vol.21, No.5, May. 1997.
- [10] 张粒子, 郑华。区域电力市场电价机制。北京:中国电力出版社, 2004。
- [11] F.C.Schwepp, M.C.Caramanis, R.D.Tabors and R.E.Bohn. *Spot Pricing of Electricity*, Kluwer Academic Publishers, 1988.
- [12] D.Ray and F.Alvarado. Use of an engineering model for economic analysis in the electric utility industry. Presented at the Advanced Work-shop on Regulation and Public Utility Economics, May 25-27, 1988.
- [13] J.Zhong, K.Bhattacharya. Reactive Power Management in Deregulated Electricity Markets-A Review. IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Newyork, 2002.
- [14] D.Chattopadhyay, K.Bhattacharya, J.Parikh. Optimal Reactive Power Planning and its Spot-Pricing: An Integrated Approach. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No.4, Nov. 1995, pp. 2014-2020.
- [15] Geerli, R.Yokoyama, L.Chen. Negotiation Models for Electricity Pricing in a Partial Deregulated Electricity Market. IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Washington, 2000.
- [16] S.Hao, A.Papalexopoulos. Reactive Power Pricing and Management. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No.1, Feb. 1997, pp.95-104.
- [17] S.N.Siddiqi, M.L.Baughman. Reliability Differentiated Pricing of Spinning Reserve. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No.3, Aug. 1995, pp.1211-1218.

- [18] M.L.Baughman, S.N.Siddiqi, J.W.Zarnikau. Advanced Pricing in Electrical Systems Part I: Theory. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No.1, Feb. 1997, pp.489-495.
- [19] M.L.Baughman, S.N.Siddiqi, J.W.Zarnikau. Advanced Pricing in Electrical Systems Part II: Implications. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No.1, Feb. 1997, pp.496-502.
- [20] J.Y.Chi, S.Rim, J.Park. Optimal Real Time Pricing of Real and Reactive Powers. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.13, No.4, Nov. 1998, pp.1226-1231.
- [21] John W.Lamont, Jian Fu. Cost Analysis of Reactive Power Support. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.14, No.3, Aug. 1999, pp.890-898.
- [22] Y.Dai, Y.X.Ni, F.S.Wen, Z.X.Han. Analysis of Reactive Power Pricing under Deregulation. IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, Washington, 2000.
- [23] A.A.El-Keib, X.Ma. Calculating Short-Run Marginal Costs of Active and Reactive Power Production. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.12, No.2, May. 1997, pp.559-565.
- [24] Tengshun Peng and Kevin Tomsovic. Congestion Influence on Bidding Strategies in an Electricity Market. IEEE Transaction on Power Systems, VOL.18, No.3, AUGUST 2003, 1054-1061.
- [25] K.Xie, Y.H.Song, J.Stonham, E.K.Yu, G.Y.Liu. Decomposition Model and Interior Point Methods for Optimal Spot Pricing of Electricity in Deregulation Environments. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No.1, Feb, 2000, pp.39-50.
- [26] Kankar Bhattacharya, Jin Zhong. Reactive Power as an Ancillary Service. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 16, No.2, May. 2001, pp.294-300.
- [27] Shangyou Hao and Fulin Zhuang. New Models for Integrated Short-Term Forward Electricity Markets. IEEE Transaction on Power Systems, VOL.18, No.2, MAY 2003, 478-485.
- [28] Shangyou Hao. A Reactive Power Management Proposal for Transmission Operators. IEEE Transaction on Power Systems, VOL.18, No.4, NOVEMBER 2003, 1374-1381.
- [29] A.M.Breipohl. Electricity Price Forecasting Models. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2002.
- [30] Tong Wu, Mark Rothleder, Ziad Alaywan, Alex D.Papalexopoulos. Pricing Energy and Ancillary Services in Integrated Market Systems by an Optimal Power Flow. IEEE Transaction on Power Systems, VOL.19, No.1, FEBRUARY 2004, 339-347.
- [31] Syed Ahmed, Groan Strbac. A method for Simulation and Analysis of Reactive Power Market[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15(3).1047~1052
- [32] Victor M.Dona, Andres N.Paredes. Reactive Power Pricing in competitive electric markets using the transmission losses function. 2001 IEEE Porto Power Tech Conference 10th~13th September. Porto, Portugal.
- [33] 赵晋泉, 侯志俭, 吴际舜。新的基于最优潮流的有功无功一体化实时电价模型及算法。上海交通大学学报, Vol.33, No.12, Dec. 1999。

- [34] 温步瀛, 周峰, 程浩忠, 黄晓旭. 电力市场条件下无功发电成本研究. 电力自动化设备, Vol.22, No.2, Feb. 2002.
- [35] 戴彦, 倪以信, 文福拴, 韩祯祥. 电力市场下的无功电价研究. 电力系统自动化, Mar.10,2000.
- [36] 戴彦, 倪以信, 文福拴, 韩祯祥. 基于潮流组成分析及成本分摊的无功功率电价. 电力系统自动化, Sep.25,2000.
- [37] 张粒子, 李亚男, 李国辉, 杨以涵. 发电侧电力市场无功定价方法探讨. 中国电力, Vol.35, No.1, Jan. 2002.
- [38] 王志毅, 李乃若. 电力市场中无功平衡与无功定价的探讨. 山西电力, Vol.99, No.4, Aug, 2003.
- [39] 吴国丙, 任震, 祁达才. 电力市场环境下的无功服务及成本分析. 继电器, Vol.30, No.8, Aug.15, 2002.
- [40] 任震, 吴国玥, 黄雯莹. 电力市场中计算输电电价的一种新方法. 中国电机工程学报, Vol.23, No.1, Jan. 2003.
- [41] 任震, 吴国玥, 黄雯莹. 电力市场中输电问题的研究. 电力系统自动化, Vol.27, No.1, Jan.10, 2003.
- [42] 孔飘红, 刘俊勇. 发电侧无功成本与定价研究. 全国高等学校电力系统及其自动化专业第十九届学术年会论文集, 2003.
- [43] 孔飘红, 刘俊勇. 基于统一优化补偿的无功电力市场. 全国高等学校电力系统及其自动化专业第十九届学术年会论文集, 2003.
- [44] 蒋志平, 邹云. 电力市场下的无功定价. 全国高等学校电力系统及其自动化专业第十九届学术年会论文集, 2003.
- [45] 赵连生. 电力价格设计——边际成本定价理论的应用. 北京: 水利电力出版社, 1992.
- [46] M.J.Rider, V.L.Paucar. Application of a nonlinear reactive power pricing model for competitive electric markets. IEE Proc-Gener.Transm.Distrib, VOL 151, No.3, May 2004, 407-414.
- [47] G.A.Angelidis, A.D.Papalexopoulos. On the Operation and Pricing of Real-Time Competitive Electricity Markets. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2002.
- [48] D.R.Bobo, D.M.Mauzy, F.J.Trefny. Economic Generation Dispatch with Responsive Spinning Reserve Constraints. IEEE Transactions on Power Systems, Vol.9, No.1, Feb. 1994, pp.555-559.
- [49] 王锡凡, 方万良, 杜正春. 现代电力系统分析. 北京: 科学出版社, 2003.
- [50] Habib Rajabi Mashhadi, Hasan Modir Shanechi, Caro Lucas. A New Genetic Algorithm with Lamarckian Individual Learning for Generation Scheduling. IEEE Transaction on Power Systems, VOL.18, No.3, AUGUST 2003, 1181-1186.
- [51] D I Sun, B Ashley, B Brewer, et al. Optimal power flow by Newton approach. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol.103, No.10, pp.2864-2880, 1984.
- [52] H.Wei. An Application of Interior Point Quadratic Programming Algorithm to Power

参考文献

- SystemOptimization Problems. IEEE Transaction on Power System, Vol.11, No.1, February, 1996, 260-266.
- [53] James A.Momoh. The Quadratic Interior Point Method Solving Power System Optimization Problems. IEEE Transaction on Power Systems, Vol.9, No.3, August 1994, 1327-1336.
- [54] H.Wei, H.Sasaki, J.Kubokawa and R.Yokoyama. An Interior point nonlinear programming for optimal power flow problems with a novel data structure. IEEE Power Industry Computer Applications Conference 1997, IEEE, Piscataway, NJ, USA, 97CB36013, pp.134~141.
- [55] Margaret H. Wright. The Interior-Point Revolution in Constrained Optimization. The First Pacific Rim Conference on Mathematics, Hong Kong, 19th~23th January, 1998.
- [56] N. Karmarkar. A New Polynomial Algorithm in Linear Programming. Combinatory, Vol.4, pp.373-395, 1984.
- [57] 刘明波, 王晓村。内点法在求解电力系统优化问题中的应用综述。电网技术, Vol.23.No.8, August 1999, 55-58。
- [58] R.H. Byrd, J.C. Gilbert, and J. Nocedal. A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming. Mathematical Programming, 2000, 89 : 149-185.
- [59] M. Ulbrich, S. Ulbrich and L. N. Vicente, A Globally Convergent Primal-Dual Interior-Point Filter Method for Nonlinear Programming , Technical Report TR00-12 , Department of Computational and Applied Mathematics, Rice University, Main Street, Houston, USA, 2000.
- [60] Torres G L, Quintana V H. Optimal Power Flow by a Nonlinear Complementarity Method. IEEE Trans on Power Systems, 2000, 15(3): 1028-1033.

致 谢

感谢我的导师韦化教授！从我走进西大第一天开始，无论是基础课程的学习，还是论文课题方向的研究，韦老师都给予我很好的引导和极大的关注。他活跃的思维、敏锐的洞察力、渊博的学识和正直诚恳的为人处世作风使我耳濡目染，他不断进取的探索精神激励着我不畏艰难、认真努力地完成论文课题的研究。在我迷茫和彷徨时，是韦老师耐心的开导我，鼓励我，肯定我，为我一次次燃亮希望之灯。回首三年里，他时常教我做人的道理、做事的精神和处世的态度，这些都是我一生莫大的财富！在此，我向韦老师致以最崇高的敬意和深深的感谢！

感谢电气学院的老师们！在研究生学习期间，他们对我的谆谆教导和辛勤培养使我获益匪浅。他们对工作的兢兢业业和勤勤恳恳更令我铭心刻骨。

时至今日，课题的研究顺利完成，这其中点滴的成果和收获，都离不开最优化研究室的各位师兄师姐以及同学好友在学习和生活上对我的关心、支持和帮助，在此我对他们表示诚挚的谢意！

感谢我的父母！他们一直是我强大的精神支柱。他们淳朴的话语、坚定的目光和温暖的信任一路陪伴我走过风风雨雨，渡过坎坎坷坷。感谢他们对我始终如一的支持和爱护，感谢他们让我拥有了世上最珍贵的幸福！

=====

声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师指导下，独立进行研究工作所取得的成果。尽我所知，除文中已经注明引用的内容外，本学位论文的研究成果不包含任何他人享有著作权的内容。对本论文所涉及的研究工作做出贡献的其他个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

签 名：_____ 日 期：_____

附 录

需要说明的两个问题。

一、多项式时间算法

多项式时间算法是在二十世纪六十年代提出来的。当运用一个算法求解问题时，评价这个算法性能优劣的重要指标就是计算量。如果所需计算量太大，在计算机上实现就会产生困难，计算量的多少与问题的规模大小有关。不管针对何种问题，以及彼此差别有多大，其问题的大小都可采用输入量描述。把一个问题的数据输入时所需的二进制代码的长度 L 称为输入长度（也称为问题规模）。如果用一个算法解一种问题时，在最坏的情况下需要的计算时间不超过输入长度的某个多项式所确定的数值 $P(L)$ ，则称这个算法是解决这种问题的多项式时间算法。如果某算法的计算量是问题规模的指数函数 α^n ，则说明计算量随着问题规模的扩大呈指数增长。这样的算法就不能称之为好算法。

二、二次收敛性

对于一种迭代过程，要考虑一种收敛速度，即在接近收敛的过程中迭代误差的下降速度。这就涉及到二次收敛性的概念。

二次收敛性定义为：设迭代过程 $x_{k+1} = \varphi(x_k)$ 收敛于方程 $x = \varphi(x)$ 的根 x^* ，如果迭代误差 $e_k = x_k - x^*$ 当 $k \rightarrow \infty$ 时，成立下列渐近关系式 $e_{k+1} / e_k^P \rightarrow C$ ($C \neq 0$ 为常数)，则称该迭代过程是 P 阶收敛的。特别的， $P=1$ 称为线性收敛， $P>1$ 称为超线性收敛， $P=2$ 称为平方收敛，即二次收敛。

在学期间发表的学术论文与研究成果

- [1] 刘悦, 韦化. 基于最优潮流的电力系统无功定价研究——兼论实时电价分解及 λ_p 、 λ_q 乘子的经济意义. 中国高等学校电力系统及其自动化专业第 21 届学术年会, 2005. 11
- [2] 刘悦, 韦化. 基于 OPF 的实时无功电价及其分析. 继电器, 已录用
- [3] 广西科学自然基金项目(桂科自 0249009)