

摘 要

本文主要研究了含柔性固体物料的两相流动,建立了其两相流动方程;研究了泵送两相流体时的性能变化的原因,并给出了预测性能变化的方法;从理论和试验两个方面研究了前伸式双叶片污水泵的设计和性能特点,并对该型泵叶轮内的固液两相流动进行了数值模拟。所做的创新性工作和得到的结论如下:

(1) 由于柔性物料与刚性固体不同,不但可以平动和转动,还会变形,因此分析其在液体中流动的难度增加。本文在简单介绍颗粒性固体物料两相流动方程后,采用拉格朗日法分析物体运动中的变形,给出了变形判别数 G_f ,得出了对于柔性固体物料,变形判别数 $G_f \neq 0$;在此基础上,建立了其考虑时间和空间效应的一般性本构方程,并讨论了不同的本构方程的近似;给出了两流体模型的含柔性固体物料的两相流动瞬时局部方程。基于体积平均法,分析了应力张量和界面动量的传递,并对系数的选取进行了讨论,对稀相柔性固体物料的两相流动,忽略其碰撞项,建立了两相湍动方程,为稀相柔性固体物料的两相流动分析计算提供了理论基础和计算模型。

(2) 为了探讨泵在输送固液两相流体时的性能变化,从叶轮内部流动分析的角度,分析了固体在叶轮中的受力情况和流动速度等,并通过对不同密度下的叶轮内两相流动速度三角形分析,指出无论是 $\rho_s > \rho_f$,还是 $\rho_s < \rho_f$ 时,固体相的圆周速度均小于液体相的圆周速度。因此,当泵输送两相流体时,相同流量下泵的扬程低于输送单相液体时的扬程。

(3) 收集了所能找到的相关文献中所有的泵在输送固液两相介质时的性能,根据这些数据,应用多元线性回归分析的方法得出了扬程降的公式。为了确定得到的公式精度,将根据得到的公式进行预测的预测值和各试验值、其他公式的预测值进行比较,结果表明本文计算公式的总体精度要高于其他计算公式的精度。且从公式的形式上来说,与以往的计算公式不同,在公式中考虑了叶轮的典型特征。

(4) 讨论了泵在输送两相流体时的功率、效率变化情况,推荐了计算功率、

效率变化的公式。

(5) 基于一元理论, 研究了前伸式双叶片污水泵的水力设计, 指出在双叶片条件下, 滑移系数大大增加, 因而其出口直径和叶片宽度应在一般离心泵的基础上稍微加大。指出在叶片型线设计时, 需要注意叶片前后盖板流线的包角差值和叶片前后盖板流线冲角的大小。对于蜗壳的水力设计, 指出基圆直径应比一般离心泵的要大, 喉部面积也宜相应加大。结合一个具体的实例, 说明该型泵的设计方法和特点, 并在同样的叶轮轴面图情况下, 分别设计了叶片型线不同的两个叶轮。

(6) 结合 CFD 软件对所设计的两个叶轮进行了流动模拟。在流场求解的过程中, 采用标准 $k-\varepsilon$ 模型、SIMPLE 算法、壁面函数等方法。分析了流场计算的结果, 在流场计算的基础上进行了叶轮扬程和水力效率的预测。

(7) 对设计的两个不同叶轮进行了水力性能试验和通过性能试验, 得到了两个叶轮及三次切割进口边后的扬程、效率、功率曲线和两个叶轮及第 3 次切割进口边后的固体颗粒、纤维的通过性能情况。水力性能试验结果表明: 两种设计在规定点的性能参数均超过 JB/T8857-1999《离心式污水潜水电泵 型式与基本参数》标准的要求, 其中一个叶轮对应的泵效率已经十分接近一般清水泵。但是两个不同的叶轮对应的泵相比, 同样的轴面几何参数, 不同的叶片型线, 效率差别显著。叶片进口边切割的试验表明: 叶片后盖板流线前伸, 对叶轮的水力性能影响不大。通过性试验表明: 前伸式双叶片结构可以提高叶轮的固体颗粒通过能力和抗缠绕能力。

(8) CFD 计算的结果和实际结果相比, CFD 计算的结果要偏高, 但是在同一叶轮的扬程和效率曲线的趋势上, 在不同叶轮性能的对比上, CFD 计算的结果是可信的, 与试验结果基本一致, 因此 CFD 技术可以作为叶轮优化水力设计的一个有力工具。

(9) 通过分析, 得出前伸式双叶片污水泵具有好的通过性能的原因在于: ① 两叶片结构叶轮使得其固体颗粒通过能力优于一般污水泵。② 叶片前伸, 可以稍微提高叶轮进口处中心的压力, 可以使叶轮进口处中心区域湍动也比周围区域要强烈, 这两个原因使得叶片的抗缠绕能力提高。③ 叶轮叶片进口边与叶轮前后盖

板的夹角发生变化，与一般叶轮有显著的区别，钝角不易形成流挂，因此前伸式双叶片表现出更好的抗缠绕能力。

(10) 选择混合模型对前伸式双叶片污水泵进行了两相流动计算。计算过程中为了更好地得出流动变化的情况，采用了网格自适应技术。计算时边界条件定义为：速度进口和自由出流出口；对于固体壁面边界，液体相壁面处默认为无滑移边界条件，固体相给出了速度变化的公式。计算得到了两相混合物的压力分布、液体和固体相流动速度分布、液体和固体相湍动能分布以及固体相的流动轨迹。与单相液体的流场计算结果比较表明，在输送两相流体时地扬程要低于输送单相流体时的扬程；在叶轮进口轮毂处，湍动最为激烈，纤维性物料在这里难于形成流挂，有利于纤维性物料的通过。

关键词：柔性固体物料，变形，两相流动方程，扬程降，前伸式双叶片污水泵，水力设计，通过性能，数值模拟

ABSTRACT

The deformable solid two-phase flow, the performance changes of sewage pump delivering solid two-phase fluid, the design and performance characteristic of forward-extended double blade sewage pump were studied in this paper. By using of Lagrange method, it analyzed deformability of deformable solid and gave out the general constitutive equation of deformable solid. The turbulent equations for sparse deformable solid two-phase flow were developed. Analyzing experiment data from almost all related public literatures, it gave out the formulation to prediction the performance change of sewage pump delivering solid two-phase fluid. It also studied the performance characteristic of forward extended double blade sewage pump and its hydraulic design in the view of theory and experiment. Finally the two-phase flow within the impeller of forward-extended double blade sewage pump was stimulated. The main works are as following:

(1) The main difference between deformable solid and other solid is that it not only moves, but also deforms while flowing. So it is difficult to describe its movement. After simply introducing the equations of particle solid two-phase flow, the paper focused on the deformable solid two-phase flow. By using of Lagrange method, the paper analyzed deformability of deformable solid and gave out the differentiating number G_r . The general constitutive equation of deformable solid considering time effect and spatial effect was developed, then its approximate constitutive equation was discussed. Transient local equations for deformable solid two-phase flow based on two-fluid model were developed. Neglecting collision item, analyzing the stress and the momentum transfer of the interface, the volume averaging turbulent equations for sparse deformable solid two-phase flow was given out which can be applied to numerical stimulation of this type of two-phase flow.

(2) For the purpose of studying the performance change of pump delivering solid two-phase flow, the velocity and stress of two-phase flow within impeller were analyzed. It concluded that whether the density of solid is larger than liquid or not, V_s of solid phase is smaller than that of liquid phase, and the total head of pump when delivering two-phase flow is smaller that when delivering single liquid phase at the same flow rate.

(3) The data concerned with performance changes of pump delivering solid

two-phase fluid from almost all the public literatures was concentrated. According to the data, the formulation on the head reduce of pump delivering solid two-phase was developed by using multiple variable linear regressive method. The difference between the formulation and others is that it considers the effect of pump typical configuration. The calculation results of the formulation and other formulations, the test results were compared. It illustrates that the formulation of this paper is more accurate than others.

(4) The power and efficiency change of pump delivering solid two-phase fluid were discussed. Formulations for predicting the power and efficiency change were recommended.

(5) Based on the one dimension theory, it studied the hydraulic design of forward-extended double blade sewage pump. In the case of double blades, the slipping coefficient of impeller is much larger than general centrifugal impeller. So the diameter and breadth of impeller should be augmented. Attention should be paid to the deference of wreathing angle and stagger angle between the two streamlines of back shroud and forward shroud. As for the hydraulic design of volute, its basic circle and tip area may be larger than others. As an example, two different hydraulic designs of this kind of impeller with the same axial section and different streamlines of blade for the same performance parameters were given out to show the specialty of its design.

(6) The flow within the two designed impeller was stimulated with standard $k-\varepsilon$ model, SIMPLE arithmetic and standard well function. Analyzing the simulation result, the head and efficiency of impeller were predicted

(7) By the test of hydraulic performance and the passage capacity, the performance curves (head, efficiency and power curve), the capacity of particle solid and fiber of the two different impeller and impeller of which the blade inlet even three times incised were gained. The hydraulic test shows that the performance of two different impellers meet the requirements of standard JB/T8857-1999 《centrifugal sewage submersible pump model and performance parameters》, the efficiency of one of them is very close to general water pump. But the efficiency of two impelles is obviously different, forward extending inlet of blade has little influence on the hydraulic performance. The passage capacity test shows that impeller with double forward-extended blades features better capability for particle solid to pass and better anti-winding ability.

(8) Compared the result of numerical simulation of the flow within impeller with the test result, it concluded that the result of numerical simulation is some higher, but the both

are consistent in the view of changing trend of performance curve for the same impeller and the compare of the performance of different impeller. So numerical simulation is reliable to some extent, and is helpful for optimizing hydraulic design of pump.

(9) The reasons for better passage capability of forward-extended double blade sewage pump are that: (a) with double blades, the larger tunnel of impeller avail for particle solid to pass through. (b) Forward extending blade can slightly enhance the center pressure and turbulence of impeller inlet. Then the anti-winding ability is improved. (c) The angle between the inlet of blade and shroud is obviously different from other centrifugal impeller, which enhance its anti-winding ability.

(10) Simulating the solid-liquid two-phase flow within the double forward-extended double blade impeller with mixture model. For bettering calculation, self-adapting technology was used. The boundary condition defined as following: Velocity inlet and outflow, non-slip well boundary for liquid phase but velocity formulation coming from literatures concerned well boundary for solid phase. The pressure distribution of the mixture, the velocity distribution and the turbulent kinetic energy distribution of liquid phase and solid phase, the track of solid phase flow were given out. The calculating result shows that the total head of forward-extended double blade sewage pump delivering the mixture of solid-liquid two phase is lower than delivering liquid single phase, the turbulent kinetic energy in the vicinity of inlet hub of impeller is large which is helpful for fiber to pass the impeller.

Key words: deformable solid, deformation, two-phase flow equation, performance change, forward-extended double blade impeller, hydraulic design, passage capacity, numerical simulation

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，同意学校保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权江苏大学可以将本学位论文的全部内容或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

保 密 ☐，在 年解密后适用本授权书。

本学位论文属于

不保密 ☒。

学位论文作者签名：

王佳

指导教师签名：


施卫东

2008 年 6 月 16 日

2008 年 6 月 16 日

独 创 性 声 明

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立进行研究工作所取得的成果。除文中已注明引用的内容以外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的作品成果。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

日期： 2008 年 6 月 12 日

第1章 绪论

1.1 泵内固液两相流动及国内外的研究状况

1.1.1 固液两相流动理论的研究概况

两相流动是在流动系统中存在着两相或者两组分间的动态相互作用的流动，两相间有质量和能量的传递，也可能伴随着化学反应。与单相流动相比，两相流动要复杂得多，一方面由于两相流每相各有一组流动参数，描述运动的变量几乎增加一倍，另一方面在于各相的体积浓度、分散相颗粒的大小、各相的物理性质（密度、粘度等）及相间的相对速度都可以在很大范围内变化，这些都可以引起流动性质和流动形态的变化。因此，不同类型的流动必须用不同的方法处理，这也增加了两相流动理论的难度。此外，两相流动的关键，也是最困难的问题还在于相间界面的存在，各相运动参数在界面上发生跳跃，通过界面各相间进行质量、动量、能量的传递。

两相流动涉及的范围非常广泛，具体对固液两相流动来说，理论也是多种多样的。从对流体中单颗粒运动的描述到高浓度颗粒的流化床理论，甚至到颗粒碰撞作用占优势的颗粒流和多孔介质理论等，都属于固液两相流动理论的范畴。通过多年来的努力，固液两相流动的理论已经初步建立并在不断的完善。

对于颗粒性的两相流动，不管是稀疏还是稠密颗粒相，不管是颗粒之间有无碰撞，理论上研究的成果都很多。关于稀疏颗粒的两相流动的研究成果，有两个很好的例子，一个是 Tchen 的关于小颗粒在均匀湍流中运动和扩散的理论，另一个是 Einstein 的有效粘性理论，详细的内容可见 Happel 等^[1]、Batchelor^[2]、Leal^[3]的论述。对于稠密颗粒相，颗粒之间的碰撞是经常发生的，颗粒的运动是随机的微观运动，这方面早期的理论有 Jackson^[4]、Murry^[5] 等的著作，80 年代 Ogawa^[6]、Homsy^[7]等人的论述，以及近年来王长安^[9]的研究等。多孔介质理论也可以看作一种两相流动理论，这个理论开始于 Darcy(1856)，随后从各个不同的角度得到了发展，其理论可以参考 Scheidegger 的相关文献。

两相流系统可以采用宏观和微观两种方法来进行研究，相应的理论分别叫做两相流的连续介质模型和微观运动模型。而两相流理论创立至今主要采用宏观的

方法，宏观的连续介质模型又可以分为三类：（1）分流模型，主要用来描述分层流动和环状流等有明显的分界面的流动。（2）两相流体模型，把两相流体中的各相都假设为连续介质，它们同时充满整个流场，各相流动参数在相交界面上发生间断，通过相界面各相产生质量和能量的传递。（3）扩散模型，也就是单流体模型，均匀流是其特例，其方法是假定相互作用的两相构成了一种新的流体且连续充满整个流场，对混合物以一种参数进行描述，相间的参数用扩散方程进行联系。两相流的微观方法的运动模型，相应于单相流动时的气体分子运动论，把固体相的一个个颗粒看成是类似于气体分子运动论中的相应的分子，用 Boltzmann 方程描述；对流体相可以有两种不同的考虑，即用分子或者连续介质模型描述。

运动模型从微观方面入手，可以给出流动最详细的细节，但是物理和数学上的描述更为困难，对连续介质模型来说，尽管连续介质只是一种假设，但是实践证明在很多的工程应用上是有效和可靠的。

两相流理论系统的发展，始于 20 世纪 50 年代，在两流体模型方面比较有影响的文献有：Marble^[12]、Buyevich 和 Shchelchova^[13]、Dobran^[14]、Ahmadi^[15]、Fan^[16]等，扩散模型比较有影响的有文献有：Trusedell^[17]、Nunziato^[18]、McTigue^[19]、Atkin^[20]等。两流体模型湍流方程，不同研究者采取了不同平均方法，这些方法有：统计平均法、体积平均法、时间空间结合的平均法、广义函数法、雷诺平均法等，各种平均方法虽然差别很大，但是得到的平均方程有许多共同的地方或者基本一致。

1.1.2 固液两相流泵的研究概况

（1）固液两相流泵简介

固液两相流泵是泵送含固体物的液体介质的设备，从工作原理来看，有叶片式和容积式两种，广泛应用于冶金、矿山、污水处理、市政工程、建筑、造纸，化工流程、电力煤炭等部门。

容积式固液两相流泵基本工作原理是利用泵腔液体体积的周期性变化来实现固液两相混合物的输送，而叶片式固液两相流泵的基本工作原理是通过旋转的叶片对固液两相混合物做功，提高其能量以达到输送的目的。由于工作原理的不同，容积式固液两相流泵可以输送固体物含量较高的两相介质及流动性不好的非牛顿流体，而叶片式固液两相流泵一般用来输送固体物含量较低的两相介质。表 1-1

说明这两种泵运行性能的区别。

表 1-1 容积式、叶片式固液两相流泵运行性能比较

	输送固体物的体积比	运行的稳定性
容积式固液两相流泵	高	压力脉动大，流动不稳定，振动噪音大
叶片式固液两相流泵	一般较低	运转平稳，振动噪音小

一般来说，常见的固液两相流体中固相物的浓度都不是太高，所以叶片式固液两相流泵比较常见，也是这些年来发展最快的泵，所以，本文主要讨论叶片式固液两相流泵。

固相物的大小、形态、密度以及浓度是千差万别的，因而叶片式固液两相流泵也就有各种各样的结构和形式。一般可以根据其输送固体的成分和大小，分为如下三类：

1. 污水泵。主要用于输送污水、粪便、纸浆、工业废水、纤维等。输送纸浆的泵也叫纸浆泵；

2. 渣浆泵。主要是指泥浆泵和砂泵，广泛用于冶金、矿山、煤炭、电力等行业输送尾矿、精矿、废渣、煤泥等。火电厂用来输送灰渣的泵一般也叫灰渣泵，选煤厂用的渣浆泵有时也叫矿浆泵；

3. 泥泵。泥泵主要用于江河湖海的挖泥和疏浚，用来输送砂石、泥土和杂草等，一般要求有较大的通过能力。

当然，固液两相流泵也可以根据其他的分类方法进行分类，如根据过流部件的材料，可以分为金属泵（如高 Cr 铸铁、硬镍）和非金属泵（衬胶泵、陶瓷泵等）；根据其耐腐蚀性能也可以分为普通型和耐腐蚀型等。

（2）固液两相流泵正问题的研究

两相流泵正问题的研究主要包括流动理论、泵内固体颗粒运动规律、数值模拟与流场测试外特性研究等方面的内容。

流动理论方面。在两相流条件下，因为惯性力不同，固液两相各以不同的速度运动。只有根据两相流的速度场来设计泵的叶型和流道才能有效地转换能量和降低磨损。但泵内的流态十分复杂，即使清水也无法用纯数学的方法求解，对于两相流困难更大。到目前为止，还没有建立一个公认的数学方程式^[46]。70 年代中期，蔡保元教授首先提出了两相流理论及设计原理，即相对堵塞和相对抽吸理论：

当固体速度小于水流速度时（例如在叶轮进口），固相对水流产生相对堵塞效应；反之产生相对抽吸作用（例如在叶轮出口），给出了畸变方程和输运方程^[41]。这个理论开创了固液两相流宏观研究的新局。80 年代末，许洪元教授提出了固液两相流速度比理论^[39]，即：离心泵中两相流动属于分离流动，在流道的不同部位，固体颗粒的受力不同，固液两相间的速度比发生变化，使两相流体的浓度比随之变化，由此得出了固液速度比方程，并给出了叶轮几何参数的计算公式。

研究水泵叶轮内固体颗粒运动规律对两相流泵设计有着重要的指导意义。30 年前国外就有学者采用高速摄影技术拍摄叶轮中固体颗粒运动轨迹，此后这方面的研究时有报道。苏波隆用高速摄影机拍摄叶轮中颗粒分别为 8-10 mm 的沙砾和 1-2 mm 的沙子的运动轨迹，沙利亚分别于 1975 年和 1983 年利用高速摄影技术得到了固体颗粒的运动轨迹。板谷树用高速摄像机分别拍摄了叶轮中颗粒为 5.19 mm、0.82 mm、12.75 mm 的玻璃球的运动轨迹，并用 Lagrange 法进行理论计算，发现在该粒径范围内，质量对运动轨迹几乎没有影响。国内自 20 世纪 80 年代后期以来，清华大学、西安交大、浙江大学先后开始涉及这一课题研究。朱金曦、赵敬亭在文献[49]中用有限元法和差分法分别计算了叶轮 S_1 流面速度场及叶轮内固体颗粒的运动轨迹，得出的结论与苏波隆相同。许洪元等利用高速摄像机，分别采用豆类($d=4\text{mm}$ 、 6mm 、 8mm)、玻璃球($d=4\text{ mm}$ 、 6 mm 、 8 mm)、钢球($d=6\text{ mm}$ 、 12 mm)、石子 ($d=1\text{-}2\text{mm}$ 、 5mm)，对不同的叶片形状在不同转速下进行试验，得出的结论与沙利亚 1975 得出的结论相同^[71]。魏进家也对闭式离心叶轮内颗粒运动轨迹做了试验研究，给出了叶轮内两相流运动中颗粒平均速度分布和浓度分布以及颗粒在叶道内的运动轨迹^[51]。从目前发表的资料来看，对离心泵内颗粒运动的实验和数值计算存在三种不同结论：①颗粒质量越大，其运动轨迹越偏离叶片工作面，该观点被较多学者认同；②颗粒质量越大，其运动轨迹越靠近叶片工作面，支持该观点的学者不多；③颗粒质量对其运动轨迹影响不大，支持该观点的学者极少。虽然这些观点都有一些理论与实验基础，但结论却不一样，这主要与实验者现有的实验条件、理论简化以及缺乏对实际液流流场分析有较大差异有关。由于旋转机械中颗粒运动轨迹非常复杂，现有的模型实验与真实情况还有一定差距，因此对这方面的研究有待深入。

数值模拟与流场测试。数值模拟方法是研究水力机械的有力工具。随着计算

机技术、流动模型以及计算方法的不断完善,数值计算的结果越来越准确,因此也越来越受到人们的重视。目前对固—液两相流数值模拟是通过建立两相流模型来封闭 $N-S$ 方程,然后通过离散求解方程得到流场。固—液两相流的数值模拟有两种方法,即 Euler 法和 Lagrange 法。流动模型从刻画的尺度及属性上区分主要有两大类模型。第一类是把颗粒作为拟流体,认为颗粒与流体是共同存在相互渗透的连续介质,两相同在 Euler 坐标系处理,即连续流体模型,这是目前在两相流动研究领域中使用最为广泛的一种方法。如果颗粒相只被处理成一相的话,常常又被称为双流体模型。该模型分为两类:第一类是把流体当作连续介质,颗粒被视为离散体,在 Euler 坐标系下考察流体相的运动,在 Lagrange 坐标系下研究颗粒群的运动,即颗粒群轨道模型。第二类模型是液体拟颗粒模型,该模型不仅将宏观离散颗粒当成离散相处理,还将连续的液体也采用拟颗粒性质的流体微团来处理。

国内对污水泵内部流场的研究主要集中在颗粒运动规律的数值模拟与试验研究上。彭维明^[52]等第一次用 Euler-Lagrange 模型,结合雷诺输运定律,计算了水涡轮机械中轴对称的固液两相流,得出了颗粒从叶轮进口到出口的速度分布。朱金曦用有限元法对离心泵叶轮 S_I 流面流动进行了流场计算,在此基础上用拉格朗日法计算颗粒的轨迹,计算结果与实验结果吻合。刘小兵等人用双方程湍流模式对一水轮机蜗壳中含沙水流及磨损分布进行了模拟,其预测结果与实验结果较为一致^[53]。阎超等人采用 $k-\varepsilon$ 模型和 $k-\varepsilon-A_p$ 模型,并用 Simple 算法对离心泵叶轮内稀释固液两相流动进行了数值模拟,模拟结果:①在固体相浓度 $C<10\%$ 情况下,颗粒对流速影响不大,对压力分布有影响;②在叶轮出口,颗粒相对速度大于液体相对速度,这与流场测量结果相吻合^[54]。王宏等采用目前流行的贴体坐标变换技术,采用有限体积法对水轮机叶轮内的固液两相流进行了数值模拟,模拟结果与水轮机实际磨损破坏部位完全相符^[4]。袁寿其^[56]等针对无堵塞泵内部流动特点,选用颗粒拟流体 $k-\varepsilon-A_p$ 模型模拟两相湍流运动,模拟结果揭示了无堵塞泵叶轮内部流动特征:前盖板吸力面区域存在射流-尾流区;颗粒相相对速度方向比液体相更加靠近叶片工作面;固相和液相之间存在速度滑移。此外,戴江、吴玉林也对叶轮中两相紊流进行了模拟,得出了固液相间滑移速度,这对了解叶轮中固液两相的速度场及其差别有着很大的意义^[57]。

如果说数值模拟技术和真实流场还有一定差距,那么流场测试是反映真实流场最直接最可靠的方法,目前所有的数值模拟都需要流场测试来验证与实际流场的符合程度。流场测试主要是测量泵内部的速度场和压力场,而对两相流泵的测试主要是测量泵内颗粒平均速度分布和浓度分布以及颗粒在叶道内的运动及速度分布。目前,探针、热线等常用的流场测量方法已不适用于两相流场测量,而非接触测量方法例如 LDV, PDPA, PIV 和高速摄像技术则在两相流动测量中得到广泛应用。近年来,越来越多的人对高速旋转泵叶轮内的颗粒运动及分布进行了研究,例如赵敬亭^[58]和戴江^[59]、许洪元^[63]、魏进家^[60]用高速摄影对离心泵叶轮的固液两相流进行了研究,得到了叶轮内颗粒平均速度分布规律,为泵设计提供了一定的实验依据。

通过外特性的研究可以探索过流部件几何参数对泵性能的影响规律。叶轮外径 D 是影响泵扬程最直接最主要的参数,而叶片宽度 b 、叶片数 Z 对扬程也有一定的影响;同时,叶片宽度 b 也是影响流量大小的很重要的几何参数。郭自杰在文献[22]中通过试验说明了叶片宽度对泵性能的影响,得出的结论是:离心泵的设计中存在着一个最佳叶轮出口宽度,若设计偏离了这个最佳出口宽度都会引起泵的扬程、效率下降,同时也引起高效点向非设计流量区偏移。

(3) 固液两相流泵反问题的研究

这里所说的反问题主要是指水力设计问题。目前国内外的研究者对两相流都有深入的研究,前苏联对两相流设计理论与设计方法作了不少工作,出版的有关专著和公开发表的论文都对两相流泵的设计有直接参考价值。日本、欧美等国主要侧重于固液理论方面的研究,很少公开有关固液泵设计方面的技术。文献[25]是国内介绍污水泵水力设计方法最早的著作,介绍了叶轮主要参数的确定和计算方法。文献[25]中作者对各种排污泵的设计方法也作了介绍,给出了计算公式。加拿大 K.C 威尔逊与美国 G.R 艾迪、英国科里特在合著的《离心泵传输手册》中提出了固液泵水力设计方面的要求。归纳这些设计方法,可以分为四类:速度系数法、两相流畸变速度设计法、速度比设计法、流场分析设计法。

速度系数设计法是以国内外大量实践及资料为依据,以清水泵的有关公式为基础,利用系数修正形成的设计方法,这些系数反映了工作介质的影响。这种方法虽然理论上不完善,但实用性很强,因此得到了广泛应用。刘湘文提出的离心

式泥泵设计法^[67]、黄黔生提出的离心式泥泵叶轮设计法^[68]，以及何希杰提出的泥浆泵叶轮设计方法^[69]都属于速度系数设计法。严敬在文献[70]中介绍了美国最新离心泵叶轮设计资料，这是美国学者 Lobanoff 在 20 世纪 90 年代发表的最新速度系数法设计资料，被西方企业广泛使用。

70 年代以来，蔡保元教授通过试验和研制新产品探讨了固液泵两相流设计方法，提出了畸变速度设计法。他把固体作为水流运动边界条件，由于固体的影响，使水流速度场发生某种畸变，根据两相流水流的畸变速度场来设计泵的叶型和流道。该理论还存在较大的争议，其实用性和认同性有待进一步提高。

速度比设计法是许洪元教授根据固液速度比理论提出的两相流设计方法。从叶轮进口至出口，在离心场的作用下，固相速度由小于液相速度逐步领先于液相速度，在叶轮出口处当地浓度小于输送浓度；为使液相尽量维持清水时的运动规律，应扩大叶轮进口通道，减小出口通道。由于考虑了固液速度比场的变化，因而泵的效率、寿命长。该理论正在成熟推广中。

随着计算技术的迅速发展，出现了许多大型的流场计算及性能预测软件，例如 FLUENT、CFX、STAR-CD、PHOENICS 等等。设计者通过这些软件进行流场分析和性能预测，来修改最初的设计，直到达到满意的效果。由于避免了反复这一复杂过程，新产品研制周期和成本明显下降，设计准确度大大提高。但是现在的计算软件和计算方法还有一定的局限性，目前这种方法还只限于科研机构使用，但随着流场计算方法的进一步完善，它必将成为今后水泵设计最重要也是最主要的手段之一。

（4）泵送固液两相流体时的性能变化

研究泵送固液两相流体时的性能变化^[22-26]。由于在泵送两相流体时的流动状况和清水时不同，因而表现出来的外特性也就不一样。国内外的学者对此作过一些对比实验，给出了一些经验公式，但是这些经验公式都是在特定的试验条件下得出来的，局限性较大。因此有必要积累更多的资料，以期能更准确地预测泵送两相流体的性能，为泵的选型和设计提供可靠的依据。

（5）磨蚀机理的研究

搞清楚泵的磨蚀机理，对于合理设计和延长泵的使用寿命有重要意义。对于泵内的磨损是汽蚀破坏还是单纯的磨损，或者是由于汽蚀和磨损的联合作用而导

致，争论较多，目前也没有定论。总之，泵内的磨蚀机理目前还不是十分清楚。

总的来说，两相流泵的研究内容丰富，涉及的面很广。其它需要研究的关键技术还有密封技术、监控技术、耐磨件的铸造技术等等。

1.1.3 污水泵的研究概况

作为两相流泵的一种，污水泵成了这些年来发展最快的泵种。目前可见的污水泵（叶片式），根据其工作原理的不同可以分为如下几种：开式和半开式、单流道和双流道式、旋流式、螺旋离心式以及和一般叶片泵差不多的少叶片数（叶片数为 2-3）的污水泵。总的来说，表征污水泵性能的主要指标是运行效率和通过能力，不同的污水泵在流动结构上主要体现为过流部件即叶轮与压水室的不同，因此性能也就表现出一定的差异。下面简述如下：

（1）叶轮结构形式

目前常见的污水泵叶轮的结构分为四大类，即叶片式(开式、闭式)、旋流式、流道式(包括单流道和双流道)及螺旋离心式等四种。

开式或半开式叶轮可以增加叶轮的通过能力，且易于制造，当叶轮内造成堵塞时，可以很容易地清洁和维修。但在长期运行中，由于颗粒的磨蚀会使叶片与压水室内侧带的间隙加大，会破坏叶片上的压差分布，不仅产生大量的旋涡损失，而且会使泵的轴向力加大。由于间隙加大，流道中液体的流态稳定性受到破坏，使泵产生振动。该种型式叶轮不适合输送含有大颗粒和长纤维的介质。从性能上讲，该形式叶轮效率低，最高效率约相当于普通闭式叶轮的 92%左右，扬程曲线比较平坦。

闭式叶轮效率较高，且在长期运行中情况比较稳定。采用该形式叶轮的泵轴向力较小，且可以在前后盖板上设置副叶片，前盖板上的副叶片可以减少叶轮进口的旋涡损失和颗粒对密封环的磨损，后盖板上的副叶片不仅起平衡轴向力的作用，而且可以防止悬浮性颗粒浸入机械密封腔，对机械密封起保护作用。但该型式叶轮的无堵塞性差，易于缠绕，不宜抽送含有大颗粒、长纤维等未经处理的污水介质。

采用旋流式叶轮的泵，由于叶轮结构的特点，一般采用缩进式压水室，所以无堵塞性能好，颗粒和长纤维的通过能力较强，颗粒在压水室内靠叶轮旋转产生的涡流的推动下运动，悬浮性颗粒或长纤维不与叶片接触，叶片磨损的情况较好，

又不存在因间隙磨蚀而加大的情况，在长期运行中不会造成效率严重下降的问题。从性能上讲，该叶轮效率较低，仅相当于普通闭式叶轮的 70%左右，扬程曲线比较平坦，功率曲线一般上升较快。

流道式叶轮属于无叶片叶轮，叶轮流道是从进口到出口的弯曲管道，所以适宜于抽送含有大颗粒(长纤维)等未经处理的介质，抗堵塞性好。从性能上讲，该型式叶轮与普通闭式叶轮一样，效率较高。该型式叶轮泵扬程曲线较为陡降，功率曲线比较平稳，不易产生超功率的问题。但是该型式叶轮的汽蚀性能不如普通闭式叶轮，尤其适宜用在有压进口的泵上。

螺旋离心式叶轮的叶片为扭曲的螺旋叶片，在锥形轮毂体上从吸入口沿轴向延伸，该型式叶轮的泵具有容积泵和离心泵的作用，悬浮性颗粒在叶片中流过时不撞击泵内任何部位，故无损性好，对输送物的破坏性小。由于螺旋的推动作用，悬浮颗粒的通过性增强，所以采用该型式叶轮的泵适宜于抽送含有大颗粒和长纤维的介质以及高浓度的介质。在对输送介质的破坏有严格要求的场合下具有明显的优点。从性能上来讲，该泵具有陡降的扬程曲线，功率曲线较平坦。

(2) 压水室结构形式

污水泵采用的压水室最常见的是蜗壳，只有在内装式潜水泵中一般选用径向导叶或流道式导叶。蜗壳有螺旋型、环型和中介型等三种。螺旋型压水室流动比较理想，适应性强，高效范围宽，但流道不能机械加工，尺寸形状和表面光洁度靠铸造来保证，在污水泵中很少应用。环型压水室中流速向出口方向逐渐增加，与从叶轮中流出的液体发生碰撞，损失很大，而且在设计工况下会产生很大的径向力，但是其结构对称简单，压水室的隔舌间隙大，不易造成杂质的堵塞，通过性好，在工艺方面便于实行衬胶等措施。由于其具有上述特点，因此在污水泵中应用比较广泛，主要应用于小型污水泵上。

中介型压水室又称半螺旋型压水室，其兼有螺旋型压水室高的效率以及环型压水室的高通过性，已经越来越受到制造厂家的关注。

污水泵的研究工作，很多方面和一般固液两相流泵有相同之处，不仅具有自身的特点，比如性能上要求高效率、高通过能力，还要有一定的耐磨损能力，因此其研究工作主要是围绕各种结构的污水泵内流动分析、设计方法、流场测试、性能特点等进行，这方面的论文主要有文献[27-33]等。

1.2 泵内固液两相流动及污水泵发展趋势

如前面所述,固液两相流动的研究,可以分为理论分析、数值计算、流动测试等几个方面。在流动方程方面,对于含固体颗粒的两相流动,常用的方法是把固体颗粒伪流体化,然后分别引入固体与液体相的连续方程、动量方程以及由两相间相互作用而建立的耦合方程等^[20-21]。到目前为止,大多数的研究者均是研究含刚性颗粒的两相流动,而很少见到含柔性物料的两相流动的研究报道。由于柔性物料与刚性固体不同,不但可以平动和转动,还会变形,因此分析的难度大大增加。目前为止,国内外还只是见到一些关于含柔性物料的两相流动的简单模型,如 Wherrett(1996 年)在 Yamamoto 和 Matsuoka(1993 年, 1994 年)二维的基础上将一根长纤维作为一系列被约束的成分而建立了二维的模型,2001 年 James.A、Olson 对一刚性纤维给出了其平面运动的轨迹运动模型。这些分析大多是在刚性纤维的假设下进行的二维分析,而实际的柔性物料是可以变形的,因此具有很大的局限性。在数值计算方面,从吴仲华提出两类相对流面以来,叶轮机械的三元流动计算的理论和方法已经得到了很大的发展。目前求解叶片式机械内无粘流动的数值解(Euler 方程解)已经比较成熟,借助一定的湍流模型,利用 $N-S$ 方程求解叶轮内的粘性流动也取得了很大的进展。但是有待研究的问题仍然很多,如各种湍流模型的研究,特别是适合旋转大曲率流场的湍流模型的研究、网格的划分、特别是网格在高的速度压力梯度区域的加密、与求解边界区域的适应、网格与流动的关系、方程的离散方法、代数方程组的迭代求解等等问题。在流动测试方面,目前比较先进的方式是采用 PIV 进行流场测试,但是对于水泵这样一个旋转流场,要解决如流场曲率对测试结果的影响、流场旋转和静态图象的修正问题等。

污水泵作为一个特殊的泵型,其发展趋势和存在的问题主要体现在以下几个方面:

(1) 理论与设计科学化。泵技术是一门古老的技术,由于湍流研究的困难,泵的设计理论基本上是一元理论和设计经验的结合,一代又一代叶片泵的研究者都力图使泵设计时减少对经验的依赖。泵的设计理论和设计方法的研究,从流体力学的观点来看是一个反问题求解的问题,也就是说给定一个流场,来求其边界和约束。目前利用 $N-S$ 方程求解叶轮内的粘性流动取得了很大的进展,叶轮机械反问题的求解,虽然一些研究者做了一些探索,由于流场的复杂性以及如何准确

给定流场的研究还很不充分，因此效果也不是很好。但是应当指出三元理论的方法由于对经验系数的要求相对要少得多，因此设计过程中的任意性也就少得多，虽然并不能完全取代模型试验，但可以在很大程度上减少模型试验的规模和次数，降低开发成本并可以显著提高设计质量。

(2) 生产制造高技术化。新技术、新工艺、新材料的应用使泵制造的水平不断地提高，新产品的开发速度不断地加快，泵的运行范围不断的拓宽，运行性能不断改善。如 CAD/CAM 技术的应用，各种耐磨材料的研究等。

(3) 针对目标市场多样化、特种化。设计污水泵发展趋势之一就是针对特定的介质、特定的运行条件设计特定的泵，以满足不同介质输送的要求。即根据输送介质和运行条件的特点，设计制造通过能力适当、效率高、可靠性好、运行安全性好的产品。从污水泵的输送能力来看，有向大型化发展的趋势；从其功能上来看，有信息化的趋势，如故障诊断技术、远程监控技术应用于泵系统中等。

1.3 本文研究的主要内容和研究意义

1.3.1 研究的主要内容

(1) 由于柔性物料具有可变形的特点，所以含柔性物料的两相流动与含固体颗粒的两相流动不同，其固体相本构方程也就不一样，因此流动方程也不一样。建立这样的三维流动方程，国内外还未见报道，因此，本文拟研究含柔性物料的两相流动机理，对柔性物料的流动本构方程、连续方程、动量方程以及与液体相的耦合关系进行研究，建立含柔性物料的两相流动的运动方程。

(2) 泵在输送两相流体时的性能变化，对固液两相输送系统的设计和水泵的选择有着极为重要的意义。固液两相流泵一般只给出在清水条件下的性能，如果不能很好的估计这种性能变化，就不能有效地指导泵的选型，有可能导致两相输送系统不能高效地工作或者不能工作。本文收集所能找到的相关文献中所有的泵在输送固液两相介质时的性能数据，根据这些数据，应用多元线形回归的方法得出泵在输送两相流体时的性能变化关系公式，并对公式的精度进行比较。

(3) 从理论和试验两个方面研究前伸式双叶片污水泵的设计方法和性能特点。基于一元理论，研究前伸式双叶片污水泵的水力设计，研究在双叶片条件下，

滑移系数的变化对叶轮各几何参数的影响，叶片前后盖板流线的包角取值等，并对同一设计参数进行不同的设计。结合 CFD 软件对所设计的不同叶轮进行了流动模拟，分析流场计算的结果，在流场计算的基础上进行叶轮扬程和水力效率的预测。

对前伸式双叶片污水泵性能的试验研究，对设计的不同叶轮进行了水力性能试验和通过性能试验。并对叶轮切割进口边后的扬程、效率、功率曲线和两个叶轮及第 3 次切割进口边后的固体颗粒、纤维的通过性能情况进行分析。

(4) 分析前伸式双叶片污水泵的性能特点，并分析形成其性能特点的原因。

(5) 运用混和模型对叶轮内的固液两相流动进行计算以进一步了解叶轮内两相流动规律。

1.3.2 含柔性物料的两相流动的特点和研究意义

工程实际中，管道水力输送的固液两相流动，不但有刚性固体的两相流动，在很多情况下，也有含柔性物料的两相流动。如污水泵中就需要考虑纤维的通过性能，食品饮料生产部门也常需要输送一些可变形的固体物料。因此研究柔性物料的两相流动机理有一定的工程背景。研究的基本思想是根据柔性物料的特点，建立两相流动的控制方程。建立这样的流动方程，国内外还很少有这样的研究报道。因此，本研究具有重要的理论意义和学术价值。

1.3.3 前伸式双叶片污水泵的特点及研究意义

前伸式双叶片污水泵是一种新型的污水泵，其研究工作刚刚起步，国外也只是在某些杂志上有一些介绍性的说明和报道。本文就是在一些初步设计、试验的基础上进行分析和总结，对其运行性能和设计理论、方法以及内部流场进行研究。

前伸式双叶片污水泵叶轮轴面图如图 1-1 所示，与其他污水泵相比较，结构上有以下一些特点：

(1) 叶轮为两叶片，叶片向进口边延伸较多，特别是后盖板流线更为突出。流道进口处中心轮毂较一般叶轮轮毂小；

(2) 叶轮为半开式叶轮；

(3) 螺旋离心泵是将离心泵叶片螺旋向前延伸，延伸度大，且前盖板流线延伸比后盖板多；而前伸式双叶片污水泵叶片前伸度不如螺旋离心泵大，且叶片后

盖板流线比前盖板流线延伸要多。

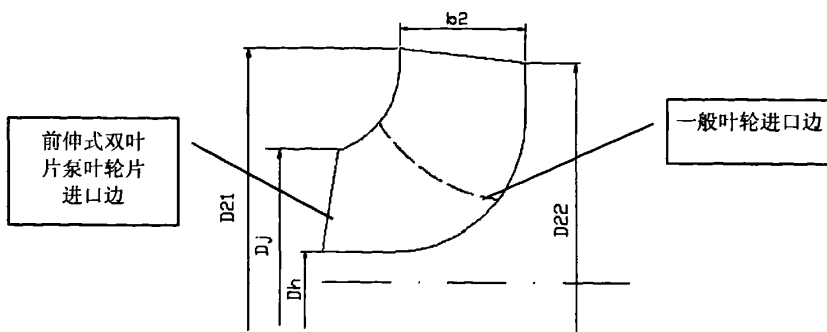


图 1-1 叶轮轴面示意图

从初步的研究看来，前伸式双叶片污水泵性能上具有以下特点：

(1) 前伸式双叶片污水泵与传统离心泵、混流泵的主要区别是叶片数少，叶片前伸显著。少叶片数有利于流道的通畅从而使通过能力提高，叶片前伸对于污物通过性能的影响是有利的。

(2) 与螺旋离心泵相比，前伸式双叶片污水泵有某些相似之处。例如其叶片均前伸，污水通过性能较好。但是前伸式双叶片污水泵制造相对要简单，从一些初步试验来看，运行更为稳定，而螺旋离心泵在偏离设计工况点时存在振动噪音较大的问题。同时，由于是双叶片结构，受力的对称性比单流道污水泵要好得多，因此轴承受力状态得以改善，提高了机组的运行寿命。

(3) 从运行效率来看，设计得当的前伸式双叶片污水泵运行效率可以接近一般清水泵的效率，比一般结构形式的污水泵要高，有利于节约能源。

从上述关于前伸式双叶片污水泵的特点，可以看出其应用范围和前景是广阔的，因此对其进行研究并对其设计方法、性能特点进行深入的了解有着重要的意义。

1.3.4 预期应用前景

随着科学技术的不断发展，环境保护问题也越来越得到大家的重视。“十五”期间，国家对环保的投资约为 7000 亿元。在未来的发展过程中，国家要拿出国民生产总值的 2% 用于环境保护。目前我国排放的污水中大约有 90% 未经任何处理，每天多达 100 多亿吨，今后治理的目标是在“十五”期末排放的污水中有 40% 左右经过处理的基础上，到 2010 年要有 60~80% 以上的污水得到处理。这预示着我

国在改善水质和保护水源方面要进行规模较大的投资,新增 2800 万吨城市污水日处理能力,城市污水处理厂及配套污水收集系统总投资将超过 1000 亿元,做到集中处理,达标排放。据报道,北京市为了 2008 年的“绿色”奥运会,用于城建,场馆建设,环境水资源改善等共计 142 项重点项目总投资近 1800 亿元,其中在 2008 年前,北京将新建 13 座污水处理厂和 3 个垃圾处理厂,将投资近 1000 亿元用于城市环境治理和保护。上海市也将每年拿出国民生产总值的 2%用于污水处理。另据报载,“十一五”期间,国家将对环保的投资约为 10000 亿元。水污染治理的重点是河流,工业废水和城市污水方面,在未来 3~5 年内,国家将投资 1234 亿元用于三河三湖污染防治项目。目前已完成和在建的项目约 720 个,尚有近 800 个项目尚未开工。其中淮河流域共有治污项目 488 个,包括 161 个城市污水处理工程;海河流域共有治污项目 496 个,包括 168 个城市污水处理工程;太湖流域共有治污项目 231 个,包括 147 个城市污水处理工程;辽河流域共有治污项目 221 个,包括 65 个城市污水处理工程;巢湖流域共有治污项目 49 个,包括 17 个城市污水处理工程;滇池流域共有治污项目 26 个。

“十一五”期间,我国每年将新建城市污水处理厂 100~130 座,各类工业废水处理设施 1000~1200 座。目前我国几乎每个县就有一个污水处理厂,城市越大其规模河数量也越大,尤其是随着国家西部开发政策的进一步实施,今后对环保与污水处理用泵的需求量将有较大幅度的增长,而对具有特殊功能的新型污水泵的需求将更为迫切,预计年产值可达 2~3 亿元左右。并且在国际市场上由于我们的产品成本低,价格便宜,质量也不差,因此在东南亚等地具有较强的竞争力,国内、国外两个巨大的市场,均具有十分广阔的推广应用前景。

参考文献

- [1] Happel, J. and Brenner, H. Low Reynolds Number Hydrodynamics. Prentice Hall, New Jersey, 1965
- [2] Batchlor, G. K. Transport Properties of Two-Phase Materials with Random Structure. Ann. Rev. Fluid Mech., 1974(Jun.): 227~255
- [3] Leal, L.G. Particle Motions in a Viscous Fluid. Ann. Rev. Fluid Mech., 1980(Dec): 435~476
- [4] Jackson, R. The Mechanics of Fluidized Beds. I, Trans. Inst. Chem. Eng., Vol. 41, 1963: 13-28
- [5] Murray, J.D. On the Mathematics of Fluidization. I, Fundamental Equations and Water Propagation, J. Fluid Mech., 1965(21): 465~493

- [6] Ogawa, S., Umemura, A. and Oshima, N. On the Equations of Fully Fluidized Granular Materials. ZAMP, 1980(31): 483~493
- [7] Homsy, G.M. A Survey of Some Results in the Mathematical Theory of Fluidization. In Theory of Dispersed Multiphase Flow, Ed. by Mayer, Academic Press Inc., 1983: 57~71
- [8] 刘大有. 关于二相流、多相流体模型和非牛顿流体等概念的探讨. 力学进展, 1994(1): 66~74
- [9] 王长安. 密相固液两相三维湍流的研究及在叶轮内流场计算与分析中的应用: [博士学位论文]. 西安: 西安交通大学, 1996
- [10] Pipkin, A.C. and Tanner, R.I. A Survey of Theory and Experiments in Viscometric Flows of Viscoelastic Fluids. Mech. Today, 1972(Jan.): 262
- [11] Buyevich, Yu. A. and Shchelchova, I.N. Flow of Dense Suspensions. Prog. Aerosp. Sci., 1978(18): 121~150
- [12] Marble, F. E. Dynamics of Dusty Gases. Ann. Rev. Fluid Mech, 1970(Feb): 397~446
- [13] Drew, D. A. Mathematical Modeling of Two-Phase Flow. Ann. Rev. Fluid Mech., 1983(15): 261~291
- [14] Dobran, F. A Two-Phase Fluid Model Based on the Linearized Constitutive Equations. In Advances in Two-Phase Flow and Heat Transfer, Ed. By Kakac, S. and Ishii, M., NATO ASI Serise E: Applied Science, 1983(63): 41~59
- [15] Ahmadi, G. A Generalized Continuum Theory for Multiphase Suspensions Flow. Int. J. of Eng. Sci, 1985(23): 1~26
- [16] Fan, Z.Q. and Crowe, C.T. Proceedings of the International Symposium on Multiphase Flows. Hangzhou, China, 1987
- [17] Truesdell, C. and Toupin, R. The Classical Field Theories. In Encyclopedia of Physics, Vol. III/1, Berlin, 1960
- [18] Nunziato, J.W. A multiphase Mixture Theory for Fluid Particle Flows. In Theory of Dispersed Multiphase Flow, Ed. By Meyer R.E., Academic Press, 1983
- [19] McTigue, D.F. Mixture Theory for Turbulent Diffusion of Heavy Particles. In Theory of Dispersed Multiphase Flow, Ed. By Meyer R.E., Academic Press, 1983
- [20] Atkin, R.J. and Graine, R.E. Continuum Theory of Mixture: Basic Theory and Historical Devolpment. Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 1976(29): 209~244
- [21] Vocadlo, J.J., Koo, J.K., and Prang, A.J. 1974, Performance of Centrifugal Pumps in Slurry Service. Proc.Hydrottransport-3, Paper J2, BHRA Fluid Engineering, pp.17~32
- [22] Cave, I. 1976 Effects of Suspended Solids on the Performance of Centrifugal Pumps in Slurry Service. Proc.Hydrottransport-3, Paper H3, BHRA Fluid Engineering, pp.17~32
- [23] Burgess, K.E., and Reizes, A., 1976. The Effect of Sizing, Specific Gravity and Concentration on Centrifugal Pumps. Proc. Inst. Mech. Eng., 190-36/76, pp.391~399

- [24] Sellgren, A., 1979. Performance of Centrifugal Pumps When Pump Ores and Industrial Minerals. Proc.Hydrotransport-6, Paper G1, BHRA Fluid Engineering, pp.291~303
- [25] Gahlot, V.K., Seshadri, V., and Malhotra, R. C., 1992. Effects of Density, Sizing Distribution, and Concentration of Solids on the Characteristic of Centrifugal Pumps. ASME J. Fluid Eng., 114, pp.385~389
- [26] Kazim, K. A., Maiti, B., and Chand, P., 1997. A Correlation to Predict the Performance Characteristic of Centrifugal Pumps Handling Slurries. Proc. Instn. Mech. Engrs, 21A, pp.147~157
- [27] 王准, 施卫东等. 蜗旋前伸式双叶片污水泵设计与试验. 农业机械学报, 2005(6)
- [28] 王准, 施卫东等. 蜗旋前伸式双叶片污水泵流场分析与性能预测. 中国机械工程, 2006(17): 7~9
- [29] 施卫东. 污水泵水力设计综述. 流体机械, 1997(8)
- [30] 朱荣生, 关醒凡, 黄道见. 螺旋离心泵叶轮主要几何参数的确定. 流体机械, 1996(12)
- [31] 陈仰吾, 陈琳, 王晓春. 螺旋离心泵的试验研究. 流体机械, 1997(2)
- [32] 刘厚林, 关醒凡, 李幼康. 双流道叶轮的设计方法. 流体机械, 1999(09)
- [33] 陈红勋. 旋流泵叶轮内部流动的研究: [江苏工学院博士学位论文]. 镇江: 江苏工学院, 1991
- [34] V.M.Lnbieniecki. Some performance characteristics of a centrifugal pump with recessed impeller. Public of ASEM, 72-FE-10, 1992
- [35] Roco et al. Calculation of Solid Particles Concentration in Centrifugal pump Impeller Using Finite Element Technique. Hydrotransport 7, 1980
- [36] Zarya, A,N. The Effect of the Solid phase of a Slurry on the Head Developed by a Centrifugal pump. Fluid Mechanics-Soviet Research, 1975(Apr.): 144~159
- [37] 赵敬亭等. 两相流泵译文集二. 清华大学水力机械教研组, 1985(8)
- [38] 吴玉林等. 渣浆泵叶轮固液两相湍流的计算和实验. 清华大学学报, 1998(1): 71~74
- [39] 许洪元等. 离心泵流道中固体颗粒速度场的粒子成像测速(PIV)分析与研究. 农业工程学报, 1998(3): 112~115
- [40] Roco, M .C. Erosion Wear in Slurry Pumps and Pipes. Power Technology, 1987(May.)
- [41] 蔡保元. 离心泵的“二相流”理论及其设计原理. 科学通报, 1983
- [42] 许洪元. 固液泵的速度比理论和设计原理. 泵及泵系统国际学术会论文集, 1992
- [43] 马振宗. 高含砂水流对离心泵气蚀余量的影响, 水泵技术, 1990(2)
- [44] 姚远胜. 21 世纪泵的发展展望. 湖南农机, 2000(4)
- [45] 李龙, 陈黎明. 泵优化设计国内现状及发展趋势. 水泵技术, 2003(2): 8~13
- [46] 朱祖超. 若干特殊离心泵的设计理论及工程实现. 浙江大学博士后流动研究报告, 1999
- [47] 苏波隆 B .K. 混合液在泥浆泵流道中的流动特性的研究. 杂质泵技术[两相流专辑], 1986

- (12): 36~54
- [48] Itaya, T. and Nishkawa, T., Study on the Sand Pump. Trans of JSM E.B, 1964 (27): 1786~1794
- [49] 朱金曦, 赵敬享. 叶轮内固体颗粒运动轨迹的分析计算. 水泵技术, 1989(3): 14~19
- [50] 许洪元, 陈雪梅等. 离心泵叶轮中固体颗粒的运动研究. 流体工程, 1992(7): 1~6
- [51] 魏进家, 胡春波等. 离心泵闭式叶轮内颗粒运动的实验研究. 水泵技术, 1998(6): 55~62
- [52] 彭维明, 程良骏. 水涡轮机械中轴对称固液两相流动的研究. 水利学报, 1994(4)
- [53] 刘小兵, 程良骏. 固液两相流中的方程 $k-\varepsilon$ 湍流模式及在水涡轮机械流场中的应用. 四川工业学院学报, 1995(2): 76~36
- [54] 阎超等. 离心叶轮内稀释固液两相流动的数值模拟. 航空学报, 1995(6): 676~679
- [55] 王宏等. 水力机械转轮内固液两相流的三维贴体数值模拟研究. 水力发电学报, 1998(3): 43~51
- [56] 袁寿其等. 无堵塞离心泵内部三维固液两相湍流流场数值模拟. 机械工程学报, 2003(7): 8~22
- [57] 戴江, 吴玉林等. 离心泵叶轮中固液两相紊流计算. 工程热物理学报, 1996(1): 46~49
- [58] 赵敬亭等译. 砂泵的研究. 两相流泵译文集(2), 清华大学
- [59] 戴江. 离心泵叶轮内固液两相流流动规律研究: [清华大学博士学位论文]. 北京: 清华大学, 1990
- [60] 魏进家. 密相液固两相湍流 KET 模型和数值计算及离心泵叶轮内两相流场实验: [西安交通大学博士学位论文]. 西安: 西安交通大学, 1998
- [61] 丛小青. 无过载排污泵理论与设计方法的研究: [江苏大学硕士学位论文]. 镇江: 江苏大学, 2003
- [62] 郭自杰等. 叶轮流道宽度对泵性能影响. 水泵技术, 1990(5): 20~22
- [63] 许洪元, 罗先武. 离心泵叶片参数对磨损规律影响的试验研究. 农业工程学报, 1997(4): 69~73
- [64] 秦爱义. 正确设计杂质泵蜗壳隔舌提高水泵效率与性能. 河北煤炭, 2000(2): 48~49
- [65] 查森. 离心式轴流式水泵. 北京: 机械工业出版社, 1961
- [66] 关醒凡. 现代泵技术手册. 北京: 宇航出版社, 1995
- [67] 刘湘文. 离心式泥泵系数设计法. 水泵技术, 1982(2): 17~19
- [68] 黄黔生. 离心式泥泵叶轮的改进. 水电部第十三工程局, 1983(5)
- [69] 何希杰. 离心式泥泵叶轮的基本原理与设计方法. 杂质泵及竹道水力输送学术讨论会论文集, 1989(10)
- [70] 严敬, 严利. 对美国一最新离心叶轮设计资料的分析. 农业机械学报, 2004(3): 65~67
- [71] 许洪元. 离心式渣浆泵的设计理论研究与应用. 水力发电学报, 1998(1): 7684

- [72] 张玉新等. 低比转数离心式渣浆泵的无过载设计方法. 流体机械, 1999(4): 16~19.
- [73] 曾金根. 全扬程双流道潜污泵设计. 水泵技术, 2001(5): 27~29

第2章 固体物料的两相流动方程

2.1 颗粒性固体的两相流动方程

2.1.1 含颗粒性固体的固液两相间的相互作用力

固液两相流动中存在相互作用力，才会有能量和动量的传递。按照单一颗粒与流体的作用机理，两相间的作用力可以分为以下几类：

- a. 与流体—固体的相对运动无关的力。如惯性力、重力、压差力等。
- b. 因两相间相对运动而产生，其方向平行于相对运动的方向的力。如粘性阻力、附加质量力、Basset 力等。
- c. 因两相间相对运动而产生，其方向垂直于相对运动的方向的力。如升力、Saffman 力、Magnus 力等。

下面分别讨论粘性阻力、Saffman 力、Magnus 力、Basset 力、附加质量力及压力等。

(1) 粘性阻力

粘性阻力是由于固液两相具有速度差所产生的液体对固体的粘性作用力，是固体运动过程中受到的最主要的力。对单个的球形颗粒的粘性阻力可以根据小球在粘性流体中的阻力公式和不同 Re 范围下的阻力系数得到，对于稀疏固相，应用这种公式没有什么不妥，但是在颗粒浓度较高时，还必须考虑浓度对阻力的影响。文献[29、30]推荐的计算公式如下：

$$\vec{F} = C_D \alpha_p (\vec{U}_f - \vec{U}_p) \quad (2-1)$$

其中：

$$C_D = \begin{cases} \frac{3}{4} \frac{C}{\xi d} |\vec{U}_f - \vec{U}_p| \rho_f (1 - \alpha_p)^{-1.65}, & \alpha_p \leq 0.2 \\ 150 \frac{\alpha_p \rho_f \nu_f}{(1 - \alpha_p)(\xi d)^2} + 1.75 \frac{|\vec{U}_f - \vec{U}_p|}{\xi d}, & \alpha_p > 0.2 \end{cases} \quad (2-2)$$

$$C = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}_p} (1 + 0.15 \text{Re}_p^{0.687}), & \text{Re}_p < 1000 \\ 0.44, & \text{Re}_p \geq 1000 \end{cases} \quad (2-3)$$

这里, $\text{Re}_p = \frac{(1 - \alpha_p) |\bar{U}_f - \bar{U}_p|}{\nu_f}$; ξ 为形状因子, 对球形颗粒 $\xi = 1$ 。

(2) Saffman 力和 Magnus 力

Saffman 力和 Magnus 力都是升力。Saffman 力是由于颗粒在剪切流场内运动产生的。当颗粒在具有较大的速度梯度的流场中运动时, 颗粒表面的速度是不一致的, 表面的压力也不同, 从而产生了 Saffman 力。Magnus 力是由于颗粒旋转引起的, 当颗粒受到一个剪切力矩的作用时, 会旋转而产生 Magnus 力。由于流场中大部分的颗粒受流体粘性的制约并不旋转, 因此除了近壁区外, Magnus 力很小。同理, 由于 Saffman 力只有在速度梯度大的地方才作用显著, 所以在主流区的 Saffman 力也很小。

(3) Basset 力和附加质量力

Basset 力和附加质量力分别与流体及颗粒的不稳定状态有关。Basset 力是当颗粒在不稳定流场中作任意运动时, 颗粒在加速的过程中因为流体粘性的存在而受到的瞬时阻力。附加质量力是指当颗粒在流场中加速时, 会带动周围部分流体加速而推动颗粒运动的力, 不但会增加颗粒本身的动能, 也会增加流体的动能, 所以这个力将大于加速颗粒本身所需要的力, 也就是相当于颗粒具有一个附加的质量力。文献[10、26]通过分析 Basset 力和附加质量力的数量级, 得出在液体中这两个力都不大。

(4) 固液两相间的压力作用

由于流场中压力不同而导致作用在颗粒表面各处压力不等所产生的固液两相间的作用力, 包含了压力梯度和浮力。对于一个“宏观上无限小”的混合物体积 V 而言, 两相在界面处的压力作用可以表示为^[10]:

$$\lim_{V \rightarrow 0} -V^{-1} \int_{A_k} P_k \vec{l} \cdot \vec{n}_k dA = \lim_{V_k \rightarrow 0} \frac{-P_k \int_{A_k} \alpha_k \vec{n}_k dA}{V_k} = -P_k \nabla \alpha_k \quad (2-4)$$

其中, P_k 为 k 相在界面处的压力, 负号表示是另一相作用于 k 相的力。

固液之间除了上面讨论的力以外, 还有其他一些力, 如界面张力、光泳、电泳、热泳等等, 这些力只存在于一些特殊情况, 而且一般数量级很小。

2.1.2 颗粒相应力与两相流动中的压力

颗粒相应力是固液两相流中一个非常复杂的问题, 目前对这一问题的研究还有待深入。一般认为, 颗粒相的应力由三部分组成, 即碰撞应力、弥散应力和颗粒出现应力^[28-30]

由于目前没有成熟的理论, 只能借助于气体分子运动论中的一些方法和结论来处理颗粒相应力。

固液两相流动中的压力可以分为液体压力 P_f 、颗粒相压力 P_p 和固液两相界面上的压力 π 。Nunziato 从热力学的观点出发, 推导了 P_f 、 P_p 、 π 之间的关系:

$$\pi - P_p = -\beta_p + \xi_p \dot{\alpha}_p \quad (2-5)$$

$$\pi - P_f = \xi_f \dot{\alpha}_f + \varpi_f (\overline{U_f} - \overline{U_p})^2 \quad (2-6)$$

其中, β_p 表示由于颗粒间相互作用引起的压力; $\xi_p \dot{\alpha}_p, \xi_f \dot{\alpha}_f$ 表示浓度变化对两相压力的影响。根据 Givler^[30] 的分析, 可以得到系数 $\varpi_f = \frac{9}{32} \rho_f$, 那么两相界面处的压力为:

$$\pi = P_f + \frac{9}{32} \rho_f (\overline{U_f} - \overline{U_p})^2 \quad (2-7)$$

根据 Champman-Enskog 的研究结果近似得到: $\beta_p = \rho_p T(1 + 4\alpha_p y)$, 因此可知颗粒相间的压力为:

$$P_p = \pi + \rho_p T(1 + 4\alpha_p y) \quad (2-8)$$

其中 T 为颗粒随机运动强度的度量, y 为修正系数。

2.1.3 颗粒性固体液体两相流动的基本方程组

一般来说, 把流体看作连续介质来进行研究是没什么问题的。对于悬浮于液体中的固体颗粒, 为了简化问题, 可以引入伪流体假设: 流体与颗粒在宏观上占据同一空间而互相渗透, 这就是伪流体假设。因此其基本方程可以写为:

(1) 连续性方程

对于固体相有:

$$\frac{\partial(\alpha_p \rho_p)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_p \rho_p u_p^i)}{\partial x^i} = -\sigma_{pf} + \sigma_p \quad (2-9)$$

式中： α_p 为混合物中固体粒子的体积比；

ρ_p 为固体物的密度；

u_p^i 为固体粒子的速度分量；

σ_{pf} 为颗粒源函数项，一般流动中，相间无质量交换时该项为 0。

σ_p 为外部质量源，一般流动问题中该项为 0。

对于液体相有：

$$\frac{\partial[(1-\alpha_p)\rho_f]}{\partial t} + \frac{\partial[(1-\alpha_p)\rho_f u_f^i]}{\partial x^i} = \sigma_{pf} + \sigma_f \quad (2-10)$$

式中： u_f^i 为液体相的速度分量；

σ_f 为液体相的外部质量源，一般流动问题中该项为 0；

(2) 动量方程

对于固体相有：

$$\alpha_p \rho_p \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_p^i \frac{\partial}{\partial x^i} \right) \bar{U}_p = \nabla \cdot \tau_p + F_{bp} + F_{pf} - \sigma_p Z_s \quad (2-11)$$

对于液相有：

$$(1-\alpha_p) \rho_f \left(\frac{\partial}{\partial t} + u_f^i \frac{\partial}{\partial x^i} \right) \bar{U}_f = \nabla \cdot \tau_f + F_{bf} + F_{fp} + \sigma_f Z_s \quad (2-12)$$

考虑湍流运动时，可以仿照单相流动时间平均的方法，得到湍流运动方程如下：

连续性方程：

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_k \overline{\alpha_k u_{kj}}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_k \overline{\alpha_k u_{kj}}) = 0 \quad (2-13)$$

动量方程：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_k \overline{\alpha_k u_{kj} u_{ki}}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho_k \overline{u_{ki} \alpha_k u_{kj}} + \rho_k \overline{u_{kj} \alpha_k u_{ki}} + \rho_k \overline{\alpha_k u_{kj} u_{ki}} + \rho_k \overline{\alpha_k u_{ki} u_{kj}}) = \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\alpha_k p_k}) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\alpha_k p_k}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\alpha_k \tau_{kji}}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\alpha_k \tau_{kji}}) + \overline{\alpha_k \rho_k f_{ki}} + (\overline{F_{int \sigma}})_i \end{aligned}$$

$$\text{其中 } (\overline{F_{\text{inter}}})_i = C_D \overline{\alpha_p} (\overline{u_{-k}} - u_{ki}) + C_D (\overline{\alpha_p' u_{-k}'} - \overline{\alpha_p' u_{ki}'}) + \pi \frac{\partial \overline{\alpha_k}}{\partial x_i} + \pi' \frac{\partial \overline{\alpha_k'}}{\partial x_i} \quad (2-14)$$

总守恒方程:

$$\overline{\alpha_p} + \overline{\alpha_f} = 1 \quad (2-15)$$

上述方程组是不封闭的, 需要对脉动相关项进行模化处理。模化的过程可以参考陈景仁^[32]的模化原则和 Elghobashi 和 Abou-Arab^[33, 34]的模化方法进行, 这里不再论述。

2.2 柔性固体物料的变形

柔性固体物料和一般固体物料在流动中的不同, 在于其能够发生显著的变形。因此有必要对其变形进行研究。事实上, 流动中柔性固体物料的形态既与它的位置有关, 也与时间有关, 为方便讨论, 这里采用拉格朗日法分析其运动。

考虑物体上一个质点 P , 选择固定的坐标系 $ox^1x^2x^3$, 那么点 P 在这个坐标系中就有位置向量 \mathbf{x} , 物体上每一个质点都对应一个位置向量 \mathbf{x} , 因此 \mathbf{x} 是质点 P 的函数, 可以写作:

$$\mathbf{x} = f(P) \quad (2-16)$$

如果物体上所有质点的位置向量 \mathbf{x} 都已知, 那么这一物体的位形也就确定了。而当物体运动时, P 点位置向量将是时间的函数, 因此这时:

$$\mathbf{x} = f(P, t) \quad (2-17)$$

点 P 在时刻 t 的速度可以写为:

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \frac{d\mathbf{f}}{dt} = \frac{d\mathbf{x}}{dt} \quad (2-18)$$

点 P 在时刻 t 的加速度可以写为

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}, t) = \frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} \quad (2-19)$$

对于与 P 点相联系的任意一个物理量 $\phi(\mathbf{x}, t)$ 有

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \text{grad} \phi \quad (2-20)$$

如果点 P 在现在时刻 t 占有的位置 \mathbf{x} , 在先前时刻 t' 为 \mathbf{x}' , 那么:

$$\mathbf{x} = f(\mathbf{P}, t) \quad (2-21)$$

$$\mathbf{x}' = f(\mathbf{P}, t') \quad (2-22)$$

根据上面两式可知：

$$\mathbf{P} = f^{-1}(\mathbf{x}, t) \quad (2-23)$$

式中 f 称为相对的变形函数，这一个函数将物体某时刻的位形与现时位形和所处的时刻联系起来了。

现在可以定义点 \mathbf{P} 在时刻 t' 对于现时位形的相对变形梯度为：

$$\mathbf{F}_t(t') = \text{grad}_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}, t') = \frac{\partial f(\mathbf{x}, t')}{\partial \mathbf{x}} \quad (2-24)$$

式中 $\text{grad}_{\mathbf{x}} f$ 是 f 在 \mathbf{x} 方向上的梯度。

对于现时时刻， $t' = t$ ，根据上面的推导，有 $\mathbf{F}_t(t) = \mathbf{I}$ ，这里 \mathbf{I} 为单位张量。

如果引入时间间隔 $s = t - t'$ ($0 \leq s \leq \infty$)，则可以将 $\mathbf{F}_t(t')$ 写为：

$$\mathbf{F}_t(t') = \mathbf{F}_t(t - s) = \mathbf{F}_t(s) \quad (2-25)$$

为了计算 $\mathbf{F}_t(t')$ ，我们必须先求出 \mathbf{x}' ，也就是必须先知道速度场 $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ ，在许多流动问题中，不能给出 $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ ，因此也就不能确定地得到 $\mathbf{F}_t(t')$ 。

实际上通过下面的分析可以知道， $\mathbf{F}_t(t')$ 实际上就是一个变形的映射函数。考虑两个相邻的物质质点 \mathbf{P} 和 \mathbf{Q} ，在现在时刻 t 的位置分别为 \mathbf{x} 和 $\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}$ ，在先前时刻 t' 的位置分别为 \mathbf{x}' 和 $\mathbf{x}' + \delta \mathbf{x}'$ ，则有：

$$\mathbf{x}' + \delta \mathbf{x}' = f(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}, t') \quad (2-26)$$

$$\mathbf{x}' = f(\mathbf{x}, t') \quad (2-27)$$

从而 $\delta \mathbf{x}' = f(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}, t') - f(\mathbf{x}, t')$ ，将 $f(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}, t')$ 展开成 $\delta \mathbf{x}$ 的 Taylor 级数，可得：

$$\delta \mathbf{x}' = \text{grad}_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}, t') \delta \mathbf{x} + 0 \left| \delta \mathbf{x} \right|^2 = \mathbf{F}_t(t') \delta \mathbf{x} + 0 \left| \delta \mathbf{x} \right|^2 \quad (2-28)$$

由上式可以看出两点间的距离 $\delta \mathbf{x}'$ 在运动中变为 $\delta \mathbf{x}$ ，其对应的映射为 $\mathbf{F}_t(t')$ 。

由于 \mathbf{P} 、 \mathbf{Q} 两点不同，从物理上可以明确，只有在 $\delta \mathbf{x} = 0$ 时，才有 $\delta \mathbf{x}' = 0$ ，这

就意味着 $F_i(t')$ 是非奇异的。那么根据分解定理可以得到

$$F_i(t') = R_i(t')U_i(t') = V_i(t')R_i(t') \quad (2-29)$$

式中 $R_i(t')$ 为正交张量, $U_i(t')$ 与 $V_i(t')$ 是正定的。张量 $U_i(t')$ 、 $V_i(t')$ 分别为右、左相对伸缩张量。

定义相应的右 Cauchy-Green 张量和相应的左 Cauchy-Green 张量为:

$$C_i(t') = F_i^+ F_i = U_i^+ R_i^+ R_i U_i = U_i^2 \quad (2-30)$$

$$B_i(t') = F_i F_i^+ = V_i R_i R_i^+ V_i^+ = V_i^2 \quad (2-31)$$

式中 F_i^+ 为 F_i 的转置。

由于 $U_i(t')$ 是正定的, 因此它有 3 个特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 和对应的 3 个特征向量 (e_1, e_2, e_3) 。考虑一个微元体, 它的各表面都垂直于特征向量, 假定微元体的边长分别为 $(\delta x_1, \delta x_2, \delta x_3)$, 也就是说沿 e_1 的边长为 δx_1 , 沿 e_2 的边长为 δx_2 , 沿 e_3 的边长为 δx_3 。当用 U_i 作用于这个微元体时, 即求乘积 $U_i \delta x$, 容易得到 $U_i \delta x = \delta y$, 可知微元体的大小改变了, 但是各边的方向没有变化。

由于 R_i 是一个正交张量, 它表示一个旋转变换, 其作用是将微元体产生一个旋转而其大小不变, 所以 U_i 的作用是使微元体伸长或缩短, 为伸缩张量, R_i 为旋转张量。

由以上分析可知, 如果用 $F_i (= R_i U_i)$ 作用于一个边长为 $(\delta x_1, \delta x_2, \delta x_3)$ 的微元体, 其效果是将这个微元体先伸缩, 后旋转。同样 $F_i (= V_i R_i)$ 的解释是先旋转再伸缩。极分解定理表明相对的变形梯度可以分解为伸缩和旋转两部分。

考虑两物质质点 P 和 Q , 如果用 $\delta s'$ 表示在时刻 t' 的距离, 利用式 (2-28) 有:

$$(\delta s')^2 = (\delta x'^+)(\delta x') = \delta x'^+ F_i^+ F_i \delta x = \delta x'^+ C_i \delta x \quad (2-32)$$

如果物体只做刚体运动, 那么 P 和 Q 间的相对距离保持不变, $C_i = I$ 。

如果定义一个新的张量 G_i 如下:

$$G_i(t') = C_i(t') - I \quad (2-33)$$

那么就有:

$$(\delta s')^2 = (\delta x)^2 + \delta x'^+ G_i \delta x \quad (2-34)$$

式中 δs 表示现在时刻 P 和 Q 间的距离，容易看出 G_t 可以用来度量运动物质中两点距离的变化，如果物体只做刚体运动， $G_t = 0$ ；如果做变形运动， $G_t \neq 0$ 。因此 G_t 可以用来判别物体是否变形，可以称为变形判别数。

将 $F_t(t')$ 对时间 t' 求导有：

$$\dot{F}_t(t') = \frac{d}{dt'}(\text{grad}_x f(t')) \quad (2-35)$$

变换求导次序可得：

$$\dot{F}_t(t') = \text{grad}_x \left(\frac{d}{dt'} f(t') \right) \quad (2-36)$$

再运用链式法则得到：

$$\dot{F}_t(t') = \text{grad}_x \left(\frac{d}{dt'} f(t') \right) \text{grad}_x x' \quad (2-37)$$

注意到 $\frac{d}{dt'} f(t')$ 是 t' 时刻的速度，而 $\text{grad}_x x'$ 就是 $F_t(t')$ ，所以有：

$$\dot{F}_t(t') = \text{grad}_x (V(x', t')) F_t(t') = L_1(t') F_t(t') \quad (2-38)$$

式中 $L_1(t') (= \text{grad}_x V(x', t'))$ 为时刻 t' 的速度梯度。

类似地， $F_t(t')$ 对时间 t' 的 n 阶导数可以写为：

$$\frac{d^n}{dt'^n} F_t(t') = \frac{d^n}{dt'^n} (\text{grad}_x f_t(t')) = L_n(t') F_t(t') \quad (2-39)$$

式中 $L_n(t') (= \text{grad}_x \frac{d^n f_t(t')}{dt'^n})$ 是时刻 t' 的 n 阶导数的梯度。

现在来考虑右 Cauchy-Green 张量 $C_t(t')$ 对 t' 的时间导数：

$$\begin{aligned} \dot{C}_t(t') &= \dot{F}_t^+(t') F_t(t') + F_t^+(t') \dot{F}_t(t') \\ &= F_t^+ L_1^+ F_t + F_t^+ L_1 F_t \\ &= F_t^+(t') [L_1^+(t') + L_1(t')] F_t(t') \end{aligned} \quad (2-40)$$

注意到 $F_t(t) = I$ ，那么现在时刻 $(t = t')$ 计算 $\dot{C}_t(t')$ 可得：

$$\dot{C}_t(t) = L_1^+(t) + L_1(t) = A_1 = 2D \quad (2-41)$$

其中 A_1 为一阶 Rivlin-Ericksen 张量， D 就是通常的应变率张量。对于液体相，只要求出 $\dot{C}_t(t)$ ；但是对于柔性固体物料，需要求出 $\dot{C}_t(t)$ 的高阶导数，而在现在时刻

计算得到的 C_t 的高阶导数称为高阶 *Rivlin-Ericksen* 张量。因此定义 n 阶的 *Rivlin-Ericksen* 张量 $A_n(t)$ 为:

$$A_n = \overset{n}{C}_t(t) \quad (2-42)$$

可以用以下的递推公式来计算 n 阶的 *Rivlin-Ericksen* 张量:

$$A_n = \dot{A}_{n-1} + L_1^+ A_{n-1} + A_{n-1} L_1 \quad (2-43)$$

如果将 2-14 对 t' 求导, 可以得到:

$$\dot{F}_t(t) = \dot{R}_t(t)U(t) + R_t(t)\dot{U}_t(t) \quad (2-44)$$

在现在时刻计算上面的公式, 注意到 $R_t(t) = U_t(t) = I$ 和 $\dot{F}_t(t) = L_1(t)$, 可以得到:

$$L_1(t) = \dot{R}_t(t) + \dot{U}_t(t) \quad (2-45)$$

由于 $U_t(t)$ 是正定的, 对称的, 因此可以知道 $\dot{U}_t(t)$ 也是对称的。由于 R_t 是正交的, 因此有:

$$R_t^+ R_t = I \quad (2-46)$$

将上式对 t' 求导, 并计算现在时刻 t 的值, 就有:

$$\dot{R}_t^+(t) + \dot{R}_t(t) = 0 \quad (2-47)$$

这说明 $\dot{R}_t(t)$ 是反对称的。

根据上面的推导, 有:

$$\begin{aligned} A_1 &= 2D = L_1^+ + L_1 \\ &= \dot{R}_t^+(t) + \dot{U}_t^+(t) + \dot{R}_t(t) + \dot{U}_t(t) \\ &= 2\dot{U}_t(t) \end{aligned} \quad (2-48)$$

因此可以知道应变率张量 D 就是 $\dot{U}_t(t)$, 就是伸缩张量的变化率, 它是对称的。

将 $\dot{R}_t(t)$ 写为 W , 可以得到:

$$\dot{F}_t(t) = W + D \quad (2-49)$$

将 2-28 对 t' 求导, 则可得到:

$$\delta \dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{F}}(t') \delta \mathbf{x} \quad (2-50)$$

计算上面的公式并在现在时刻 t 取值, 可以得到:

$$\left(\delta \dot{\mathbf{x}} \right)_{t'=t} = (\mathbf{W} + \mathbf{D}) \delta \mathbf{x} \quad (2-51)$$

因为 $\left(\delta \dot{\mathbf{x}} \right)_{t'=t} = \delta \mathbf{v}$ 是点 $\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}$ 相对于点 \mathbf{x} 的速度, 因此上式又可以写为:

$$\delta \mathbf{v} = (\mathbf{W} + \mathbf{D}) \delta \mathbf{x} \quad (2-52)$$

由此可知 $(\mathbf{W} + \mathbf{D})$ 描绘出两个临近的物质点的距离 $\delta \mathbf{x}$ 对于这两点间的相对速度关系。

考虑 $\mathbf{W} = 0$ 的情况, 这时 (2-49) 可以写为

$$\delta \mathbf{v} = \mathbf{D} \delta \mathbf{x} \quad (2-53)$$

由于 \mathbf{D} 是对称的, 一般来说 \mathbf{D} 有三个特征值 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 和三个特征向量 $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ 。当取 $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ 为轴时, 上式可以写为:

$$\delta v_i = \lambda_i \delta x_i, \text{ (对 } i \text{ 不求和)} \quad (2-54)$$

由此可知, 仅由 \mathbf{D} 引起的相对速度 $\delta \mathbf{v}$ 的第 i 个分量与 $\delta \mathbf{x}$ 的第 i 个分量成比例, 其比例常数就是 λ_i , 因此 \mathbf{D} 也就是伸缩率张量。

下面再考虑 $\mathbf{D} = 0$ 的情况, 这时 2-34 变为:

$$\delta \mathbf{v} = \mathbf{W} \delta \mathbf{x} \quad (2-55)$$

由于 \mathbf{W} 是反对称的, 它最多有三个独立的分量, 我们可以定义一个角速度向量 $\boldsymbol{\omega}$:

$$\omega_m = -\frac{1}{2} \epsilon_{klm} W_{kl} \quad (2-56)$$

式中 ω_m , W_{kl} 分别是向量 $\boldsymbol{\omega}$ 和张量 \mathbf{W} 的笛卡尔分量, ϵ_{klm} 是排列张量。这样上面的公式又可以写为:

$$(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = (W_{32}, W_{13}, W_{21}) \quad (2-57)$$

式 2-37 还可以写为:

$$\delta \mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \delta \mathbf{x} \quad (2-58)$$

因此可以知道相对速度 $\delta \mathbf{v}$ 是由角速度 $\boldsymbol{\omega}$ 引起的, 所以 \mathbf{W} 被认为是自旋张量。

2.3 含柔性固体物料的本构方程

2.3.1 构造本构方程的原理

本构方程是描述物质对所受力的力学响应的方程，对于流体来说，也可以称为流变状态方程。它必须满足以下原理：

A、坐标不变性原理

本构方程必须不依赖于坐标系的选择。因此它们应该写成张量的形式。

B、决定性原理

这一原理可以理解为，一个物质质点在现在时刻的应力状态只依赖于它的全部运动历史。

C、物质无关性原理

这一原理可以简单地理解为，本构方程必须是客观的，与运动的参照系无关，对不同的观察者来说应该是相同的。这一要求在物理上是明显的，因为本构方程描述的是物体固有的力学性质，应该不依赖于观察者或者物体自身的刚体运动。

根据这一原理，我们在建立本构方程时，应该注意不依赖参考系的量，也就是客观量。

设有两个参考系 (x^*, t^*) 和 (x, t) ，从 (x^*, t^*) 到 (x, t) 的变换由下式给出：

$$x^* = c(t) + Q(t)x, t^* = t - a \quad (2-59)$$

其中 $c(t)$ 是向量， $Q(t)$ 是正交张量，它们都是时间 t 的函数， a 是常数。

显然，在这两个不同的参考系中，如果标量 ϕ 、向量 a 和二阶张量 T 满足变换规律 $\phi^* = \phi, a^* = Qa, T^* = QTQ^*$ ，就称之为参考系变换下的客观量。按照这一要求，可以知道，两点间的距离是客观量，速度不是客观量，速度梯度 L_1 也不是客观量，因为

$$\begin{aligned} L_1^* &= \frac{\partial v^*}{\partial x^*} = \frac{\partial}{\partial x} (\dot{c}(t) + \dot{Q}(t) + Qv) \frac{\partial x}{\partial x^*} \\ &= (\dot{Q} + QL_1)Q^* \end{aligned} \quad (2-60)$$

不满足上面的规定。

但是一阶 Rivlin-Ericksen 张量 A_1 是客观量，因为

$$\begin{aligned} A_1^* &= L_1^{*+} + L_1^* = Q L_1^+ Q^* + Q \dot{Q}^* + \dot{Q} Q^* + Q L_1 Q^* \\ &= Q A_1 Q^* + Q \dot{Q}^* + \dot{Q} Q^* \end{aligned} \quad (2-61)$$

由于 Q 是正交张量，也就是 $Q Q^* = I$ ，将此式对时间求导可得：

$$Q \dot{Q}^* + \dot{Q} Q^* = 0 \quad (2-62)$$

于是就有： $A_1^* = Q A_1 Q^*$ ，也就是说 A_1 是客观量。

2.3.2 本构方程的建立

对于牛顿流体，运用物质无关性假设，可以得出本构方程为 $T = \eta_0 A_1$ ，但是对于柔性固体物料，与牛顿流体的应力状态只和现在时刻的 A_1 不一样，其变形和应力状态依赖于它的全部相对变形梯度历史，因此本构方程可以写为：

$$T = \prod_{t'=-\infty}^t [F_t(t')] \quad (2-63)$$

这里 Π 为张量泛函。

变换参考系 ox 到 ox^* ，根据物质无关性原理有：

$$T^* = \prod_{t'=-\infty}^t [F_t^*(t')] \quad (2-64)$$

根据相对变形梯度的定义有：

$$F_t^* = \frac{\partial x^*}{\partial x} \quad (2-65)$$

而在时刻 t' ， $x^* = c(t') + Q(t')x'$ ，所以

$$\begin{aligned} F_t^*(t') &= \frac{\partial}{\partial x} (c(t') + Q(t')x') \frac{\partial x}{\partial x^*} \\ &= Q(t') F_t(t') Q^*(t) \end{aligned} \quad (2-66)$$

于是方程 (2-66) 可以写为：

$$Q(t) T Q^*(t) = \prod_{t'=-\infty}^t [Q(t') F_t(t') Q^*(t')] \quad (2-67)$$

应用式 (2-39) 可以得到：

$$Q(t) T Q^*(t) = \prod_{t'=-\infty}^t [Q(t') R_t(t') \mathcal{U}_t(t') Q^*(t')] \quad (2-68)$$

由于此方程对任意的正交张量 Q 都成立, 因此可以选取 $Q(t) = R_i^+(t)$, 注意到 $R_i(t) = I$, 因此 $Q(t) = I$, 方程 (2-64) 就成为:

$$T = \prod_{t'=-\infty}^t [U_i(t')] \quad (2-69)$$

令 $C_i = U_i^2$, 那么下面的方程可以代替式 (2-69)

$$T = \prod_{t'=-\infty}^t [C_i(t')] \quad (2-70)$$

引入时间间隔 $s = t - t'$

$$T = \prod_{s=0}^{\infty} [C_i(s)] \quad (2-71)$$

式中 \prod 也是张量泛函, 且各向同性, 这里可以验证 $C_i(t')$ 是客观量, 满足物质无关性原理。

在建立物体的本构方程时, Oldroyd 提出用随动坐标系的方法, Jaumann 定义共转导数, 用共转坐标系的方法, 直接使本构方程是客观的, 其过程可以参考文献[1、2], 这里不再说明。

2.3.3 本构方程的近似

实际上方程 (2-71) 的确定是非常困难的, 要精确地得到几乎是不可能的。通常研究的流动越复杂, 相应的本构方程应该越简单, 这样才可以求解, 因此有必要引进近似的本构方程。

如何对本构方程进行近似, 很多人做了相当多的工作, 具体来说有以下几种方法。

1) 由简单流体导出的近似方程。这种方法就是根据方程 (2-71), 再省略一些比较小的项, 得出的本构方程的形式分别为:

$$T = \eta_0 A_1 \quad (2-72)$$

$$T = \eta_0 A_1 + \beta_1 A_1^2 + \beta_2 A_2 \quad (2-73)$$

$$T = \eta_0 A_1 + \beta_1 A_1^2 + \beta_2 A_2 + \mu_1 (tr A_2) A_1 + \mu_2 (A_1 A_2 + A_2 A_1) + \mu_3 A_3 \quad (2-74)$$

这里 $\eta_0, \beta_i (i=1,2), \mu_i (i=1,2,3)$ 为物质常量。上面这三个方程分别为牛顿流体、二阶和三阶的本构方程, 如果考虑更高阶的流体时, 物质常量的个数会更多。二阶本构方程描述流体具有常粘度且第一和第二法向应力正比于剪切率的平方,

三阶流体的粘度是剪切率的函数，但是第一和第二法向应力与二阶流体相同。

2) 线性粘弹性本构方程

这种方法适合于应变率和应力很小的时候，用弹簧来表示物质的弹性，而用阻尼筒来表示物质的粘性特性，不同的弹簧和阻尼筒结合方式，就形成了不同的模型，典型的有：

$$\text{Maxwell 模型: } T + \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial t} = \eta_0 A_1 \quad (2-75)$$

这里 λ_1 为常量。

$$\text{Kelvin-Voigt 模型: } T + \lambda_1 \frac{\partial T}{\partial t} = \eta_0 (A_1 + \lambda_2 \frac{\partial A_1}{\partial t}) \quad (2-76)$$

这里 λ_2 为常量。

3) 非线性本构方程，为了使本构方程在应变率和应力较大的时候也客观有效，将 Maxwell 模型进行修改，得出如下形式：

$$T + \lambda_1 \frac{\delta T}{\delta t} = \eta_0 A_1 \quad (2-77)$$

式中 $\frac{\delta}{\delta t}$ 为 Oldroyd 导数。

$$\text{或 } T + \lambda_1 \frac{\Lambda T}{\Lambda t} = \eta_0 A_1 \quad (2-78)$$

式中 $\frac{\Lambda}{\Lambda t}$ 为 Jaumann 导数。

4) 非弹性流体。

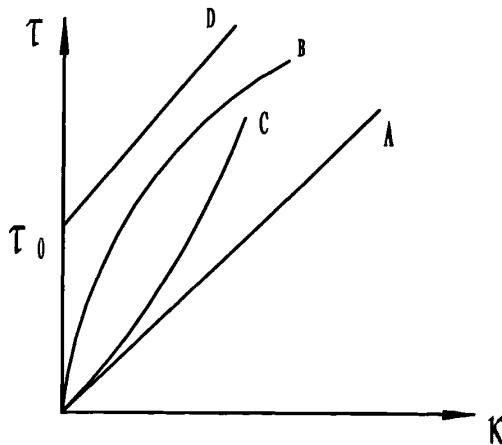


图 2-1 一些典型的 τ 对于 κ 的关系曲线

在工程实际问题中, 我们感兴趣的是剪切应力 τ 和剪切率 κ 的关系, 图 2-1 表示了一些典型的 τ 对于 κ 的关系曲线, A 曲线表示的是牛顿流体, 而 B、C 曲线分别表示的是剪切变稀和胀流型非牛顿流体, D 曲线表示的是 Bingham 流体。

忽略物体的弹性, Oldroyd 给出的其本构方程可以写为:

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \eta(\varphi) A_{ij} \\ \eta(\varphi) &= \eta_0 \left(\frac{1 + a_1 \varphi^2}{1 + a_2 \varphi^2} \right) \\ \varphi &= [0.5 \operatorname{tr} A_1^2]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (2-79)$$

这里 a_1, a_2 为正的常量。而 Carreau 给出的本构方程为:

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \eta(\varphi) A_{ij} \\ \varphi &= [0.5 \operatorname{tr} A_1^2]^{\frac{1}{2}} \\ \eta(\varphi) &= \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty)(1 + \lambda^2 \varphi^2)^{(n-1)/2} \end{aligned} \quad (2-80)$$

式中 $\eta_\infty, \eta_0, \lambda, n$ 都是常数。

5) Bingham 流体。

对于 Bingham 流体, 其特性可以用下式表示:

$$\begin{aligned} \tau - \tau_0 &= \eta_c \kappa, |\tau| > \tau_0 \\ \kappa &= 0, |\tau| \leq \tau_0 \end{aligned} \quad (2-81)$$

现在将上面的方程推广到三维情形, 如果选取 Von Mises 屈服条件 $\frac{1}{2} \operatorname{tr} T^2 = \tau_0^2$,

方程 (2-81) 就可以写为:

$$\begin{aligned} T &= \eta_1 A_1, \text{ 如果 } \frac{1}{2} \operatorname{tr} T^2 > \tau_0^2 \\ A_1 &= 0, \text{ 如果 } \frac{1}{2} \operatorname{tr} T^2 \leq \tau_0^2 \end{aligned} \quad (2-82)$$

但是方程 (2-82) 是不太适当的, 因为在 $A_1 = 0$ 时, $\operatorname{tr} T$ 不一定为 0, 可是 (2-82) 式意味着 $A_1 = 0$, 就一定有 $\operatorname{tr} T = 0$ 。

将式 (2-82) 改写为:

$$T = R + \eta_2 A_1 \quad (2-83)$$

这里 R 为张量，且 $\frac{1}{2}trR^2 = \tau_0^2$ ，由式 (2-82) 和 (2-83) 可以导出：

$$R = (\eta_1 - \eta_2)A_1 \quad (2-84)$$

$$\text{因此有：} \quad \frac{1}{2}trR^2 = \frac{1}{2}(\eta_1 - \eta_2)trA_1^2 = (\eta_1 - \eta_2)\varphi^2 = \tau_0^2 \quad (2-85)$$

$$\eta_1 = \eta_2 + \tau_0 / |\varphi| \quad (2-86)$$

将 (2-86) 代入 (2-83) 就有：

$$\begin{aligned} T &= (\eta_2 + \tau_0 / |\varphi|) A_1, \text{如果 } \frac{1}{2}trT^2 > \tau_0^2 \\ A_1 &= 0, \text{如果 } \frac{1}{2}trT^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (2-87)$$

方程 (2-87) 就是 Bingham 流体的本构方程，如果 $\tau_0 = 0$ ，则不存在屈服应力，上面的式子就变成了具有粘度 η_2 的牛顿流体的本构方程；如果 $\eta_2 = 0$ ，则上面的式子就是刚性固体的本构方程。因此 Bingham 流体的流动状态可以分为两部分，粘性流动和固体流动。这里需要说明的是，在这样一个本构方程下，流动是各相同性的。

2.4 含稀疏柔性固体物料的两相流动方程

2.4.1 含柔性固体物料的两相流动瞬时局部方程

在连续介质模型的假设下，两相流动的各相流体力学中单相流体一样，在其占有的空间中，质量、动量和能量可以用一个守恒的平衡方程来描述。用 φ_k 来代表两相流体中 k 相的一般流动变量，可以是矢量，也可以是标量。通用平衡方程可以写为：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \varphi_k) + \nabla \cdot (\rho_k \varphi_k \bar{u}_k) + \nabla \cdot \bar{J}_k - \rho_k \phi_k = 0 \quad (2-88)$$

这里， $k=1, 2$ 分别表示液体和固体相， ρ_k 和 \bar{u}_k 分别为 k 相的密度和速度， \bar{J}_k 为 φ_k 的面通量， ϕ_k 为单位质量的源项。

如果取 $\varphi_k = 1$ ， $\phi_k = 0$ ， $\bar{J}_k = 0$ 可以得到 k 相的连续方程：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k) + \nabla \cdot (\rho_k \bar{u}_k) = 0 \quad (2-89)$$

取 $\varphi_k = \bar{u}_k$, $\bar{J}_k = -\bar{P}_k - \bar{T}_k$, $\phi_k = F_k$, 可以得到 k 相的动量方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_k \bar{u}_k) + \nabla \cdot (\rho_k \bar{u}_k \bar{u}_k) + \nabla \cdot \bar{P}_k - \nabla \cdot \bar{T}_k - \rho_k F_k = 0 \quad (2-89)$$

这里 \bar{P}_k 为 k 相的压力, \bar{T}_k 为 k 相的偏应力张量, F_k 为单位质量的外力, 一般情况下是重力。

对于液体相, 其本构方程为:

$$\bar{T}_1 = \mu_l [\nabla \bar{u}_1 + (\nabla \bar{u}_1)^T] - \left(\frac{2}{3} \mu_l - \lambda_l\right) (\nabla \cdot \bar{u}_1) I \quad (2-90)$$

这里 μ_l 为液体相的粘性系数, λ_l 为液体相的体粘性系数。

对于固体相, 可以根据物质的形态选用前面所讨论的近似的本构方程中的一个。

取 $\varphi_i = e_i + \frac{1}{2} u_i^2$, $\bar{J}_i = \bar{q}_i - \bar{P}_i \cdot \bar{u}_i$, $\phi_i = \bar{F}_i \cdot \bar{u}_i + Q_i / \rho_i$, 可得出能量方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho_i (e_i + \frac{u_i^2}{2})] + \nabla \cdot [\rho_i (e_i + \frac{u_i^2}{2}) \bar{u}_i] = -\nabla \cdot \bar{q}_i + \nabla \cdot (\bar{P}_i \cdot \bar{u}_i) + \rho_i \bar{F}_i \cdot \bar{u}_i + Q_i \quad (2-91)$$

式中, e_i 为内能, \bar{q}_i 为热通量, Q_i 为体热源。

求解上面的方程除了需要给定初始条件、边界条件外, 还需要补充交界面处的平衡条件, 根据文献[13], 界面质量守恒方程为:

$$\sum_{k=1}^2 \rho_k \bar{n}_k \cdot (\bar{u}_k - \bar{u}_i) = 0 \quad (2-92)$$

界面守恒动量方程为:

$$\sum_{k=1}^2 [\rho_k \bar{n}_k \cdot (\bar{u}_k - \bar{u}_i) \bar{u}_k - \bar{n}_k \cdot \bar{P}_k] + (\bar{t}_a a^{\alpha\beta} \sigma)_{,\beta} = 0 \quad (2-93)$$

这里 \bar{n}_k 为界面的外法线方向, σ 为界面张力, \bar{t}_a 为空间与界面坐标的混合张量, $a^{\alpha\beta}$ 为界面的度规张量, $(\bar{t}_a a^{\alpha\beta} \sigma)_{,\beta}$ 为 $\bar{t}_a a^{\alpha\beta} \sigma$ 在界面上的协变导数。

2.4.2 基于体积平均的含稀疏柔性固体物料的两相湍流方程

理论上, 上面的方程加上一定的边界条件和初始条件, 以及一定的相间耦合条件, 就可以进行流动求解了。但是在两相物质的交界面处存在质量和动量的突变, 交界面处的条件复杂, 形状和位置也很难确定, 因此用上面的瞬时局部微分

方程来求解两相流动将十分困难。在工程中，人们感兴趣的不是瞬时局部的微观变量，而是平均速度和平均压力这样一些宏观平均变量，因此有必要通过对瞬时局部的基本方程进行平均来获得这样一些信息。

这种平均的方法很多，文献[13-16]都做过详细的论述，这里用体积平均的方法来导出含柔性物料的两相流动的基本方程。当然也可以用其他的方法，但是体积平均法相对直观简单。

记 k 相占有的空间体积为 V_k ，那么 ϕ_k 的体平均值 $\langle \phi_k \rangle(\bar{x}, t)$ 可以定义为：

$\langle \phi_k \rangle(\bar{x}, t) = \frac{1}{V} \int_{V(\bar{x})} \phi_k(\bar{x}, t) dV$ ，这里 $V(\bar{x})$ 是含有 \bar{x} 点的某一体积。定义 k 相内部的

体平均值为： $\widetilde{\phi_k}(\bar{x}, t) = \frac{1}{V_k} \int_{V_k(\bar{x})} \phi_k(\bar{x}, t) dV = \frac{\langle \phi_k \rangle}{C_k}$ ，这里 $C_k = \frac{V_k}{V}$ 称为 k 相的体积浓

度，显然对于两相流体有 $\sum_{k=1}^2 C_k = 1$ 。同样，可以定义 ϕ_k 的质量加权体平均值 $\overline{\phi_k}$ 为：

$\overline{\phi_k} = \frac{\langle \rho_k \phi_k \rangle}{\langle \rho_k \rangle} = \frac{\widetilde{\rho_k \phi_k}}{\widetilde{\rho_k}}$ ，对于两相混合物密度有 $\rho_m = \sum \langle \rho_k \rangle = \sum C_k \widetilde{\rho_k}$ 。由此可以

定义 k 相质量浓度： $\alpha_k = \frac{\langle \rho_k \rangle}{\rho_m}$ ；对于两相混合物各运动参量可以定义为：

$$\varphi_m = \frac{1}{\rho_m} \sum C_k \widetilde{\rho_k \phi_k} = \sum \alpha_k \overline{\phi_k}。$$

首先在两相流动中，两相的压力和密度均不能看做是相对独立的量，其关系如下：

$$C_1 + C_2 = 1 \quad (2-94)$$

$$P_2 - P_1 = \sigma a \quad (2-95)$$

这里 σ 为界面张力， a 为界面曲率。对于稀疏固体，可以不考虑碰撞而产生的碰撞应力。

为了求得平均方程，需要知道变量导数的平均值。从数学上可以知道，当 $f(x, t)$ 连续且 $\frac{\partial f}{\partial t}$ 连续时，有 $\int_V \frac{\partial f}{\partial t} dV = \frac{d}{dt} \int_V f dV$ 。在单相流动中，流动参量满足上面的条件，因此在对 $N-S$ 方程平均以后就可以得出湍流方程。在两相流动中，流场被不

同的相分割占据, ϕ_k 不连续, 文献[25] 证明了 $\frac{\partial \phi_k}{\partial t}$ 的体平均值多了一个界面传递

项, 即 $\langle \frac{\partial \phi_k}{\partial t} \rangle_V = \frac{\partial \langle \phi_k \rangle}{\partial t} - \frac{1}{V} \int_{A_k} \phi_k \bar{u}_i \cdot \bar{n}_k dA$, 这里 A_k 为两相的交界面, \bar{n}_k 为 A_k 的外

法向。 $\nabla \phi_k$ 的体平均值为^[16]: $\langle \nabla \phi_k \rangle = \nabla \langle \phi_k \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_k} \bar{n}_k \phi_k dA$, 这个式子里的最后

一项表示两相间通过界面的传递作用。

由此可以对方程 (2-91) 取体积平均得到:

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_k \widetilde{\rho_k}) + \nabla \cdot (C_k \widetilde{\rho_k} \widetilde{u_k}) = -\nabla \cdot [C_k (\widetilde{J_k} + \bar{J_k}^T)] + C_k \widetilde{\rho_k} \bar{I_k} + \bar{I_k} \quad (2-96)$$

式中 $\bar{J_k}^T = \rho_k \widetilde{\phi_k} \bar{u_k}$ 是脉动量的面通量, 脉动量 $\phi_k = \phi_k - \bar{\phi_k}$, $\bar{u_k} = \bar{u_k} - \bar{u_k}$, $\bar{I_k}$ 表示两相在交界面的传递。对于体积平均法:

$$\bar{I_k} = -\frac{1}{V} \int_{A_k} [\rho_k \phi_k (\bar{u_k} - \bar{u}_i) \cdot \bar{n}_k + \bar{J_k} \cdot \bar{n}_k] dA \quad (2-97)$$

取 $\phi_k = 1$, $\phi_k = 0$, $\bar{J_k} = 0$, 可以得到 k 相的体积平均连续方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_k \widetilde{\rho_k}) + \nabla \cdot (C_k \widetilde{\rho_k} \widetilde{u_k}) = \Gamma_k - \nabla \cdot \bar{D_k} \quad (2-98)$$

其中 $\bar{D_k} = \widetilde{\rho_k} \bar{u_k}$ 为相密度和脉动速度产生的通量。令 $\bar{D_k} = 0$, 那么连续方程就简化为:

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_k \widetilde{\rho_k}) + \nabla \cdot (C_k \widetilde{\rho_k} \widetilde{u_k}) = \Gamma_k \quad (2-99)$$

式中 $\Gamma_k = -\frac{1}{V} \int_{A_k} \rho_k (\bar{u_k} - \bar{u}_i) \cdot \bar{n}_k dA$, $(\bar{u_k} - \bar{u}_i) \cdot \bar{n}_k$ 表示交界面处 k 相速度与界面速度差

的法向分量。对于固体物料的两相流动, 其值可以取 0, 同样由于固液相的密度可以看做不变, $\widetilde{\rho_k} = \text{constant}$ 。

取 $\phi_k = \bar{u_k}$, $\bar{J_k} = -P_k - T_k$, $\phi_k = F_k$, 可以得到 k 相的动量方程:

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_k \widetilde{\rho_k} \bar{u_k}) + \nabla \cdot (C_k \widetilde{\rho_k} \bar{u_k} \bar{u_k}) = -\nabla (C_k \bar{P_k}) + \nabla \cdot [C_k (\widetilde{T_k} + \bar{T_k}^T)] + C_k \widetilde{\rho_k} \bar{F_k} + \bar{M_k} \quad (2-100)$$

其中 $\bar{T_k}$ 是脉动应力张量, 包括雷诺应力和多相脉动应力, $\bar{T_k} = -\widetilde{\rho_k \bar{u_k} \bar{u_k}}$ 。

$\bar{M_k}$ 是通过界面流入 k 相的动量, 对于体积平均法有:

$$\overline{M_k} = -\frac{1}{V} \int_{A_k} [\rho_k \overline{u_k} (\overline{u_k} - \overline{u_i}) \cdot \overline{n_k} - \overline{P_k} \cdot \overline{n_k}] dA \quad (2-101)$$

$\overline{M_k}$ 由两部分组成，前一部分表示由于质量传递引起的动量传递，后一部分表示由于界面处力的作用引起的动量传递。

同理可以写出其能量方程：

$$\frac{\partial}{\partial t} [C_k \rho_k (\overline{\varepsilon_k} + \frac{\overline{u_k^2}}{2})] + \nabla \cdot [C_k \rho_k (\overline{\varepsilon_k} + \frac{\overline{u_k^2}}{2}) \overline{u_k}] = -\nabla \cdot [C_k (\overline{q_k} + \overline{q_k})] + \nabla \cdot [C_k \overline{P_k} \cdot \overline{u_k}] + C_k \rho_k \overline{F_k} \cdot \overline{u_k} + C_k \overline{Q_k} + E_k \quad (2-102)$$

这里 $\overline{\varepsilon_k} = e_k + \frac{1}{2} \overline{u_k^2}$ 称为表观内能，包括内能和脉动能。

$\overline{q_k}$ 表示脉动引起的能量输运，即

$$\overline{q_k} = \rho_k (\overline{e_k} + \frac{\overline{u_k^2}}{2}) \overline{u_k} + \overline{P_k u_k} - \overline{\tau_k \cdot u_k} \quad (2-103)$$

E_k 代表通过界面流入的能量，即

$$E_k = -\frac{1}{V} \int_{A_k} [\rho_k (e_k + \frac{u_k^2}{2}) (\overline{u_k} - \overline{u_i}) + \overline{q_k} - \overline{P_k} \cdot \overline{u_k}] \cdot \overline{n_k} dA \quad (2-104)$$

得出了平均的连续方程和动量方程、能量方程，还不能求解实际问题，因为还没有给出两相中各输运量和面通量的本构关系。为了使两相流动的平均方程封闭，人们经过努力，已经取得了许多进展。Ishii^[14]引入 20 多个假设后得到了扩散模型的封闭方程组和二流体模型的封闭方程组，分别有 27 个和 32 个方程。Drew^[15]等应用连续介质力学中的一般本构原理，得到了脉动应力和相间各种相互作用力的表达式。Drumheller^[19]和 Dobran^[20]等研究了没有相变的多相流动，应用热力学第二定律对本构方程进行简化，得到了线性化的本构方程。

下面分别讨论应力张量和界面动量传递的本构关系。

(1) 应力张量

对于液体相，与单相液体不同，在两相流动中应力不但来源于变形和脉动，还来源于相间的速度滑移和相间的各种作用力，因此不能将单相流动中的本构方程直接移植到两相流动中来。这里可以应用 Drew、Lathy 在文献[15]中的结论，对液体相给出（为书写方便，以下的平均量在书写时不再加一和~）：

$$T_1' = 2\mu_1^T \overline{D_{1,b}} + a_1 \bar{I} + b_1 (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) \quad (2-105)$$

式中, μ_1^T 是液体相涡粘性系数, $\overline{D_{1,b}} = \frac{1}{2}[\nabla \bar{u}_1 + (\nabla \bar{u}_1)^+]$ 为液体相变型张量, a_1 、 b_1 为依赖于浓度 C 、相对速度 $|\bar{u}_2 - \bar{u}_1|$ 和 $\overline{D_{1,b}}$ 的 Euclid 范数的系数。Nigmatulin 使用格子模型, 假设每个格子中的流体对固体作无粘性绕流, 得出 a_1 、 b_1 的值为:

$$a_1 = \frac{1}{6} \rho_1 |\bar{u}_1 - \bar{u}_2|^c \quad (2-106)$$

$$b_1 = -\frac{1}{2} \rho_1$$

这一结果没有考虑到涡粘性, 但是对稀相流还是适用的。

Ishii 指出, 对于粘性液体相的粘性应力取平均会使得:

$$T_1 = C_1 \mu_1 \overline{D_{1,b}} + \mu_1 \frac{b(1-C_1)}{-(1+C_1)} [\nabla C_1 (\bar{u}_2 - \bar{u}_1) + (\bar{u}_2 - \bar{u}_1) \nabla C_1] \quad (2-107)$$

式中, μ_1 为流体本身的粘性系数, b 为流体相的缩度, Ishii^[14]提出 $b(1-C) \approx 1$, 但是到现在为止, 没有实验证据来证明。

对于固体相, 类似的有:

$$T_2' = C_2 \mu_2^T \overline{D_{2,b}} + a_2 \bar{I} + b_2 (\bar{u}_2 - \bar{u}_1)(\bar{u}_2 - \bar{u}_1) \quad (2-108)$$

假定固体物流动的跟随性好, 且本构方程中的速度尺度和大涡混合长度近似相等, 那么就有:

$$\mu_2^T = \frac{\rho_2}{\rho_1} \mu_1^T \quad (2-109)$$

式中, μ_2^T 是固体相涡粘性系数, $\overline{D_{2,b}} = \frac{1}{2}[\nabla \bar{u}_2 + (\nabla \bar{u}_2)^+]$ 为固体相变型张量, a_2 、 b_2 为系数, 其取值到目前为止还不明确。

T_2 的计算, 在不可变形的固体流动中可以直接取零, 但是对于柔性固体物料就应该根据材料的性态, 按公式 (2-71)、(2-72)、(2-73)、(2-74)、(2-75)、(2-76)、(2-77) 中的一个进行平均。

对于固体相应力的模化, 在高浓度时, 固体间的相互碰撞作用比较明显, 因此需要考虑由碰撞而产生的附加应力。对于稀相固体, 则可以不考虑碰撞产生的应力。

(2) 界面动量传递

不考虑相变的情况，可以把界面动量传递项 \overline{M}_k 分为两部分：

$$\overline{M}_k = -P_{k,i} \nabla C_k + \overline{M}_k^d \quad (2-110)$$

式中， $P_{k,i}$ 为 k 相界面压力， $-P_{k,i} \nabla C_k$ 这一项包括了由平均界面压力产生的力，可以看作浮力； \overline{M}_k^d 为除平均截面压力以外的平均力。

根据界面动量平衡条件，有：

$$\overline{M}_1 + \overline{M}_2 = \sigma a \nabla C \quad (2-111)$$

$$\text{即：} -P_{1,i} \nabla C + \overline{M}_1^d - P_{2,i} \nabla C + \overline{M}_2^d = \sigma a \nabla C$$

$$P_{1,i} - P_{2,i} = \sigma a \quad (2-112)$$

$$\text{所以，} \overline{M}_1^d + \overline{M}_2^d = 0 \quad (2-113)$$

因此，只要模化 \overline{M}_2^d 就可以知道 \overline{M}_1^d 。

界面动量传递 \overline{M}_2^d 包括除平均界面压力以外的两种力：由粘性力、尾流和边界层结构引起的作用在固体相的力和导致升力效应或者质量效应的非平衡压力分布引起的作用在固体上的力，模型中应尽可能地包括这些力。

Drew^[21] 假设：

$$\begin{aligned} \overline{M}_2^d = & K_1(\overline{u}_1 - \overline{u}_2) + K_2[(\frac{\partial \overline{u}_1}{\partial t} + \overline{u}_2 \cdot \nabla \overline{u}_1) - (\frac{\partial \overline{u}_2}{\partial t} + \overline{u}_1 \cdot \nabla \overline{u}_2)] + K_3(\overline{u}_1 - \overline{u}_2) \cdot \overline{D}_{2,b} + \\ & K_4(\overline{u}_1 - \overline{u}_2) \cdot \overline{D}_{1,b} + K_5(\overline{u}_1 - \overline{u}_2) \cdot \nabla(\overline{u}_1 - \overline{u}_2) + K_6(\overline{u}_2 - \overline{u}_1) \cdot [\nabla(\overline{u}_2 - \overline{u}_1)] \end{aligned} \quad (2-114)$$

式中 K_1 、 K_2 、 K_3 、 K_4 、 K_5 、 K_6 是不变量的标量函数。其中第一项为阻力项，所以有：

$$K_1 = \frac{3}{4} C_D \frac{C_D}{D} |\overline{u}_1 - \overline{u}_2| \quad (2-115)$$

这里 D 为固体的特征尺寸， C_D 为阻力系数，其取值可以参考 Ishii 和 Zuber^[23] 的研究。

第二项和第五项为加速度项，Drew 提出：

$$K_2 = C_D C_0(C) \quad (2-116)$$

$$K_5 = K_2[1 - \lambda_0(C)] \quad (2-117)$$

式中 C_0 为有效体积。

第四项为升力效应项，系数 $K_4 = CL$ ， L 为特征长度。

第三项和第六项，一方面在单个固体流动中没有类似的项，另一方面也没有证据可以肯定其存在，因此可以假设 $K_3 = K_6 = 0$

2.5 本章小结

本章在简单介绍颗粒性固体物料两相流动方程后，主要的工作是分析含柔性固体物料的两相流动，由于柔性固体物料在流动中的可变形性，使问题显得更为复杂，采用拉格朗日法分析物体运动中的变形，给出了变形判别数 G_t ，得出了对于柔性固体物料，变形判别数 $G_t \neq 0$ ；在此基础上，建立了其考虑时间和空间效应的一般性的本构方程，并讨论了不同的本构方程的近似；给出了两流体模型的含柔性固体物料的两相流动瞬时局部方程。基于体积平均法，分析了应力张量和界面动量的传递，并对系数的选取进行了讨论。对稀相柔性固体物料的两相流动，忽略其碰撞项，建立了两相湍动方程，为稀相柔性固体物料的两相流动分析计算提供了理论基础和计算模型。

两流体模型的含柔性固体物料的两相流动瞬时局部方程为：

$$\text{液体相连续方程: } \frac{\partial}{\partial t}(\rho_1) + \nabla \cdot (\rho_1 \bar{u}_1) = 0$$

$$\text{液体相动量方程: } \frac{\partial}{\partial t}(\rho_1 \bar{u}_1) + \nabla \cdot (\rho_1 \bar{u}_1 \bar{u}_1) + \nabla \cdot P_1 - \nabla \cdot T_1 - \rho_1 F_1 = 0$$

$$\text{固体相连续方程: } \frac{\partial}{\partial t}(\rho_2) + \nabla \cdot (\rho_2 \bar{u}_2) = 0$$

$$\text{固体相动量方程: } \frac{\partial}{\partial t}(\rho_2 \bar{u}_2) + \nabla \cdot (\rho_2 \bar{u}_2 \bar{u}_2) + \nabla \cdot P_2 - \nabla \cdot T_2 - \rho_2 F_2 = 0$$

$$\text{液体相本构方程: } T_1 = \mu_1 [\nabla \bar{u}_1 + (\nabla \bar{u}_1)^T] - \left(\frac{2}{3} \mu_1 - \lambda_1\right) (\nabla \cdot \bar{u}_1) I$$

固体相本构方程可以根据性态的不同，选用下面方程中的一个：

$$T_2 = \eta_0 A_1 + \beta_1 A_1^2 + \beta_2 A_2$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \eta_0 A_1$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \eta_0 (A_1 + \lambda_2 \frac{\partial A_1}{\partial t})$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\delta T_2}{\delta t} = \eta_0 A_1$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\Lambda T_2}{\Lambda t} = \eta_0 A_1$$

$$T_2 = \eta_0 \left(\frac{1 + 0.5a_1 tr A_1^2}{1 + a_2 0.5 tr A_1^2} \right) A_1$$

$$T_2 = \eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) (1 + 0.5 \lambda^2 tr A_1^2)^{(n-1)/2} A_1$$

$$T_2 = (\eta_2 + \tau_0 / |\phi|) A_1, \text{ 如果 } \frac{1}{2} tr T_2^2 > \tau_0^2, A_1 = 0$$

界面质量守恒方程： $\sum_{k=1}^2 \rho_k \bar{n}_k \cdot (\bar{u}_k - \bar{u}_i) = 0$

界面动量守恒方程： $\sum_{k=1}^2 [\rho_k \bar{n}_k \cdot (\bar{u}_k - \bar{u}_i) \bar{u}_k - \bar{n}_k \cdot \bar{P}_k] + (\bar{t}_a a^{\alpha\beta} \sigma)_{,\beta} = 0$

用上面的方程求解两相流动非常困难，不但由于方程组及交界面处条件复杂，主要还因为交界面的位置未知。而且在工程中，人们关心的是流动中的一些宏观平均量的变化，因此建立了基于体积平均的含稀疏柔性固体物料的两相湍流方程。其表达式可以总结为：

总平衡方程： $C_1 + C_2 = 1$

压力耦合方程： $P_2 - P_1 = \sigma a$

液体相连续方程： $\frac{\partial}{\partial t} (C_1 \rho_1) + \nabla \cdot (C_1 \rho_1 \bar{u}_1) = 0$

固体相连续方程： $\frac{\partial}{\partial t} (C_2 \rho_2) + \nabla \cdot (C_2 \rho_2 \bar{u}_2) = 0$

液体相动量方程：

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_1 \rho_1 \bar{u}_1) + \nabla \cdot (C_1 \rho_1 \bar{u}_1 \bar{u}_1) = -\nabla (C_1 P_1) + \nabla \cdot [C_1 (T_1 + T_1')] + C_1 \rho_1 \bar{F}_1 + \bar{M}_1$$

固体相动量方程：

$$\frac{\partial}{\partial t} (C_2 \rho_2 \bar{u}_2) + \nabla \cdot (C_2 \rho_2 \bar{u}_2 \bar{u}_2) = -\nabla (C_2 P_2) + \nabla \cdot [C_2 (T_2 + T_2')] + C_2 \rho_2 \bar{F}_2 + \bar{M}_2$$

界面动量传递方程：

$$\overline{M}_1 = -P_{1,i} \nabla C_1 + \overline{M}_1^d, \quad \overline{M}_2 = -P_{2,i} \nabla C_2 + \overline{M}_2^d$$

$$\overline{M}_1^d + \overline{M}_2^d = 0$$

$$\overline{M}_2^d = K_1(\overline{u}_1 - \overline{u}_2) + K_2 \left[\left(\frac{\partial \overline{u}_1}{\partial t} + \overline{u}_2 \cdot \nabla \overline{u}_1 \right) - \left(\frac{\partial \overline{u}_2}{\partial t} + \overline{u}_1 \cdot \nabla \overline{u}_2 \right) \right] +$$

$$\frac{1}{2} K_4 (\overline{u}_1 - \overline{u}_2) \cdot [\nabla \overline{u}_1 + (\nabla \overline{u}_1)^*] + K_5 (\overline{u}_1 - \overline{u}_2) \cdot \nabla (\overline{u}_1 - \overline{u}_2)$$

$$K_1 = \frac{3}{4} C \rho_1 \frac{C_D}{D} |\overline{u}_1 - \overline{u}_2|$$

$$K_2 = C \rho_1 C_0(C)$$

$$K_5 = K_2 [1 - \lambda_0(C)]$$

$$K_4 = CL$$

液体相粘性应力方程:

$$T_1 = \frac{1}{2} C_1 \mu_1 [\nabla \overline{u}_1 + (\nabla \overline{u}_1)^*] + \mu_1 \frac{b(1-C_1)}{-(1+C_1)} [\nabla C_1 (\overline{u}_2 - \overline{u}_1) + (\overline{u}_2 - \overline{u}_1) \nabla C_1]$$

液体相湍动应力方程:

$$T_1' = \mu_1' [\nabla \overline{u}_1 + (\nabla \overline{u}_1)^*] + a_1 \overline{I} + b_1 (\overline{u}_2 - \overline{u}_1) (\overline{u}_2 - \overline{u}_1)$$

固体相湍动应力方程: $T_2' = C_2 \mu_2' \overline{D_{2,b}} + a_2 \overline{I} + b_2 (\overline{u}_2 - \overline{u}_1) (\overline{u}_2 - \overline{u}_1)$

固体相粘弹性应力方程可以根据柔性固体物料性态, 选择以下方程中的一个:

$$T_2 = C_2 (\eta_0 A_1 + \beta_1 A_1^2 + \beta_2 A_2)$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\partial T_2}{\partial t} = C_2 \eta_0 A_1$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\partial T_2}{\partial t} = C_2 \eta_0 (A_1 + \lambda_2 \frac{\partial A_1}{\partial t})$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\delta T_2}{\delta t} = C_2 \eta_0 A_1$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\Lambda T_2}{\Lambda t} = C_2 \eta_0 A_1$$

$$T_2 = C_2 \eta_0 \left(\frac{1 + 0.5 a_1 tr A_1^2}{1 + a_2 0.5 tr A_1^2} \right) A_1$$

$$T_2 = C_2 [\eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty) (1 + 0.5 \lambda^2 tr A_1^2)^{(n-1)/2} A_1]$$

$$T_2 = C_2(\eta_2 + \tau_0/|\varphi|) A_1, \text{ 如果 } \frac{1}{2}\tau T_2^2 > \tau_0^2, A_1 = 0$$

参考文献

- [1] Happel, J. and Brenner, H. Low Reynolds Number Hydrodynamics. Prentice Hall, New Jersey, 1965
- [2] Batchlor, G. K. Transport Properties of Two-Phase Materials with Random Structure. Ann. Rev. Fluid Mech., 1974(Jun.): 227~255
- [3] Leal, L.G. Particle Motions in a Viscous Fluid. Ann. Rev. Fluid Mech., 1980(Dec.): 435~476
- [4] Jackson, R. The Mechanics of Fluidized Beds. I, Trans. Inst. Chem. Eng., 1963(41): 13~28
- [5] Murray, J.D. On the Mathematics of Fluidization, I. Fundamental Equations and Water Propagation, J. Fluid Mech., 1965(21): 465~493
- [6] Murray, J.D. On the Mathematics of Fluidization, II. Steady Motion of Fully developed Bubbles, J. Fluid Mech., 1965(22): 57~80
- [7] Ogawa, S., Umemura, A. and Oshima, N. On the Equations of Fully Fluidized Granular Materials. ZAMP, 1980(31): 483~493
- [8] Homsy, G.M. A Survey of Some Results in the Mathematical Theory of Fluidization. In Theory of Dispersed Multiphase Flow, Ed. by Mayer, Academic Press Inc., 1983: 57~71
- [9] 刘大有. 关于二相流、多相流体模型和非牛顿流体等概念的探讨. 力学进展, 1994(1): 66~74
- [10] 王长安. 密相固液两相三维湍流的研究及在叶轮内流场计算与分析中的应用: [博士学位论文]. 西安: 西安交通大学, 1996
- [11] Pipkin, A.C. and Tanner, R.I. A Survey of Theory and Experiments in Viscometric Flows of Viscoelastic Fluids. Mech. Today, 1972(Jan.): 262
- [12] Oldroyd, J.G. On the Formulation of Rheological Equation of State, Proc. Roy. Soc., A200, 523, 1950
- [13] 倪晋仁, 王光谦, 张红武. 固液两相流基本理论及最新应用. 北京: 科学出版社, 1991
- [14] Ishii, M. Thermo-Fluid Dynamics Theory of Two-Phase Flows. Eyrolles, Paris, 1975
- [15] Drew, D.A. Mathematical Modeling of Two-Phase Flow. Ann. Rev. Fluid Mech., 1983(15): 261~291
- [16] 陈天翔. 多相流体力学的场方程及其平均. 力学进展, 1986(4): 482~494
- [17] Aris, R. Vectors. Tensors and Basic Equations of Fluid Mechanics. Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, 1962
- [18] Drew, D.A. and Lahey, R.T. Application of General Constitutive Principles to the Derivation of Multidimensional Two-Phase Flow Equations. Int. J. Multi-Phase Flow, 1979(May): 243~264

- [19] Drumheller, D.S. and Bedford, A. A Thermomechanical Theory for Reacting Immiscible Mixtures. Arch. Ration. Mech. Anal., 1978(68): 37~51
- [20] Dobran, F. A Two-Phase Fluid Model Based on the Linearized Constitutive Equations. In Advances in Two-Phase Flow and Heat Transfer, Ed. By Kakac, S. and Ishii, M., NATO ASI Serise E: Applied Science, 1983(63): 41~59
- [21] Drew, D.A. and Lahey, R.T. A Mixing Length Model for Fully Developed Turbulent Two-Phase Flows. Trans. Am. Nucl. Soc., 1980(35): 624~625
- [22] Nigmatulin, R. I. Spatial Averaging in the Mechanics of Heterogeneous and Dispersed Systems. Int.J. Multiphase Flow, 1979(May.): 353~385
- [23] Ishii, M. and Zuber, N. Drag Coefficient and Relative Velocity in Bubby. Droplet or Particulate Flows, AIChE J., 1979(26): 843~855
- [24] 陈文芳. 非牛顿流体力学. 北京: 科学出版社, 1984
- [25] Aris.R. Vectors, Tensors and Basic Equations of Fluid Mechanics. Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall, 1962
- [26] 施学贵, 徐旭常等. 颗粒在湍流中运动的受力分析. 工程热物理学报, 1989(3): 320~325
- [27] Hwang, G. J. Shen H H. Modeling of the Solid Phase Stress in a Fluid-Solid Mixture. ASME.J.Multiphase Flow, 1989(Feb.): 257~268
- [28] Soo, S. L. Comparative Formulation of Multiphase Flow and Heat Transfer. Second International Symposium, vol.2, edited by Xue-jue Chen, T. N.Veziroglu, C.L.Tien, Hemisphere Publishing Corporation, U.S.A, 1991: 1017~1027
- [29] Drew. D. A 著, 方明, 蔡晓鸣译. 两相流的数学模型 (上). 上海力学, 1985(1): 65~67
- [30] Givler, R.C. An Interpretation for Solid-Phase in Slow. Fluid-Particle Flows. Int. J. Multiphase Flow, 1987(May.): 717~722
- [31] Elghobashi S E, Abou-Arab T W. A Two-equation Turbulence Model for Two-phase Flow. Phys.Fluids.1993(Apr.): 931~938
- [32] 陈景仁著, 臧团才等译. 湍流模型及有限元分析法. 上海: 上海交通大学出版社, 1989
- [33] Elghobashi S E Abou-Arab T W. A Two-equation Turbulence Model for Two-phase Flow. Phys.Fluids, 1993(Feb.): 931~938
- [34] Abou-Arab T W. Turbulence Models for Two-phase Flows. Encyclopedia of Fluid Mechanics, 1986(March): 863~907

第3章 泵在输送两相流体时的性能

3.1 叶轮中固液两相流动分析

由于两相流动及湍流的复杂性，按湍流来理论分析叶轮内两相流动是很困难的，为简化分析，做如下假设：

(1) 固体相颗粒均匀，略去颗粒间的相互作用，且固体相在运动中没有变形。

(2) 液体为理想流体，无粘性力的作用。

采用以上假设后，基本方程可以写为：

液体相动量方程

$$\frac{D\vec{V}_f}{Dt} = \vec{f}_f - \frac{\nabla P}{\rho_f} + \frac{\vec{F}_d}{(1-C_v)\rho_f} \quad (3-1)$$

固体相动量方程

$$(1+C\frac{\rho_f}{\rho_s})\frac{D\vec{V}_s}{Dt} - C\frac{\rho_f}{\rho_s}\frac{D\vec{V}_f}{Dt} = \vec{f}_s - \frac{\nabla P}{\rho_s} + \frac{1}{C_v\rho_s}\vec{F}_{ds} \quad (3-2)$$

根据以上两个方程，可以写出叶轮内两相流体的相对运动方程。

对于液体相有：

$$\frac{D\vec{W}_f}{Dt} = \vec{f}_f - \frac{\nabla P}{\rho_f} + \frac{\vec{F}_d}{(1-C_v)\rho_f} \quad (3-3)$$

对于固体相有：

$$(1+C\frac{\rho_f}{\rho_s})\frac{D\vec{W}_s}{Dt} - C\frac{\rho_f}{\rho_s}\frac{D\vec{W}_f}{Dt} = \vec{f}_s - \frac{\nabla P}{\rho_s} + \frac{1}{C_v\rho_s}\vec{F}_{ds} \quad (3-4)$$

式中 \vec{W}_f 为液相的相对速度；

\vec{W}_s 为固相的相对速度；

$$\text{单位质量液体的质量力为：} \vec{f}_f = \vec{f}_g + \vec{f}_l + \vec{f}_{kf} \quad (3-5)$$

$$\text{单位质量固体的质量力为：} \vec{f}_s = \vec{f}_g + \vec{f}_{ls} + \vec{f}_{ks} \quad (3-6)$$

下标 g 、 l 、 k 分别表示重力、离心力和科氏力。

先研究叶轮中固体相的运动。

$$(1) \text{ 重力: } \vec{f}_g = -g\vec{e}_z$$

$$(2) \text{ 离心力: } \vec{f}_b = -\omega^2 r \vec{e}_r$$

$$(3) \text{ 科氏力: } \vec{f}_c = -2\omega W_s \vec{e}_n$$

假设固体在叶轮中的运动是定常的，方程 (3-4) 在颗粒运动方向 l 上可以写为：

$$(1+C\frac{\rho_f}{\rho_s})W_s \frac{D\vec{W}_s}{Dl} - C\frac{\rho_f}{\rho_s}W_l \frac{D\vec{W}_f}{Dl} = -g\frac{\partial Z}{\partial l} + \omega^2 r \frac{\partial r}{\partial l} - \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial P}{\partial l} + \frac{F_{dl}}{C_v \rho_s}$$

上式两边同乘以 dl ，并从叶轮进口 r_l 到叶轮任意一点积分，可得：

$$W_s^2 - W_{s1}^2 = -\frac{C\frac{\rho_f}{\rho_s}}{1+C\frac{\rho_f}{\rho_s}}(W_l^2 - W_{l0}^2) - \frac{2g(Z - Z_1)}{1+C\frac{\rho_f}{\rho_s}} + \frac{u^2 - u_1^2}{1+C\frac{\rho_f}{\rho_s}} - \frac{2(P - P_1)}{\rho_s(1+C\frac{\rho_f}{\rho_s})} + \frac{2\int_1^l F_{dl} dl}{C_v \rho_s(1+C\frac{\rho_f}{\rho_s})} \quad (3-7)$$

同样对于液体相有：

$$W_f^2 - W_{f1}^2 = -2g(Z - Z_1) + (u^2 - u_1^2) - \frac{2}{\rho_f}(P - P_1) + \frac{2\int_1^l F_{dl} dl}{(1-C_v)\rho_l} \quad (3-8)$$

将 (2-23) 代入 (2-22)，并注意到 $F_{dl} = -F_{dsl}$ ，整理后得到：

$$W_s^2 - W_{s1}^2 = -2g(Z - Z_1) + (u^2 - u_1^2) - \frac{2(1+C)\rho_f}{\rho_f \rho_s(1+C\frac{\rho_f}{\rho_s})}(P - P_1) + \frac{(1-C_v)\rho_f - CC_v \rho_f}{C_v(1-C_v)\rho_s \rho_f(1+C\frac{\rho_f}{\rho_s})} \cdot 2\int_1^l F_{dl} dl \quad (3-9)$$

(2-24) 减 (2-23) 得：

$$W_s^2 - W_{s1}^2 = (W_{s1}^2 - W_{s1}^2) + \frac{2(\rho_s - \rho_f)}{\rho_f \rho_s(1+C\frac{\rho_f}{\rho_s})}(P - P_1) + \frac{(1-C_v)\rho_f - C_v \rho_s}{C_v(1-C_v)\rho_s \rho_f(1+C\frac{\rho_f}{\rho_s})} \cdot 2\int_1^l F_{dl} dl \quad (3-10)$$

设叶轮入口处速度均匀，上式可变为：

$$K_1(\rho_s - \rho_f) = (W_s^2 - W_f^2) - K_2 \int_{l_1}^l F_{ds} dl \quad (3-11)$$

$$K_1 = \frac{2(P - P_1)}{\rho_s \rho_f (1 + C \frac{\rho_f}{\rho_s})}$$

$$\text{式中: } K_2 = \frac{(1 - C_v) \rho_f + C_v \rho_s}{C_v (1 - C_v) \rho_s \rho_f (1 + C \frac{\rho_f}{\rho_s})}$$

由式 (2-26) 可知:

当 $\rho_s > \rho_f$ 时, $W_s > W_f$;

当 $\rho_s < \rho_f$ 时, $W_s < W_f$ 。

采用同样的方法, 可以推出液固两相流动相对速度的径向速度和圆周速度之间的关系:

当 $\rho_s > \rho_f$ 时, $W_{sr} > W_{fr}$, $W_{su} > W_{fu}$;

当 $\rho_s < \rho_f$ 时: $W_{sr} < W_{fr}$, $W_{su} < W_{fu}$ 。

值得注意的是, 固体物在叶轮内的流动与在管道内的流动不同, 一般管道内固体相的流动速度比液体相的流动速度相对较低, 即有所谓的现象。而在叶轮内, 如上所述, 根据固体密度的不同固体相的速度可以大于或者小于液体相的速度, 文献[4]用实验证明了密度大于水的固体颗粒在叶轮中的流动速度大于液体相。

上面的关系可以用速度三角形来表示, 如图 3-1 所示

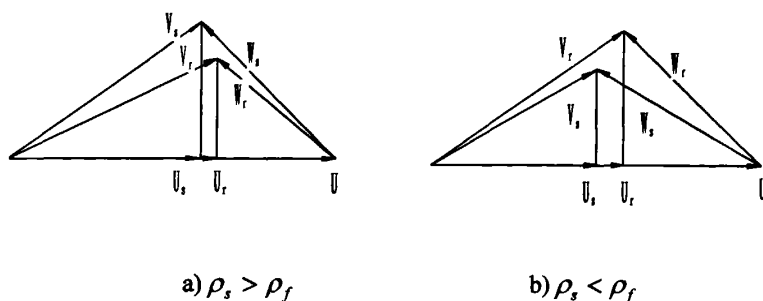


图 3-1 不同密度下的叶轮内两相流动速度三角形

由此可知, 无论是 $\rho_s > \rho_f$, 还是 $\rho_s < \rho_f$ 时, 固体相的圆周速度小于液体相的圆周速度。因此当泵输送两相流体时, 相同流量下, 泵的扬程低于单独输送液体时的扬程。

3.2 纤维性固体在流动中的分析

纤维是一种长而柔软的固体，在液体中的流动既有平动、旋转，还有变形，是一种非常复杂的运动。对纤维的运动进行数学上的描述是相当困难的，因此对其研究就必须先得到便于分析的纤维流动的简化模型。

1992 年，Jeffery 研究了一个刚性、有浮力的椭球在均匀的 Stokes 流动中的运动，发现颗粒的中心是沿着线形流动的。而在库埃特流动中，颗粒的中心轨迹为：

$$\theta(t) = \tan^{-1} \left[r_e \tan\left(\frac{Gr_e t}{r_e^2 + 1}\right) \right] \quad (3-12)$$

式中 G 是切变速率， r_e 是椭球的长短轴比。

Wherrett(1996)在 Yamamoto 和 Matsuoka(1993, 1994)二维流动的基础上，将一根纤维作为一系列被约束的成分而建立了模型。每个球的运动和转动方程决定了纤维的运动，其结果对一根刚性的纤维来说是符合 Jeffery 理论的，但是其模型是二维的，且没有考虑壁面的影响，因此应用不广。Olson 于 1996 年就纤维的运动建立了一个理论上的模型，并在实验上证明了模型的预测，但是他的模型局限于刚性的纤维。

2001 年，James.A.Olson 假设一根直的刚性纤维，沿着纤维的所有点的速度可以看做是纤维的平移速度 v 和旋转速度 $l\dot{p}$ 的总和。其中 \dot{p} 是平行于纤维主轴的一个单位向量的时间导数； l 是到纤维中心的距离，如 2-1 图示。作用在其上的外力为：

$$F = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} D[u(l) - (v + l\dot{p})] dl \quad (3-13)$$

作用在纤维上的外力矩为：

$$M = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} l \dot{p}_j \times D[u(l) - (v + l\dot{p})] dl \quad (3-14)$$

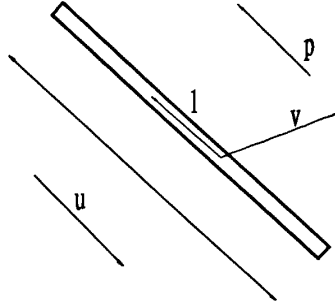


图 3-2 长为 \$l\$ 的刚性纤维

式中 \$\mathbf{u}\$ 为流体的流动速度, \$\mathbf{v}\$ 为纤维的移动速度。单位向量 \$\mathbf{p}\$ 指向纤维的方向。

假设纤维是有浮力且不计其惯性, 那么可得:

$$\mathbf{v} = \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \mathbf{u}(\mathbf{y} + l\mathbf{p}, t) dl \quad (3-15)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{p} \times \frac{12}{L^3} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} l \mathbf{u}(\mathbf{y} + l\mathbf{p}, t) dl \quad (3-16)$$

式中 \$\boldsymbol{\omega}\$ 为纤维运动的角速度。

如果平均流体速度用 \$\mathbf{u}\$ 来代替, 方向的变化率 \$\dot{\mathbf{p}}\$ 可以表示为:

$$\dot{\mathbf{p}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{p} \quad (3-17)$$

上述方程结合起来就确定了纤维流动的轨迹。

但是由于上面的分析都是对刚性纤维进行的, 实际的纤维是柔性的且可变形的, 因此具有很大的局限性。

1997 年, Lawryshyn 根据欧拉-伯努利射速弯曲理论, 在平面中计算了一根柔性纤维的运动。1998 年 Stockie 和 Green 用浸入边界法模拟了柔性纤维的运动, 这种方法能够知道纤维对流体的影响, 但是其研究仅局限于二维, 三维的研究还未见有公开的报道。

3.3 泵在输送两相流体时的性能

3.3.1 泵在输送两相流体时的性能研究现状

泵在输送两相流体时的性能变化, 对固液两相输送系统的设计和水泵的选择,

有着极为重要的意义。固液两相流泵一般只给出在清水条件下的性能，如果不能很好的估计这种性能变化，就不能有效地指导泵的选型，有可能导致两相输送系统不能高效地工作或者不能工作。

泵在输送含固体的两相混合物时的性能变化很早就有人研究过，Stepanoff^[5]最早系统给出了泵在输送含悬浮性固体的两相混合物时性能的变化关系，许多研究者一致认为由于固体的存在，泵的扬程和效率均会下降，如 Cave^[6]、Vocadlo^[7]、Burgess^[8]、Sellgren^[9]、Gahlot^[10]、Kazim^[11]、Engin^[12]等根据在一定条件下的实验数据进行分析，分别得出自己的经验公式，表 3-1 总结了他们获得的扬程降公式。由于实验条件的限制，这些公式只在相当有限的范围内有着较好的精度。Mez^[13]试验研究了固体颗粒的物理特性如密度、大小和浓度对性能的影响，其质量浓度最大达到了 40%，颗粒直径最大达到 125mm，他观察到在泵送基本上为球形颗粒时，固体物的浓度与扬程下降成线形关系。Rocol^[14]等用损失分析的方法来估计泵送两相混合物时的性能变化，他们把扬程损失分成三部分：当地损失、二次流损失和摩擦损失，从而得出扬程的变化关系公式，这一公式在输送硅砂体积浓度高达 35%时有极好的精度。Walker^[15]等研究了离心泵的几何形状与泵送固液两相混合物时的性能变化关系，其几何形状主要指叶片数、叶片进出口角、叶片宽度、叶片包角等，结论为叶片形状对性能变化影响很小。Sellgren^[16]等研究了大型离心泵在输送极高浓度固体颗粒的混合物时的性能变化，泵的叶轮直径分别为 0.8m 和 1m，发现在大泵中固体颗粒对泵性能的影响不如小泵中的影响大，大泵输送固液混合物时扬程和效率下降不如小泵明显。Ni 等研究了高浓度两相混合物对泵性能的影响，指出固体物浓度为 35%时是一个临界点，当固体物浓度大于 35%时，泵的扬程和效率将急剧下降。Gandhi^[20]等用 3 种不同的固体在两种泵中进行了试验，结果表明扬程降比效率降要大 2~10%。关于流量对性能变化的影响，文献[17、19]以及清华大学两相流泵组的试验结果认为有一定的影响，而其它的文献认为，在一定的固体物浓度条件下，泵的扬程下降程度与流量和转速无关。

表 3-1 一些关于泵在输送固液混合物时扬程下降的经验公式

参考文献	作者	扬程降 K_H
[6]	Vocadlo 等	$K_H = \frac{C_v}{S_m}(S-1)[0.167 + 6.02\sqrt{\frac{d_{50}(S-1)}{D}}]$
[7]	Cave	$K_H = 0.0385(S-1)\frac{S+4}{S}C_w \text{Ln}(\frac{d_{50}}{22.7})$
[8]	Burgess 等	$K_H = 1 - (1 - C_w)^n$, $n = S(-0.1734d_{50}^2 + 0.365d_{50} + 0.027), d_{50}(mm)$
[9]	Sellgren	$K_H = 0.32C_w^{0.7}(S-1)^{0.7}C_d^{-0.25}$
[10]	Gahlot 等	$K_H = 0.00056(S-1)^{0.72}\frac{S+3}{S}C_w \text{Ln}(d_w)$
[11]	Kazim 等	$K_H = 0.13C_w\sqrt{(S-1)}\text{Ln}(\frac{d_w}{20})$
[12]	Engin 等	$K_H = 0.11C_w(S-1)^{0.64}\text{Ln}(\frac{d_w}{22.7})$

3.3.2 泵在输送两相流体时的性能实验数据

泵内固液两相流动十分复杂，前面虽然通过叶轮内两相流动分析，得出在输送两相流体时泵的扬程要下降，但是实际上仍然不能有效地预测泵在输送两相流体时扬程的变化。只有根据实验结果得出一些经验公式，以预测泵送两相混合物时的性能。由于固体物的物理特性如大小、密度等以及固体物在两相流体中的浓度也有不同，要得出较好的经验公式，实验必须覆盖相当宽的泵抽送介质条件，这一工作量将十分巨大。好在很多的研究者做了大量的工作，积累了不少的实验数据，为避免主观随意性，表 3-2 列出了尽可能找到的相关实验数据，这些研究者大多考虑了固体物的浓度（质量浓度 C_w 或体积浓度 C_v ）、比重（ $S, S = \rho_s / \rho$ ， ρ_s 、 ρ 分别为固体物和液体的密度）、当量直径（中值粒径 d_{50} 或重量平均粒径 d_w ）和叶轮直径等因素对扬程降的影响。由于大多数的研究资料表明，泵的扬程降和流量关系不大。而且尽管清华大学的试验说明不同的流量下，扬程比有变化，但是其变化并不太大。文献[21]的试验数据（见图 3-5）也能更好地说明这一问题。因此，这里不考虑流量对扬程降的影响。

表 3-2 各种文献中泵在输送两相流体时的性能变化实验数据

数据 来源 文献	固体类型	颗粒直径		C_w (%)		流量	叶轮 直径	转速	比重	数据 个数
		d_{50} (μm)	d_v (μm)	Min	Max	Q/Q_s	D (mm)	n (r/m)	S	N
[18]	A 型砂	180	180	9.053	32.775	0.25-1.00	270	1000	2.65	29/29
[11]	B 型砂	230	230	6.511	27.906	AV	270	1000	2.65	4/4
[11]	C 型砂	460	460	6.714	24.720	AV	270	1000	2.65	3/3
[18]	D 型砂	230	230	6.644	56.020	0.25-1.00	270	1000	2.65	49/49
[18]	E 型砂	230	328	10.778	55.205	0.25-1.00	270	1000	2.65	42/21
[11]	F 型砂	362	400	6.720	44.602	AV	270	1000	2.65	4/4
[6]	G 型砂	105	—	12.190	53.080	1.0	280	1780	2.64	5
[6]	H 型砂	330	—	22.680	53.080	1.0	280	1780	2.64	4
[6]	I 型砂	570	—	22.680	53.080	1.0	280	1780	2.64	5
[6]	J 型砂	920	—	22.680	53.080	1.0	280	1780	2.64	5
[6]	K 型砂	1400	—	22.680	53.080	1.0	280	1780	2.64	5
[6]	L 型砂	105	—	22.680	53.080	1.0	280	1180	2.64	4
[6]	M 型砂	570	—	39.760	46.810	1.0	280	1180	2.64	3
[6]	N 型砂	920	—	22.680	46.810	1.0	280	1180	2.64	6
[6]	O 型砂	1400	—	22.680	46.810	1.0	280	1180	2.64	5
[12]	P 型砂	400	400	5.540	28.500	1.0	210	1250	2.10	2
[12]	Q 型砂	413	440	11.60	21.400	1.0	210	1250	2.64	2
[15]	R 型砂	400	—	20.000	60.000	0.50-1.10	365	1000	2.65	19/19
[17]	S 型砂	1840	—	15.556	65.713	0.60-1.40	400	1200	2.65	20
[17]	T 型砂	372	—	14.467	65.743	0.60-1.40	400	1200	2.65	16
[14]	U 型砂	270	—	22.680	39.759	0.30-0.65	810	590	2.64	14
[14]	V 型砂	1500	—	22.680	53.083	0.30-1.00	810	590	2.64	18/18
[8]	海砂	295	—	8.850	63.860	0.40-1.00	371	1300	2.67	40
[8]	河砂	1290	—	13.930	56.450	0.40-1.00	371	1300	2.64	40
[8]	重矿石	290	—	14.770	58.160	0.40-1.00	371	1300	2.67	39
[8]	钛铁矿	170	—	16.110	61.570	0.40-1.00	371	1300	4.63	27
[11]	煤粉 A	185	377	9.010	57.800	AV	270	1000	1.49	6/11
[10]	煤粉 B	—	900	33.394	47.743	AV	270	1450	1.48	6
[13]	煤粉 C1	—	14900	15.840	20.670	1.00	825	—	1.625	5
[13]	煤粉 C2	—	15500	25.310	29.250	1.00	825	—	1.562	2
[13]	煤粉 C3	—	15300	27.230	36.150	1.00	825	—	1.716	2
[13]	煤粉 D1	—	16700	23.580	29.660	1.00	825	—	1.520	4
[13]	煤粉 D2	—	17600	38.460	42.680	1.00	825	—	1.756	5

[13]	煤粉 D3	——	17300	43.170	48.670	1.00	825	——	1.759	6
[13]	煤粉 E1	——	17300	——	18.870	1.00	825	——	1.827	4
[13]	煤粉 E2	——	16600	30.720	33.120	1.00	825	——	1.772	3
[13]	煤粉 E3	——	15900	42.160	45.570	1.00	825	——	1.754	4
[13]	砂砾	——	26700	21.440	28.950	1.00	825	——	2.60	5
[11]	铁矿石 A	663	663	2.511	12.558	AV	270	1000	4.35	3
[9]	铁矿石 B	1800	——	27.930	37.270	0.50-0.80	430	800	4.15	6
[18]	粗铁	230	230	5.332	23.200	AV	270	1000	6.24	31/29
[12]	珍珠岩-A	270	211	8.470	20.420	1.00	210	1250	2.34	2
[12]	珍珠岩-B	1390	1147	8.450	23.390	1.00	210	1250	2.34	2
[9]	珍珠岩-C	350	—	33.060	54.930	0.50-0.80	430	1160	2.34	11
[9]	花岗岩	3000	—	17.310	30.710	0.50-0.80	430	800	2.67	6
[10]	锌尾矿	—	170.4	13.617	56.170	AV	270	1450	2.85	6
[11]	锌	455	482	3.665	9.470	AV	270	1000	5.51	3
[19]	尾矿	30	—	55.900	62.150	0.20-0.70	450	800	2.75	9/9
[21]	矿渣	135	209	12.100	52.100	0.30-1.00	264	1450	2.44	17
[21]	灰渣	42	59	13.270	60.520	0.30-1.00	264	1450	2.08	37
[21]	矿渣	135	209	10.070	31.800	0.25-0.700	400	1250	2.44	27
[21]	灰渣	42	59	14.100	48.00	0.30-1.00	400	1250	2.08	27
[22]	玻璃球	90	——	10.000	50.000	1.00	267	1200	2.42	5

清华大学两相流泵组对型号为 6SH-9 和 4PN 的两台泵进行了固液两相流试验，试验的结果分别如图 3-3 和图 3-4 所示。

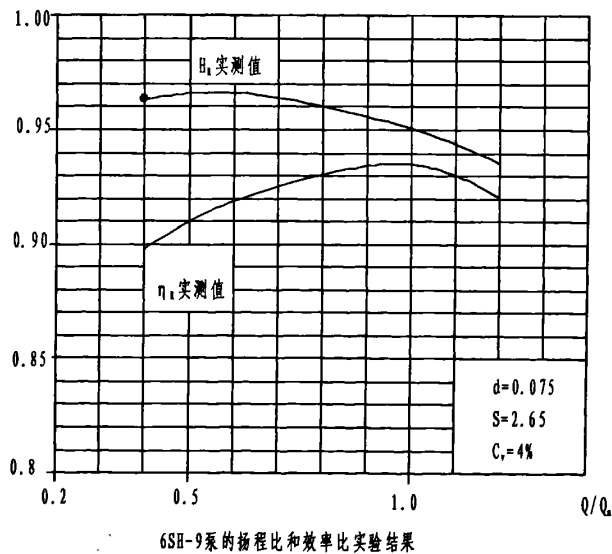


图 3-3 6SH-9 型泵的扬程比和效率比试验结果

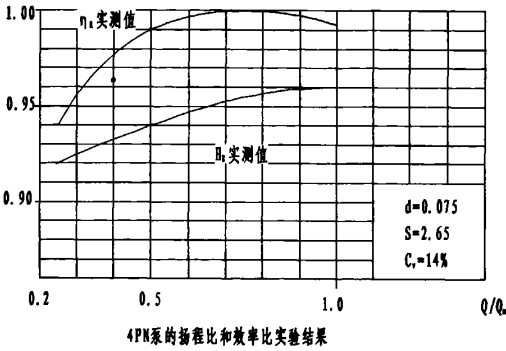


图 3-4 4PN 型泵的扬程比和效率比试验结果

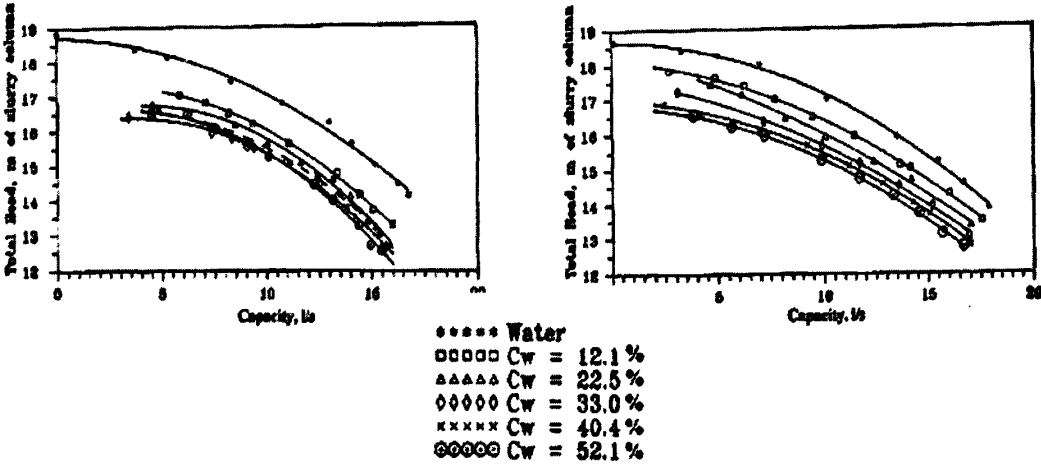


图 3-5 泵送两相流体时性能变化与流量的关系（数据来自文献[21]）

上面列举的试验数据，固体相介质覆盖了很宽的范围，如比重 S 从 1.48 到 6.24，颗粒直径 d_{50} 或 d_w 从 $30\ \mu m$ 到 $26700\ \mu m$ ，质量浓度最大达到 65.743%。试验的其他条件也变化很大，如叶轮直径 D 从 210mm 到 850mm，转速从 590rpm 到 1780rpm，流量从 0.25 到 1.4 倍额定流量。因此以上面的表格中的数据，可以比较全面地分析泵输送两相流体时的性能变化。

3.3.3 泵在输送两相流体时的扬程变化公式

(1) 扬程变化公式的形式

泵在输送固液两相流体时，影响泵的扬程因素有流量 Q 、转速 n 、叶轮当量直径 D 、固体物浓度 C_w （质量浓度）或者 C_v （体积浓度）、比重 S 、颗粒当量直径 d_{50} 或 d_w 、粒度分布 Z 、固体颗粒的形状系数 ϕ 、混合物的粘性系数 μ 、泵的无量纲

几何参数 K' 、重力加速度 g 以及固体相其它一些物理化学特性 T 等, 可以用一个函数关系式表示如下:

$$H_m = f_1(Q, n, D, g, \mu, C_w \text{ 或者 } C_v, S, d_{50} \text{ 或 } d_w, Z, \phi, K', T) \quad (3-18)$$

这里 H_m 为泵送两相混合物的扬程。将上面的各影响因素进行量纲分析, 可以得出:

$$H_m = \frac{n^2 D^2}{g} f_2\left(\frac{Q}{nD^3}, \frac{\rho n D^2}{\mu}, C_w \text{ 或者 } C_v, S, d_{50} \text{ 或 } d_w, Z, \phi, K', T\right) \quad (3-19)$$

同理, 泵在输送清水时, 扬程可以写为:

$$H_w = \frac{n^2 D^2}{g} f_3\left(\frac{Q}{nD^3}, \frac{\rho n D^2}{\mu}, K'\right) \quad (3-20)$$

这里 H_w 为泵送清水时的扬程。定义 $H_R = H_m / H_w$ 为泵的扬程比, 那么就有:

$$H_R = f_4\left(\frac{Q}{nD^3}, \frac{\rho n D^2}{\mu}, C_w \text{ 或者 } C_v, S, d_{50} \text{ 或 } d_w, Z, \phi, K', T\right) \quad (3-21)$$

令扬程降 $K_H = 1 - H_R$, 就有

$$K_H = f_5\left(\frac{Q}{nD^3}, \frac{\rho n D^2}{\mu}, C_w \text{ 或者 } C_v, S, d_{50} \text{ 或 } d_w, Z, \phi, K', T\right) \quad (3-22)$$

如前面表 3-1 所示, Cave^[6]、Vocadlo^[7]、Burgess^[8]、Sellgren^[9]、Gahlot^[10]、Kazim^[11]、Engin^[12]提出的扬程降公式, 主要考虑了固体相的比重、粒径、浓度对泵性能的影响, 但是却存在一些问题, 如没有考虑泵的几何形状对泵的影响; 只能在一些颗粒类型和浓度下应用, 条件变化时精度不够等。

影响扬程降 K_H 的因素很多, 要确定式 (3-22) 中的函数关系, 理论上很难进行有效的推导, 因此只有固定一些变量, 来看某一个变量变化对 K_H 的影响。也就是对 (3-22) 求偏导, 观察其曲线形状, 从而获得相应的函数关系。

A、 C_w 对 K_H 的影响

图 3-5 显示了在一定比重条件下, 固体相浓度对扬程降的影响, 主要数据来源于文献[8], 由该图可以看出, C_w 与 K_H 基本上成线性关系, 即 (3-22) 可以改写为如下形式:

$$K_H = C_w f_6\left(\frac{Q}{nD^3}, \frac{\rho n D^2}{\mu}, S, d_{50} \text{ 或 } d_w, Z, \phi, K', T\right) \quad (3-23)$$

这一线性关系基本上和以前的研究者所推荐的公式是一致的, 且和泵送两相

流体的理论扬程公式（3-24）的形式基本一致。

当输送固液两相物时，其理论扬程可以写为：

$$H_{T\infty} = \frac{1-C_w}{g}(u_2 v_{u2l} - u_1 v_{u1l}) + \frac{C_w}{g}(u_2 v_{u2s} - u_1 v_{u1s}) \quad (3-24)$$

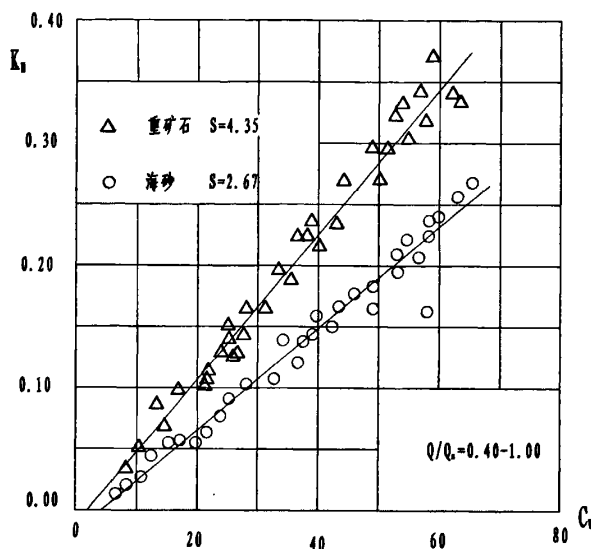


图 3-6 固体物浓度对扬程降的影响（数据来自文献[8]）

B、S 对 K_H 的影响

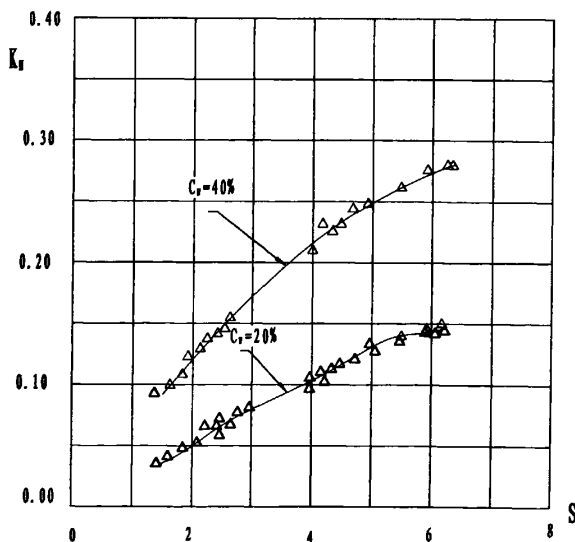


图 3-7 固体物比重对扬程降的影响（数据由文献 [6、8、9、11、13、18、19、21、22]整理而得）

比重对流动的影响主要体现在固体物沉降速度和阻力系数这两个方面,由图 3-5 可以看出,其与扬程降 K_H 的关系明显不成线性关系,很多的研究者在研究 S 对 K_H 的影响时,均以 $S-1$ 为变量,本文也采用这种做法,因此 (3-23) 就可以改写如下:

$$K_H = C_w (S-1)^{k_1} f_7 \left(\frac{Q}{nD^3}, \frac{\rho n D^2}{\mu}, d_{50} \text{ 或 } d_w, Z, \varphi, K', T \right) \quad (3-24)$$

C、叶轮几何形状和颗粒大小对 K_H 的影响

为简化研究,忽略粒度分布 Z 、固体颗粒的形状系数 φ 、混合物的粘性系数 μ 、重力加速度 g 以及固体相其它一些物理化学特性 T 等,现在只要考虑叶轮几何形状和颗粒大小对 K_H 的影响。**Walker**^[15]等研究了离心泵的几何形状与泵送固液两相混合物时的性能变化关系,其几何形状主要指叶片数、叶片进出口角、叶片宽度、叶片包角等,结论为叶片形状对性能变化影响很小。**Sellgren**^[16]等研究了大型离心泵在输送极高浓度固体颗粒的混合物时的性能变化,泵的叶轮直径分别为 0.8m 和 1m,发现在大泵中固体颗粒对泵性能的影响不如小泵中的影响大,大泵输送固液混合扬程和效率下降不如小泵明显。由此很容易就想到一个无量纲数 d_{50}/D_2 , 这里 D_2 是叶轮外径, d_{50}/D_2 既表征了颗粒的几何尺度,也表征了叶轮的几何尺度。因此 (3-24) 可以改写为如下形式:

$$K_H = C_w (S-1)^{k_1} \phi(d_{50}/D_2) \quad (3-25)$$

可以进一步假设如下:

$$K_H = b C_w (S-1)^{k_1} (d_{50}/D_2)^{k_2} \quad (3-26)$$

对 (3-26) 两边取对数有:

$$\ln K_H = \ln b + \ln C_w + k_1 \ln(S-1) + k_2 \ln(d_{50}/D_2) \quad (3-27)$$

现在用二元线性回归分析方法来确定 b 、 k_1 、 k_2 的数值。

(2) 二元线性回归分析方法

二元线性回归分析方法可以简单介绍如下:

设随机变量 y 与可控变量 x_1 、 x_2 满足如下关系式:

$$\begin{aligned} y &= b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 \\ \varepsilon &\sim N(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (3-28)$$

那么上式就称为 y 关于 x_1 、 x_2 的线性回归方程。对于二元线性回归模型,首先要根

据样本值 $(x_{11}, x_{12}, y_1), (x_{21}, x_{22}, y_2) \dots, (x_{n1}, x_{n2}, y_n)$ 来估计未知参数 b_0, b_1, b_2 ，从而建立二元线性回归方程：

$$\hat{y} = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 x_1 + \hat{b}_2 x_2 \quad (3-29)$$

记 $Q(b_0, b_1, b_2) = \sum (y_i - b_0 - b_1 x_{i1} - b_2 x_{i2})^2$ ，根据多元函数求极值的充分条件，可知道其最小值存在，设 $b_0 = \hat{b}_0, b_1 = \hat{b}_1$ 时 Q 取最小值，为了求得 $\hat{b}_0, \hat{b}_1, \hat{b}_2$ 要分别求 Q 对 b_0, b_1, b_2 的一阶偏导数，并令其为零：

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial b_0} &= -2 \sum (y_i - b_0 - b_1 x_{i1} - b_2 x_{i2}) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b_1} &= -2 \sum (y_i - b_0 - b_1 x_{i1} - b_2 x_{i2}) x_{i1} = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial b_2} &= -2 \sum (y_i - b_0 - b_1 x_{i1} - b_2 x_{i2}) x_{i2} = 0 \end{aligned} \quad (3-30)$$

整理后可得关于 b_0, b_1, b_2 的一个线性方程组：

$$\begin{aligned} nb_0 + b_1 \sum x_{i1} + b_2 \sum x_{i2} &= \sum y_i \\ b_0 \sum x_{i1} + b_1 \sum x_{i1}^2 + b_2 \sum x_{i1} x_{i2} &= \sum y_i x_{i1} \\ b_0 \sum x_{i2} + b_1 \sum x_{i1} x_{i2} + b_2 \sum x_{i2}^2 &= \sum y_i x_{i2} \end{aligned} \quad (3-31)$$

这个方程组称为正规方程，其解即为 $\hat{b}_0, \hat{b}_1, \hat{b}_2$ 且分别称为 b_0, b_1, b_2 的最小二乘估计值。如果令：

$$\begin{aligned} \bar{x}_1 &= \frac{1}{n} \sum x_{i1}, \bar{x}_2 = \frac{1}{n} \sum x_{i2}, \bar{y} = \frac{1}{n} \sum y_i, & l_{11} &= \sum (x_{i1} - \bar{x}_1)^2 \\ l_{21} &= \sum (x_{i1} - \bar{x}_1)(x_{i2} - \bar{x}_2) = l_{12} & l_{22} &= \sum (x_{i2} - \bar{x}_2)^2 \\ l_{1y} &= \sum (x_{i1} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y}) & l_{2y} &= \sum (x_{i2} - \bar{x}_2)(y_i - \bar{y}) \\ l_{2y} &= \sum (x_{i2} - \bar{x}_2)(y_i - \bar{y}) & l_{yy} &= \sum (y_i - \bar{y})^2 \end{aligned}$$

那么正规方程可以写为如下形式：

$$\begin{aligned} l_{11} \hat{b}_1 + l_{12} \hat{b}_2 &= l_{1y} \\ l_{21} \hat{b}_1 + l_{22} \hat{b}_2 &= l_{2y} \end{aligned} \quad (3-32)$$

利用上式可以求出 \hat{b}_1, \hat{b}_2 ，再利用 $\hat{b}_0 = \bar{y} - \hat{b}_1 \bar{x}_1 - \hat{b}_2 \bar{x}_2$ ，可以求得 \hat{b}_0 ，从而确定二元线性回归方程 (3-28)。

线性回归效果的显著性检验和各变量的显著性检验。

线性回归效果的显著性检验通常认为主要是检验回归系数 b_1 、 b_2 是否全为零，如全为零，就认为线性关系不显著；如不全为零，就认为线性关系显著。为此提出假设： $H_0: b_1 = b_2 = 0$ 。

记 $\hat{y}_i = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 x_{i1} + \hat{b}_2 x_{i2} = \bar{y} + \hat{b}_1(x_{i1} - \bar{x}_1) + \hat{b}_2(x_{i2} - \bar{x}_2)$ ，这里 $i=1, 2, \dots, N$ ，把数据偏差平方和分解：

$$S_T = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 + \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$$

记 $S_e = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$, $S_R = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ ，就有：

$$S_T = S_e + S_R$$

S_T 为总偏差平方和，表示了数据 y_1, y_2, \dots, y_N 的波动性， S_e 称为剩余平方和或者残差平方和，主要反映了除 x_1, x_2 的线性影响外的因素对 y_1, y_2, \dots, y_N 的分散性的作用。令 $S_R = \sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ ，那么 S_R 就反映了 $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_N$ 的波动程度。于是，通过平方和分解公式，可以把引起 y_1, y_2, \dots, y_N 波动的两个原因在数值上基本分开了。象一元线性回归一样，可以设想用 S_R/S_e 的比值来检验 H_0 。给定样本值后， S_R/S_e 较大就应该拒绝 H_0 ，可以证明，当 H_0 为真时， $\frac{S_R/2}{S_e/(N-3)} = F \sim F(2, N-3)$ ， F 就是用来检验假设 H_0 的统计量。如果 H_0 为真， F 大就应该拒绝 H_0 ，于是对于给定的显著性水平 α ，检验的法则为：如 $F \geq F_{1-\alpha}(2, N-3)$ ，则拒绝 H_0 ，认为 y 与 x_1, x_2 之间有显著的线性相关关系；如 $F < F_{1-\alpha}(2, N-3)$ ，则接受 H_0 ，认为 y 与 x_1, x_2 之间无显著的线性相关关系。

多元线性回归中，只检验线性回归显著性效果是不够的，还必须搞清楚每一个变量对 y 的影响是不是都重要，对于那些次要的、影响不显著的变量，就可以从回归方程中去掉。因此有必要研究以下的假设检验是否成立：

$$H_{0j}: b_j = 0$$

可以证明： $\frac{(\hat{b}_k - b_k)^2}{c_{kk}(\hat{\sigma}^*)^2} \sim F(1, N-3)$ ，其中 $(\hat{\sigma}^*)^2 = S_e/(N-3)$ 。

因此在给定的显著性水平 α 下，检验的法则为：

如显著性水平 $F \geq F_{1-\alpha}(1, N-3)$ ，则拒绝 H_{0j} ，认为 y 与 x_j 之间有显著的线性相

关系；如 $F < F_{1-\alpha}(1, N-3)$ ，则接受 H_0 ，认为 y 与 x_j 之间无显著的线性相关关系。

(3) 二元线性回归分析结果

统计的样本分别来自文献[6、8、9、11、13、18、19、21、22]，样本数量为其中选取 100 个，其中有些文献只提供了 d_w 而没有提供 d_{50} 的数据，由于对一般的固体颗粒而言，二者差别不是太大，因此在回归计算时直接用 d_w 值代替 d_{50} 的值。

计算的过程如前面所述，经过计算得出： $b=2.705$ ， $k_1=0.64$ ， $k_2=0.313$ 。

选取显著性水平为 $\alpha=0.01$ ，线性回归效果的显著性检验和变量 $(S-1), \frac{d_{50}}{D}$ 的显著性检验之 F 值分别为：10.969、12.675、9.834，大于查 F 分布表中的要求值 4.82 和 6.90。因此线性回归显著性检验符合要求。

由此可以得出扬程降的公式为：

$$K_H = 2.705 C_w (S-1)^{0.64} (d_{50}/D_2)^{0.313} \quad (3-33)$$

3.3.4 泵在输送两相流体时扬程变化公式的分析和对比

为了确定公式 (3-33) 的预测精度，可以将 (3-33) 中的预测值、各试验值以及表 3-1 中公式的预测值进行比较。由于各文献中的数据很多，这里利用下面的公式作为偏差的判断依据。

$$M_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{K_{H(\text{exp})} - K_{H(\text{eq})}}{K_{H(\text{exp})}} \right| \quad (3-34)$$

式中 M_d 、 N 、 $K_{H(\text{exp})}$ 、 $K_{H(\text{eq})}$ 分别为偏差、数据个数、扬程降试验数值、扬程降计算数值。

比较计算的结果如表 3-3 所示。从表 3-3 可以看出，本文计算公式的总体精度要高于表 3-1 中各计算公式的精度。其最低的预测精度为 15.749%，最高的预测精度为 2.186%，平均预测精度为 8.378%，而在表 3-1 中所列的公式中 Engin 的平均预测精度最低，为 10.642%，其偏差也比本文提出的公式高了 2.264%，且表 3-1 中往往有些公式在预测与其试验条件差别很大的情况时，偏差很大，到了 80~90%，因此本文中的扬程降计算公式与以往的计算公式相比，精度更高，适应的固体种类范围更宽。且从公式的形式上来说，与以往的计算公式不同，在公式中考虑了叶轮的典型特征。

表 3-3 各种扬程降公式的计算值和试验值的差异比较

固体类型	数据 点数	本文公式 (%)	[6] Vocadlo (%)	[7] Cave (%)	[8] Burgess (%)	[9] Sellgren (%)	[10] Gahlot (%)	[11] Kazim (%)	[12] Engin (%)
A-F 型砂	131	7.95	44.132	16.487	30.037	18.674	8.496	8.358	16.543
G-K 型砂	24	4.876	7.044	5.165	12.891	9.490	8.92	6.660	8.401
L-O 型砂	18	4.125	4.231	4.679	13.172	9.639	10.222	7.985	7.553
P-Q 型砂	4	6.571	44.574	9.913	17.459	22.946	11.063	9.463	13.16
R 型砂	19	5.837	43.332	6.771	12.365	9.627	11.414	9.634	7.288
S-T 型砂	36	12.177	27.922	22.356	41.598	23.415	36.273	32.898	16.539
U-V 型砂	32	6.510	38.771	28.984	9.169	37.157	44.244	40.557	22.573
海砂	40	7.924	38.133	10.371	7.787	25.879	19.066	16.741	9.180
河砂	40	5.219	39.710	5.297	6.566	13.786	11.319	8.879	6.621
钛铁矿	27	4.578	36.773	4.692	10.578	26.375	5.000	5.168	4.642
重矿石	39	6.300	41.267	7.188	9.252	25.778	7.269	7.228	7.213
煤粉 A	6	14.968	65.047	44.107	39.614	32.018	13.693	4.375	24.988
煤粉 B	6	15.749	61.173	26.077	13.766	29.747	11.673	4.624	25.731
煤粉 C1-E3	35	5.335	46.007	11.272	----	31.923	19.939	14.480	24.088
砂砾	5	9.826	31.653	20.108	----	40.134	12.011	14.480	24.088
铁矿石 A	3	2.186	39.057	7.278	6.330	88.053	12.20	7.542	10.722
铁矿石 B	6	2.207	3.578	3.261	45.427	15.349	3.993	3.173	3.331
粗铁	31	13.244	38.285	14.015	17.695	96.137	16.383	13.416	13.041
珍珠岩 A、B	4	3.470	30.110	4.291	18.350	42.600	8.450	5.751	13.477
珍珠岩 C	11	9.587	29.178	5.036	6.692	8.578	12.311	7.160	9.782
花岗岩	6	5.020	6.648	6.065	----	4.809	3.255	1.683	10.698
锌尾矿	6	4.992	38.104	11.713	26.356	11.307	5.725	6.062	15.949
锌	3	2.733	42.553	8.854	11.732	94.819	17.405	10.872	10.620
尾矿	9	15.591	28.161	81.071	38.567	61.077	70.841	71.377	82.064
矿渣	17	18.412	53.347	37.574	52.247	26.645	18.900	19.309	26594
灰渣	37	11.524	41.216	65.570	48.726	58.769	28.002	32.714	49.250
矿渣 B	27	11.368	34.334	5.558	26.576	15.142	41.492	35.901	14.655
灰渣 B	27	11.417	32.614	58.003	40.809	47.525	13.945	18.295	38.096
玻璃球	5	6.393	38.744	30.198	41.902	51.465	15.157	18.589	33.797
总 计	654	8.378	37.258	19.210	23.629	29.443	17.949	15.907	10.642

3.3.5 泵在输送两相流体时的功率与效率

文献[5、6]认为泵在抽送两相混合物时的功率就是泵在抽送单相液体时的功率和混合物的比重相乘，也就是说泵在抽送两相混合物时的效率降和扬程降是一样的。用公式可以表达为：

$$K_{\eta} = K_H$$

$$P_M = S_M P_L$$

这里 K_η 为效率降, P_M 为泵送两相混合物时的功率, S_M 为两相混合物的比重, P_L 为抽送单相液体时的功率。

Wilson 在文献[27]指出当固体物的浓度不高时,基本上可以用上面的公式来预测其功率和效率的变化,当固体混合物的体积浓度高的时候,效率降将会比扬程降大很多,因此不能用上面的公式来估计功率、效率的变化。Cave^[7]的结论和文献[5、6]没有太大的区别,但是他强调效率降有时会稍微小于扬程降。Sellgran^[9]的研究表明固体物的体积浓度为 20~25%时,可以用上面的公式来预测其功率和效率的变化,但是当体积浓度大于 25%时,效率比扬程下降的多得多;他的进一步研究中指出功率和效率的变化在不同的泵中有不同的趋势,对于小泵,效率降基本和扬程降相等,对于大泵,效率降要比扬程降小得多。其他的研究者^[10、11、12、13]的研究结论大多认为扬程降和效率降的差值在 2%~9%之间。

通过上面的讨论,很明显关于泵送两相混合物功率和效率的变化并不能得出一个一致的结论来,而且在现有的文献中,关于功率和效率变化的数据也很少。本文给出一个简单的估计这种变化的公式:

$$K_\eta = \lambda K_H, \quad P_M = S_M P_L$$

这里 λ 为系数, $\lambda = k \frac{0.25}{C_V} \ln\left(\frac{D}{d_{50}}\right)$, k 为待定系数,可以根据试验结果统计得出。

3.4 本章小结

本章的主要目的在于探讨泵在输送固液两相流体时的性能变化。主要的工作为:

(1) 从叶轮内部流动分析的角度,研究泵在输送固液两相流体时的性能变化。文章中对两相流动进行了合理的假设,从而简化了流动方程,分析了固体在叶轮中的受力情况和流动速度等,得出了当 $\rho_s > \rho_f$ 时, $W_{sr} > W_{fr}$, $W_{su} > W_{fu}$; 当 $\rho_s < \rho_f$ 时, $W_{sr} < W_{fr}$, $W_{su} < W_{fu}$ 的结论,并通过对不同密度下的叶轮内两相流动速度三角形分析,指出无论 $\rho_s > \rho_f$, 还是 $\rho_s < \rho_f$ 时,固体相的圆周速度均小于液体相的圆周速度。因此当泵输送两相流体时,相同流量下,泵的扬程低于单独输送液体时的扬程。

(2) 简单介绍了 Wherrett (1996)、Yamamoto 和 Matsuoka (1993, 1994)、Olson (1996)、James.A.Olson、Lawryshyn (1997)、Stockie 和 Green (1998) 对含柔性纤维的两相运动的研究情况。

(3) 概述了泵在输送含悬浮性固体的两相混合物时性能变化的研究情况, 重点介绍了 Stepanoff^[5]、Cave^[6]、Vocadlo^[7]、Burgess^[8]、Sellgren^[9]、Gahlot^[10]、Kazim^[11]、Engin^[12]、Mez^[13]、Rocol^[14]、Ni、Gandhi^[20] 等的研究结论, 列出了一些典型的预测扬程降的公式。收集了所能找到的相关文献中所有的泵在输送固液两相介质时的性能数据, 根据这些数据, 应用多元线性回归分析的方法得出了扬程降的计算公式为: $K_H = 2.705C_w(S-1)^{0.64}(d_{50}/D_2)^{0.313}$ 。

(4) 为了确定得出的公式精度, 将根据本文得出的公式进行预测的预测值和各试验值、其他公式的预测值进行比较, 结果表明: 本文计算公式的总体精度要高于其他计算公式的精度, 其最低的预测精度为 15.749%, 最高的预测精度为 2.186%, 平均预测精度为 8.378%。因此, 本文中的扬程降计算公式与以往的计算公式相比, 精度更高, 适应的固体种类范围更宽, 且从公式的形式上来说, 与以往的计算公式不同, 在公式中考虑了叶轮的典型特征。

(5) 讨论了泵在输送两相流体时的功率、效率变化情况, 推荐了计算功率、效率变化的公式。

参考文献

- [1] 陈次昌, 刘正英等编著. 两相流泵的理论与设计. 北京: 兵器工业出版社, 1994
- [2] 施学贵, 徐旭常等. 颗粒在湍流中运动的受力分析. 工程热物理学报, 1989(3): 320~325
- [3] Hwang G J, Shen H H. Modeling of the Solid Phase Stress in a Fluid-Solid Mixture. ASME J. Multiphase Flow, 1989(Feb.): 257~268
- [4] 沙利亚. 离心泵叶轮中混合液各相的运动. 两相流泵译文集(第二集), 清华大学水利工程系水力机械教研组, 1985.8
- [5] Stepanoff, A.J. Pumps and Blowers, Two Phase Flow-Flow and Pump of Solids in Suspension and Fluid Mixtures. 1965, John Wiley and Sons. London
- [6] Vocadlo. J.J., Koo, J.K., and Prang, A.J. 1974, Performance of Centrifugal Pumps in Slurry Service, Proc.Hydotransport-3, Paper J2, BHRA Fluid Engineering, pp.17~32
- [7] Cave, I. 1976, Effects of Suspended Solids on the Performance of Centrifugal Pumps in Slurry Service. Proc.Hydotransport-3, Paper H3, BHRA Fluid Engineering, pp.17~32
- [8] Burgess, K.E., and Reizes, A., 1976, The Effect of Sizing, Specific Gravity and Concentration on Centrifugal Pumps, Proc. Inst. Mech. Eng., 190-36/76, pp.391~399
- [9] Sellgren, A. 1979, Performance of Centrifugal Pumps When Pump Ores and Industrial Minerals, Proc.Hydotransport-6, Paper G1, BHRA Fluid Engineering, pp.291~303
- [10] Gahlot, V.K., Seshadri, V., and Malhotra, R. C., 1992, Effects of Density, Sizing Distribution, and Concentration of Solids on the Characteristic of Centrifugal Pumps. ASME J. Fluid Eng., 114, pp.385~389
- [11] Kazim, K. A., Maiti, B., and Chand, P. 1997, A Correlation to Predict the Performance

- Characteristic of Centrifugal Pumps Handling Slurries, *Proc. Instn. Mech. Engrs*, 21A, pp.147~157
- [12] Engin, T., and Gur, M. 2001, Performance Characteristic of A Centrifugal Pump Impeller with Running Tip Clearance Pumping Liquid-Solid Mixtures, *ASME J. Fluid Eng.*, 123, pp.532~538
- [13] Mez, W. 1984, The Influence of Solid Concentration, Solid Density and Grain Size Distribution on the Working Behavior of Centrifugal Pumps. *Proc. Hydrottransport-9*, Paper H1 BHRA Fluid Engineering, pp.345~358
- [14] Roco, M. C., Marsh, M., Addie, G. R., and Maffett, J. R. 1985, Dredge Pump Performance Prediction, *Synfuels and Coal Energy Symposium*, The 8th Annual Energy Sources Technology Conference and Exhibition, Dallas TX, ASME, New York, pp. 31~40
- [15] Walker, C.I., Wells, P. J. 1993, The Effect of Impeller Geometry on the Performance of Centrifugal Slurry Pumps. *Int. Conference on Bulk Materials Handling and Transportation*, Symposium on Freight Pipelines, Wollongong, Australia, Institute of Engineers, pp.97~101
- [16] Sellgren, A., and Addie, G. R. 1993, Solid Effect on the Characteristics of Centrifugal Slurry Pumps, *Hydrottransport-12*, 12th Int. Conference on Slurry Handling and Pipeline Transport, Belgium Sept. 28-30, BHRA Fluid Engineering, pp.3~18
- [17] Ni, F., Vlasblom, W. J., and Zwartbol, A. 1999, Effect of High Solids Concentration on Characteristics of a Slurry Pumps. *Hydrottransport-14*, BHRA Group, pp.141~149
- [18] Kaizim, K.A., Maiti, B., and Chand. P. 1997, Effect of Particle Size Distribution, Specific Gravity and Solids Concentration on Centrifugal Pump Performance, *.Powder Handl. Process*, 9(1), pp. 27~32
- [19] Sellgren, A., and Vappling, L.1989, Effect of highly concentrated Slurries on the performance of Centrifugal Pumps, *ASME Fluid Engineering Div., FED. Vol. 38*, ASME New York, pp.143~148
- [20] Gandhi, B.K., Singh, S.N., and Seshadri, V. 2000, Improvements in the Prediction of Slurry Pumps Handling Slurries. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 213A, pp.473~486
- [21] Gandhi, B.K., Singh, S.N., and Seshadri, V. 2001, Performance Characteristics of Centrifugal Slurry Pumps. *ASME J. Fluid Eng.*, 123, pp.271~280
- [22] Sketh, K.K., Morrison, G.L., and Peng, W.W.,1987, Slip Factors of Centrifugal Slurry Pumps. *ASME J. Fluid Eng.*, 109, pp.313~318
- [23] Jaikrishnan, R.K., John, M.S., and Mark, P.W. Investigations of Particle Velocities in a Slurry Pump Using PIV: Part 1, The Tongue and Adjacent Channel Flow. *ASME, Journal of Energy Resources Technology*, 2004(Dec.): 126~271
- [24] Shook, C., and Roco, M. 1991, *Slurry flow: Principles and Practice*, Butterworth-Heinemann, Boston. Chapter 8: Wear in Slurry Equipment
- [25] Charoennegam, P. 2001, Particle Image Velocimetry Investigations of Slurry Flow in a Centrifugal Pump, M.S. Thesis, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio
- [26] 庄楚强, 吴亚森. 应用数理统计基础. 广州: 华南理工大学出版社, 2002.4
- [27] Wilson, G. 1989, The Effects of Slurries on Centrifugal Pump Performance, *Proc. of the 4th International Pump Symposium*, Houston, TX, pp.19~25

第4章 前伸式双叶片污水泵的设计和试验研究

4.1 前伸式双叶片污水泵的设计

4.1.1 叶片泵设计方法简述

泵的设计理论和设计方法的研究,从流体力学的观点来看是一个反问题求解的问题,也就是说给定一个流场,来求其边界和约束。一般而言,泵的设计方法可以分为一元理论、二元理论和三元理论的设计方法。一元理论,是古典的设计理论,分析叶轮内流动时,做出如下假设:

(1) 叶片数无限多,叶片无限薄,因此叶轮内的流动可以看作是轴对称的,并且相对速度的方向与叶片表面相切;

(2) 轴面速度沿过流断面均匀分布。

放弃上面两个假设之一,就得到了二元理论的设计方法,如保留第二个假设,放弃第一个假设,用流体力学理论求解环列叶栅和直列叶栅,就是一种二元理论的方法。

完全放弃上面两个假设,直接研究三维流场就是三元理论的设计方法。从吴仲华提出两类相对流面以来,叶轮机械的三元流动计算的理论和方法已经得到了很大的发展,成为计算流体力学(Computer Fluid Dynamics)的一个重要分支。目前求解叶片式机械内无粘流动的数值解(Euler方程解)已经比较成熟,借助一定的湍流模型,利用 $N-S$ 方程求解叶轮内的粘性流动也取得了很大的进展。但是,叶轮机械反问题的求解,虽然一些研究者做了一些探索,但由于流场如何给定的研究还很不充分,因此效果也不是很好。

一元理论所做出的假设,大大简化了流动计算,但与实际流动有较大的差别,于是由经验方法或根据试验结果加以修正。长期以来,一元理论是工程实际中广泛应用的设计方法,积累了丰富的经验,也有许多优秀的设计。

目前,总的来看,污水泵的设计,还是采用一元理论的设计方法,根据不同的污水泵的特点,在几何参数的选取上有不同的特点。

本章将在一元理论的基础上,借鉴已有的研究方法和经验,对前伸式双叶片污水泵的设计方法进行研究。

这里还应指出，三元理论的方法由于对经验系数的要求相对要少得多，因此设计过程中的任意性也就少得多，虽然并不能完全取代模型试验，但可以在很大程度上减少模型试验的规模和次数，降低开发成本并可以显著提高设计质量。三元理论的设计方法是今后水泵设计发展的方向。

4.1.2 前伸式双叶片污水泵的水力设计

泵的水力设计就是指泵内过流部件的流道形状设计。由于污水泵是用来输送固液两相介质的，要求有一定的通过性能，其设计应与一般清水泵不同，但是污水泵和普通清水泵的区别也只是输送的介质略有差别，因此其设计可以参照清水泵的方法来进行。

现在结合一个具体的实例，说明该型泵的设计方法和特点。

泵的设计参数如下：

流量 $Q=150\text{m}^3/\text{h}$ ，扬程 $H=8\text{m}$ ，转速 $n=1450\text{r}/\text{min}$ ，比转速 $n_s=227$ 。

设计过程如下：

(1) 确定叶轮进口当量直径 D_0

$$D_0 = K_0 \sqrt[3]{\frac{Q}{n}} \quad (4-1)$$

式中： Q —流量 (m^3/s)， n —转速 (r/min)。这里由于叶片前伸，叶轮进口可以取得比一般叶轮进口大一些，推荐 $K_0 = 4.0 \sim 5.0$ 。而叶轮进口直径

$$D_j = \sqrt{D_0^2 + D_h^2}。$$

对于本设计进口处轮毂直径 $D_h=27.5\text{mm}$ ， $K_0=4.0$ ，因此 $D_0=120\text{mm}$ 。

(2) 叶轮出口直径 D_2

由于叶轮仅为两叶片，对液体的控制能力较之多叶片叶轮大为减弱，滑移系数大大增加，因而其出口直径应在一般离心泵的基础上稍微加大，这里推荐使用的公式为：

$$D_2 = K_{D2} \sqrt[3]{\frac{Q}{n}} \quad (4-2)$$

式中： $K_{D2}=(9.6 \sim 10.4)(\frac{n_s}{100})^{-\frac{1}{2}}$ ， n_s —比转速。

设计中，考虑叶片前后盖板流线由于前伸的程度不一样，如前后盖板处叶轮

出口直径相同，则流线长度差别很大，因此设计时适当加大了前盖板处的出口直径，缩小了后盖板处的出口直径。

本设计中前盖板处出口直径 $D_{21}=220\text{mm}$ ，后盖板处出口直径 $D_{22}=198\text{mm}$ 。

(3) 叶轮出口宽度 b_2

考虑到要有一定的通过能力，同时由于叶片数较少，因此 b_2 应比一般离心泵叶轮要大。这里推荐使用的公式为：

$$b_2 = K_{b2} \sqrt[3]{\frac{Q}{n}} \quad (4-3)$$

式中： $K_{b2}=K_s(\frac{n_s}{100})^{\frac{5}{6}}$ ，而 $K_s=0.9\sim 1.5$ ，比转速大的取小值，比转速小的取大值。

对于本设计， $b_2=56\text{mm}$ 。

(4) 叶片包角 θ

叶片后盖板流线包角宜取 $300^\circ \sim 350^\circ$ 之间，原因在于：(1) 由于叶片前伸，必然使包角较之一般离心泵大；(2) 由于叶片数较少，大的包角可以使叶片有一定的重叠度，有利于叶片充分传递功率。这里应特别注意的是叶片的前后盖板流线的包角应有所不同，叶片前后盖板流线的包角之差应在 100° 以上。为了研究其影响，本文设计了两种叶轮，叶轮的轴面图形一致，叶片前后盖板流线的包角之差不同，对比如下：

表 4-1 两种叶轮的包角区别

叶轮	前盖板流线的包角	后盖板流线的包角	包角之差
叶轮 1	180°	315°	135°
叶轮 2	215°	315°	100°

(5) 叶片轴面图的确定和流线分点

确定了上面一些几何参数后，就可以确定叶片轴面图形了。在绘制轴面图形时，可以根据以往的模型初步确定其形状，再检查其过流断面面积的变化，这和一般的离心泵设计没有什么区别，总的要求是流道面积变化均匀。

由于流道较宽，还要和一般离心泵一样，分中间流线以控制叶片的变化。流线分点也与一般的泵没有太大的区别，需要注意的是，由于叶片前伸，所以在进口处比一般离心泵分点数要多，特别是后盖板流线。在本设计中，后盖板流线分点数达到 60 点之多。本设计的轴面图、分流线和流线分点如图 4-1 所示。

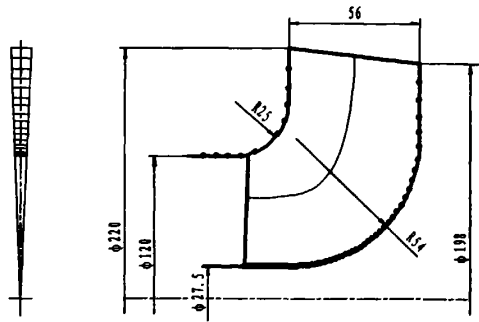


图 4-1 叶片轴面图、分流线和流线分点

(6) 叶片进口边的确定以及各流线进出口安放角的确定

前伸式双叶片污水泵的特点就是叶片前伸，因此确定叶片进口边的位置十分重要。如果叶片过于前伸，叶轮进口段排挤较大，就要进一步加大叶轮进口直径，螺旋离心泵就是这样的例子。如果前伸不够多，那么就 and 一般的离心泵没有什么区别，达不到设计的目的。在本设计中，叶片的进口边在轴面图上基本与轴心线垂直。

确定了叶片进口边以后就可以计算叶片的进口安放角。液流进口角可以根据进口处速度三角形计算，如图 4-2 左边所示。计算公式如下：

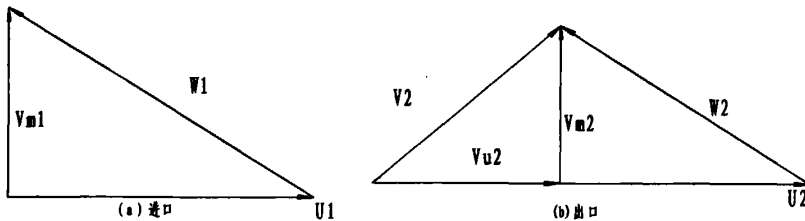


图 4-2 叶片进出口速度三角形

$$V_{m1} = \frac{Q}{2\pi c_1 b_1 \zeta_1}, \quad U_1 = \frac{\pi D_1 n}{60}$$

$$\beta_1 = \arctan \frac{V_{m1}}{U_1}$$

按上面公式计算出各流线的 β_1 后就可以取进口叶片安放角 β_{1b} ， $\beta_{1b} = \beta_1 + \Delta\alpha$ ， $\Delta\alpha$ 为冲角，对前盖板流线， $\Delta\alpha$ 可以取得稍微大一些，以利于减少叶片进口的排挤，建议取 $\Delta\alpha = 5^\circ \sim 10^\circ$ 。而后盖板流线宜取 $\Delta\alpha = 2^\circ \sim 5^\circ$ ，有利于型线变化均匀。

本设计中，进口各流线的安放角分别为：前盖板流线 $\beta_{1ba} = 24^\circ$ ，中间流线 $\beta_{1bb} = 35^\circ$ ，后盖板流线 $\beta_{1bc} = 53.5^\circ$ 。

叶片出口安放角在少叶片数大包角时，基本上已经没有一般离心泵中那么重要了，可以根据一般离心泵的设计经验来取，对于中高比转速可以取 $\beta_{2b} = 20^\circ - 30^\circ$ ，对于低比转速可以取 $\beta_{2b} = 30^\circ \sim 40^\circ$ 。本设计中，前盖板流线 $\beta_{2ba} = 22^\circ$ ，中间流线 $\beta_{2bb} = 25^\circ$ ，后盖板流线 $\beta_{2bc} = 30^\circ$ 。

(7) 叶片绘型

叶片绘型可以采用方格网法进行，与普通叶片泵的设计区别不大，这里不再细说。本文中设计了两个叶轮，两个叶轮的轴面图完全一致，所不同的地方在于由于叶片包角不同，流线形状有所不同，分别如图 4-3、4-4 所示。

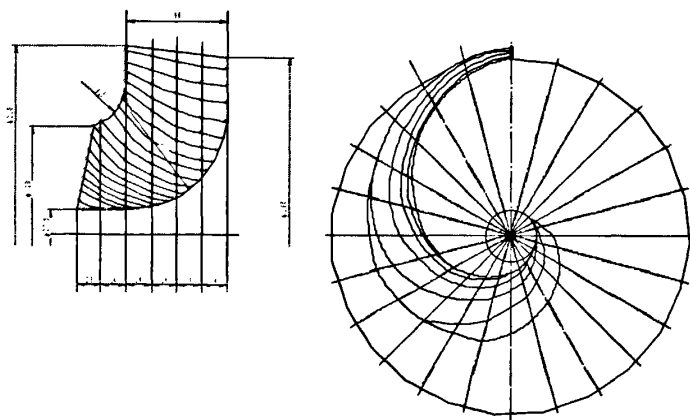


图 4-3 叶轮水力设计方案 1

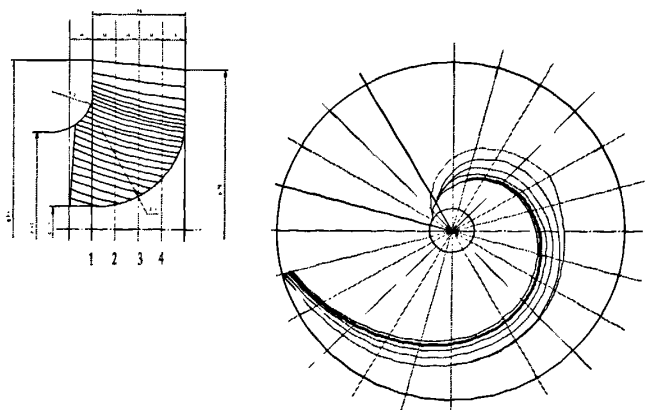


图 4-4 叶轮水力设计方案 2

(8) 蜗壳的设计

对前伸式双叶片污水泵而言，蜗壳的设计与一般蜗壳应有所区别。首先，基圆直径 D_3 与 D_2 之间应有较大的间隙。这样做有两个好处：一是便于大颗粒和长纤维顺利通过；二是由于两叶片结构叶轮流道对液体的控制能力减弱，尾流区加大，叶轮出口流场的不均匀性大于一般离心泵，加大基圆直径有利于蜗壳内流动的均匀，从而提高泵的效率。这里推荐 $D_3 = (1.08 \sim 1.25) D_2$ 。

其次，由于叶片宽度的加大，导致叶轮出口流速相对减少，因而喉部面积宜相应加大，在一般制造条件下，喉部面积宜加大 10%~20%。

对应上面设计的叶轮，其蜗壳的水力图如图 4-5 所示。

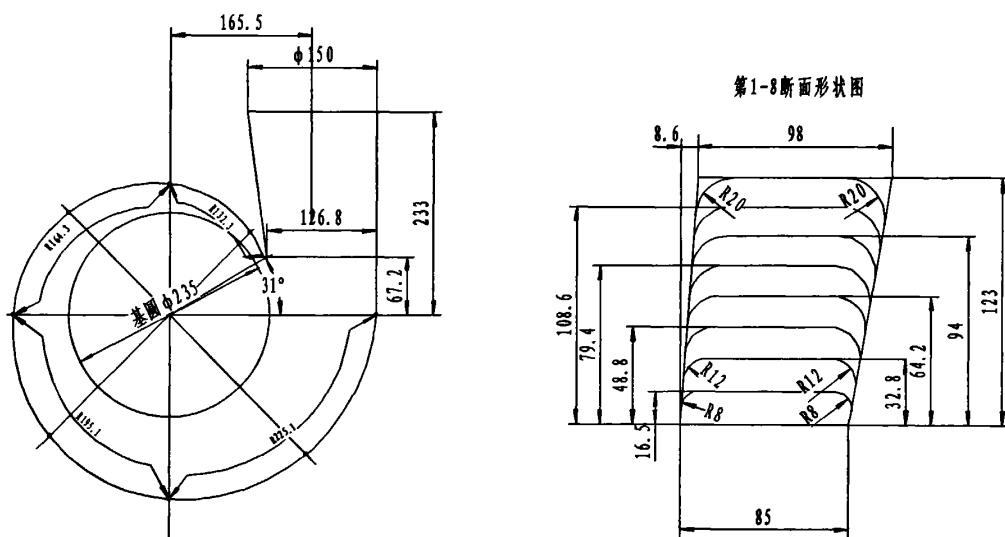


图 4-5 蜗壳水力图

4.1.3 前伸式双叶片污水泵叶轮的三维造型

一般来说，叶轮的叶片是比较复杂的曲面，所以应选择曲面造型能力强的三维造型软件进行三维造型。目前通用的三维造型软件很多，如 Pro/ENGINEER、UG 等，也可以利用 FLUENT 中的前处理软件 GAMBIT 进行三维造型。

不管用何种三维造型软件，其基本方法区别不大，大致可以分为点、线、面、体四个过程，两种设计的叶轮分别用 Pro/ENGINEER、GAMBIT 进行三维造型，分别如图 4-6、4-7 所示，具体的过程这里不再说明。

根据叶轮的三维图形，可以很直观地看到叶片的形状和流道的变化情况，有经验的工程师可以从三维图中判断叶轮设计的好坏。

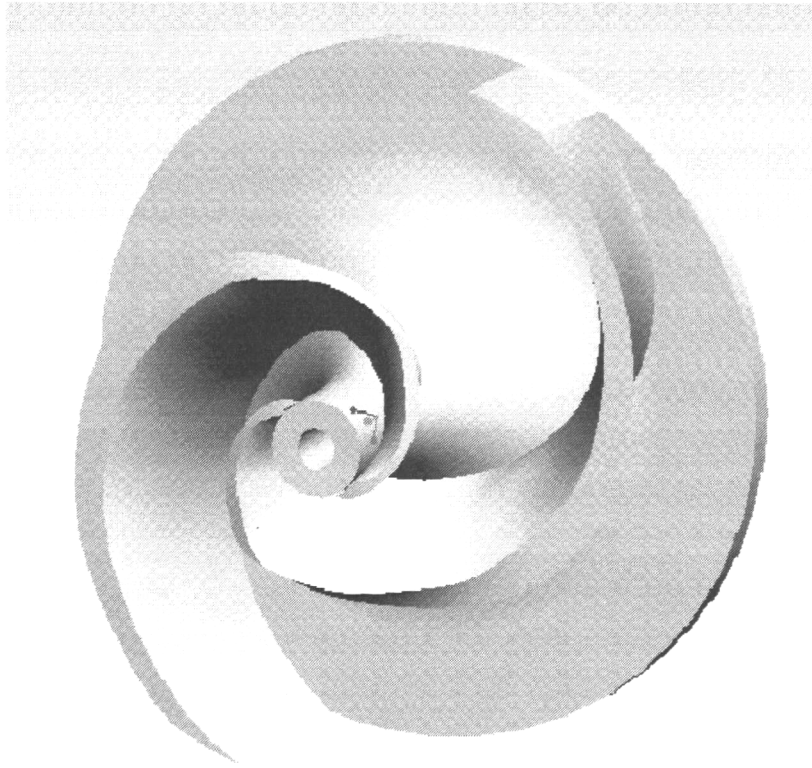


图 4-6 叶轮方案 1 的三维造型 (Pro/ENGINEER)

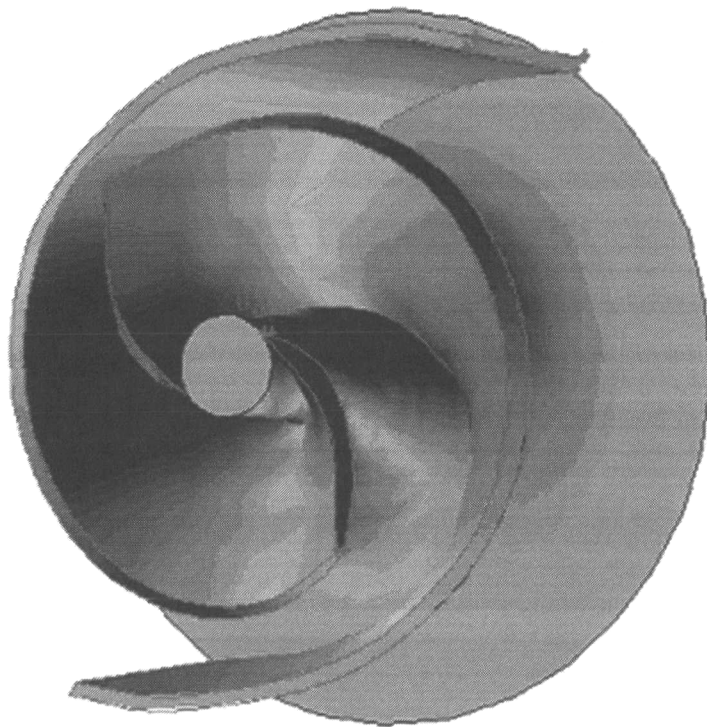


图 4-7 叶轮方案 2 的三维造型 (GAMBIT)

4.2 基于 CFD 技术的叶轮性能预测

4.2.1 CFD 技术和相关软件简介

随着计算机技术的迅速发展，流场数值模拟（CFD 分析技术）作为一种崭新、强大而有效的研究工具，已广泛应用于叶轮机械内部流动的研究中。数值模拟的优点在于能解决理论研究和实验研究无法解决的复杂流动问题，与实验研究相比所需的费用和时间要少得多，而且有很好的重复性，条件易于控制。因此，用数值方法研究叶轮内部流场已成为改进和优化叶轮设计的一个重要手段。近年来，随着计算流体力学和计算机技术的发展，叶轮的流动分析都取得了巨大的进展。水力机械过流部件的三维流动分析有了长足的发展，它已成为过流部件水力设计的重要辅助工具。随着技术的不断进步，对水力机械的综合性能提出了越来越高的要求，传统的设计方法已满足不了发展的需要，优化设计和三维反问题计算也愈来愈受到重视，已成为叶轮水力设计的发展趋势。国外一些大的水力机械厂已将叶轮机械的三维流动分析方法直接用于叶轮的改进和优化设计中。

自 1981 年以来，出现了如 PHOENICS、CFX、STAR-CD、FIDIP、FLUENT 等多个商用 CFD 软件，这些软件的特点是：（1）功能比较全面，适用性强，几乎可以求解工程界中的各种问题。具有比较方便的前后处理系统和其他 CAD 及 CFD 软件的接口能力，便于用户建模、划分网格等工作。（2）同时还可以允许用户扩展自己开发的模块。具有比较完备的容错机制和操作界面，稳定性高。（3）可以在多种计算机、多种操作系统上运行。可以预见，随着计算技术的发展，这些商用软件在工程中会发挥越来越大的作用。本文的流场计算工作采用 FLUENT 来完成。

FLUENT 是美国 FLUENT 公司 1983 年推出的 CFD 软件，是继 PHOENICS 后第二个投放市场的基于有限体积法的软件，也是目前功能最全面、适用性最广、国内使用最多的 CFD 软件之一。

FLUENT 提供了非常灵活的网格特性，用户可以使用非结构网格，包括三角形、四边形、四面体、六面体、金字塔形等网格来解决具有复杂外形的流动，还可以用混合形的非结构网格。以 GANBIT 作为前处理软件，可以读入多种 CAD 软件的三维几何模型。可以用于二维、三维流动分析，可以完成多种参考系下流动

的模拟、定常与非定常流动分析、不可压和可压流动的计算、层流和湍流模拟、传热和热混合分析、化学组份混合和反应分析、多相流分析等。它的湍流模型包括 $k-\varepsilon$ 模型、Reynold 应力模型、LES 模型、标准壁面函数、双层近壁模型等。

FLUENT 可以定义多种边界条件, 可以采用多种局部坐标系的分量输入, 所有的边界条件均可以随空间和时间变化。FLUENT 提供的用户自定义子程序功能, 用户可以自己定义连续方程、动量方程、能量方程、组份输运方程的体积源项, 自己定义边界条件、初始条件、流体的物理性能, 还可以添加新的标量方程和多孔介质模型。

由于只是研究不同的叶轮在同一个泵体下的性能差别, 因此本文中只分析叶轮内流动情况, 为优化设计叶轮提供依据。

4.2.2 叶轮内流场的数值模拟方法和计算过程

(1) 控制方程

污水泵进行性能考核时以单相清水为输送介质, 因此, 在设计优化和流动计算阶段, 用单相流动来计算。对于流动区域, 根据雷诺时均法则, 有如下的连续方程和动量方程:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (4-4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u_i u_j} \right] \quad (4-5)$$

其中二阶速度关联 $\overline{\rho u_i u_j}$ 就是雷诺应力, 对它的不同处理方法, 就形成了不同的湍流模型。对于标准 $k-\varepsilon$ 模型有:

$$\rho u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \eta_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \rho \varepsilon \quad (4-6)$$

$$\rho u_k \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\eta + \frac{\eta_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_k} \right] + \frac{C_1 \varepsilon}{k} \eta_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4-7)$$

$$\eta_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon \quad (4-8)$$

式 (1)、(2)、(3)、(4)、(5) 就构成了流动控制方程。这个方程组里有 3 个系数 (C_1, C_2, C_μ) 和 2 个常数 ($\sigma_k, \sigma_\varepsilon$), 在近年来的文献中取值已经基本一致, 通常

在计算中按下表取值：

表 4-2 $k-\varepsilon$ 模型常量

C_μ	C_1	C_2	σ_k	σ_ε
0.09	1.44	1.92	1.0	1.3

(2) 网格的生成

广泛使用的生成网格的微分方程是由 Poisson 方程形成的，是由已知计算空间中的网格分布来确定物理空间的网格点的位置，因此应把 Poisson 方程交换因、自变量。微分方程法网格生成的研究重点是如何控制网格，这些控制可以分为：边界上交角的控制，网格点到边界距离的控制；内部网络疏密的控制，曲率控制等。这几类控制均通过 Poisson 方程中的源项来实现，从而源项函数的构造成为微分方程方法最重要的问题。文献[15]提出了一种曲率控制的方法来克服微分方程方法生成网格时有使网格线向凸边界表面移动的这一缺点。这种方法是用两相对边界面的曲率来插值确定内部网格线的曲率，并把曲率反映在 Poisson 方程的源项中。文献[15]也提出了控制网格线与边界交角的方法，在控制交角时一般采用叠代法。虽然从解边值问题的微分方程来说不可能同时给出边界的值又给出边界的梯度，但是如果叠代式的修改控制函数，可以调整网格线与边界的交角及第一内网格点离边界的距离。

流动区域形成以后，就要进行网格的划分，在 GAMBIT 中网格的生成总的来说是自动进行的。在三维问题中，常用的网格单元有：Hex(六面体单元)、Hex/Wedge（网格主要由六面体组成，个别位置可以有楔形体）、Tet/Hybrid（主要由四面体组成，个别位置可以有六面体、锥体等）。常用的网格类型有 Map（规则的结构网格）、Submap（块结构网格）、Cooper（非结构网格）、Tgrid(混合)网格等。要注意的是，结构网格和块结构网格中只能使用 Hex 单元，非结构网格可以使用 Hex 单元或 Hex/Wedge 单元，混合网格可以使用 Tet/Wedge 单元。对于复杂模型，使用混合单元比较容易成功。在本题中选用 Cooper 型网格，Hex/Wedge 单元，结点距离定义为 2，形成的流体区域网格如图 4-8 所示。所生成的网格总数量约为 58 万多个。

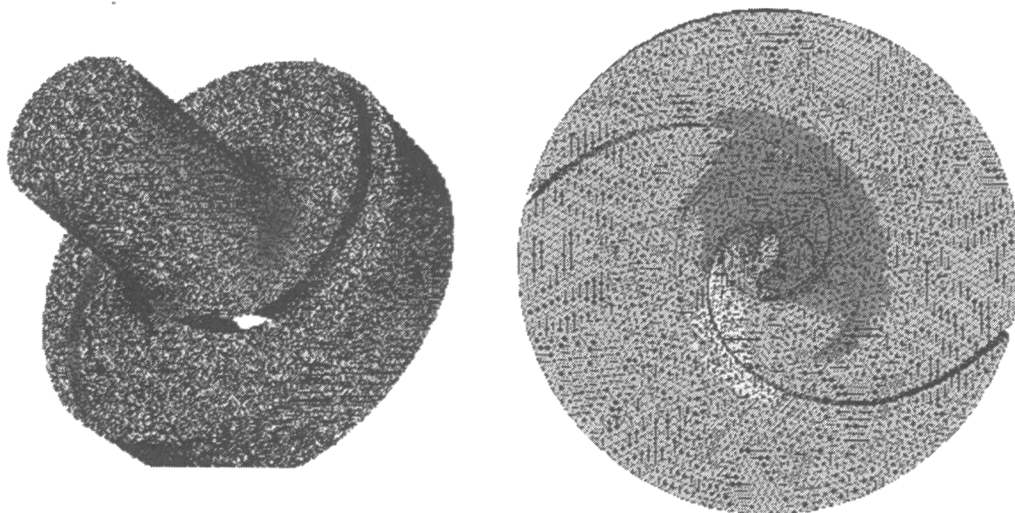


图 4-8 流动区域网格图(左侧为叶轮 1, 右侧为叶轮 2)

(3) 边界条件

(1) 进口边界

叶轮进口处假定流动是轴对称的, 无旋的, 速度只有轴向分量, 且其大小是一致的, 那么叶轮进口处的速度可以按照下式计算:

$$V_{inlet} = \frac{Q}{F_{inlet}} \quad (4-9)$$

式中 F_{inlet} 为叶轮进口面积, Q 为流量。

对于进口边界处的湍动能和湍动能耗散, 目前还没有理论上精确计算这两个参数的方法, 只能通过试验得到, 在计算中, 根据湍动强度和特征长度来计算, 其计算公式为:

$$k = \frac{3}{2} (V_{inlet} T_i)^2 \quad (4-10)$$

$$\varepsilon = C_{\mu}^{3/4} \frac{k^{3/2}}{0.07L} \quad (4-11)$$

式中特征长度 L 可以按等效管径计算。

(2) 出口边界

出口处前压力和速度是未知的, 如果在出口处选择一个垂直于流动方向的面, 那么在该面上的所有变量 (压力除外) 梯度都是零, 即:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (4-12)$$

式中 ϕ 为除压力外的所有物理量。

(3) 固体壁面边界

在粘性流动中，壁面处默认为无滑移边界条件，也就是说固体壁面与液体的相对速度为零。近壁处的流动是低雷诺数的流动，这时标准的 $k-\varepsilon$ 模型不再适用，采用标准壁面函数来处理。

(4) 数值计算方法

针对控制方程的特点，速度求解时使用二阶中心差分，压力与速度耦合求解采用SIMPLEC算法，动量方程和湍动能方程的离散采用一阶迎风格式。离散后方程的求解采用Under-Relaxation法。

(5) 计算过程

利用FLUENT，流场计算的过程如下：

- (1) 导入网格模型；
- (2) 检查网格模型；
- (3) 选择求解器和运行环境；
- (4) 决定计算模型；
- (5) 设置材料特性；
- (6) 设置边界条件；
- (7) 调整流动求解的相关参数；
- (8) 初始化流场；
- (9) 开始求解；
- (10) 显示求解结果；
- (11) 保存求解结果；
- (12) 如有必要，修改网格或计算模型，然后重复上述过程。

4.2.3 叶轮内部流场的数值模拟结果与分析

运用上述方法可以得出收敛的流场计算结果。计算时分别计算了两个叶轮在三种工况下的内部流动情况，分别为小流量点 $Q=105\text{m}^3/\text{h}$ ，设计流量点 $Q=150\text{m}^3/\text{h}$ 和大流量点 $Q=180\text{m}^3/\text{h}$ 。图4-9 ~ 4-16分别显示了两个不同的叶轮在工况为 $Q=150\text{m}^3/\text{h}$ 、 $n=1450\text{r}/\text{min}$ 时的叶轮内部流场的计算结果与对比。

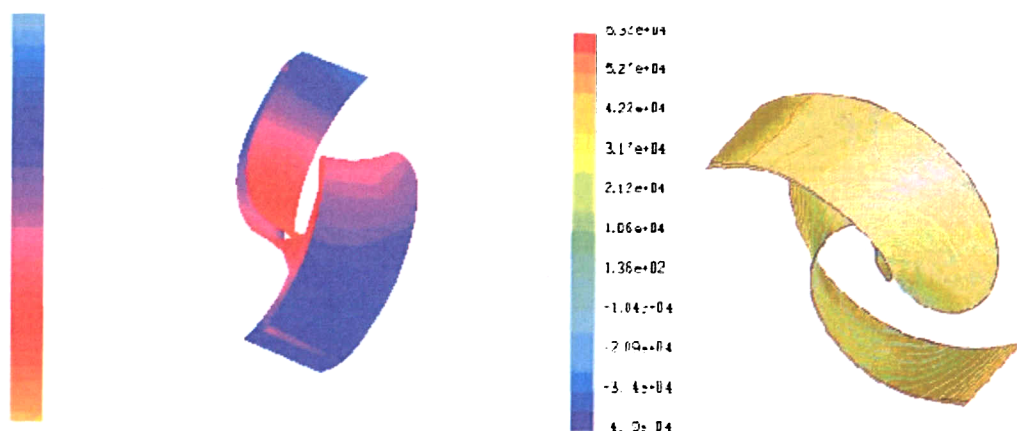


图 4-9 叶片工作面静压力分布图(左侧为叶轮 1, 右侧为叶轮 2)

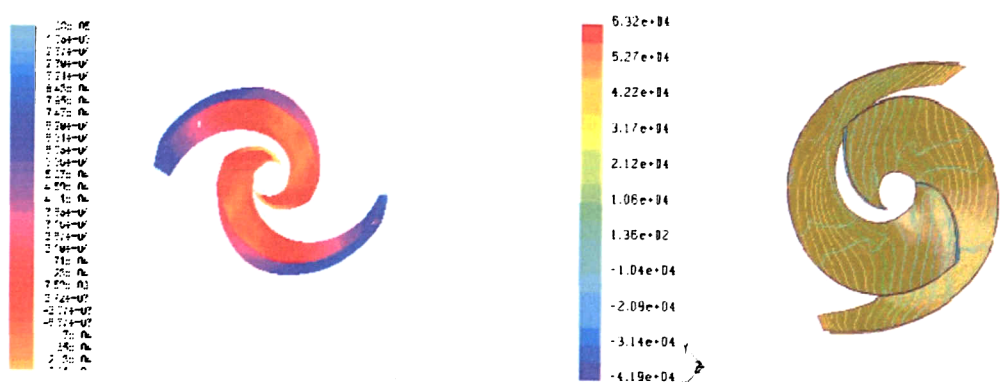


图 4-10 叶片背面静压力分布图(左侧为叶轮 1, 右侧为叶轮 2)

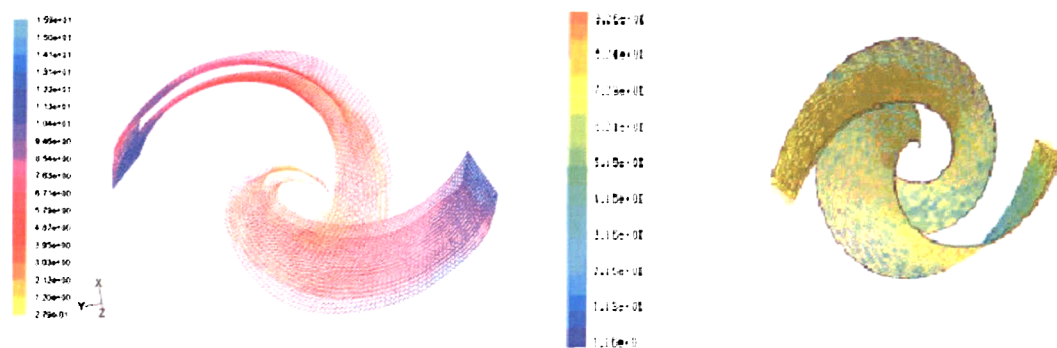


图 4-11 叶片附面层相对速度矢量图(左侧为叶轮 1, 右侧为叶轮 2)

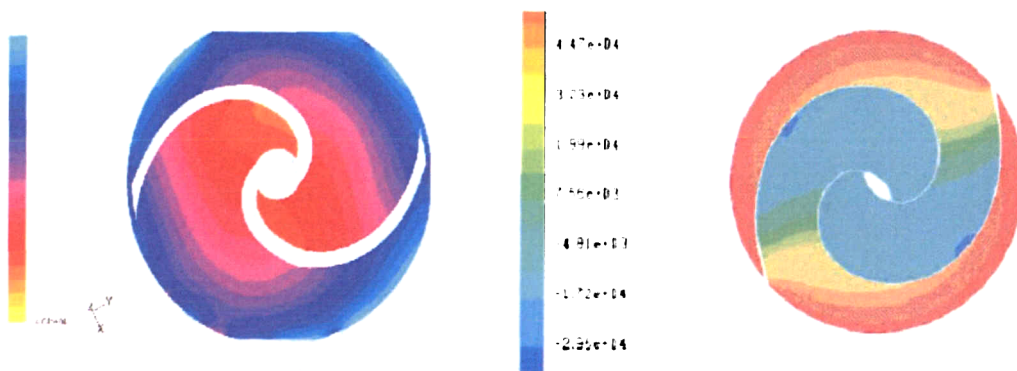


图 4-12 叶轮流道中部轴截面静压分布图(左侧为叶轮 1, 右侧为叶轮 2)

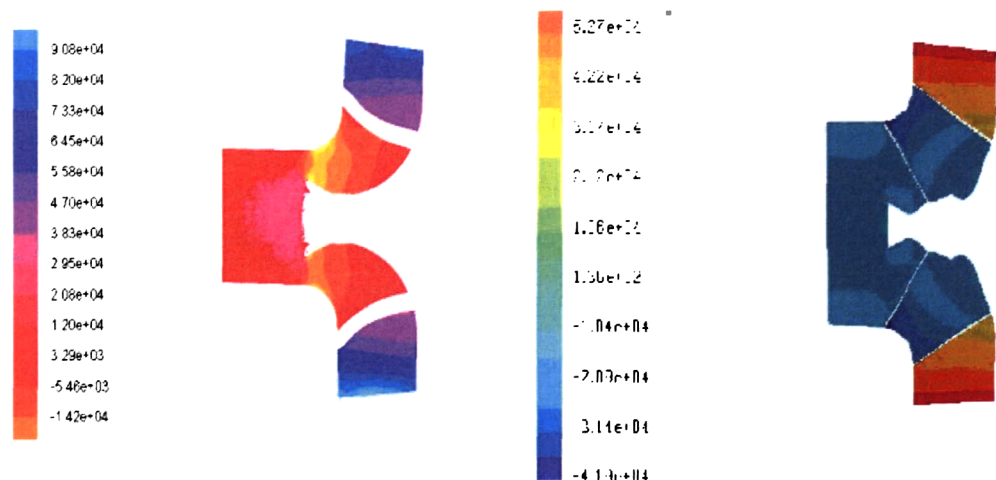


图 4-13 叶轮轴面压力分布图(左侧为叶轮 1，右侧为叶轮 2)

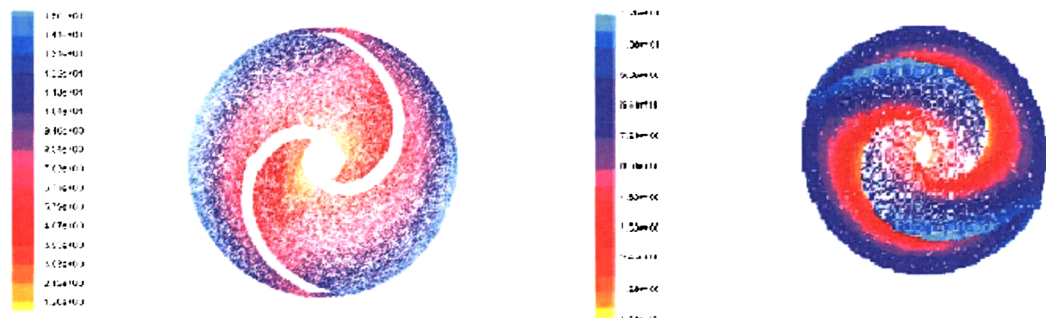


图 4-14 叶轮流道中部截面相对速度图(左侧为叶轮 1，右侧为叶轮 2)

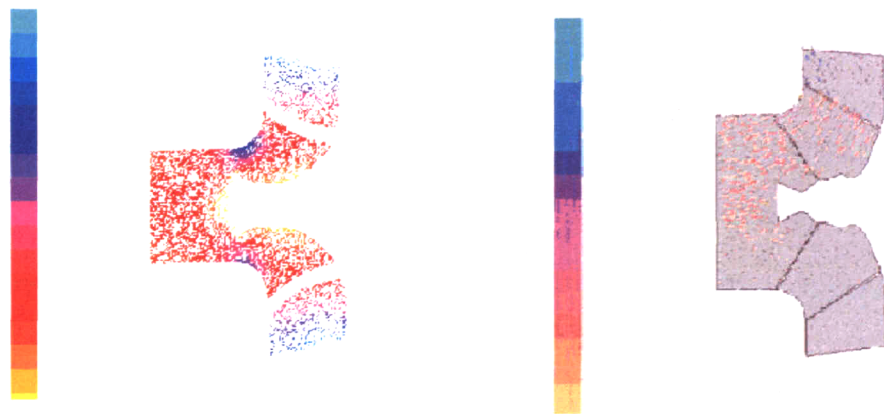


图 4-15 叶轮轴面相对速度分布图(左侧为叶轮 1，右侧为叶轮 2)

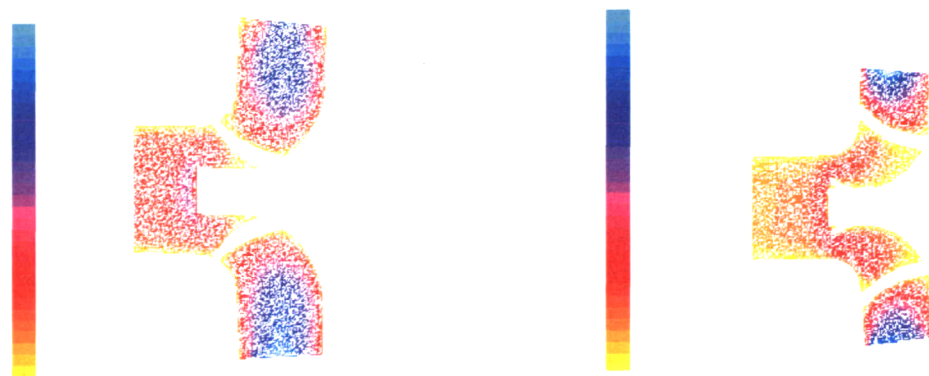


图 4-16 叶轮轴面端动能分布图(左侧为叶轮 1，右侧为叶轮 2)

由图 4-9、4-10 和图 4-12 可以看出,压力由吸入口到排出口逐渐上升,相同半径时叶片工作面的压力大于背面的压力,但压力梯度沿叶片宽度方向并不一致。对于叶轮 2,在叶片进口区域,靠近前盖板的地方压力梯度大,在叶片出口区域,靠近后盖板的地方压力梯度大;对于叶轮 1,压力变化比较均匀,在叶片宽度方向梯度不是很明显。还可以看出,压力在叶片背面进口附近为最小,因此该处是最容易发生汽蚀的地方,而在叶轮出口处压力基本一致。两叶片所包含的流道区域内,对于叶轮 2,在进口处压力梯度不大,而出口处压力梯度明显较大;对于叶轮 1 却恰好相反,在进口处压力梯度大,而出口处压力梯度不大。

由图 4-11 可知,两种叶轮在叶片背面附面层中相对速度基本上变化不大,只是在出口处相对速度有一些加大。图 4-14 是叶片流道中部轴截面上相对速度分布图,由该图可以看出,叶片工作面的相对速度比背面的相对速度小,在叶轮出口附近相对速度基本上一致,这说明在叶片之间的相对流动存在轴向相对速度旋涡。但是叶轮 1 同一半径处相对速度的差值小于叶轮 2,因此在流道中的轴向相对速度旋涡要小于叶轮 2,因此叶轮 1 的滑移要比叶轮 2 小。由图还可以看出,叶轮 1 的扬程要高于叶轮 2。图 4-15 显示了两个叶轮的轴面相对速度分布,进一步说明了在叶轮流道中相对速度的变化情况。

图 4-16 显示了两个叶轮轴面湍动能分布情况,由该图可以看出,在叶轮的边壁湍动较小,在流道的中心区域湍动相对要大。

由图 4-13 可以看出,两种叶轮的进口处中心压力要稍高于边缘的压力,在中心高压的作用下,固体颗粒会向边缘方向运动,避免在叶片头部发生堵塞,这有利于固体颗粒特别是纤维的通过。同时通过图 4-16 也可以看出,两种叶轮的进口处中心区域,其湍动也比周围区域要强烈,因此,在湍动的扰动下,缠绕在叶片头部的纤维有可能脱离叶片而顺利流走。这是通过流场计算得出该型泵叶轮与其它泵叶轮流动明显不同的地方。

4.2.4 叶轮扬程和水力效率的预测

(1) 叶轮扬程和水力效率的预测方法

对叶轮进出口的总压进行面积分,求出其差值的均值,就是叶轮的扬程。其计算公式为:

$$p_0 = p_s + \frac{1}{2}u^2 \tag{4-13}$$

$$H = \frac{\Delta p_0}{\rho g} + \Delta z \tag{4-14}$$

$$\Delta p_0 = \frac{\int_{S_{out}} p_{0out} dS}{\int_{S_{out}} dS} - \frac{\int_{S_{in}} p_{0in} dS}{\int_{S_{in}} dS} \tag{4-15}$$

式中 p_0 为流场内一点的总压， p_{0in} 为叶轮进口处的总压， p_{0out} 为叶轮出口处的总压， S_{in}, S_{out} 分别为叶轮的进出口面积， Δz 为叶轮进出口在垂直方向的距离，这里可以取零。

为了获得叶轮效率，必须求出叶轮受到的在 Z 轴方向的力矩之和 M ，这样就可以计算其水力效率了，计算公式如下：

$$M = 2(\int_{S_1} p \bar{r} \times dS - \int_{S_2} p \bar{r} \times dS) \tag{4-16}$$

$$\eta_h = \frac{\rho g Q H}{M \omega} \tag{4-17}$$

式中 S_1, S_2 分别为叶轮叶片的工作面和背面。

(2) 叶轮扬程和水力效率的预测结果

两种不同的叶轮经过流场计算以后，得到的性能结果分别如表 4-3 和图 4-17 所示。计算结果表明，在设计点，叶轮 1 的扬程比叶轮 2 的扬程高 0.38m，水力效率高 5%。

表 4-3 性能预测结果

流量 (m ³ /h)	扬程 (m)		水力效率 (%)	
	叶轮 1	叶轮 2	叶轮 1	叶轮 2
105	10.32	10.11	82.4	78.8
150	9.12	8.74	87.5	82.5
180	8.41	8.22	80.6	83.5

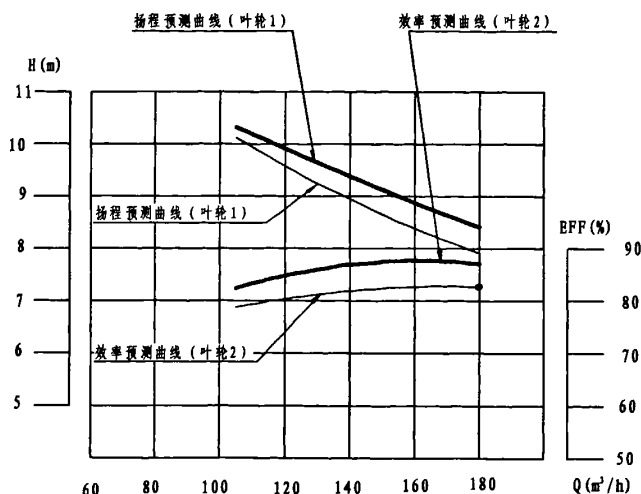


图 4-17 预测的性能曲线

4.3 前伸式双叶片污水泵性能试验研究

4.3.1 水力性能试验

(1) 两种叶轮、同一蜗壳装在功率为 5.5kW 的潜水电机上, 在具有 II 级精度的试验台上进行试验, 试验按照 GB/T3216 -2005《回转动力泵 水力性能验收试验 1 级和 2 级》和 GB/T12785-1991《潜水电泵试验方法》进行, 试验的结果如图 4-18 所示。

(2) 叶轮进口边切割后的性能试验

前伸式双叶片叶轮的特点是叶片前伸突出, 但是叶片前伸位置对性能和通过能力的影响又如何呢? 为了解决这一问题, 对设计制造的叶轮进口边进行了三次切割, 切割时以叶轮的前盖板流线最前点为基点, 分别与轴线方向成 90°、112.5°、125°方向进行。切割的示意图如图 4-19 所示。切割后进行性能试验, 试验的结果如图 4-20 所示。

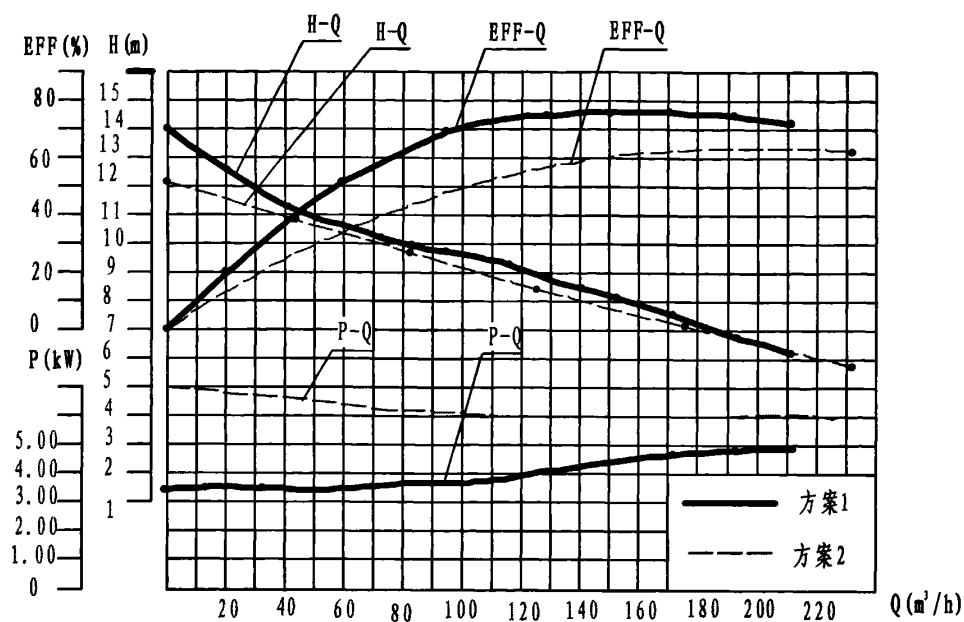


图 4-18 两种叶轮性能试验结果

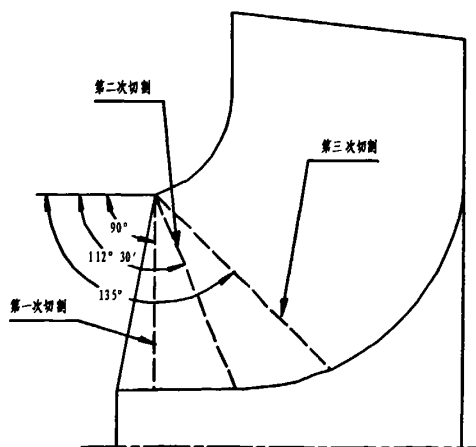


图 4-19 叶轮进口边切割示意图

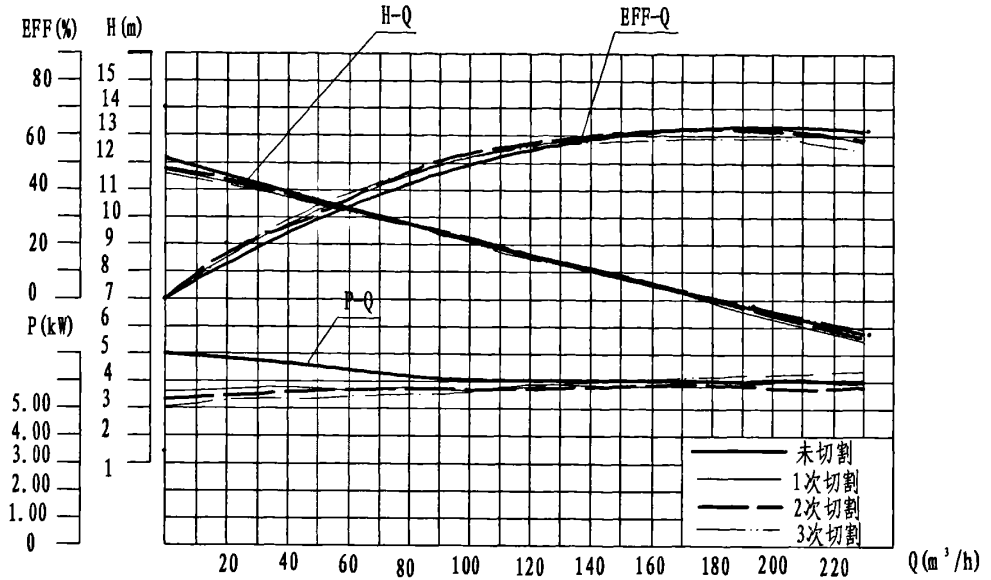


图 4-20 叶轮进口边切割后性能变化图

4.3.2 通过性能试验

通过性能是检验污水泵性能的一个重要指标，因此对该泵有必要进行通过性能试验。为此设计了一个潜水污水泵的通过性能试验台，如图 4-22 所示。试验方法为：启动水泵，在加料箱中加入固体颗粒或者纤维，固体颗粒或者纤维随着水流进入进口文吐里管而进入水泵，如果可以通过，则通过排出管路进入水箱 2，如果不能通过则不进入水箱 2。

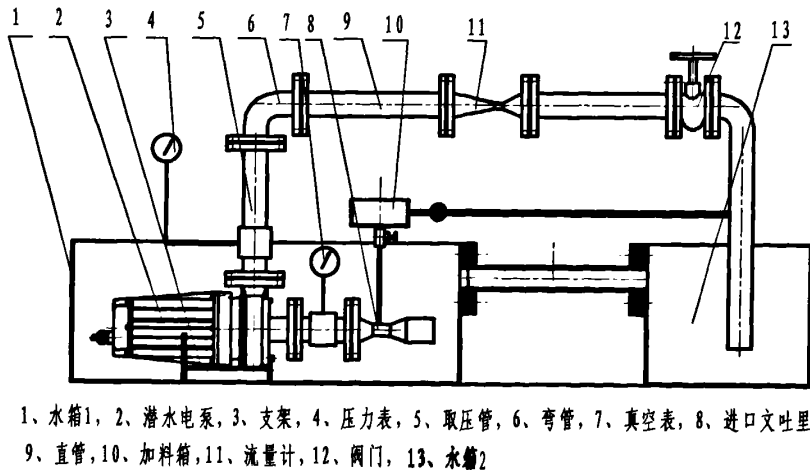


图 4-21 潜污泵通过性能试验台

(1) 固体颗粒的通过性试验

试验中采用的叶轮为未切割的叶轮和第三次切割后的叶轮，试验中采用的固体颗粒直径分别为 25、35、45、48、50mm 的铝球，试验分为单个固体颗粒的通过性试验和多个（2~3 个固体颗粒先后紧随进入泵进口）固体颗粒的通过性试验，试验结果分别如表 4-4、表 4-5 所示。

表 4-4 单个固体颗粒的通过性试验结果

颗粒直径（mm）		25	35	45	48	50
通过 与否	叶轮 1	是	是	是	是	否
	叶轮 1 切割	是	是	是	是	否
	叶轮 2	是	是	是	是	否
	叶轮 2 切割	是	是	是	是	否
备注		顺利通过	顺利通过	顺利通过	通过	叶片头部堵塞

表 4-5 多个固体颗粒的通过性试验结果

颗粒直径（mm）		25	35	45	48	50
通过 与否	叶轮 1	是	是	是	是	否
	叶轮 1 切割	是	是	是	是	否
	叶轮 2	是	是	是	是	否
	叶轮 2 切割	是	是	是	是	否
备注		顺利通过	顺利通过	顺利通过	通过	叶片头部堵塞

(2) 纤维的通过性试验

试验中采用的叶轮为未切割的叶轮和第三次切割后的叶轮，试验中采用的布条纤维厚度约为 0.2mm，宽度为 6 mm，长度分别为 80、120、150、180、200、250 mm，试验分为单根纤维的通过性试验和多根（2~4 根纤维先后紧随进入泵进口）纤维的通过性试验，试验结果分别如表 4-6、表 4-7 所示。

表 4-6 单根纤维的通过性试验结果

纤维长度（mm）		80	120	150	200	250
通过 与否	叶轮 1	是	是	是	是	非头部缠绕
	叶轮 1 切割	是	是	是	头部缠绕	头部缠绕
	叶轮 2	是	是	是	是	非头部缠绕
	叶轮 2 切割	是	是	是	头部缠绕	头部缠绕
备注		顺利通过	顺利通过	顺利通过	通过	

表 4-7 多根纤维的通过性试验结果

纤维长度 (mm)		80	120	150	200	250
通过 与否	叶轮 1	是	是	是	是	非头部缠绕
	叶轮 1 切割	是	是	是	头部缠绕	头部缠绕
	叶轮 2	是	是	是	是	非头部缠绕
	叶轮 2 切割	是	是	是	头部缠绕	头部缠绕
备注		顺利通过	顺利通过	顺利通过	通过	

4.3.3 试验结果分析

(1) 水力性能试验的分析

从图 4-18 中两种叶轮性能试验结果来看, 两种设计的泵在规定点的性能参数均超过 JB/T8857-1999《离心式污水潜水电泵 型式与基本参数》标准的要求, 在流量 $Q=150\text{m}^3/\text{h}$ 时, 扬程 H 分别为 8.21、7.81m, 效率分别为 76.2%、65.5%。其中, 叶轮 1 对应的泵效率已经十分接近一般清水泵的效率, 与 GB/T13007-1991《离心泵 效率》标准规定的 A 曲线要求效率只差 3.3%, 根据 II 级精度的试验验收要求, 按单级清水泵考核也合格。从性能曲线上还可以看出, 两种设计的泵都具有高效区宽的特点, 因此可以说两个设计都是成功的。但是叶轮 1 对应的泵与叶轮 2 对应的泵相比, 同样的轴面几何参数, 不同的叶片型线, 扬程差了 0.4m, 效率差别达到 10.6%, 其主要原因在于叶轮 2 的前盖板流线过于前伸, 包角过大, 导致叶轮流道在进口处显得拥堵, 这一点从图 4-6、图 4-7 的对比中可以明显的看出来。这一设计和试验对比, 也充分说明了对于中高比转速的叶轮, 叶片型线的形状十分重要, 设计好的叶片型线要比设计一般的叶片型线效率可以高 10%以上。

对比图 4-18 中两种叶轮性能试验结果和图 4-17 的性能预测结果, 可以发现, 虽然在扬程的预测上, 应用 CFD 技术计算的结果要比实际试验结果偏高, 但是在同一叶轮的扬程和效率曲线的趋势上, 在不同叶轮性能的对比上, CFD 计算的结果还是可信的, 与试验结果基本一致。两个叶轮内部流动数值模拟的主要区别在于, 叶轮 1 同一半径处相对速度的差值要小于叶轮 2, 因此在流道中的轴向相对速度旋涡要小于叶轮 2, 因此叶轮 1 的滑移要比叶轮 2 少, 叶轮 1 的扬程要高于叶轮 2。

对叶轮进口边的三次切割试验表明, 性能变化不大, 因此可以说叶片后盖板流线的前伸, 对泵的水力性能影响不大。

(2) 通过能力的分析

A、固体颗粒的通过性能

双叶片污水泵在设计时，并不预先设定叶片间的流道形状，在按需要的扩散度增加流道面积的同时，力求最小断面的形状接近正方形，在充分考虑固体颗粒通过能力的前提下，兼顾叶轮水力效率，因此其叶轮流道中最小断面面积通常在叶轮进口；而一般的双流道叶轮实际上是给定了叶片之间流道形状的双叶片闭式叶轮，其流道是收缩的，最小断面面积通常在叶轮的出口。正常运行条件下，一个优化设计的双叶片叶轮，其固体颗粒的通过能力要超过无叶片泵推荐的 0.85 倍最小流道宽度的范围，接近叶轮流道的最小宽，这点可以由上面的试验证实。在超过叶轮通过能力的情况下，双叶片污水泵会在叶轮的进口部位发生堵塞，而双流道叶轮会堵塞叶片间的全部流道，即所谓的“漏斗效应”。

B、抗缠绕能力

对叶片式污水泵来说，防止纤维性固体在叶片头部因缠绕而堵塞，是一个必须面对的问题，实际运行中，叶轮的堵塞往往开始于纤维的缠绕。早期的对策是在叶轮进口加一切割装置，但是增加了切割装置以后，带来了两个问题，一是泵的运行效率下降很大，二是切割装置容易失效。因此改变叶片进口边的位置和形状，如果能行之有效地提高叶轮的抗缠绕能力，是一种令人满意的办法。实际上，叶片上纤维的缠绕，取决于纤维的受力情况，从经典的流体力学出发，一般认为头部加厚修圆，可以改善绕流状态，防止纤维的缠绕，但是实际的情况并不如此，文献[36]对美国引进的 MF/MN 型污水泵进行改进，在叶片头部作双面的加厚和修圆，却没有改善其纤维缠绕的性能。这种改变叶片头部的形状的办法以提高叶轮的抗缠绕能力基本上是难以达到目的，就只有通过改变叶片进口边的位置了。

改变进口边的位置有两种方法，即叶片前伸和后缩，如图 4-22 所示。

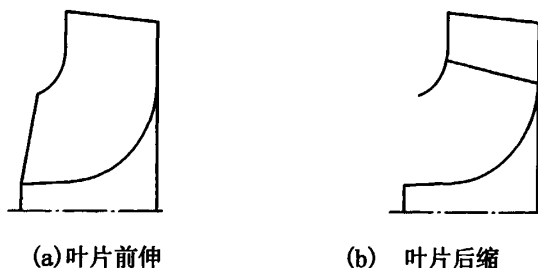


图 4-22 叶片前伸和后缩

就叶片后缩而言,叶片后缩的程度小,不能提高叶片的抗缠绕能力;但是若叶片后缩的程度大,就会影响泵的效率,因此叶片后缩的方法是不可取的。

就叶片前伸而言,前面已经说明了,对泵的效率基本上影响不大,而对其抗缠绕能力和通过能力是有利的,可以通过长度大于泵的进口管路直径的纤维(该试验中泵的进口管路直径为 150mm)。在流进长度接近叶轮直径的纤维时,其缠绕并没有发生在叶片的头部,而是贴在叶片工作面处,因此可以说叶片前伸对提高叶轮抗缠绕能力是有利的。主要原因在于:(1)数值计算表明叶片前伸,一方面可以稍微提高叶轮进口处中心的压力,使固体纤维在叶片进口处向叶轮外缘流动而不至流挂;另一方面在叶轮进口处中心区域,其湍动也比周围区域要强烈,因此,缠绕在叶片头部的纤维在湍动的扰动下,有可能脱离叶片而顺利流走。(2)由于叶轮叶片进口边与叶轮前后盖板的夹角发生变化,这与一般叶轮有显著区别,如图 4-23 所示。前伸式双叶片叶轮叶片进口边与后盖板夹角为钝角,而一般叶轮则为锐角,纤维流到这一地方时,锐角容易形成流挂,而钝角不易形成流挂,因此前伸式双叶片叶轮表现出更好的抗缠绕能力。

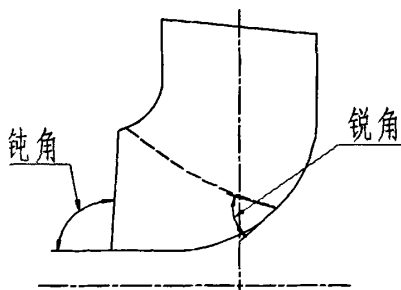


图 4-23 前伸式双叶片叶轮叶片进口边与后盖板夹角和一般叶轮的区别

4.4 本章小结

本章的主要目的在于研究前伸式双叶片污水泵的设计和性能,所做的主要工作有:

(1) 基于一元理论,研究了前伸式双叶片污水泵的水力设计,指出在双叶片条件下,滑移系数大大增加,因而其出口直径和叶片宽度应在一般离心泵的基础上稍微加大。指出在进行叶片型线设计时需要注意叶片前后盖板流线的包角差值和叶片前后盖板流线冲角的大小。对于蜗壳的水力设计,指出基圆直径应比一般

离心泵要大，喉部面积也宜相应加大。结合一个具体的实例，说明该型泵的设计方法和特点，并在同样叶轮轴面图的情况下，设计了叶片型线不同的两个叶轮。

(2) 结合 CFD 软件 FLUENT 对所设计的两个叶轮进行了流动模拟。在数值模拟的前处理工作中，分别用 Pro/ENGINEER、GAMBIT 进行三维叶轮造型，采用 GAMBIT 作为前处理工具，利用非结构网格方法对流动区域进行网格划分，并指定边界类型。在流场求解过程中，计算模型采用标准的 $k-\varepsilon$ 模型，针对控制方程的特点，速度求解时使用二阶中心差分，压力与速度耦合求解采用 SIMPLE 算法，离散后方程的求解采用 Under-Relaxation 法。

分析了流场计算的结果，在流场计算的基础上进行了叶轮扬程和水力效率的预测。预测的结果表明叶轮 1 的性能优于叶轮 2。

(3) 对设计的两个不同叶轮的前伸式双叶片污水泵进行了水力性能试验和通过性能试验。得出了两个叶轮及三次切割进口边后的扬程、效率、功率曲线和两个叶轮及第 3 次切割进口边后的固体颗粒、纤维的通过性能情况。水力性能试验的结果表明：两种设计在规定点的性能参数均超过 JB/T65343-1992 《离心式污水泵 型式与基本参数》标准的要求，叶轮 1 对应的泵效率已经十分接近一般清水泵，但是叶轮 1 对应的泵与叶轮 2 对应的泵相比，同样的轴面几何参数，不同的叶片型线，效率差别显著。叶片进口边切割的试验表明：叶片后盖板流线前伸，对叶轮的水力性能影响不大。通过性试验表明：前伸双叶片结构可以提高叶轮固体颗粒的通过能力和抗缠绕能力。

(4) 应用 CFD 技术计算的结果要比实际结果偏高，但是在同一叶轮的扬程和效率曲线的趋势上，在不同叶轮性能的对比上，CFD 计算的结果是可信的，与试验结果基本一致，因此 CFD 技术可以作为叶轮优化水力设计的一个有力工具。前伸式双叶片污水泵具有好的通过性能的原因在于：(1) 两叶片结构叶轮使得其固体颗粒通过能力优于一般污水泵。(2) 叶片前伸，可以稍微提高叶轮进口处中心的压力，叶轮进口处中心区域湍动也比周围区域要强烈，这两个原因使得叶片的抗缠绕能力提高。(3) 叶轮叶片进口边与叶轮前后盖板的夹角发生变化，与一般叶轮有显著区别，钝角不易形成流挂，因此前伸式双叶片叶轮表现出更好的抗缠绕能力。

参考文献

- [1] 陶文铨. 数值传热学. 西安: 西安交通大学出版社, 1988
- [2] Han C. 1984, "A Navier—Stokes Analysis of Three Dimensional Turbulent Flows Inside Turbine Blade Rows at Design and off Design Conditions", J of Eng. For Gas Turbine and Power ASME Vol.106
- [3] Chorin, A.J., 1967, "Numerical Method for Solving Incompressible Flow Problem, J. Comp. Phy. Vol.2
- [4] G. K. Batchelor. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, 1967
- [5] 吴玉林、陈学纯、胡泽明. 分块隐式有限差分法计算弯管紊流. 应用力学学报, 1992(4)
- [6] Sun ZiXiang and Wu Yulin, 1993, "Numerical Analysis of Three Dimensional Viscous flow In a Rotating Duct", Proc. of 5th Inte. Symp. On the Computational Fluid Dynamics, Sendai Vol.3
- [7] 阎超. 流体机械内部流动数值计算方法的新进展. 流体机械, 1994(8)
- [8] Jacoben, O, et al, 1990, "Three-Dimensional Turbulent Flows Simulation in Hydraulic Machinery," 15th Symposium of the IAHR, Paper C
- [9] Stanal, O, and Avellan, 1992, "Hydraulic Analysis of Flow Computation Result" Proc of 16th Symposium of the IAHR
- [10] Chorin, A J, 1968, Numerical Solution of the Navier—Stokes Equations, Mathematics of computation, Vol. 22
- [11] Patankar, S. V, and Spaiding, D B, 1972, A Calculation Procedure for Heat, Mass and momentum Transfer in Three—Dimensional Parabolic Flows, Inte. J. Heat Mass Transfer Vol.15
- [12] Vank, S.P., and Leaf G.K., 1984, "An Efficient Finite—Difference Calculation Procedure for Multi—Dimensional Fluid Flow", AIAA-84-1242
- [13] Hu Zeming, Chen Xuechun and Wu Yulin, 1991, Incompressible Turbulent Flow Calculation in Body—Fitted Coordinates Using Block—Implicit Finite Difference Method, ASME FED Vol.112
- [14] Hu Zeming, Chen Xuechun and Wu Yulin, 1991, Incompressible Laminar Flow and Turbulent Flow Calculation in Body — Fitted Coordinates Computational Mechanics, Balkema, Rotterdam
- [15] 倪明玖. 现代差分格式的发展机理新压缩机内部紊流场的数值模拟: [博士学位论文]. 西安: 西安交通大学, 1997
- [16] Launder, B.E, Reece, Q.J, and Rodi, W, 1975, "Progress in the Development of Reynolds Stress Turbulence Closure", J Fluid Mech., Vol.68
- [17] Lilley, d.G., 1976, "Primitive Pressure—Velocity Code for the Computation of Strongly Swirling Flows", AIAAJ. Vol.14
- [18] Lilley, d.G., 1973, "Prediction of Inert Turbulent Swirl Flows", AIAAJ. Vol.11
- [19] Anderson D A, Tannehill J C, Pletcher R H. Computational fluid mechanics and heat transfer.

- Washington DC: Hemisphere, 1984
- [20] Rodi W. Recent development in turbulence modeling. In: '93 Workshop on mathematical modeling of turbulent flows, 1993. Tokyo
- [21] Moin P, Mahesh K. Direct numerical simulation: a tool in turbulence research. *Ann Rev Fluid Mech.* 1998
- [22] 康钦军. 圆柱绕流的数值模拟: [博士学位论文]. 北京: 清华大学, 1999
- [23] Kogaki T, Kobayashi T, Taniguchi N. large eddy simulation of flow around a rectangular cylinder. *Fluid Dynamics Res.* 1997
- [24] Jordan S A, Ragab S A. A large eddy simulation on near wake of a circular cylinder *ASME J Fluids Engineering*
- [25] Bradshaw, P., 1973 "Effects of Streamline Curvature on Turbulent Flow AGARD-graph", No.169, A. D Young(ED)
- [26] Bradshaw, P. The Analogy between streamline Curvature and Buoyancy in Turbulent Shear Flow. *J. Fluid Mech.* Vol. 36, 1969
- [27] Durst, F, and Rastogi, A. K., 1980, "Turbulent Flow over Two Dimensional Fences", *Turbulent Shear Flows*, Vol. 2
- [28] 关醒凡编著. 现代泵技术手册. 北京: 宇航出版社, 1995
- [29] 查森. 叶片泵原理及水力设计. 北京: 机械工业出版社, 1988
- [30] L. L. Baxter. Turbulent Transport of Particles. PhD thesis, Brigham Young University, Provo, Utah, 1989
- [31] M. G. Carvalho, T. Farias, and P. Fontes. Predicting Radiative Heat Transfer in Absorbing, Emitting, and Scattering Media Using the Discrete Transfer Method. In W.A. Fiveland et al., editor, *Fundamentals of Radiation Heat Transfer*, volume 160, pages 17-26. ASME HTD, 1991
- [32] T. Ahmad, S. L. Plee, and J. P. Myers. Computation of Nitric Oxide and Soot Emissions from Turbulent Diffusion Flames. *J. of Engineering for Gas Turbines and Power*, 107:48-53, 1985
- [33] H. Barths, C. Antoni, and N. Peters. Three-Dimensional Simulation of Pollutant Formation in a DI-Diesel Engine Using Multiple Interactive Flame lets. SAE Paper, accepted for publication 1998
- [34] A. Brandt. Multi-level Adaptive Computations in Fluid Dynamics. Technical Report AIAA-79-1455, AIAA, Williamsburg, VA, 1979
- [35] H. C. Chen and V. C. Patel. Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation. *AIAA Journal*, 26(6): 641~648, 1988
- [36] 黄经国. 污水泵叶轮设计与性能特点漫谈. *水泵技术*, 2003(2): 17~21
- [37] 刘厚林, 关醒凡, 李幼康. 双流道叶轮设计方法. *流体机械*, 1999(9)
- [38] 刘厚林, 关醒凡, 施卫东, 马皓晨. 双流道泵叶轮轴面图的数学模型. *水泵技术*, 2001(4)
- [39] GB/T3216-2005 《回转动力泵 水力性能验收试验 1级和2级》
- [40] GB/T12785-1995 《潜水电泵试验方法》
- [41] GB/T13007-1991 《离心泵 效率》
- [42] JB/T65343-1992 《离心式污水泵 型式与基本参数》
- [43] JB/T8857-1999 《离心式污水潜水电泵 型式与基本参数》

第5章 叶轮中固液两相流动的数值模拟

5.1 固液两相流动计算模型

一般来说,处理固液两相流动时有两种基本方法:欧拉-拉格朗日方法和欧拉-欧拉方法。拉格朗日离散相模型遵循欧拉-拉格朗日方法,流体相被处理为连续相,直接求解时均 $N-S$ 方程,而离散相是通过计算流场中大量粒子的运动得到的。离散相和流体相之间可以有动量、质量和能量的交换。该方法的一个基本假设是,作为离散的第二相的体积比率应很低,即便如此,较大的质量加载率仍能满足。粒子运行轨迹的计算是独立的,它们被安排在流体相计算的指定的间隙完成。这样的处理能较好地符合一些粒子负载流动,但是不适用于其他第二相体积率不容忽略的情形。在欧拉-欧拉方法中,不同的相被处理成互相贯穿的连续介质。由于一种相所占的体积无法再被其他相占有,故此引入相体积率的概念。体积率是时间和空间的连续函数,各相的体积率之和等于1。从各相的守恒方程可以推导出一组方程,这些方程对于所有的相都具有类似的形式。从实验得到的数据可以建立一些特定的关系,从而能使上述方程封闭。一般来说,共有三种欧拉-欧拉多相流模型,分别为是流体体积模型(VOF)、混合物模型、以及欧拉模型。

5.1.1 欧拉-欧拉方法的基本模型

(1) VOF 模型

VOF 模型是一种在固定的欧拉网格下的表面跟踪方法。当需要得到一种或多种互不相融流体间的交界面时,可以采用这种模型。在 VOF 模型中,不同的流体组分共用着一套动量方程,计算时在全流场的每个计算单元内,都记录下各流体组分所占有的体积率。VOF 模型通过求解单独的动量方程和处理穿过区域的每一流体的体积分数来模拟两种或三种不能混合的流体。典型的应用包括预测分层流、自由面流动、灌注、晃动、液体中大气泡的流动、水坝决堤时的水流、对喷射等,以及求得任意液-气分界面的稳态或瞬时分界面。一般来说,VOF 模型中只有一相是可压缩的,大涡模拟湍流模型不能用于 VOF 模型,VOF 模型不能用于无粘流,所有的控制容积必须充满单一流体相或者相的联合,VOF 模型不允许在那些空的区域中没有任何类型的流体存在。

(2) 混合物模型

混合物模型可用于两相流或多相流（流体或颗粒）。因为在欧拉模型中，各相被处理为互相贯通的连续体，混合物模型求解的是混合物的动量方程，并通过相对速度来描述离散相。混合物模型的应用包括低负载的粒子负载流、气泡流、沉降、以及旋风分离器等。混合物模型也可用于没有离散相相对速度的均匀多相流，是一种简化的多相流模型，它也可以用于模拟各相有不同速度的多相流，但是假定了在短空间尺度上局部的平衡，相之间的耦合应很强。它也用于模拟有强烈耦合的各向同性多相流和各相以相同速度运动的多相流。混合模型可以模拟多相流动，通过求解混合相的动量、连续性和能量方程，第二相的体积分数方程，以及相对速度的代数表达。混合模型是欧拉模型在几种情形下的很好替代。当存在大范围的颗粒相分布或者界面的规律未知或者它们的可靠性有疑问时，完善的多相流模型是不切实可行的，当求解变量的个数小于完善的多相流模型时，象混合模型这样简单的模型能和完善的多相流模型一样取得好的结果。

(3) 欧拉模型

欧拉模型是最复杂的多相流模型，它建立了一套包含有多个的动量方程和连续方程来求解每一相。压力项和各界面交换系数是耦合在一起的，耦合的方式则依赖于所含相的情况，颗粒流（流-固）的处理与非颗粒流（流-流）是不同的。对于颗粒流，可应用分子运动理论来求得流动特性。不同相之间的动量交换也依赖于混合物的类别。欧拉模型的应用包括气泡柱、上浮、悬浮颗粒、以及流化床。采用 Eulerian 模型，第二相的数量仅仅因为内存要求和收敛行为而受到限制。只要有足够的内存，任何数量的第二相都可以模拟。然而，对于复杂的多相流动，其解由于收敛性而受到限制。

5.1.2 两相流动模型的选择

一般来说，粒子加载率 β 和斯托克斯数 S_t 对于选择合适的多相流模型有很大的影响。

(1) 粒子加载率 β 影响

粒子加载率对相之间的影响具有很大的作用。颗粒加载率定义为离散相的质量密度 (ρ_d) 和载体相的质量密度 (ρ_c) 之比：

$$\beta = \frac{\alpha_d \rho_d}{\alpha_c \rho_c} \quad (5-1)$$

物质密度比为：

$$\gamma = \frac{\rho_d}{\rho_c} \quad (5-2)$$

利用这些参数，就可以估计粒子相中粒子之间的平均间隔距离。下面是由 Crowe 等给出的一种估计方法^[38]：

$$\frac{L}{d_d} = \left(\frac{\pi}{6} \frac{1+\kappa}{\kappa} \right)^{1/3} \quad (5-3)$$

其中 $\kappa = \beta/\gamma$ 。这些参数的信息对于决定如何处理离散相是非常重要的。例如，如果粒子加载率为 1，那么粒子间距 $\frac{L}{d_d}$ 就等于 8；于是粒子就可以看成相互孤立的（也就是说粒子加载率很低）。根据粒子加载率的不同，相之间的影响程度可以分为以下三类。

(1) 对于低加载率，相之间的耦合作用是单向的。就是说，作为载体的流体介质可以通过推动和涡旋影响粒子的运动，但是粒子对流体运动却没有影响。离散相，混合物以及欧拉模型都可以很好的处理这一类问题。由于欧拉模型是最消耗资源的，故此离散相和混合物模型相对更为合适。

(2) 对于中等加载率，耦合作用成为双向的。就是说，流体通过推动和涡旋影响粒子运动的同时，粒子反过来也通过消耗平均动量和涡旋来影响流动。离散相、混合物和欧拉模型都可以应用于这种情况，这样需要考虑其他的一些影响因素来决定采用何种模型更为合适。可利用斯托克斯数作为判断的准则。

(3) 对于高加载率，在双向影响的基础上还有粒子压力和由粒子引起的粘性应力的耦合，只有欧拉模型才能正确处理此类问题。

(2) 斯托克斯数的影响

对于具有中等粒子加载率的系统，斯托克斯数的大小对选择合适的模型有重要意义。斯托克斯数可以根据粒子响应时间和系统响应时间的关系来定义：

$$s_t = \frac{\tau_d}{t_s} \quad (5-4)$$

其中 $\tau_d = \frac{\rho_d d_d^2}{18\mu_c}$, 而 t_s 是根据所考察系统的特征长度 (L_s) 和特征速度 (V_s) 来定义

的: $t_s = \frac{L_s}{V_s}$ 。

对于 $S_i \ll 1.0$ 的情况, 对载流而言, 粒子将具有很好的跟随性, 所以三种模型都可以采用, 于是可以选择最节省资源的模型 (通常为混合物模型), 或者根据到其他的因素选择最为合适的。对于 $S_i > 1.0$ 的情况, 粒子将独立于流场运动, 此时选用离散相模型和欧拉模型比较合适。对于 $S_i \approx 1.0$ 的情况, 三种模型又都可以采用了, 可以根据情况选择最节省资源的或者最为合适的模型。

5.2 叶轮内的两相流动计算

1. 控制方程

根据上面的论述, 在进行污水泵叶轮内的两相流动计算时, 决定采用混合物模型。混合物模型使用单流体方法, 允许相之间互相贯穿, 所以对一个控制容积的体积分数 α_q 和 α_p 可以是 0 和 1 之间的任意值, 取决于相 q 和相 p 所占有的空间。混合物模型使用了滑流速度的概念, 允许相以不同的速度运动。混合模型可以求解混合相的连续性方程、混合的动量方程、混合的能量方程, 第二相的体积分数方程, 还有相对速度的代数表达 (如果相以不同的速度运动)。

混合物模型的连续方程为:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \nabla \cdot (\rho_m \bar{v}_m) = \dot{m} \quad (5-5)$$

这里 \bar{v}_m 是质量平均速度:

$$\bar{v}_m = \frac{\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \bar{v}_k}{\rho_m} \quad (5-6)$$

ρ_m 是混合物密度:

$$\rho_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \quad (5-7)$$

α_k 是第 k 相的体积分数。 \dot{m} 描述了质量源的质量传递, 在这里可以取零。

混合模型的动量方程可以通过对所有相各自的动量方程求和来获得, 可表示

为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \bar{v}_m) + \nabla \cdot (\rho_m \bar{v}_m \bar{v}_m) = & -\nabla P + \nabla \cdot [\mu_m (\nabla \bar{v}_m + \nabla \bar{v}_m^T)] + \rho_m \bar{g} \\ & + \bar{F} + \nabla \cdot \left(\sum_{k=1}^n \alpha_k \rho_k \bar{v}_{dr,k} \bar{v}_{dr,k} \right) \end{aligned} \quad (5-8)$$

这里 n 是相数， \bar{F} 是体积力， μ_m 是混合粘性：

$$\mu_m = \sum_{k=1}^n \alpha_k \mu_k \quad (5-9)$$

$\bar{v}_{dr,k}$ 是第二相 k 的漂移速度：

$$\bar{v}_{dr,k} = \bar{v}_k - \bar{v}_m \quad (5-10)$$

相对（滑流）速度和漂移速度：

相对速度（也指滑流速度）被定义为第二相（ p ）的速度相对于主相（ q ）的速度：

$$\bar{v}_{qp} = \bar{v}_p - \bar{v}_q \quad (5-11)$$

漂移速度和相对速度（ \bar{v}_{qp} ）通过以下表达式联系：

$$\bar{v}_{dr,p} = \bar{v}_{qp} - \sum_{k=1}^n \left(\frac{\alpha_k \rho_k}{\rho_m} \right) \bar{v}_{qk} \quad (5-12)$$

代数滑移混合模型的基本假设是规定相对速度的代数关系，相之间的局部平衡应在短的空间长度标尺上达到。相对速度的形式由以下给出：

$$\bar{v}_{qp} = \tau_{qp} \bar{a} \quad (5-13)$$

这里 \bar{a} 是第二相粒子的加速度， τ_{qp} 是粒子的弛豫时间。根据 Manninen et al^[150]，

τ_{qp} 的形式为：

$$\tau_{qp} = \frac{(\rho_m - \rho_p) d_p^2}{18 \mu_q f_{drag}} \quad (5-14)$$

这里 d_p 是第二相颗粒（或液滴或气泡）的直径，曳力函数 f_{drag} 来自 Schiller 和 Naumann^[34]：

$$f_{drag} = 0.0183 R, R_e \geq 1000 \quad (5-15)$$

加速度 \bar{a} 的形式为：

$$\vec{a} = \vec{g} - (\vec{v}_m \cdot \nabla) \vec{v}_m - \frac{\partial \vec{v}_m}{\partial t} \quad (5-16)$$

最简单的代数滑移公式是所谓的漂移流量模型，其中粒子的加速度由重力或离心力给出粒子的弛豫时间考虑其它粒子的存在而被修正。注意，如果没求解滑移速度，混合模型就简化成了均匀多相流模型。

从第二相 p 的连续方程，可以得到第二相 p 的体积分数方程为：

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_p \rho_p) + \nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \vec{v}_m) = -\nabla \cdot (\alpha_p \rho_p \vec{v}_{dr,p}) \quad (5-17)$$

2. 网格划分

CFD 求解问题的第一步是给所计算的物理空间赋予一个点的集合——网格，然后在网格上离散控制方程，使之成为一系列代数方程。在计算的物理空间定义点的集合——网格的过程为网格生成。对网格系统的一般要求有如下几点：

- ① 网格应与求解区域边界相适应。
- ② 网格应在高梯度的区域加密。
- ③ 与边界相交的网格显影尽可能与边界正交，以便准确方便地实施边界上的微分。
- ④ 网格间距在从小到大或从大到小变化时应逐渐过渡，从 Fourier 分析的角度，这是因为组成解的 Fourier 分量会在网格间距改变时干涉及衍射。
- ⑤ 一组网格线尽可能应与流动方向重合。

网格系统可以分为两类：(1) 结构化网格，即网格的邻点可以用结构化的指标数确定；(2) 非结构化网格，即网格的邻点无法用结构化的指标数确定。结构化的网格中又可分为单一网格系统及组合网格系统。结构化网格广泛应用于有限差分计算中，非结构化网格广泛应用于有限元方法及有限差分中的非结构化网格方法中。网格生成的方法基本上可以分为两大类，即代数法及微分方程法。代数法生成网格是利用插值函数把一理想的立方体计算区域变换成物理空间，而微分方程法则把网格生成的过程化为求解带有源项的偏微分方程。

计算时采用非结构化网格，网格生成的过程可以参考第 4 章的有关内容，为了获得更精确的计算结果，在计算时采用了网格自适应技术。

非结构化网格特征的两个重要优点是：跟结构化网格相比减少创建时间；不会带来因插入新的网格点而使其他单元品质变坏。用自适应法完善网格，在网格

中如果需要可以增加网格单元,这样能更精确地计算流场的特性。如果正确应用网格自适应技术,那么得到的网格对流体计算是最优的。正确采用自适应完善网格的一些准则如下:

(1) 表面网格必须足够的好,以表征一些重要的几何特征。例如,在明显弯曲的叶轮叶片表面,如果布置的节点数太少,这样计算效果就会不好。尽管通过网格的完善增加一些节点,表面总会包含一些含有初始网格的小面,

(2) 初始网格应该有足够多的网格单元来捕获流场的关键特征。比如,在预测叶片冲击绕流情况时,除了有足够的表面来计算叶片的形状特征,初始网格应该有足够多的为了能得到第一次合理的结果,随后的梯度自适应可以更好地反映着冲击流,并且建立一个独立网格的结果。

(3) 在进行网格自适应前应该是一个合理收敛的结果。如果计算不正确,那么自适应增加的网格就会加在错误的区域。但是必须小心判断自适应前怎么样才是好的、收敛的计算结果。

(4) 在进行梯度自适应时,必须选择恰当的变量。对于某些流体,这选择是很明确的。对于大多数不可压缩流体,压力梯度就不重要了,更合适的参数可能是速度梯度。

(5) 差的自适应操作可能会产生不利的效果。其中最常见的一个错误就是在某个特定的计算区域进行过分完善,这样会造成网格单元体积的太大梯度,这对计算正确性会产生不利的影响。

网格自适应过程可以分为两个重要部分。首先,根据在几何和计算数据基础上建立的自适应函数来确定什么样的网格是优和什么样的网格是劣。接着,对网格进行改造以达到“优化”网格的要求。这种调整网格方法的主要优点是可以建立成熟的自适应函数,并且可以在没有改变已存在网格的条件下来实现多种自适应函数。

在 FLUENT 中有两种类型的自适应方法:“Conformal”和“Hanging node”自适应。默认的方法为“Hanging node”方法,在三角形和四面体网格时候可用“Conformal”方法。对大多数问题,“Hanging node”自适应可提供网格自适应的最大灵活性。“Conformal”自适应方法只能用在三角形和四面体网格中,而“Hanging node”自适应方法能用在所有支持的网格形状。“Hanging node”自适应

方法比“Conformal”自适应方法在本质上更局部化。在“Conformal”自适应方法中，许多加入标识单元列表中的许多网格单元可通过分割最长边标准被细化。对高级网格，初始匹配细化将展示大量细化网格的产生，有时改善许多还远离有细化标识符的网格。在三维问题中，“Hanging node”自适应有一个跟保持网格层次和暂时存储边相关的存储空间补偿。“Conformal”自适应除了为增加网格密度而增加的节点、面和单元信息存储之外就没有多余的存储空间。

网格自适应可以根据不同的变量分为：边界自适应、梯度自适应等。如果在边界上要求更多的单元，就可以采用边界自适应来实现。边界自适应函数允许你在选定的边界区域附近标记或细化单元。因为流体相互作用常常出现在这些区域，比如在靠近壁面的边界层有很大的速度梯度，所以它可以在靠近一个或多个边界域进行网格细化。梯度自适应函数允许你基于选择场变量的梯度标记单元或调整网格。

在 FLUENT 中可以改变从“Hanging node”到“Conformal”的自适应类型或者能够设置单元区域，能被自适应的单元尺寸和在自适应过程中被生成的单元总数目的限制。也能修改在梯度函数中的体积权重的强度，限制细化或粗化自适应过程。

3. 边界条件

(1) 进口边界

进口边界选用速度进口边界条件。叶轮进口处假定流动是均匀的，速度只有轴向分量，且两相速度是一致的，那么叶轮进口处的速度可以按照下式计算：

$$V_{inlet} = \frac{Q_{max}}{F_{inlet}} \quad (5-18)$$

式中 F_{inlet} 为叶轮进口面积， Q_{max} 为流量。

对于两相流动，在定义进口边界条件时，还应对各相的物理形态进行描述，这里第一相的流体定义为一般清水，第二相为固体相，其体积含量为 4%，粒子直径为 2mm，密度为 $1.65 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

进口边界处的湍动能和湍动能耗散的计算公式分别为：

$$k_m = \frac{1}{2} IV_{inlet}^2 \quad (5-19)$$

$$\varepsilon = C_{\mu}^{3/4} \frac{k_m^{3/2}}{kL} \quad (5-20)$$

式中 $I = 0.5 - 1.5\%$, $k = 0.41$, $C_{\mu} = 0.09$, 特征长度 L 可以按等效管径计算。

(2) 出口边界

出口边界在这里取自由出流, 也就是说, 求解前压力和速度未知的情况, 如果在出口处选择一个垂直于流动方向的面, 那么在该面上的所有变量(压力除外), 梯度都是零, 即:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad (5-21)$$

式中 ϕ 为除压力外的所有物理量。

(3) 固体壁面边界

对于液体相, 壁面处默认为无滑移边界条件, 也就是说固体壁面与液体的相对速度在与壁面平行的方向上为 0。在固体壁面附近, 湍动能和湍动能耗散率作为 0 来处理, 也基本合理。

但是对于固体相, 与壁面平行的速度在壁面处不满足无滑移边界条件, 因此不能为零。固体相在壁面处的与壁面平行的速度边界条件可以通过固体相剪切应力在接近壁面处的极限等于固体同壁面碰撞引起的动量传递得到^[12]。其公式如下:

$$(\tau_{ST})_w = f_s M_s N_s = \frac{\phi \sqrt{3} \rho_s T_s^{1/2} (U_{ST})_w}{6 \alpha_{s \max} [1 - (\alpha_s / \alpha_{s \max})^{1/3}]} = \mu_s \left(\frac{\partial U_{ST}}{\partial n} \right)_w \quad (5-22)$$

式中 ϕ 为 0~1 之间的经验系数, 当固体相与壁面完全平行时取 1, 完全非弹性碰撞时取 0; 下标 T 表示与壁面平行的方向; μ_s 为固体相的动力粘性系数。

固体相在壁面处与壁面垂直的速度边界条件可以由 Tu 和 Fletcher 对壁面附近的固体运动规律研究确定:

$$(\lambda_1 - \lambda_2)(U_{Sn})_w + \lambda_1 h K_n \left(\frac{\partial U_{Sn}}{\partial n} \right)_e = 0 \quad (5-23)$$

这里, $\lambda_1 = (1 - e^2/2)^{1/2}$, $\lambda_2 = \left[\frac{e(1-e)}{(1+e)} \right]^{1/2}$, h 为与壁面相邻的第一个控制容积中

心与壁面的距离, e 为固体与壁面碰撞的恢复系数, K_n 为 Knudsen 数, 其定义为:

$$K_n = \tau_s \left| U_{fn} - U_{Sn} \right|_w = \tau_s \left| U_{Sn} \right|_w \quad (5-24)$$

固体相的浓度在壁面处的边界条件可以由在壁面处法向固体相的流量为零得

出：

$$\left[\frac{\partial(\rho_s U_{sn})}{\partial n} \right]_w = (\rho_s)_w \left[\frac{\partial(U_{sn})}{\partial n} \right]_w + (\rho_{sn})_w \left[\frac{\partial(\rho_s)}{\partial n} \right]_w = 0 \quad (5-25)$$

由 (5.23) 和 (5.25) 可得：

$$(\lambda_1 - \lambda_2)(\rho_s)_w + \lambda_1 h K_n \left(\frac{\partial \rho_s}{\partial n} \right)_e = 0 \quad (5-26)$$

固体相的湍动能和湍动能耗散率可以和流体相一样，在壁面处取零。

4. 数值计算方法

数值计算方法和单相流动基本相同，速度求解时使用二阶中心差分，压力与速度耦合求解采用 SIMPLEC 算法，动量方程和湍动能方程的离散采用一阶迎风格式。离散后方程的求解采用 Under-Relaxation 法。

SIMPLE 系列算法是在计算不可压流动时常用的算法，这里采用 SIMPLEC 算法，其基本思想是：首先对于给定的压力场求解动量方程，并利用由连续方程离散得到的压力修正方程修正速度，使之满足连续性方程，然后用改进后的速度场重新计算动量离散方程的系数，以开始新一轮的计算，如此反复直到收敛。SIMPLEC 与 SIMPLE 的区别在于前者考虑了相邻两点速度修正的相互影响，收敛特性较好。

5.3 流场计算结果和分析

运用上述方法计算了叶轮 1 在 $Q_{mix}=150\text{m}^3/\text{h}$ ， $n=1450\text{r/min}$ 时内部流动情况。计算结果如图 5-1 ~ 5-13 表示。

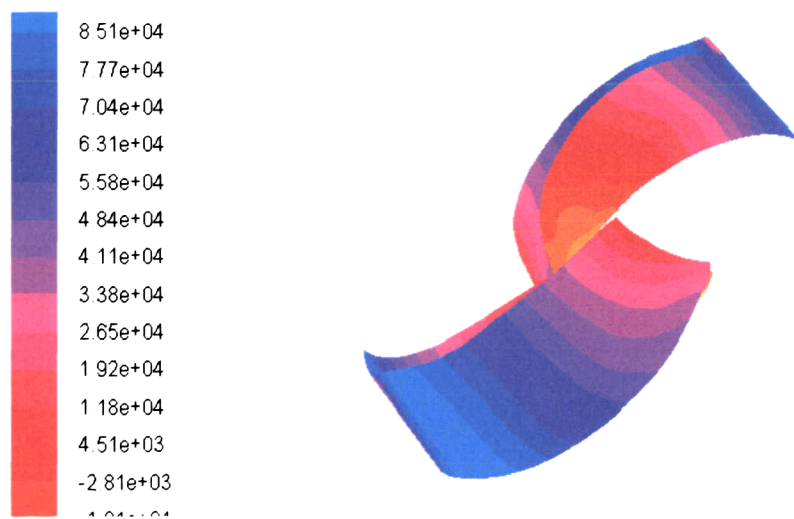


图 5-1 叶片工作面两相混合物总压分布图

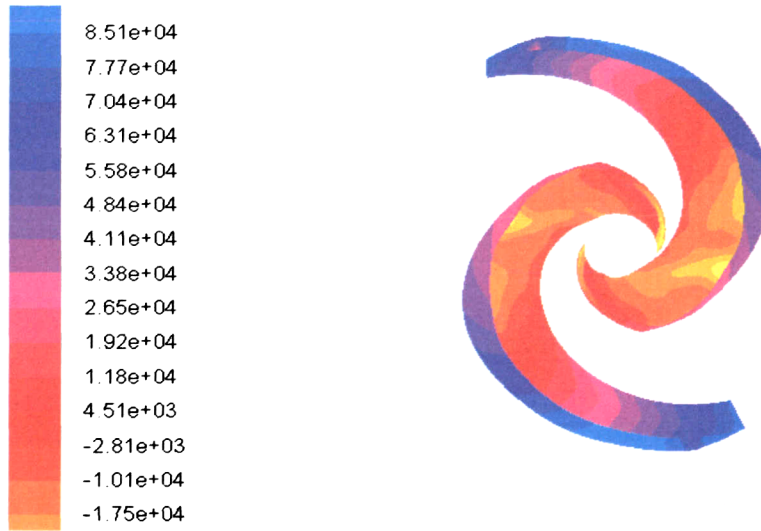


图 5-2 叶片背面两相混合物总压分布图



图 5-3 流道中心截面两相混合物总压分布图

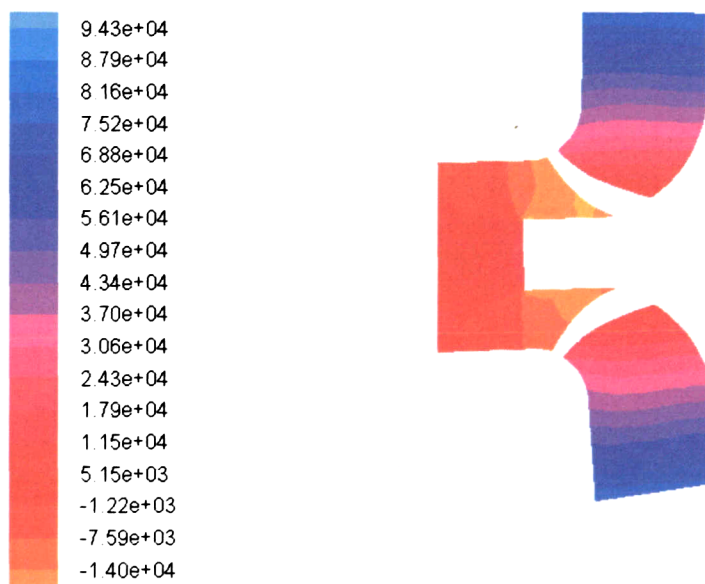


图 5-4 轴面两相混合物总压分布图

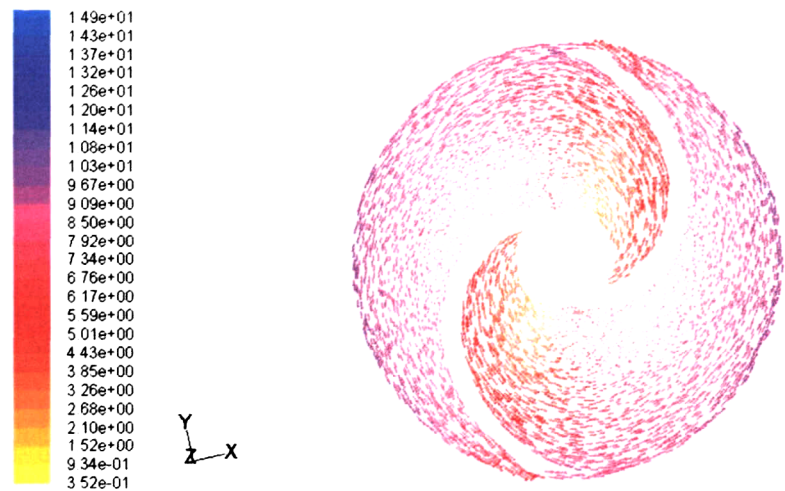


图 5-5 流道中心截面液体相相对速度图

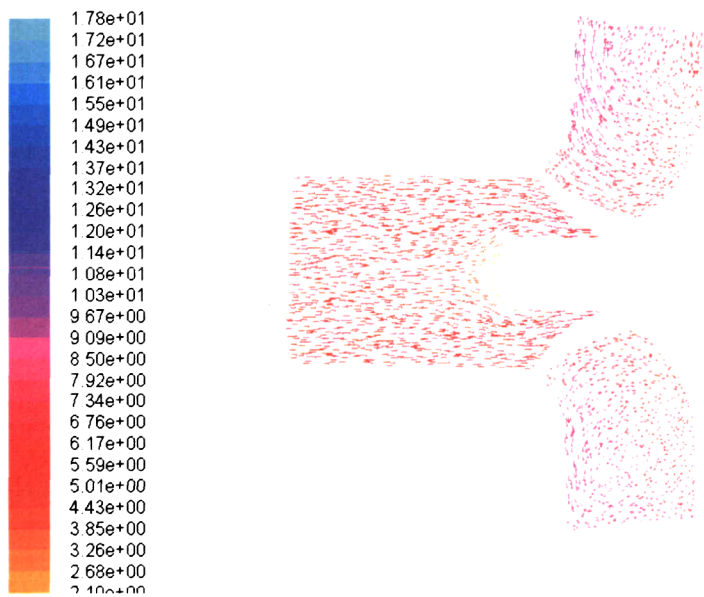


图 5-6 轴面液体相相对速度图

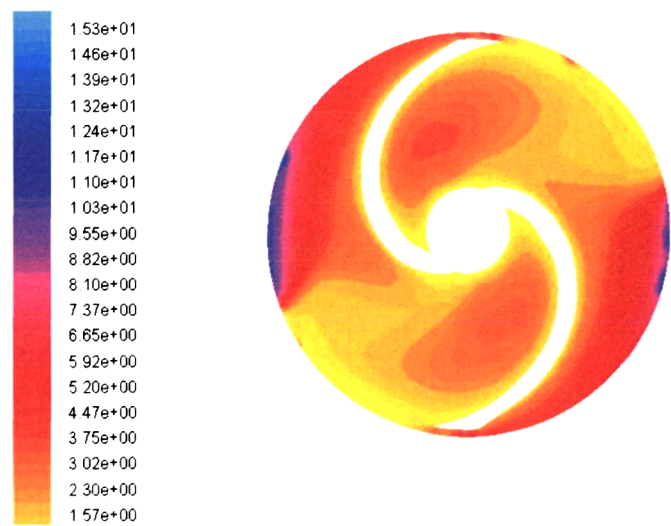


图 5-7 流道中心截面液体相湍动能分布图

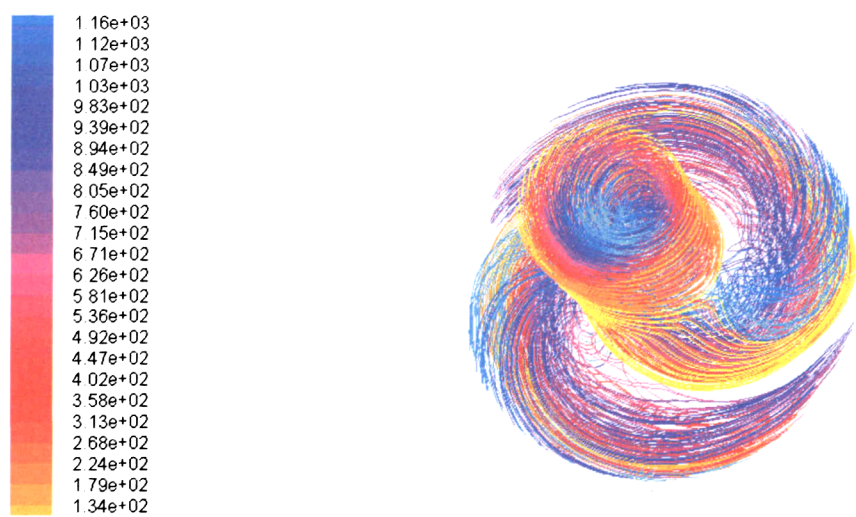


图 5-8 固体相流动轨迹图

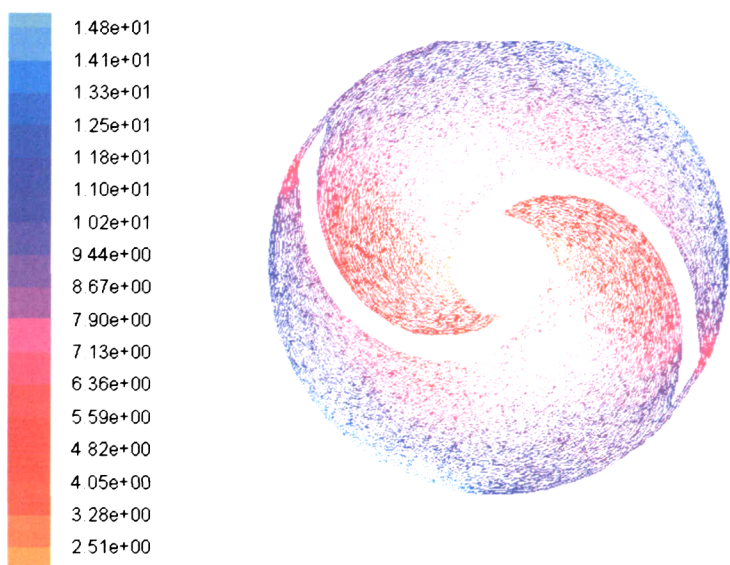


图 5-9 叶轮流道中心截面固体相相对速度分布图

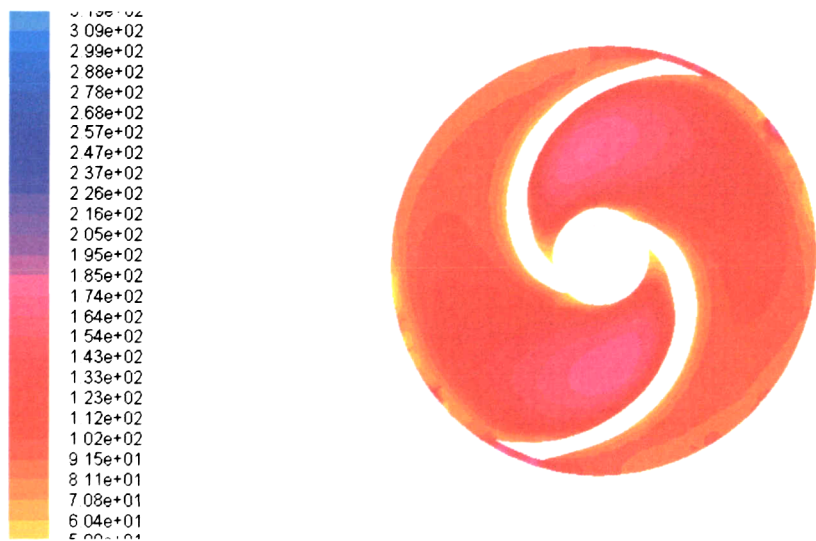


图 5-10 流道中心截面固体相端动能分布云图

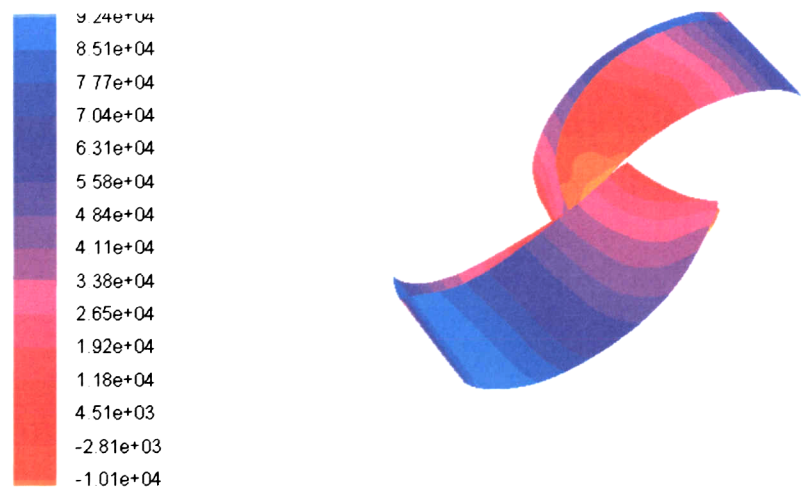


图 5-11 固体相叶片工作面压力云图

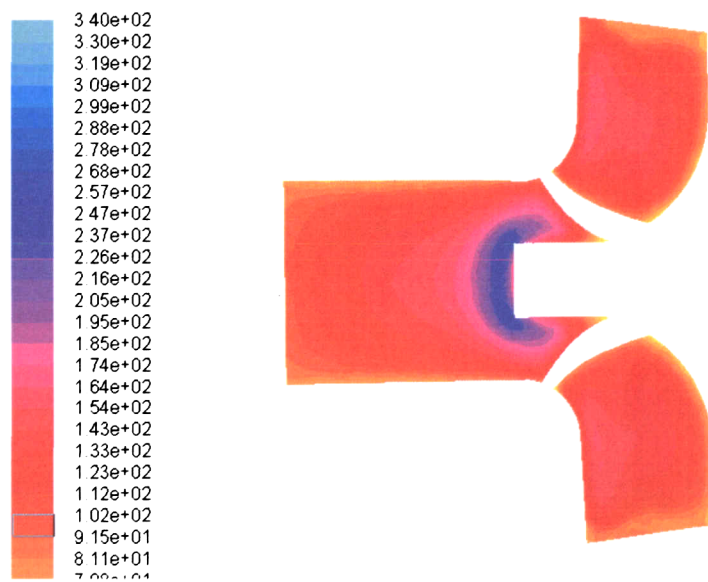


图 5-12 叶轮轴面固体相端动能云图

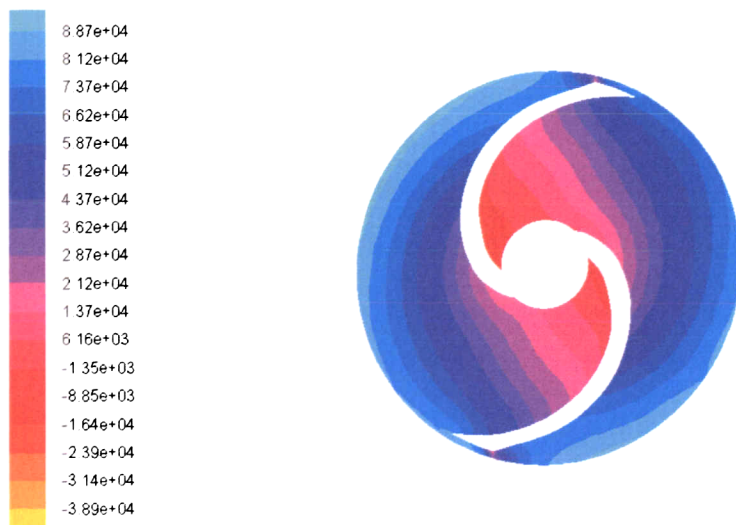


图 5-13 叶轮流道中心截面固体相压力云图

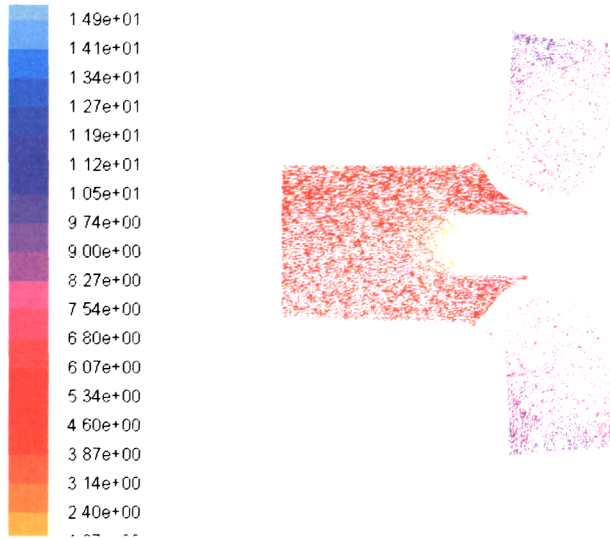


图 5-14 叶轮轴面固体相相对速度分布图

由图 5-1、5-2、5-3 和图 5-4 可以看出，两相混合物的总压由吸入口到排出口逐渐上升，相同半径时工作面的压力大于叶片背面的压力，在叶片出口处压力基本一致，但是与第 4 章中单相液体的流场计算结果比较，其总压差小一些，这说明叶轮在输送两相流体时，扬程要低于输送单相流体时的扬程。压力梯度的变化和单相流体时的变化情况基本一致，压力在叶片背面进口附近为最小，该处是最容易发生汽蚀的地方，压力在叶片宽度方向变化不大，在叶轮出口处压力基本相同。

图 5-4 和图 5-8 分别为流道中心截面液体相和固体相相对速度分布图，图 5-5 和图 5-13 分别为轴面液体相和固体相相对速度图，由这四个图可以明显看出，液体相和固体相在相对速度的方向上有比较小的区别，在大小上区别却很明显，固体相明显要小于液体相，这和第 2 章的论述是一致的。固体相和液体相相对速度在叶片背面附面层中变化不大，只是在出口处相对速度有一些加大。叶片工作面的相对速度比背面的相对速度小，在叶轮出口附近相对速度基本上一致，这说明在两相流动时，叶片之间的相对流动也存在轴向相对速度旋涡。

图 5-7 显示了固体相的流动轨迹，从该图可以看出固体物在叶轮内的流动轨迹，在叶轮轴面的拐弯处有明显的变化。但是，叶轮内固体物的流动基本上是通畅的，没有突变和拐点。固体物在叶轮流道里浓度分布并不均匀，叶片的工作面处固体物浓度要比背面高，在叶轮轴面的拐弯靠后盖板处的浓度要比其它地方的高。

图 5-6、5-9 分别显示了流道中心截面液体相、固体相湍动能分布，很明显，液体相的湍动在大部分流动区域内变化不大，只是在叶轮出口处局部地方有大的变化，而固体相中，其变化趋势是沿流动方向逐渐变小。图 5-12 显示了叶轮轴面固体相湍动能的变化情况，由该图可以看出，在叶轮进口轮毂处，湍动能最大，湍动最为激烈，因此纤维性物料在这里难于形成流挂，有利于纤维性物料的通过。

5.4 本章小结

本章首先介绍了固液两相流动的计算模型，比较了基于欧拉法的三种不同模型的特点和适用范围，同时介绍了粒子加载率 β 和斯托克斯数 S_t 在两相流动计算时对模型选择的影响，然后选择混合物模型对前伸式双叶片污水泵进行了两相流动计算。计算过程中为了更好地得出流动变化的情况，采用了网格自适应技术。边界条件定义为：速度进口和自由出流出口；固体壁面边界，对于液体相，壁面处默认为无滑移边界条件，但是对于固体相，给出了速度变化的公式。代数方程求解的方法为：速度求解时使用二阶中心差分，压力与速度耦合求解采用 SIMPLEC 算法，动量方程和湍动能方程的离散采用一阶迎风格式，离散后方程的求解采用 Under-Relaxation 法。计算得到了两相混合物的压力分布、液体和固体相流动速度分布、液体和固体相湍动能分布以及固体相的流动轨迹。与单相液体的流场计算结果比较表明，输送两相流体时的扬程要低于输送单相流体时的扬程；在叶轮进口轮毂处，湍动最为激烈，纤维性物料在这里难于形成流挂，有利于纤维性物料的通过。

参考文献

- [1] G. K. Batchelor. An Introduction to Fluid Dynamics. Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, 1967
- [2] D. L. Baulch, D. D. Drysdall, D. G. Horne, and A. C. Lloyd. Evaluated Kinetic Data for High Temperature Reactions, volume 1, 2, 3. Butterworth, 1973
- [3] D. L. Baulch et al. Evaluated Kinetic Data for Combustion Modeling. J. Physical and Chemical Reference Data, 21(March), 1992
- [4] L. L. Baxter. Turbulent Transport of Particles. PhD thesis, Brigham Young University, Provo, Utah, 1989
- [5] L. L. Baxter and P. J. Smith. Turbulent Dispersion of Particles: The STP Model. Energy &

- Fuels, 1993(Jul.): 852~859
- [6] R. W. Bilger. Turbulent Flows with Non-premixed Reactants. In P. A. Libby and F. A. Williams, editors, *Turbulent Reacting Flows*, Springer-Verlag, Berlin, 1980
 - [7] R. K. Boyd and J. H. Kent. Three-dimensional furnace computer modeling. In 21st Symp. (Int'l.) on Combustion, The Combustion Institute, 1986: 265~274
 - [8] A. Brandt. Multi-level Adaptive Computations in Fluid Dynamics. Technical Report AIAA-79-1455, AIAA, Williamsburg, VA, 1979
 - [9] M. Bui-Pham and K. Seshadri. Comparison between Experimental Measurements and Numerical Calculations of the Structure of Heptane-Air Diffusion Flames. *Combust. Sci. and Tech.*, 1991(79): 293~310
 - [10] T. Cebeci and P. Bradshaw. *Momentum Transfer in Boundary Layers*. Hemisphere Publishing Corporation, New York, 1977
 - [11] H. C. Chen and V. C. Patel. Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation. *AIAA Journal*, 1988(Jun.): 641~648
 - [12] Clift, Grace, and Weber. *Bubbles, Drops, and Particles*. Technical report, Academic Press, 1978
 - [13] C. Crowe, M. Sommerfeld, and Yutaka Tsuji. *Multiphase Flows with Droplets and Particles*. CRC Press, 1998
 - [14] 倪明玖. 现代差分格式的发展机理新压缩机内部紊流场的数值模拟: [博士学位论文]. 西安: 西安交通大学, 1997
 - [15] G. T. Csanady. Turbulent Diffusion of Heavy Particles in the Atmosphere. *J. Atmos. Science*, 1963(20): 201~208
 - [16] Dacles-Mariani, G. G. Zilliac, J. S. Chow, and P. Bradshaw. Numerical/Experimental Study of a Wingtip Vortex in the Near Field. *AIAA Journal*, 1995(Sep.): 1561~1568
 - [17] B. J. Daly and F. H. Harlow. Transport Equations in Turbulence. *Phys. Fluids*, 1970(13): 2634~2649
 - [18] D. A. Drew and R. T. Lahey. In *Particulate Two-Phase Flow*. Butterworth-Heinemann, Boston, 1993: 509~566
 - [19] S. E. Elgobashi and T. W. Abou-Arab. A Two-Equation Turbulence Model for Two-Phase Flows. *Phys. Fluids*, 1983(Apr.): 931~938
 - [20] J.O. Hinze. *Turbulence*. McGraw-Hill Publishing Co., New York, 1975
 - [21] R. I. Issa. Solution of Implicitly Discretized Fluid Flow Equations by Operator Splitting. *J. Comput. Phys.*, 1986(62): 40~65
 - [22] S. Jain. Three-Dimensional Simulation of Turbulent Particle Dispersion. PhD thesis. University of Utah, Utah, 1995
 - [23] A. Jameson, W. Schmidt, and E. Turkel. Numerical Solution of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes. Technical Report

- AIAA-81-1259, AIAA.14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, Palo Alto, California, June 1981
- [24] S. E. Kim and D. Choudhury. A Near-Wall Treatment Using Wall Functions Sensitized to Pressure Gradient. In ASME FED Vol. 217, Separated and Complex Flows. ASME, 1995
- [25] B. E. Launder and D. B. Spalding. Lectures in Mathematical Models of Turbulence. Academic Press, London, England, 1972
- [26] B. E. Launder and D. B. Spalding. The Numerical Computation of Turbulent Flows. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1974(Mar.): 269~289
- [27] F. S. Lien and M. A. Leschziner. Assessment of Turbulent Transport Models Including Non-Linear RNG Eddy-Viscosity Formulation and Second-Moment Closure. Computers and Fluids, 1994(Aug.): 983~1004
- [28] J. Y. Luo, R. I. Issa, and A. D. Gosman. Prediction of Impeller-Induced Flows in Mixing Vessels Using Multiple Frames of Reference. In IChemE Symposium Series, 1994(136): 549~556
- [29] M. Manninen, V. Taivassalo, and S. Kallio. On the mixture model for multiphase flow. VTT Publications 288, Technical Research Center of Finland, 1996
- [30] F. R. Menter. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. AIAA Journal, 1994 (August): 1598~1605
- [31] J. Y. Murthy and S. R. Mathur. A Finite Volume Method For Radiative Heat Transfer Using Unstructured Meshes. AIAA-98-0860, 1998(Jan.)
- [32] H. Ounis, G. Ahmadi, and J. B. McLaughlin. Brownian Diffusion of Sub-micrometer Particles in the Viscous Sub-layer. Journal of Colloid and Interface Science, 1991(Jan.): 266~277
- [33] T. Peeters. Numerical Modeling of Turbulence Natural-Gas Diffusion Flames. PhD thesis, Delft Technical University, Delft, The Netherlands, 1995
- [34] H. Schlichting. Boundary-Layer Theory. McGraw-Hill, New York, 1979
- [35] C. Simonin and P. L. Viollet. Predictions of an Oxygen Droplet Pulverization in a Compressible Subsonic Co-flowing Hydrogen Flow. Numerical Methods for multiphase Flows, 1990(Feb): 65~82
- [36] C. G. Speziale, S. Sarkar, and T. B. Gatski. Modelling the Pressure-Strain Correlation of Turbulence: An Invariant Dynamical Systems Approach. J. Fluid Mech., 1991(227): 245~272
- [37] V. R. Voller and C. Prakash. A Fixed-Grid Numerical Modeling Methodology for Convection-Diffusion Mushy Region Phase-Change Problems. Int. J. Heat Mass Transfer, 1987(30): 1709~1720
- [38] A. Yakhot, S. A. Orszag, V. Yakhot, and M. Israeli. Renormalization Group Formulation of Large-Eddy Simulation. Journal of Scientific Computing, 1989(Apr.): 139~158
- [39] C. Crowe, M. Sommerfeld, and Yutaka Tsuji. Multiphase Flows with Droplets and Particles. CRC Press, 1998

第6章 总结与展望

6.1 研究结果总结

(1) 到目前为止, 大多数的研究者均是研究含刚性颗粒的两相流动, 而很少见到含柔性物料的两相流动的研究报道。由于柔性物料与刚性固体不同, 不但可以平动和转动, 还会变形, 因此分析的难度大大增加。

本文在简单介绍颗粒性固体物料两相流动方程后, 主要的工作是分析含柔性固体物料的两相流动, 采用拉格朗日法分析物体运动中的变形, 给出了变形判别数 G_f , 得出了对于柔性固体物料, 变形判别数 $G_f \neq 0$; 在此基础上, 建立了其考虑时间和空间效应的一般性本构方程, 并讨论了不同本构方程的近似; 给出了两流体模型的含柔性固体物料的两相流动瞬时局部方程。基于体积平均法, 分析了应力张量和界面动量的传递, 并对系数的选取进行了讨论, 对稀相柔性固体物料的两相流动, 忽略其碰撞项, 建立了两相湍动方程, 为稀相柔性固体物料的两相流动分析计算提供了理论基础和计算模型。

基于体积平均的含稀疏柔性固体物料的两相湍流方程, 其表达式可以总结为:

总平衡方程: $C_1 + C_2 = 1$

压力耦合方程: $P_2 - P_1 = \sigma a$

液体相连续方程: $\frac{\partial}{\partial t}(C_1 \rho_1) + \nabla \cdot (C_1 \rho_1 \bar{u}_1) = 0$

固体相连续方程: $\frac{\partial}{\partial t}(C_2 \rho_2) + \nabla \cdot (C_2 \rho_2 \bar{u}_2) = 0$

液体相动量方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(C_1 \rho_1 \bar{u}_1) + \nabla \cdot (C_1 \rho_1 \bar{u}_1 \bar{u}_1) = -\nabla(C_1 P_1) + \nabla \cdot [C_1(T_1 + T_1')] + C_1 \rho_1 \bar{F}_1 + \bar{M}_1$$

固体相动量方程:

$$\frac{\partial}{\partial t}(C_2 \rho_2 \bar{u}_2) + \nabla \cdot (C_2 \rho_2 \bar{u}_2 \bar{u}_2) = -\nabla(C_2 P_2) + \nabla \cdot [C_2(T_2 + T_2')] + C_2 \rho_2 \bar{F}_2 + \bar{M}_2$$

界面动量传递方程:

$$\overline{M}_1 = -P_{1,j} \nabla C_1 + \overline{M}_1^d, \quad \overline{M}_2 = -P_{2,j} \nabla C_2 + \overline{M}_2^d$$

$$\overline{M}_1^d + \overline{M}_2^d = 0$$

$$\overline{M}_2^d = K_1(\overline{u}_1 - \overline{u}_2) + K_2[(\frac{\partial \overline{u}_1}{\partial t} + \overline{u}_2 \cdot \nabla \overline{u}_1) - (\frac{\partial \overline{u}_2}{\partial t} + \overline{u}_1 \cdot \nabla \overline{u}_2)] +$$

$$\frac{1}{2} K_4(\overline{u}_1 - \overline{u}_2) \cdot [\nabla \overline{u}_1 + (\nabla \overline{u}_1)^+] + K_5(\overline{u}_1 - \overline{u}_2) \cdot \nabla(\overline{u}_1 - \overline{u}_2)$$

$$K_1 = \frac{3}{4} C \rho_1 \frac{C_D}{D} |\overline{u}_1 - \overline{u}_2|$$

$$K_2 = C \rho_1 C_0(C)$$

$$K_5 = K_2[1 - \lambda_0(C)]$$

$$K_4 = CL$$

液体相粘性应力方程：

$$T_1 = \frac{1}{2} C_1 \mu_1 [\nabla \overline{u}_1 + (\nabla \overline{u}_1)^+] + \mu_1 \frac{b(1-C_1)}{-(1+C_1)} [\nabla C_1(\overline{u}_2 - \overline{u}_1) + (\overline{u}_2 - \overline{u}_1) \nabla C_1]$$

液体相湍动应力方程： $T_1' = \mu_1' [\nabla \overline{u}_1 + (\nabla \overline{u}_1)^+] + a_1 \overline{I} + b_1(\overline{u}_2 - \overline{u}_1)(\overline{u}_2 - \overline{u}_1)$

固体相湍动应力方程： $T_2' = C_2 \mu_2' \overline{D_{2,b}} + a_2 \overline{I} + b_2(\overline{u}_2 - \overline{u}_1)(\overline{u}_2 - \overline{u}_1)$

固体相粘弹性应力方程可以根据柔性固体物料的性态，选择下列方程中的一个：

$$T_2 = C_2(\eta_0 A_1 + \beta_1 A_1^2 + \beta_2 A_2)$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\partial T_2}{\partial t} = C_2 \eta_0 A_1$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\partial T_2}{\partial t} = C_2 \eta_0 (A_1 + \lambda_2 \frac{\partial A_1}{\partial t})$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\partial T_2}{\partial t} = C_2 \eta_0 A_1$$

$$T_2 + \lambda_1 \frac{\Lambda T_2}{\Lambda t} = C_2 \eta_0 A_1$$

$$T_2 = C_2 \eta_0 (\frac{1+0.5a_1 tr A_1^2}{1+a_2 0.5 tr A_1^2}) A_1$$

$$T_2 = C_2 [\eta_\infty + (\eta_0 - \eta_\infty)(1+0.5\lambda^2 tr A_1^2)^{(n-1)/2} A_1]$$

$$T_2 = C_2(\eta_2 + \tau_0 / |\phi|) A, \text{ 如果 } \frac{1}{2} \pi T_2^2 > \tau_0^2, A_1 = 0$$

(2) 为了探讨泵在输送固液两相流体时的性能变化, 从叶轮内部流动分析的角度, 研究了泵在输送固液两相流体时的性能变化。文章中对两相流动进行了合理的假设, 从而简化了流动方程, 分析了固体在叶轮中的受力情况和流动速度等, 得出了当 $\rho_s > \rho_f$ 时, $W_{sr} > W_{fr}$, $W_{su} > W_{fu}$; 当 $\rho_s < \rho_f$ 时, $W_{sr} < W_{fr}$, $W_{su} < W_{fu}$ 的结论, 并通过对不同密度下的叶轮内两相流动速度三角形分析, 指出无论是 $\rho_s > \rho_f$, 还是 $\rho_s < \rho_f$ 时, 固体相的圆周速度均小于液体相的圆周速度。因此当泵输送两相流体时, 相同流量下, 泵的扬程低于单独输送液体时的扬程。

收集了所能找到的相关文献中所有的泵在输送固液两相介质时的性能数据, 根据这些数据, 应用多元线性回归分析的方法得出了扬程降的公式为: $K_H = 2.705C_w(S-1)^{0.64}(d_{50}/D_2)^{0.313}$ 。为了确定得到的公式精度, 将得到的公式进行预测的预测值和各试验值、其他公式的预测值进行了比较, 结果表明: 本文计算公式的总体精度要高于其他计算公式的精度, 其最低的预测精度为 15.749%, 最高的预测精度为 2.186%, 平均预测精度为 8.378%。因此, 本文中的扬程降计算公式与以往的计算公式相比, 精度更高, 适应的固体种类范围更宽。且从公式的形式上来说, 与以往的计算公式不同, 在公式中考虑了叶轮的典型特征。

讨论了泵在输送两相流体时的功率、效率变化情况, 推荐了计算功率、效率变化的公式。

(3) 从理论和试验两个方面研究了前伸式双叶片污水泵的设计和性能特点, 所做的主要的工作如下:

基于一元理论, 研究了前伸式双叶片污水泵的水力设计, 指出在双叶片条件下, 滑移系数大大增加, 因而其出口直径和叶片宽度应在一般离心泵的基础上稍微加大。指出在叶片型线设计时, 需要注意叶片前后盖板流线的包角差值和叶片前后盖板流线冲角的大小。对于蜗壳的水力设计, 指出基圆直径应比一般离心泵的要大, 喉部面积也宜相应加大。结合一个具体的实例, 说明该型泵的设计方法和特点, 并在同样叶轮轴面图的情况下, 分别设计了叶片型线不同的两个叶轮。

结合 CFD 软件对所设计的两个叶轮进行了流动模拟。在流场求解的过程中,

计算模型采用标准 $k-\varepsilon$ 模型，针对控制方程的特点，速度求解时使用二阶中心差分，压力与速度耦合求解采用 SIMPLE 算法，离散后方程的求解采用 Under-Relaxation 法。分析了流场计算的结果，在流场计算的基础上进行了叶轮扬程和水力效率的预测。

对设计的采用两个不同叶轮的前伸式双叶片污水泵进行了水力性能试验和通过性能试验，得到了两个叶轮及三次切割进口边后的扬程、效率、功率曲线和两个叶轮及第三次切割进口边后的固体颗粒、纤维的通过性能情况。水力性能试验结果表明：两种设计在规定点的性能参数均超 JB/T8857-1999《离心式污水潜水电泵 型式与基本参数》标准的要求，叶轮 1 对应的泵效率已经十分接近一般清水泵。叶轮 1 对应的泵与叶轮 2 对应的泵相比，同样的轴面几何参数，不同的叶片型线，效率差别显著。叶片进口边切割的试验表明：叶片后盖板流线前伸，对叶轮的水力性能影响不大。通过性试验表明：前伸式双叶片结构可以提高叶轮固体颗粒的通过能力和抗缠绕能力。

应用 CFD 技术计算的结果和实际结果相比，CFD 计算的结果要偏高。但是在同一叶轮的扬程和效率曲线的趋势上，在不同叶轮性能的对比上，CFD 计算的结果是可信的，与试验结果基本一致，因此 CFD 技术可以作为叶轮优化水力设计的一个有力工具。

前伸式双叶片污水泵具有好的通过性能的原因在于：(a) 两叶片结构叶轮使得其固体颗粒通过能力优于一般污水泵。(b) 叶片前伸，可以稍微提高叶轮进口处中心的压力，可以使叶轮进口处中心区域湍动也比周围区域要强烈，这两个原因使得叶片的抗缠绕能力提高。(c) 叶轮叶片进口边与叶轮前后盖板的夹角发生变化，与一般叶轮有显著的区别，钝角不易形成流挂，因此前伸式双叶片表现出更好的抗缠绕能力。

(4) 选择混合模型对前伸式双叶片污水泵进行两相流动计算。计算过程中为了更好地得出流动变化的情况，采用了网格自适应技术。计算时边界条件定义为：速度进口和自由出流出口；对于固体壁面边界，液体相壁面处默认为无滑移边界条件，固体相给出了速度变化的公式。计算得到了两相混合物的压力分布、液体和固体相流动速度分布、液体和固体相湍动能分布以及固体相的流动轨迹。与单

相液体的流场计算结果比较表明,在输送两相流体时扬程要低于输送单相流体时的扬程;在叶轮进口轮毂处,湍动最为激烈,纤维性物料在这里难于形成流挂,有利于纤维性物料的通过。

6.2 今后研究展望

由于研究时间短、条件有限,有些研究工作还需要进一步深入,还有待进一步的试验验证。今后研究工作的方向是:

1. 一般来说,把流体看作连续介质来进行研究是没什么问题的。对于悬浮于液体中的固体颗粒,为了简化问题,可以引入伪流体假设:即认为流体与颗粒在宏观上占据同一空间而互相渗透。这一假设对一般的固液两相流动来说,基本上是可以接受的,但是对于长纤维和塑料薄膜在液体中的流动,应该有很大的差异,目前还没有很好地研究。对于长纤维和塑料薄膜的流动,可以用浸入边界法建立其运动方程,作为 $N-S$ 方程的边界条件求解,或者采用液固耦合的方法进行求解,这一工作应当是今后研究的重点。

2. 本文在泵输送固液两相流体时的性能变化的研究工作中,收集了大量的试验数据,这些数据几乎全部都是在刚性固体颗粒的两相流动条件下得到的,没有含柔性固体的两相流动时的试验数据,因此有必要进一步进行泵送含柔性固体的两相流动的试验,以提高公式的适用范围。另外,对于效率的预测也应多吃一些试验以确定相关的系数。

3. 对于前伸式双叶片污水泵的设计理论和方法,本文做了一些研究工作,但是这些研究工作都还有待进一步深入。本文中的设计方法只是在中高比转速的泵上得到了较好的结果,对于低比转速的泵,几何参数的选取方法还要进一步的研究。三元理论设计方法由于对经验系数的要求相对要少得多,因此设计过程中的任意性也就少得多,虽然并不能完全取代模型试验,但可以在很大程度上减少模型试验的规模和次数,降低开发成本并可以显著提高设计质量。三元理论设计方法是今后水泵设计的发展方向。

4. 对于前伸式双叶片污水泵的性能特点,做了一些试验研究,但是还有必要进一步的试验,特别是纤维在叶轮中的流动情况,需要用试验来很好的揭示。因

此，在下一步的研究工作中，可以将泵的过流部件透明化，用高速相机对其流动过程进行拍摄，并与一般的叶轮中纤维的流动情况进行比较分析。

5. 叶轮内部流场的计算结果，尽管可以通过外特性的试验。在一定程度上验证其准确性，但是只有内特性的试验才能真正揭示流动的分布情况，因此下一步的研究工作应运用流场的测量与显示技术，对数值模拟进行有效的验证，如粒子图象测速技术（PIV）、粒子示踪测速法、磁共振断层照象法、激光散斑测速法等。

致 谢

本文是在导师施卫东研究员的指导下完成的。在导师的严格要求和谆谆教导下，我得以顺利地完成博士研究生阶段的学习和论文工作。导师渊博的知识，严谨的治学态度，忘我的工作热情，谦虚的高尚品德以及务实的工作作风和高度的责任感，是我学习的榜样。

感谢我的同班同学对我学习和生活中的帮助。

最后，特别要感谢的是我的家人，没有他们的鼓励和帮助，我不可能安心求学，完成学业。多年来，我为没有在他们身边照顾他们而感到深深的愧疚。这篇论文毫无疑问也凝聚了他们的心血。

谨以此文献给所有关心我的人。

王 准

2008.4

作者攻读博士学位期间的科研成果及发表的学术论文

发表的论文

- [1] 涡旋前伸式双叶片污水泵流场分析与性能预测（第一作者），中国机械工程，2006.8，EI 收录。
- [2] 涡旋前伸式双叶片污水泵设计与试验（第一作者），农业机械学报，2005.6。
- [3] 水泵轴类零件强度校核的应用程序开发（第三作者），江苏大学学报（自然科学版），2006.2，EI 收录。
- [4] 一种新型射流式自吸泵进口流场的数值模拟（第四作者），农业机械学报，2006.4，EI 收录。
- [5] 泵在不同试验台测试数据偏差原因分析（第三作者），排灌机械，2005.1。
- [6] 基于嵌入式 TCP/IP 协议的潜水电泵群远程监控系统（第三作者），中国农村水利水电，2006.5。
- [7] 井泵新系列研究与探讨（第三作者），中国农村水利水电，2006.3。
- [8] 旋流泵内部流动的研究（第五作者），农业机械学报，2006.1，EI 收录。
- [9] 高效无堵塞泵的研究开发与发展展望（第三作者），排灌机械，2006.6。
- [10] 基于 LabVIEW 的水泵性能测试系统的设计（第五作者），排灌机械，2007.3。
- [11] 高效无堵塞泵的研究现状与发展趋势（第三作者），农机化研究，2007.4。
- [12] 水泵蜗壳强度校核程序开发（第三作者），农业机械学报，2008.2，EI 收录。
- [13] 射流式自吸喷灌泵结构及设计方法初探（第四作者），中国农村水利水电，2005.11。
- [14] 水泵蜗壳强度校核软件数据模型的建立（第五作者），排灌机械，2007.2。
- [15] 基于 LabVIEW 的潜污泵全自动性能测试系统的开发（第三作者），水泵技术，2007.2。
- [16] 泵用轴承选型与校核的应用程序开发（第三作者），流体机械，2006.3。
- [17] 基于 MTSP 的给水管网定线优化设计（第三作者），给水排水，2006.8。
- [18] 前伸式双叶片污水泵设计和通过能力试验研究（第一作者），排灌机械，已录用。

科技成果与专利：

- [1] 新型新井离心泵的研究开发与产业化。中国机械工业科学技术二等奖，2006.12，第七。
- [2] 节能节材深井离心泵的研究与开发。江苏省科技厅鉴定，2005.12，第七。
- [3] 涡旋前伸式双叶片污水泵。已申请发明专利，200610039756.2，第二。
- [4] 带排出槽的污水泵叶轮间隙调整机构，实用新型专利，专利号：ZL200620072492.6，专利批准日：2007.5.9，第二。