中国科学院－中国科学技术大学
2003年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

试题名称：　　普通物理 A

一．(20 分) 滑雪运动员在一倾斜角为 α 的山坡上滑雪，初速度为 v_0，并以与水平线成 θ 角跳出，如图 1 所示，不考虑空气阻力，求运动员落在斜坡上的最大距离。

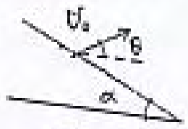


图1

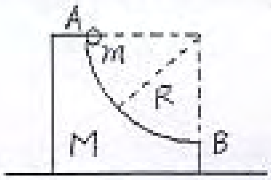


图2

二．(20 分)一质量为 m 的物体从质量为 M 的圆弧形槽顶端由静止滑下，设圆弧形槽的半径为 R，张角为 $\pi/2$。(如图 2 所示)，如所有摩擦都可忽略。求：

76 (1) 物体刚离开槽底端时，物体和槽的速度各为多少；

7 (2) 在物体从 A 滑到 B 的过程中，物体对槽所做的功；

6 (3) 物体到达 B 时对槽的压力。

三．(20 分)一根质量为 m，长为 l 的均匀细棒 OA（如图 3 所示），可以绕通过其一端的光滑轴 O 在竖直平面内转动。今使棒从水平位置开始自由下摆，求细棒摆到垂直位置时，其中心点 C 和端点 A 的速度。

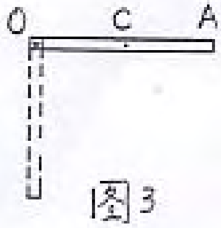


图3

四．(15 分) 一均匀带电球壳的面电荷密度为 σ。利用能量守恒定律，求作用在球壳的单位面积上的静电力。

五．(20 分) 如图 5 所示，三根平行直导线 1，2，3 在真空中相距为 a，分别通有电流 I_1，I_2，I_3，导线 1 和导线 2 中电流方向相同。试求每根导线单位长度所受的力。

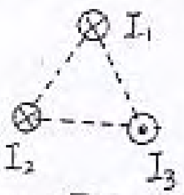


图5

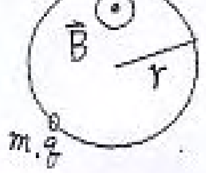


图6

六．如图 6 所示，质量为 m 的小珠可沿半径为 r 的圆环形轨道运动，环面为水平面。小珠带有固定的正电荷 q。设在以环形轨道的外同心圆环为其正截面的圆柱体内有均匀的随时间 t 变化的磁场，磁感应强度 B 垂直于环面。已知 $t=0$ 时，$B=0$，小珠静止于环上；$0<t<T$ 时，B 随时间线性地增长；$t=T$ 时，$B=B_0$，设重力和摩擦力可忽略。试求：在 $0\ge t\le T$ 时间内，小珠的运动速度与时间关系及小珠对轨道的作用力。（20分）

七. (20 分) 已知镍原子的基态是 $^{3}F_{4}$。(1) 问镍原子束在斯特恩－盖拉赫实验的不均匀横向磁场中将分裂为几束？简述理由。(2) 求基态镍原子的有效磁矩 μ_J (以玻尔磁子 μ_B 为单位)。

16+10

八. (15 分) 在磁感应强度为 0.5 特斯拉的磁场中，钙的 $^{1}D_{2} \to {}^{1}P_{1}$ $\lambda = 732.6\,\text{nm}$ 的谱线在垂直于磁场方向观察将分裂成几条谱线？若相邻谱线间距为 0.7×10^{10}Hz，请计算一下电子的荷质比。

中国科学院—中国科学技术大学
2004年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

试题名称：普通物理 A

一、 一小球离地面高为 H 的 A 点处自由落下，当它下落到距离 h 时，与一斜面发生碰撞，并以碰撞前速率水平弹出，如图 1 所示，问 h 为多大时，小球弹得最远？（20分）

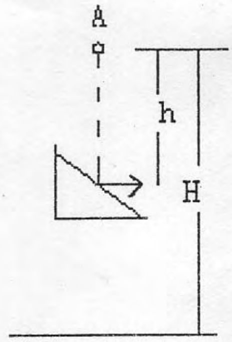


图 1

二、 一颗人造地球卫星在地面上空 h=800km 的圆轨道上，以 v_1=7.5m/s 的速率绕地球运动，今在卫星外侧点燃一火箭，其反冲力指向地心因而给卫星附加一个指向地心的分速率 v_2=0.2km/s。求此后卫星轨道的最低点和最高点位于地面上空多少公里。（把地球看作半径为 R=6400km 的球体）（20分）

三、 两个半径均为 R、质量分别为 3m 和 m 的圆盘 A，B 在同一轴上，均可绕轴无摩擦地旋转。A 盘的初始角速度为 ω_0，B 盘开始时静止，现将上盘放下，使两盘互相接触，若两盘间的摩擦系数为 μ，试问：（20分）

（1） 经过多少时间两盘以相同角速度旋转？

（2） 它们共同旋转的角速度为多大？

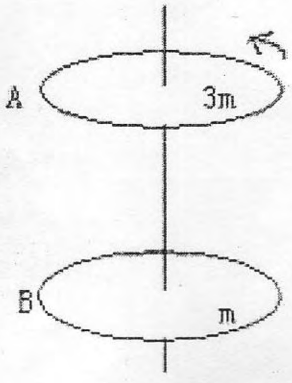


图 3

四、 内、外半径分别为 R_1 和 R_2 的球壳，均匀带电，体电荷密度为 ρ。试求球壳内外的电位分布。 (20分)

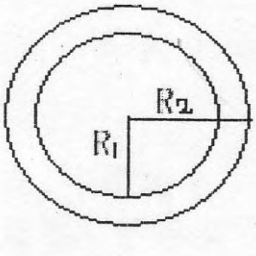


图4

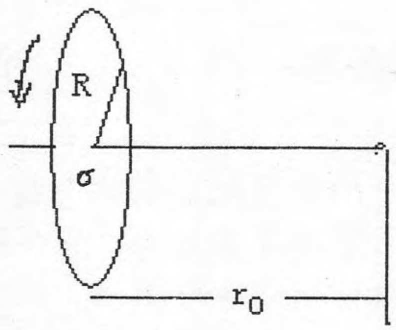


图5

五、 一半径为 R 均匀带电圆盘以圆心为轴,在圆盘平面内以角速度 ω 均速转动（见图 5)，圆盘上电荷密度为 σ。试求圆盘轴上离圆心为 r_0 处的 P 点的磁感应强度。 (20分)

六、 如图 6 所示，一长直导线通以交变电流 $I=10\sin 100\pi t$ (A)，与长直导线共面放置一矩形线圈，线圈长 l=10cm，宽 d=4cm。当线圈以 $v=10\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ 沿垂直长直导线的方向运动，求线圈与长直导线相距 d=8cm 时，线圈中的感应电动势为多少？若线圈平行导线运动，情况又怎样？ (20分)

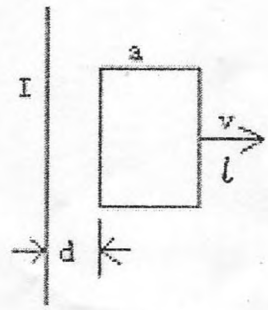


图6

七、 一个气体放电管中包含有 ^1H、$^3He^+$ 和 $^6Li^{++}$ 等单电子原子和离子(标明的数字是它们的质量数)。(1)试问当加在放电管两端的电势从零开始增大时，哪种光谱应该首先出现？（2）给出与氢原子赖曼系的第一条谱线波长相近的谱线的来源，并给出这些谱线的波长顺序？ (15分)

八、 铝（Al, z=13）被高速电子束轰击产生的连续 X 光谱的短波限为 0.5nm。证明此时能否观察到其标识谱 K 系数？已知：hc=1240eV·nm，$R_\infty=1.0973731\times10^7\text{m}^{-1}$。 (15分)

试题名称：　　普通物理 B

一、 一溜冰者在冰面上以 v_0=7m/s 的速率沿半径 R=15m 的圆周溜冰。某时刻他平抛出一个小球，为使小球能击中冰面上圆心处，他应以多大的相对与他自己的速度抛球，并求出该速度的方向（用与他溜冰速度之间的夹角 θ 表示）。已知人抛球时手的高度为 h=1.5m. （20分）

二、 一颗人造地球卫星在地面上空 h=800km 的圆轨道上，以 v_1=7.5km/s 的速率绕地球运动，今在卫星外侧点燃一火箭，其反冲力指向地心因而给卫星附加一指向地心的分速度 v_2=0.2km/s，求此后卫星轨道的最低点和最高点位于地面上空多少公里.（可把地球看作半径为 R=6400km 的球体） （20分）

三、 一长为 l 的棒，其一端静止在光滑桌面上，使棒与桌面成 θ 角，然后释放此棒.（1）问到整个棒触到桌面时，棒的左端移动了多远?（2）在整个棒触及桌面瞬间，棒右端的速率为多少？ （20分）

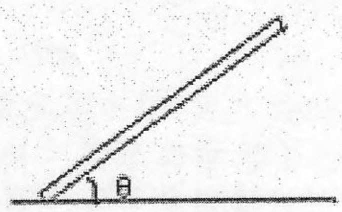


图 3

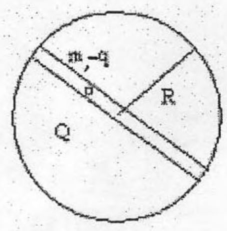


图 4

四、 设想一质量为 m，电荷量为-q 的带电粒子，在半径为 R 总电荷为 Q 的均匀带电球中，沿径向运动（如图 4 所示）.试证明该带电粒子的运动为简谐振动，并求出振动的频率. （20分）

五、 一横截面积为 $s=0.7\text{mm}^2$ 的导线，制作成直径 $d=0.10\text{m}$ 的圆环，圆环中载有电流 $I=7\text{A}$，把圆环放在均匀磁场中，磁场的方向与环的平面垂直(如图 5)．磁场大小为 $B=1.0\text{T}$．试问导线所受张力为多少？拉应力又为多少？ (20分)

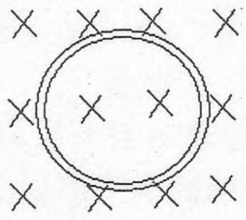


图 5

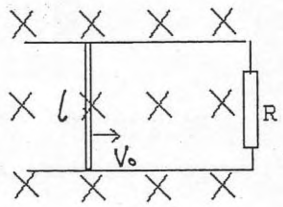


图 6

六、 图 6 所示是一开口金属框架，其中接有电阻 R．框架处于均匀磁场中，磁场的磁感应强度 B 垂直于框架平面，如图所示，今有质量为 m 的金属棒，长为 l，以初速度 v_0 在框架上向右无摩擦地滑动．

(1) 求任一时刻金属棒速度的大小随时间变化的函数关系．

(2) 求棒从开始运动到停止的整个过程中感应电流所作的功(假设金属棒和框架电阻忽略不计) (20分)

七、 用能量为 12.8eV 的电子去激发基态氢原子，试回答下述问题：(1) 不考虑精细结构，受激发的氢原子向低能级跃迁时会出现多少条谱线？画出能级跃迁图．(2) 其中属于巴耳末系的谱线有几条？(3) 这些谱线中的最长波长值为多少？(4) 如用此能量的电子去激发一次电离的氦离子，则能观察到几条谱线？ (15分)

已知：$R_H=1.0967758\times10^7\text{m}^{-1}$，$hc=1240\text{eV}\cdot\text{nm}$．

八、 (1) 在人们认识了光具有波粒二像性之后，德布罗意提出了物质也应具有波粒二像性的假说，并给出了表示二者关系的德布罗意关系式．(i) 请写出德布罗意关系式；(ii) 请回答下述问题：是哪个实验第一次证明了德布罗意关于物质具有波动性的假说是正确的？何物质通过何现象体现出波动性？(iii) 夫兰克-赫兹实验与斯特恩-盖拉赫实验都揭示了什么物理思想或导致了什么理论的提出？ (15分)

(2) 若中子的动能为 20keV，则其德布罗意波长的值为多少？已知：$h=6.626\times10^{-34}\text{J}\cdot\text{s}$，中子的质量为 $1.675\times10^{-27}\text{kg}$，

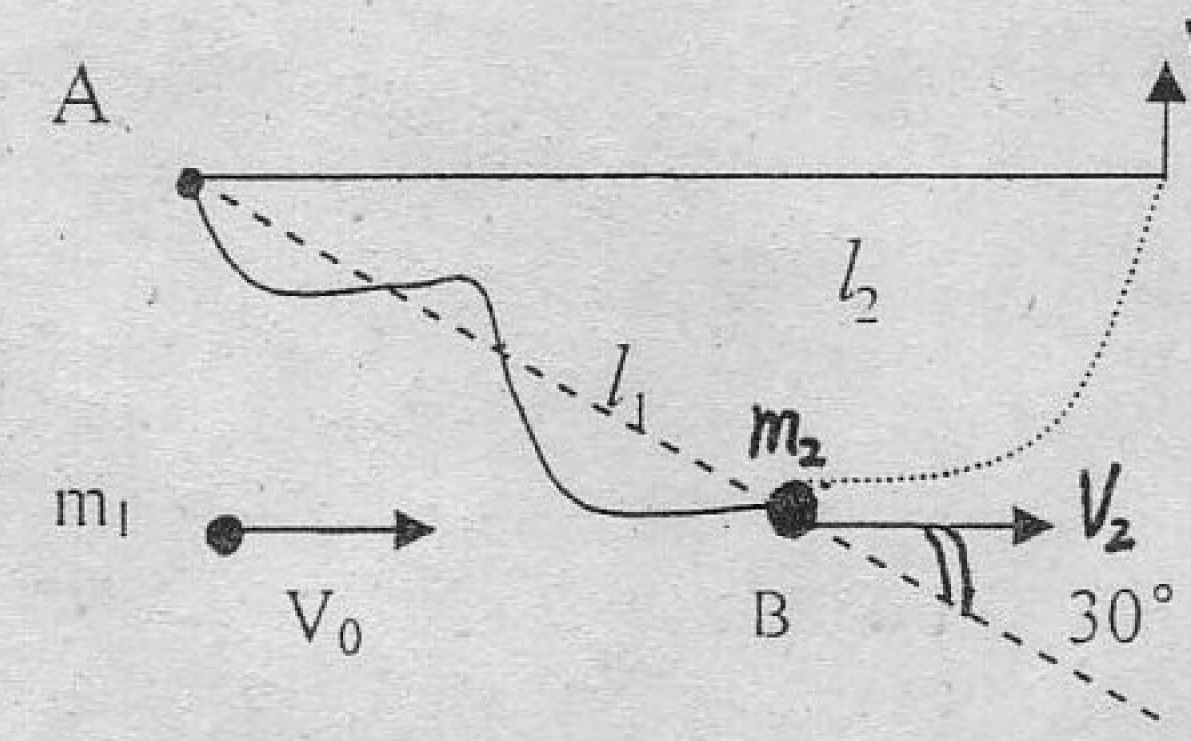
$e=1.602\times10^{-19}\text{C}$．

(3) 具有与上述中子动量相同的光子其能量为多少？

试题名称： 普通物理 A

一、（20分）一个跳水运动员自10m跳台以初速为零自由下落。入水后地球对他的引力和水的浮托作用相抵消，仅受水的阻碍而减速。自水面向下取坐标轴oy，其加速度为$-Kv_v^2$，其中$K=0.4m^{-1}$，v_y为速度。求运动员速度减为入水速度1/10时，运动员入水深度。

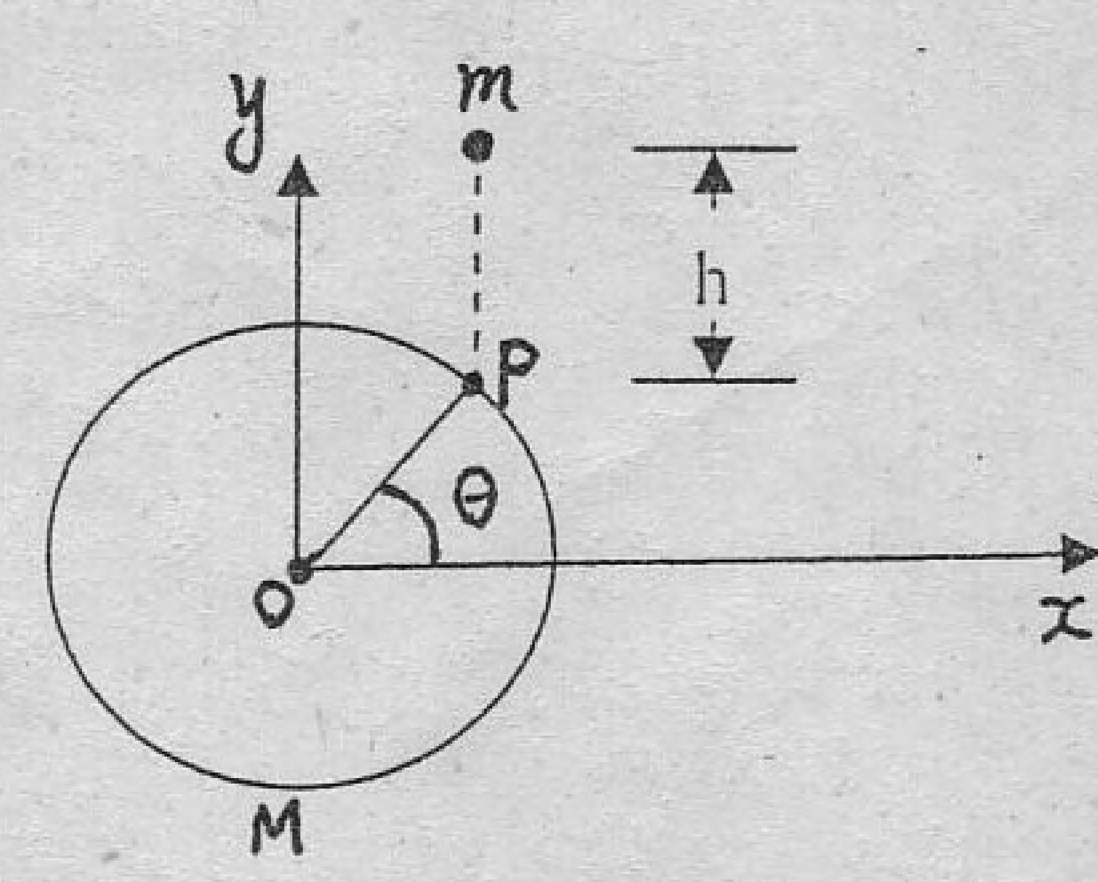
二、（20分）在光滑水平台面上，质量为$m_2=0.2kg$的小球B通过弹性绳与固定点A相连，弹性绳的刚度系数为$k=8N/m$，自然长度为$l_0=0.6m$。另一质量为$m_1=0.4kg$的小球以初速度 v_0射向B球，发生弹性正碰。碰后B球运动中与A点的最大距离为$l_2=0.8m$。碰撞时刻B球位置、V_0方向及碰后B球速度V_2方向如图所示。碰撞时刻B球到A点的距离为$l_1=0.4m$。求V_0



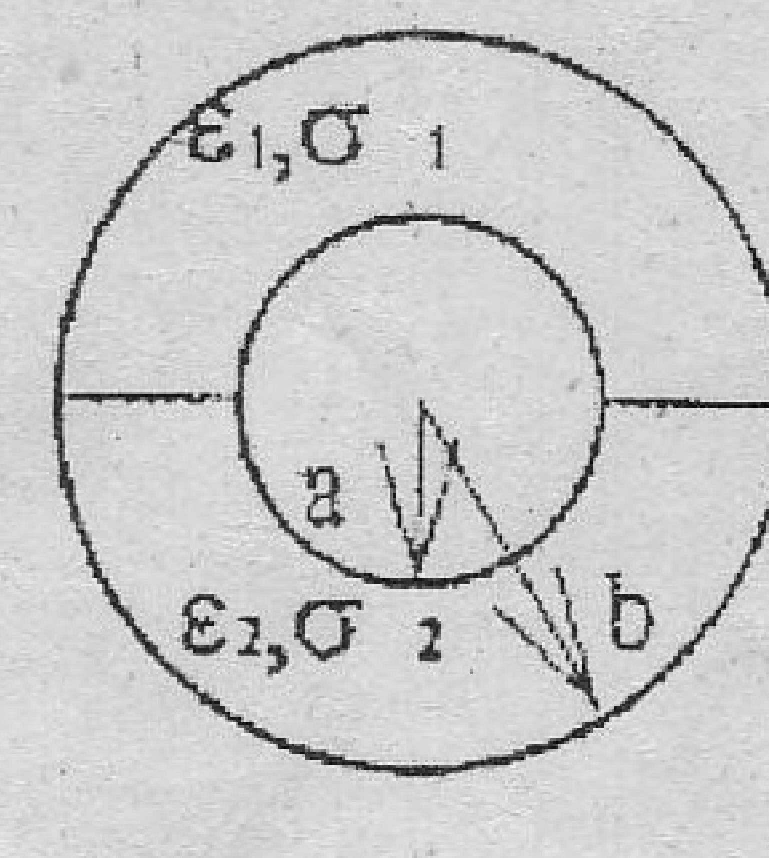
三、（15分）已知质量为M、半径为R的均匀圆盘可以绕固定轴O无摩擦地转动。初始时刻圆盘静止，在距离P点高为h的地方一质量为m的粘土块从静止开始落下，落到圆盘上后粘在圆盘的边缘并与其一起转动。OP与水平位置的夹角为θ。（已知M=2m）试求：

（1）碰撞瞬间圆盘的角速度ω_0；

（2）当P点转到水平位置时，圆盘的角速度ω及角加速度β。



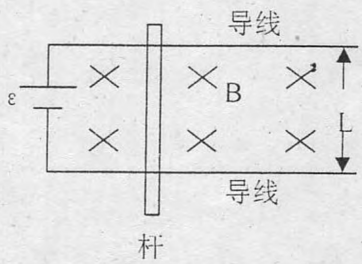
四、（20分）一长圆柱电容器，长为L，内圆柱半径为a，外圆柱壳半径为b，其中两半填满均匀介质。相对介电常数和电导率分别为ε_1、σ_1和ε_2，σ_2（见附图）。当通过电容器的电流为I时，求：



（1）电容器的电势差；
（2）内圆柱表面的自由电荷密度；
（3）通过介质 1 的总电流。

五、（15 分）考虑一个将电能转换为机械能的简易装置，如图所示。两根相互平行的长直粗导线，其电阻为零，间距为 L，接至电势差 ε 上。一根电阻为 R 的杆与导线相接触。杆作平行于导线的滑动，并总是保持和导线垂直。一外加磁场 B 垂直于杆和导线组成的平面。

（1）设杆的质量为 m，试求杆速随时间 t 变化的表达式。假定杆启动时 t=0。
（2）如果沿杆运动的反方向施加一恒定的外力 F，问杆的稳定速度是多少？
（3）在（2）的情况下，机械效率是多少？（即电池供给的能量被转换为机械功的百分数是多少？）



六、（20 分）一螺线管长 L，横截面的半径为 a （a<<L），由 N 匝表面绝缘的细导线密绕而成。略去边缘效应。
（1）当导线中的电流为 I 时，试求管内磁场的能量 W_m；
（2）当 I 增大时，试说明能量是怎样进入管内的；
（3）当电流从零增大到 I 时，试证明进入管内的能量等于管内磁场的能量。

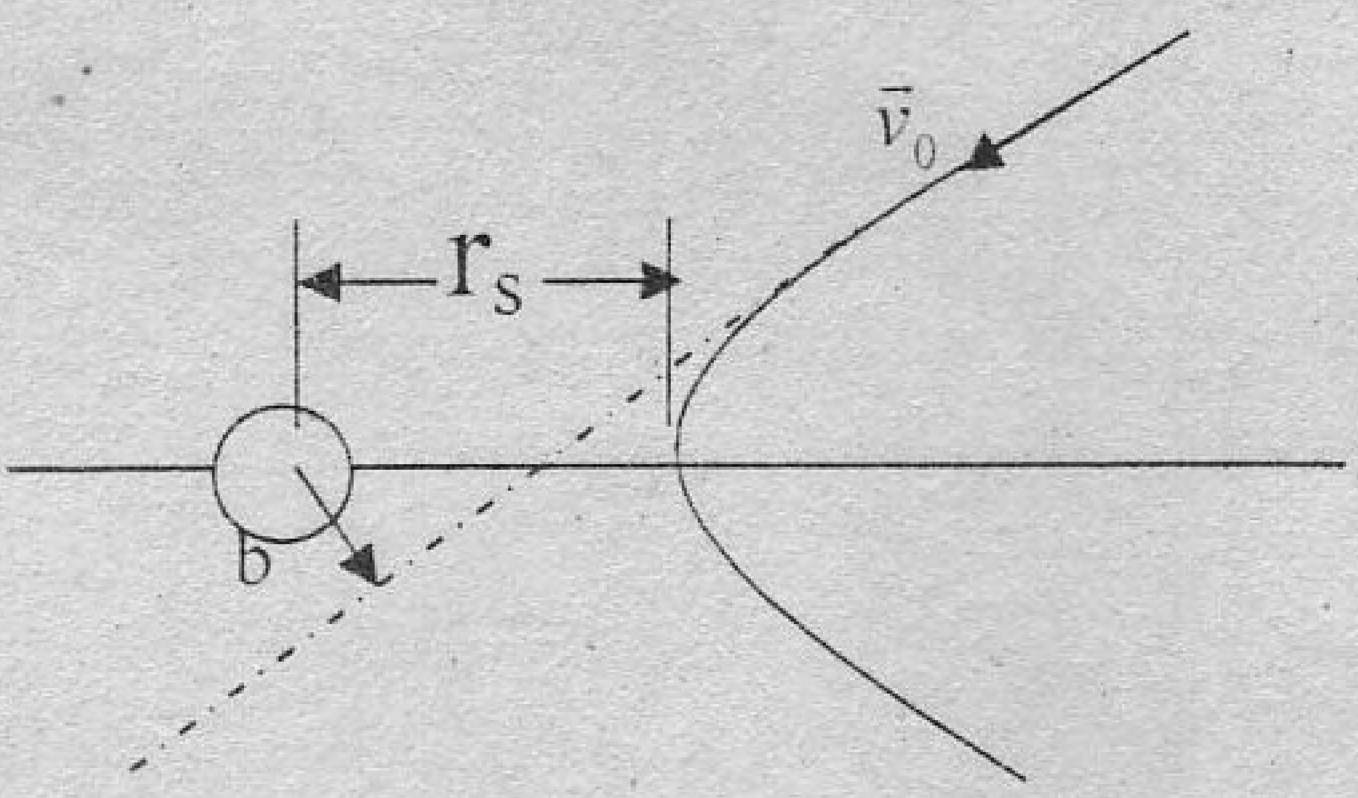
七、（20 分）LS 耦合和 jj 耦合是角动量耦合的两种极端情况。（1）试问：(i) 当原子中不同电子间的自旋（或轨道）作用远大于同一电子的自旋-轨道作用时，适用于何种耦合？(ii) 当同一电子的自旋-轨道作用远大于不同电子间的自旋（或轨道）作用时，则适用于何种耦合法？(iii) 对于高激发态原子或重原子多适用于何种耦合法？（2）按 LS 耦合确定 2p3d 电子组态与 2p2p 电子组态所能构成的全部原子态；写出 LS 耦合辐射跃迁选择定则；并画出 2p3d 各态直接跃迁到 2p2p 各三重态之间所有可能的跃迁。设能级均为正常次序。（不发生上述跃迁的能级可以不画）

八、（20 分）$^3D_3 \to {}^3F_3$ 跃迁对应的谱线，在弱磁场 B 中分裂为许多条谱线。其中满足 $\Delta M=1$ 的谱线有多少条？它们与原谱线的波数差为多少（以洛仑兹单位表示）？若迎着磁场方向观察，这些谱线是不是右旋圆偏振光？

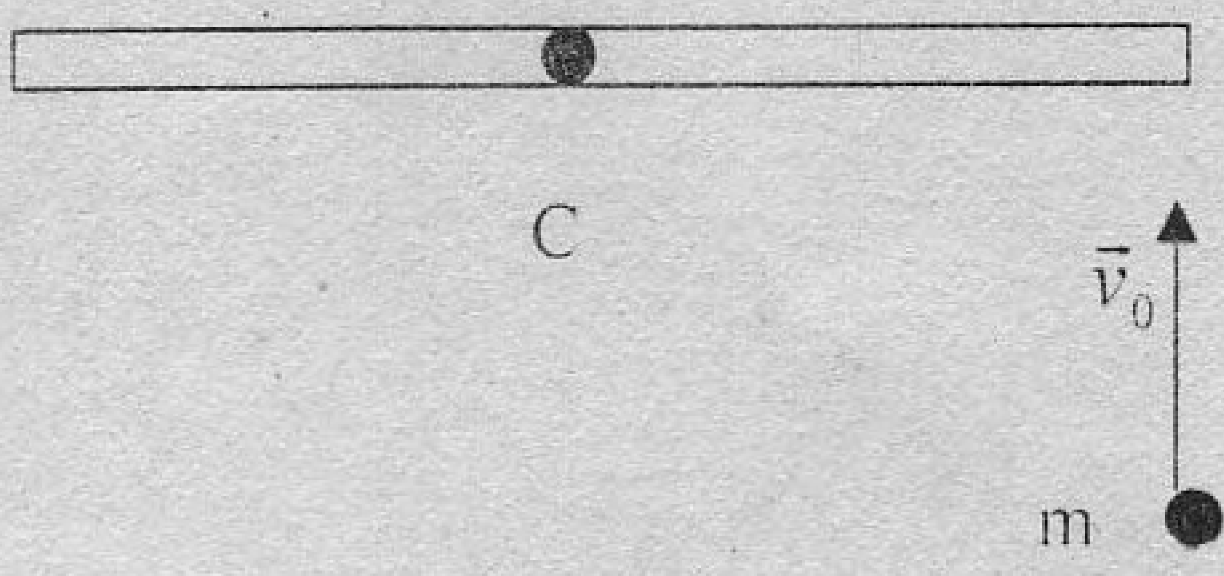
试题名称： 普通物理B

一、（20分）一个跳水运动员沿垂直方向入水，接触水面时速率为 v_0。入水后地球对他的引力和水的浮托作用相抵消，仅受水的阻碍而减速。自水面向下取坐标轴 oy，其加速度为 $-Kv_y^2$，v_y 为速度，K 为常量。求入水后运动员速度随时间的变化。

二、（20分）一质子以初速度 $\vec{v}_0$ 通过质量较大的原子核时，原子核可看作不动，质子受到原子核的斥力作用，它运行的轨迹将是一条双曲线，如图所示。设原子核所带电荷量为 Ze，初速度 $\vec{v}_0$ 的方向与原子核的垂直距离为 b。试求质子和原子核的最近距离 r_s 和在最近处的速度。



三、（15分）如图所示，在光滑水平面上，小球与中心固定的均匀细杆的一端作完全弹性碰撞。求碰后小球和杆的运动。（已知小球质量为 m，碰前速度大小为 v_0，方向与杆垂直。杆长为 L，质量为 M，碰前静止。）



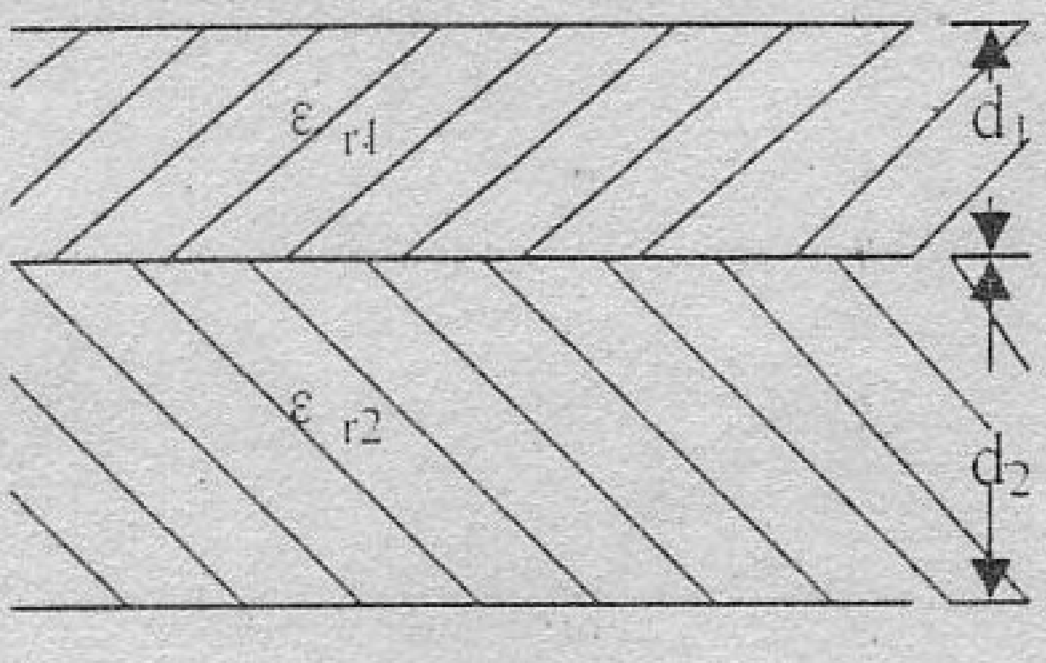
四、（20分）平行板电容器（极板面积 S、间距 d），中间有厚度各为 d_1 和 d_2 $(d_1+d_2=d)$、相对介电常数各为 ε_{r1} 和 ε_{r2} 的电介质层（见附图），试求：

（1）电容C；

（2）当金属极板上带电面密度为 $\pm\sigma_{e0}$ 时，两介质分界面上束缚面电荷密度 σ_e'；

（3）极板间的电位差U；

（4）两层介质中的电位移D。

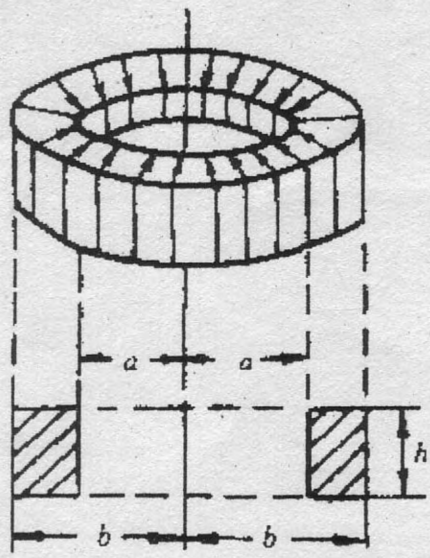


五、(20 分)截面为矩形的螺绕环共绕 N 匝，尺寸如图所示。在螺绕环的轴线上有一无限长的直导线。若在螺绕环的线圈中通以电流 I。求:

(1) 螺绕环的自感系数;

(2) 螺绕环内储存的磁能;

(3) 螺绕环与长直导线间的互感系数。



六、(15 分)在充满了完全电离的氢气的长管中，电子以$10^5 cm\cdot s^{-1}$的平均速度沿着长管流动。管中电离氢气的电流为$10^4 A$，电流束的截面直径为 50cm，求作用在流束侧面的一个电子上的力$\vec{F}$的大小和方向。

七、(20 分)(1)简述一种方法，使处于基态的氢原子直接激发到$n=5$的激发态(数据用常数表示)。

(2)不考虑精细结构，当氢原子处于$n=4$的激发态时，可能形成多少条谱线？用R_H为表示出各谱线的波数并指出它们分别属于哪个谱线系。

(3)对于属于巴耳末系的几条谱线，Li^{++}离子可从量子数为多少的能级之间跃迁形成和其相近的谱线？

八、(20 分)(1)试写出氯原子(Cl，Z=17)基态的电子组态和原子态的表达式;

(2)计算其自旋角动量、轨道角动量及磁矩的数值(用常数表示)。

(3)将其置于外磁场 B 中，该能级将分裂成几个子能级？若磁感应强度为 0.5T，则相邻子能级的间隔为多大(eV)？已知 $\mu_B \approx 5.79\times10^{-5} eV\cdot T^{-1}$

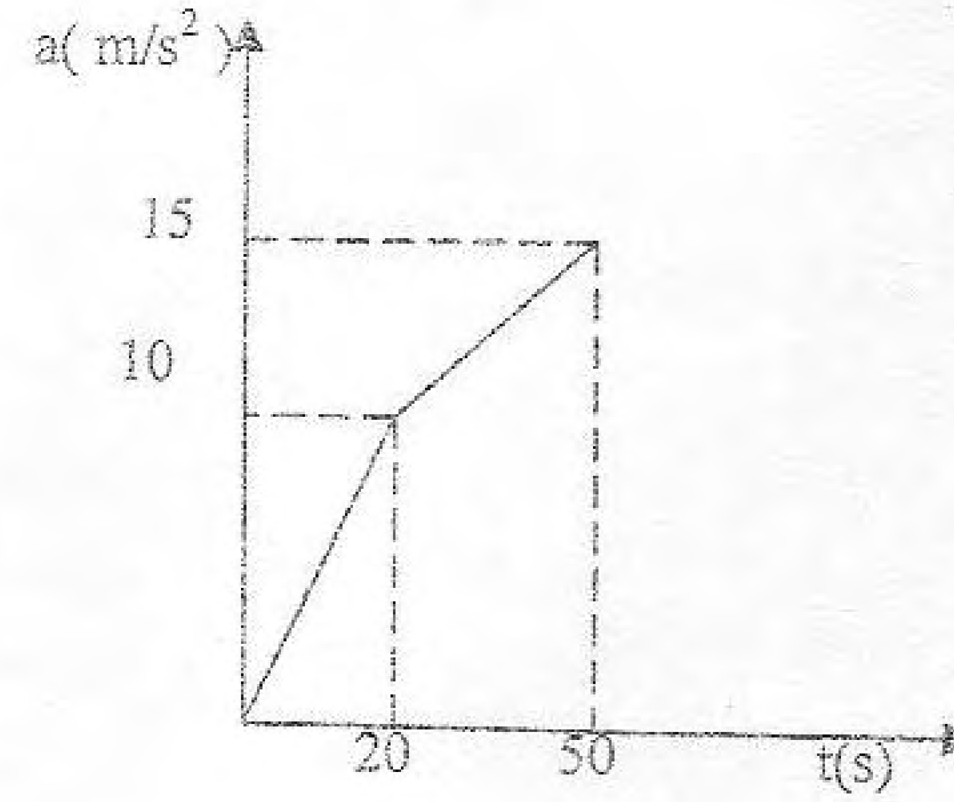
*说明：全部答题包括填空、选择题必须答在考点下发的答题纸上，否则，一律无效。

试题名称：　普通物理 A

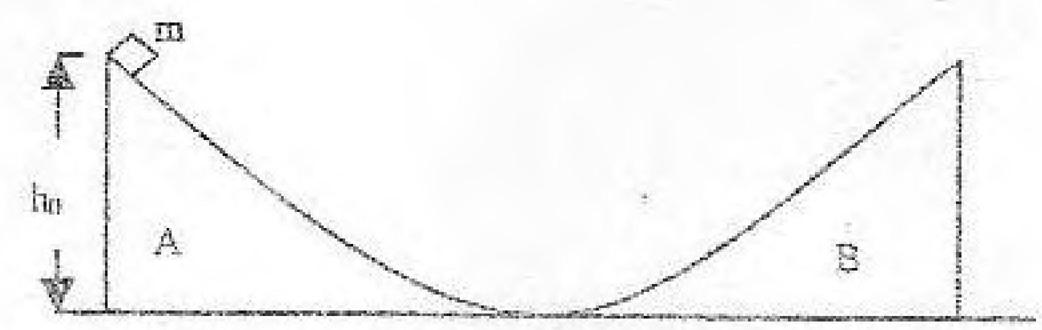
一、（15分）火箭沿竖直方向由静止向上发射，加速度随时间的变化规律如图所示。试求：

（1）火箭在 t=50s 时燃料用完瞬间所能达到的高度；

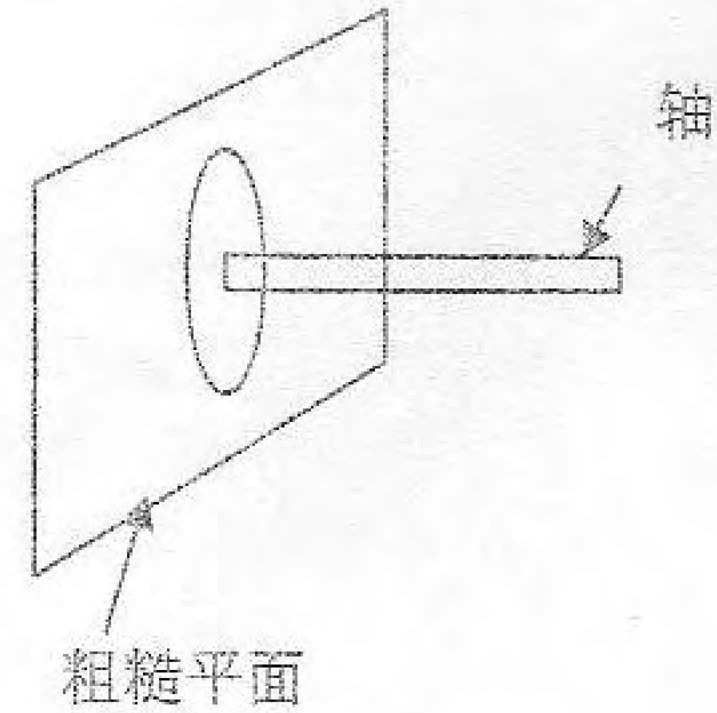
（2）此时刻火箭的速度。



二、（20分）两个形状完全相同，质量都为 M 的弧形导轨 A 和 B，放在地板上。今有一质量为 m 的小物块，由静止状态由 A 的顶端下滑，A 顶端的高度为 h_0。所有接触面均光滑，试求小物块在 B 轨上上升的最大高度（设 A、B 导轨与地面相切）。

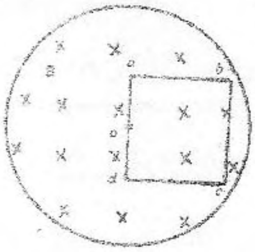


三、（20分）以力 $\vec{F}$ 将一块粗糙平面紧压在轮上，平面与轮之间的滑动摩擦系数为 μ，轮的初角速度为 ω_0，问转过多少角度时轮即停止转动？已知轮的半径为 R，质量为 m，可看作均质圆盘。轴的质量忽略不计，该压力 F 均匀分布在轮面上。

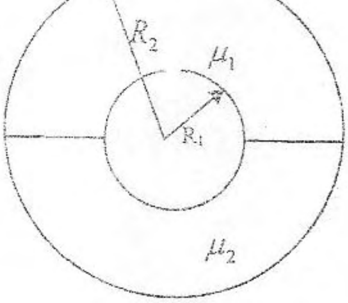


四、（20分）（1）当两种绝缘介质的交界面上没有自由电荷时，交界面两侧电力线与交界面法线的夹角 θ_1 和 θ_2 满足 $\frac{tg\theta_1}{tg\theta_2}=\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$，式中 ε_{r1}、ε_{r2} 分别为两介质的相对介电常数。试证明上述结论。（2）当两种导电介质内部都有稳恒电流时，交界面两侧电力线与交界面法线的夹角 θ_1 和 θ_2 满足 $\frac{tg\theta_1}{tg\theta_2}=\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$，式中 σ_1、σ_2 分别为两介质的电导率。试证明上述结论。（3）当导体（电导率 σ）与绝缘体（绝对介电常数 ε）接触时，交界面两侧电力线与法线的夹角又如何？

五、（15 分）如图所示，在圆柱形区域内，沿轴向有一均匀磁场 $\vec{B}$，$\frac{dB}{dt}$ 以恒定值增大。一个边长为 L 的正方形金属框置于该磁场中，框面垂直于轴线，框的一边 ad 与轴相交于中点 0。求各边及整个回路的感生电动势。



六、(20 分) 一长直电缆由两个截面半径分别为 R_1 和 R_2 的共轴导体圆柱面组成，在两圆柱面之间填满磁导率为 μ_1 和 μ_2 的两种各向同性、均匀的磁介质，各占一半空间，且介质界面为通过电缆轴的平面，如图所示。设通过电缆的电流强度为 I，求介质中的磁场分布和在 $r=R_1$ 处介质—导体毗连面上的电流分布。



七、(20分)(1) 用玻尔理论证明：氢原子基态的轨道半径为玻尔半径 $a_0=\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$

(2) 氢原子的径向波函数为 $\psi=A\exp(-\frac{r}{a_0})$，式中 A 为常数，求 r 为何值时电子的几率密度为最大？最大几率密度为多少？

八、(20分) 钾是 $z=19$ 的碱金属原子。问:

(1) 钾基态的电子组态是什么？

(2) 该态的量子数 L, S, J 各为多少？光谱项怎么写？

(3) 其第一激发态光谱项如何写？电子组态是什么？

2006年招收攻读硕士学位研究生入学考试试题

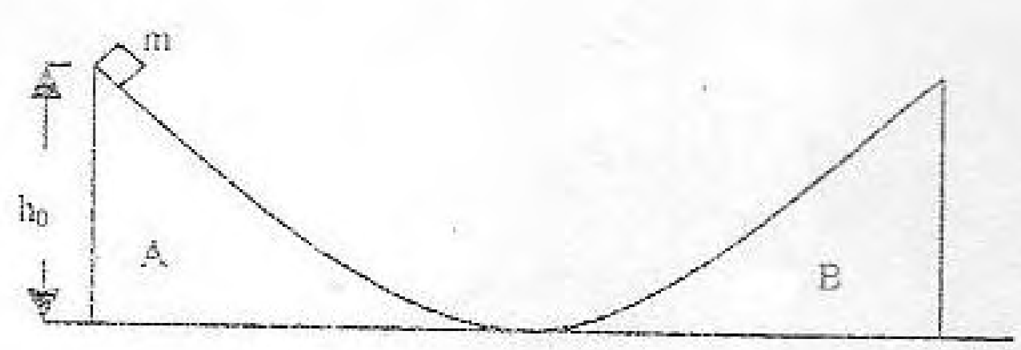
*说明：全部答题包括填空、选择题必须答在考点下发的答题纸上，否则，一律无效。

试题名称： 普通物理B

一、（15分）一质点在xoy平面内运动，运动方程为$\begin{cases} x = 2t \\ y = 19 - 2t^2 \end{cases}$式中x、y以米计，t以秒计。

1) 写出1秒末的瞬时速度和瞬时加速度；
2) 在什么时刻，质点的位置矢量与其速度矢量恰好垂直？这时，它们的x、y分量各为多少？
3) 在什么时刻，质点离原点最近？算出这一距离。

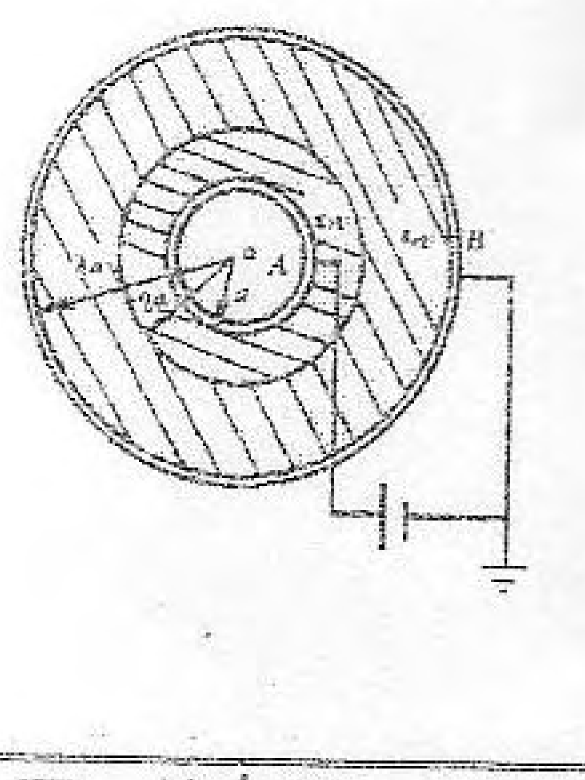
二、（20分）两个形状完全相同，质量都为M的弧形导轨A和B，放在地板上。今有一质量为m的小物块，由静止状态由A的顶端下滑，A顶端的高度为h_0。所有接触面均光滑，试求小物块在B轨上上升的最大高度（设A、B导轨与地面相切）。



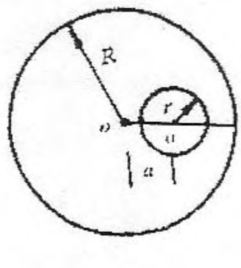
三、（20分）飞轮对自身轴的转动惯量为I_0，初角速度为ω_0。作用在飞轮上的阻力矩为$M = \alpha\omega$（α为常量），试求飞轮的角速度减到$\dfrac{\omega_0}{2}$时所需的时间，以及在这段时间内飞轮转过的圈数N。

四、（20分）A、B为两同心导体薄球壳，其半径分别为a和4a，球壳间充满两层电介质。介质分界面的半径为2a。两层介质的相对介电常数分别为$\varepsilon_{r1} = 4$，$\varepsilon_{r2} = 2$。A、B间接有电源，A球壳带电为+Q，如图所示。求：

1) r=a处的D、E、P；
2) A球壳的电位；
3) r = 2a到r = 4a空间的电场能量。



五、（15 分）在半径为 5cm 的无限长金属圆柱内部挖去一半径为 $r=1.5cm$ 的无限长圆柱体，两柱体轴线平行，轴间距离 a=2.5cm。现在此空心导体上通以电流 5A，电流沿截面均匀分布，求导体空心部分轴线上任一点的磁感应强度 $\vec{B}$。



六、（20 分）同轴圆柱和圆筒导体组成的无限长电缆，其间充满了磁导率为 μ 的介质。内圆柱和外圆筒内层的横截面半径分别为 R_1 和 R_2。求：单位长度电缆的自感系数。若圆柱和圆筒导体流过大小相等方向相反的电流，电流以 $\frac{di}{dt}$ 的速率增强. 问单位长度电缆的自感电动势是多少？

七、（20 分）氢原子由基态被激发到 $n=4$ 的激发态，请问：

（1） 原子吸收的能量？

（2） 原子回到基态时可能发射的光子的波长，并标明他们所属的谱系。

（$h=6.6260755\times10^{-34}J\cdot s$； $c=299792548m\cdot s^{-1}$）

八、（20 分）一电子束在电场中经电压 V 加速

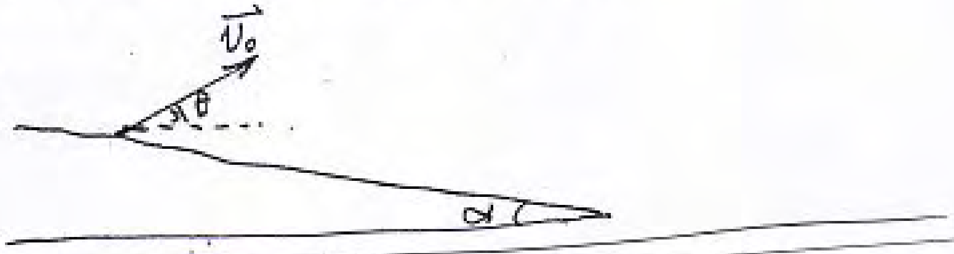
（1） 求电子在离开电场后的德布罗意波波长是多少？

（2） 此德布罗意波的相速度是多少？群速度是多少？

（3） 把电子束射到一块单晶上，在入射方向与晶面成 θ 角时，观察到散射电子束的第一级强度极大值，问晶面间的距离 d 是多少？

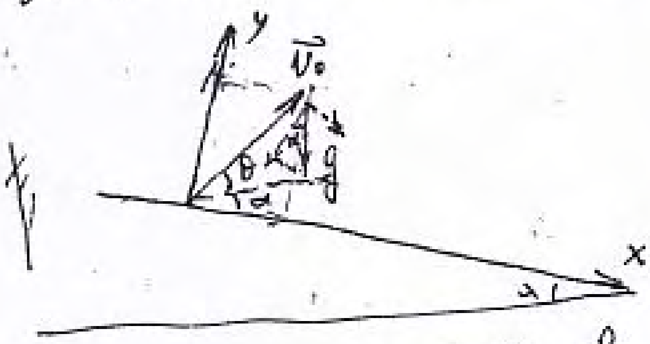
（$h=6.626\times10^{-34}J\cdot s$，$e=1.6\times10^{-19}C$，$m_e=9.1\times10^{-31}kg$）

1A. 滑雪运动员在一倾斜角为α的山坡顶上滑出，初速为v_0，并以与水平线成θ角跳出，如图所示。不计空气阻力，求运动员落在斜坡上的最大距离。



解：

建立坐标，以起跳点为原点，沿斜面向下为x轴正向，垂直斜面向上为y轴正向的直角坐标系



$\vec{v_0}$与x轴成$\alpha+\theta$角$=\beta$

x方向：$v_{0x} = v_0\cos\beta$

$x = v_0\cos\beta\, t + \frac{1}{2}g\sin\alpha\, t^2$

y方向：$v_{0y} = v_0\sin\beta$ $\boxed{\cancel{t - \frac{1}{2}g\cos\alpha\, t^2}}$

$y = v_0\sin\beta\cdot t - \frac{1}{2}g\cos\alpha\, t^2$

~~之与~~

当 $y=0$ 时落地

此时 $t_m = \frac{2v_0\sin\beta}{g\cos\theta}$ α

将t代入x的方程 即得 [illegible]到坡上的最大距离

$$x = \frac{v_0\cos\beta \cdot 2v_0\sin\beta}{g\cos\alpha} + \frac{1}{2}g\sin\alpha \cdot \frac{\cancel{4}\,2\,v_0^2\sin^2\beta}{g^2\cos^2\alpha}$$

$$= \frac{v_0^2}{g\cos^2\alpha}\left[\sin 2\beta\cos\alpha + 2\sin\alpha\sin^2\beta\right]$$

$$\left(\begin{aligned} &\because \cos 2\beta = 1 - 2\sin^2\beta \\ &\therefore 2\sin^2\beta = 1-\cos 2\beta \end{aligned}\right)$$

$$\therefore\ x = \frac{v_0^2}{g\cos^2\alpha}\left[\sin 2\beta\cos\alpha - \cos 2\beta\sin\alpha + \sin\alpha\right]$$

$$= \frac{v_0^2}{g\cos^2\alpha}\left[\sin(2\beta-\alpha) + \sin\alpha\right]$$

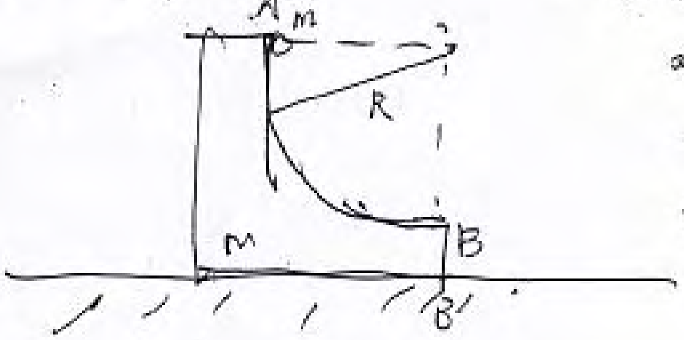
当 $\sin(2\beta-\alpha) = 1$ 时.

即 $2\alpha + 2\beta - \alpha = \frac{\pi}{2}$. $\beta = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}$ 时

S有最大值. S_{max}

$$\boxed{S_{max} = \frac{v_0^2(1+\sin\alpha)}{g\cos^2\alpha}}$$

A2 解：



(1) 取物体m和槽M和地球为系统，对地面参考系，设小球离开槽底时小球与槽的速度分别为v和V，由机械能守恒

$$mgR=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}MV^2 \quad (1)$$

又由水平方向动量守恒

$$mv+MV=0 \quad (2)$$

联立可解得：

$$v=\sqrt{\frac{2MgR}{M+m}},\quad V=-m\sqrt{\frac{2gR}{M(M+m)}}.$$

(2) 对M，由动能定理可得物体所做的功

$$A=\frac{1}{2}MV^2-0=\frac{m^2gR}{M+m}$$

(3) 当m到达B点瞬时，M可视为以速度V运动的惯性系，以M为参考系，m到达B点时的速度为v'，则由

$$v'=v-V \quad (v'_{相}=v_{绝}-V_{牵})$$

可得 $v'=\sqrt{\frac{2MgR}{M+m}}+m\sqrt{\frac{2gR}{M(M+m)}}$

$$=\left(1+\frac{m}{M}\right)\sqrt{\frac{2MgR}{M+m}}=\sqrt{\frac{2(M+m)gR}{M}}$$

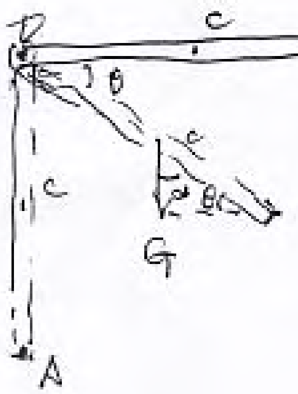
由牛顿定律：$N-mg=m\frac{v'^2}{R}$

所以 $N=mg+m\frac{v'^2}{R}=mg+\frac{2(M+m)mg}{M}$

$$=\left(3+\frac{2m}{M}\right)mg.$$

(p67)

A3解：重力G作用在棒的中点C，车轴对棒的支承力N垂直于棒和车轴的接触点通过O点，在棒的下摆过程中，它们的大小和方向都在随时改变。



在棒的下摆过程中对车轴O而言，支承力N的力矩等于0，重力G的力矩是变力矩。

大小等于 $mg\frac{l}{2}\cos\theta$

$$\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}=\frac{\vec{l}}{2}\times\vec{G}$$

$$M=\frac{1}{2}lmg\sin\alpha=\frac{1}{2}mgl\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)$$
$$=\frac{1}{2}mgl\cos\theta$$

棒转过一极小角位移 $d\theta$ 时，

重力矩所作的元功 $dA=Md\theta=\frac{1}{2}mgl\cos\theta d\theta$

∴棒从水平位置下摆到竖直位置的过程中 重力矩所作功为

$$A=\int dA=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{2}mgl\cos\theta d\theta=mg\cdot\frac{l}{2}$$

重力矩作的功就是重力作的功，可用重力势能的差值表示。

棒在水平位置时的角速度为 $\omega_0=0$，下摆到竖直位置时的角速度为 ω。按动能定理功和转动动能增量的关系

$$\boxed{mg\frac{l}{2}=\frac{1}{2}I\omega^2}$$

$$\therefore \omega=\sqrt{\frac{mgl}{I}} \qquad I=\frac{1}{3}ml^2$$

$$\therefore \omega=\sqrt{3g/l}$$

所以细棒在竖直位置时，端点A和中心C的速度分别为 $v_A=\omega l=\sqrt{3gl}$，$v_C=\frac{1}{2}\omega l=\frac{1}{2}\sqrt{3gl}$

电动（答案）甲型

1. 解.

设带电球壳的电荷不变为 $Q=\sigma S$， $S=4\pi R^2$（R球半径）

系统的能量 $W=\frac{1}{2}\iiint \rho\varphi\, dV = \frac{1}{2}\sigma S\,\frac{\sigma S}{4\pi\varepsilon_0 R}$

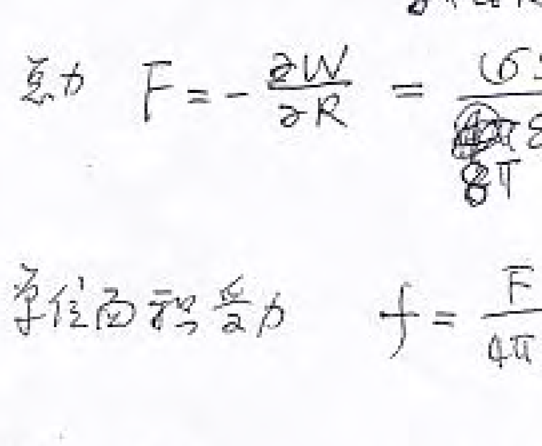
$$=\frac{(\sigma S)^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

总力 $F=-\frac{\partial W}{\partial R} = \frac{(\sigma S)^2}{8\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{(4\pi R^2)^2\sigma^2}{8\pi\varepsilon_0 R^2}$

单位面积受力 $f=\frac{F}{4\pi R^2} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$

2. 解. 导线1,2，1,3和2,3之间单位长度的作用力的大小分别为

$$F_{12}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a},\quad F_{13}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a}\quad F_{23}=\frac{\mu_0 I_2 I_3}{2\pi a}$$



$$F_1=\sqrt{F_{12}^2+F_{13}^2+2F_{12}\cdot F_{13}\cos 120^\circ}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\right)^2 I_2^2+\left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\right)^2 I_3^2-\frac{\mu_0^2 I_1^2}{(2\pi a)^2}I_2 I_3}$$

$$=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}\sqrt{I_2^2+I_3^2-I_2 I_3}$$

同理，

$$F_2=\frac{\mu_0 I_2}{2\pi a}\sqrt{I_1^2+I_3^2-I_1 I_3}$$

$$F_3=\frac{\mu_0 I_3}{2\pi a}\sqrt{I_1^2+I_2^2-I_1 I_2}$$

(3) 在 $0<t\le T$，　$B(t)=\frac{B_0}{T}t$

圆环上产生顺时针感生电动势.

$$\mathcal{E}=-\frac{d\phi}{dt}=-\frac{d}{dt}(-B\pi r^2)=\frac{B_0\pi r^2}{T}$$

由对称性，环上各点有旋电场（方向沿切向），大小相同. 因此，有

$$\mathcal{E}=E\cdot 2\pi r$$

$$E=\frac{\mathcal{E}}{2\pi r}=\frac{B_0\pi r^2}{2\pi rT}=\frac{B_0 r}{2T}$$

有旋电场力　$\vec{F}=q\vec{E}$.

小球切向加速度.

$$a_t=\frac{F}{m}=\frac{qE}{m}=\frac{qB_0 r}{2mT}$$

切向速度.　$v=a_t t=\frac{qB_0 r}{2mT}t$

小球受洛仑兹力.

$$F_L=qvB=\frac{q^2B_0^2 r}{2mT^2}t^2$$

设 N 为圆轨道对小球的弹力.

$$F_L-N=\frac{mv^2}{r}$$

$$N=F_L-\frac{mv^2}{r}=\frac{q^2B_0^2rt^2}{2mT^2}-\frac{m}{r}\frac{q^2B_0^2r^2t^2}{4m^2T^2}$$

$$=\frac{q^2B_0^2rt^2}{4mT^2}$$

$N'=-N$
（小球对轨道力）

晋物A 原子物理试题（甲型）

7 1. 已知镍原子的基态是 $^3F_4$。(1) 问镍原子束在斯特恩－盖拉赫实验的不均匀横向磁场中将分裂为几束？简述理由。(2) 求基态镍原子的有效磁矩 μ_J (以玻尔磁子 μ_B 为单位)。

解：

(1) $^3F_4$ 态的有关量子数为　　$L=3$，$S=1$，$J=4$，

$$F=\mu_Z\frac{\partial B_Z}{\partial Z}\quad \mu_Z=-M_J g\mu_B\quad M_J=J,J-1,\cdots\cdots,-J\quad 共\ 2J+1\ 个值$$

$2J+1=2\times4+1=9$

故基态镍原子束在横向不均匀磁场中将分裂成 9 束。

(2)　$$g=1+\frac{J(J+1)-L(L+1)+S(S+1)}{2J(J+1)}=\frac{5}{4},$$

故　$$\mu_J=g\mu_B\sqrt{J(J+1)}=\frac{5}{4}\times\sqrt{4\times(4+1)}\mu_B=\frac{5\sqrt{5}}{2}\mu_B$$

8 2. 磁感应强度为 0.5 特斯拉的磁场中，钙的 $^1D_2\to{}^1P_1$　$\lambda=732.6\,\mathrm{nm}$ 的谱线在垂直于磁场方向观察将分裂成几条谱线？若相邻谱线间距为 0.7×10^{10} Hz，请计算一下电子的荷质比。

解：

$\because {}^1D_2\to{}^1P_1\quad S_1=S_2=0$

$\therefore$ 正常塞曼效应　$\Delta(\frac{1}{\lambda})=(-1,\ 0,\ 1)L$

相邻谱线间距　$\Delta\nu=cL=\dfrac{eB}{4\pi m}$

$$\therefore\frac{e}{m}=\frac{4\pi\Delta\nu}{B}$$

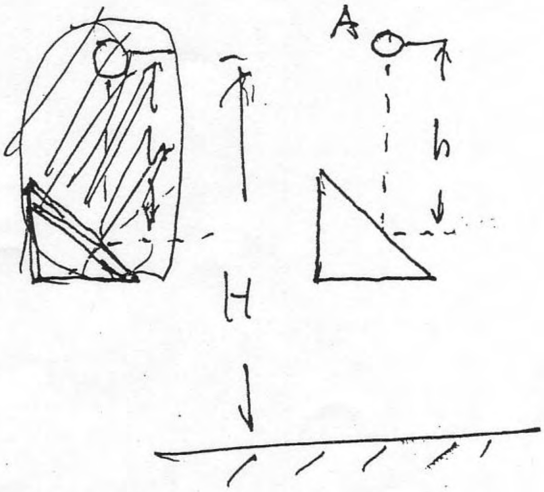
$$=\frac{4\pi\times0.7\times10^{10}}{0.5}\ 库仑/千克\ \approx1.76\times10^{11}\ 库仑/千克$$

$\lambda=732.6\,\mathrm{nm}$ 的谱线在垂直于磁场方向观察将分裂成三条谱线

电子的荷质比为 1.76×10^{11} 库仑/千克

一 A ~~型~~ 普物 安光

一、一小球离地面高为H的A点做自由落下，当它下落到距离为h时，与一斜面发生碰撞，并以它速率水平地弹出。如图所示，问h为多大时，小球水平得最远？



解：小球下落h时，其速率为 $v_0=\sqrt{2gh}$，其大小不变

设平抛的水平射程为 $S=v_0t$

小球从碰撞到落地的时

$$t=\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$$

$$\therefore S=\sqrt{2gh}\cdot\sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}=\sqrt{4Hh-4h^2}$$

$$=2\sqrt{(H-h)h}$$

判据 $\frac{dS}{dh}=0$. $\frac{dS}{dh}=2\times\frac{1}{2}\frac{H-2h}{[(H-h)h]^{1/2}}=0$

$$\therefore h=\frac{H}{2}.$$

$v_0^2=2gh$

甲型

二、2. 一颗人造地球卫星在地面上空 $h=800km$ 的圆轨道上，以 $v_1=7.5\ m/s$ 的速率绕地球运动，今~~规~~在卫星外侧点燃一火箭，其反冲力指向地心，因而给卫星附加一个指向地心的分速度 $v_2=0.2\ Km/s$。求此后卫星轨道的最低点和最高点位于地面上空多少公里。

（把地球看作半径为 $R=6400\ Km$ 的球体）。

解 卫星角动量守恒：

$$\vec{r}\times m(\vec{v_1}+\vec{v_2})=\vec{r'}\times m\vec{v'}$$

$$\because\ \vec{r}\parallel\vec{v_2},\quad \vec{r'}\perp\vec{v'}$$

$$\therefore\ m v_1 r = m v' r' \quad (1)$$

卫星机械能守恒：

$$\frac{1}{2}m(v_1^2+v_2^2)-G\frac{Mm}{r}=\frac{1}{2}mv'^2-G\frac{Mm}{r'} \quad (2)$$

卫星开始作圆周运动：

$$G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v_1^2}{r} \quad (3)$$

联立(1)、(2)、(3)式，解得

$$r_1'=\frac{v_1 r}{v_1-v_2}=\frac{7.5\times7200}{7.5-0.2}=7397\ Km$$

$$r_2'=\frac{v_1 r}{v_1+v_2}=\frac{7.5\times7200}{7.5+0.2}=7013\ Km$$

远地点高度： $h_1=r_1'-R=997\ Km$

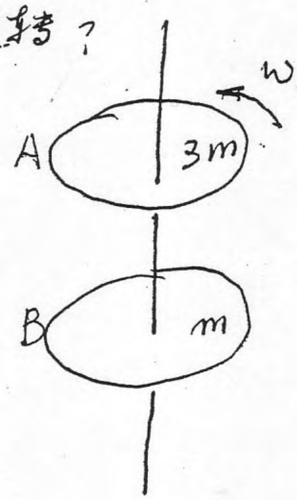
近 〃 〃 〃 $h_2=r_2'-R=613\ Km$.

甲型

三、3、两个半径均为R、质量分别为$3m$和m的圆盘A,B在同一轴上，均可绕轴无摩擦地旋转。A盘的初始角速度为ω_0，B盘开始时静止，现将上盘放下，使两盘互相接触，若两盘间的摩擦系数为μ，试问：

(1) 经过多少时间两盘以相同角速度旋转？

(2) 它们共同旋转的角速度为多大？



解：(1) 设在上盘上半径为 $r \to r+dr$ 间的部分

对下盘的压力为

$$dN = \sigma \cdot 2\pi r\,dr\,g \quad \left(\sigma\text{为质量面密度，}\sigma = \frac{3m}{\pi R^2}\right)$$

上盘该部分所受的摩擦力矩为

$$d\tau = -\mu\,dN\cdot r = -\mu\sigma g\,2\pi r^2 dr$$

∴ 上盘受到的总力矩为 $$\tau = \int_0^R d\tau = -\frac{2}{3}\pi\mu\sigma R^3 g \quad (1)$$

同样分析，下盘所受的总力矩为

$$\tau' = \frac{2}{3}\pi\mu\sigma R^3 g \quad (2)$$

∵ τ与τ'恒定，设经过t时间后达到共同角速度ω，由转动定律

$$I\omega - I\omega_0 = \tau t \quad (3)$$

$$I'\omega = \tau' t \quad (4)$$

其中 $I = \frac{1}{2}3mR^2$，$I' = \frac{1}{2}mR^2$

2)

力矩：$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ $\quad \underline{F = \mu N = \mu \cancel{dmg}\, dmg}$

$$\frac{3}{2} m R^2 (\omega - \omega_0) = -\frac{2}{3}\pi \mu \sigma R^3 g t$$

$$= -\frac{2}{\cancel{3}}\pi \mu \frac{3m}{\cancel{\pi R^2}} R^{\cancel{3}} g t$$

$$= \cancel{\frac{2}{3}\mu\tau} - 2\mu m R g t$$

$$\omega - \omega_0 = \frac{-2\mu m g \cancel{R}}{\frac{3}{2} m R^{\cancel{2}}} = -\frac{4}{3}\mu g / R\, t$$

$$\therefore \omega = \omega_0 - \frac{4}{3}\mu g / R\, t$$

$$\frac{1}{2} m R^2 \omega = \frac{2}{\cancel{3}}\pi \mu \cdot \frac{3 m R^{3}}{\cancel{\pi R^2}} g t$$

$$= 2\mu m g R t$$

$$\omega = \frac{2\mu \cancel{m} g R}{\frac{1}{2}\cancel{m} R^2}\cancel{t} = 4\mu g \cancel{R}/R\, t$$

$$\therefore t = \frac{\omega_0 - \omega}{\frac{4}{3}\mu g / R} \quad \cancel{\omega_0 \;///}$$

$$= \frac{\omega_0}{\frac{4}{3}\mu g / R} - \frac{\cancel{4}\overset{3}{\cancel{\mu g}}/\cancel{R}\, t}{\cancel{\frac{4}{3}\mu g / R}}$$

$$\therefore \cancel{4} t = \frac{\omega_0}{\frac{4}{3}\mu g / R}$$

$$\therefore t = \frac{3\omega_0 R}{16\mu g}$$

$$\underline{\omega = \frac{\cancel{4\mu g}}{\cancel{R}} \cdot \frac{3\omega_0 \cancel{R}}{4\cancel{16}\cancel{\mu g}} = \frac{3}{4}\omega_0}$$

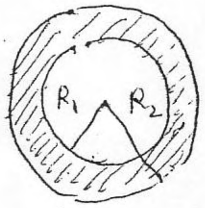
联以上四式分解得

$$t = \frac{3R\omega_0}{16\mu g}$$

$$\omega = \frac{3}{4}\omega_0$$

甲型

四、一球壳内、外半径分别为 R_1 和 R_2，均匀带电，体电荷密度为 ρ。试求球壳内外的电位分布。



解：$r<R_1$，$E_1=0$

$R_1\le r\le R_2$，$$E_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int\rho\,dV$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int_{R_1}^{r}\rho r^2dr\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta\int_0^{2\pi}d\varphi$$

$$=\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r-\frac{R_1^3}{r^2}\right)$$

$r>R_2$，$$E_3=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\int\rho\,dV$$

$$=\frac{\rho}{3\varepsilon_0 r^2}(R_2^3-R_1^3)$$

电位：

$r<R_1$，$$U_1=\int_r^{\infty}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_r^{R_1}E_1dr+\int_{R_1}^{R_2}E_2dr+\int_{R_2}^{\infty}E_3dr$$

$$=0+\int_{R_1}^{R_2}\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(r-\frac{R_1^3}{r^2}\right)dr+\int_{R_2}^{\infty}\frac{\rho(R_2^3-R_1^3)}{3\varepsilon_0 r^2}dr$$

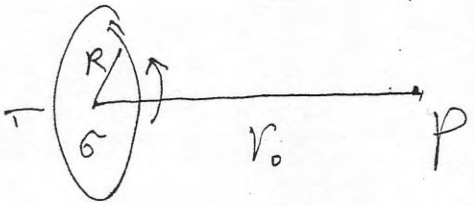
$$=\frac{\rho}{2\varepsilon_0}(R_2^2-R_1^2)$$

$R_1\le r\le R_2$，$$U_2=\int_r^{R_2}E_2dr+\int_{R_2}^{\infty}E_3dr$$

$$=\frac{\rho}{6\varepsilon_0}\left(3R_2^2-r^2-\frac{2R_1^3}{r}\right)$$

$r>R_2$，$$U_3=\int_r^{\infty}E_3dr=\frac{\rho(R_2^3-R_1^3)}{3\varepsilon_0 r}$$

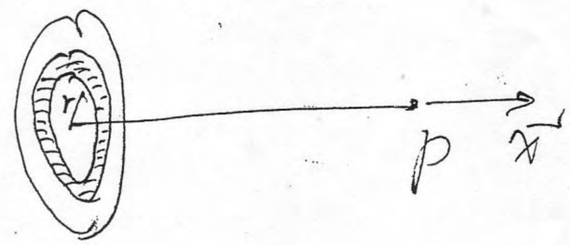
3. 二、一半径为R均匀带电圆盘以圆心为轴，在圆盘平面内以角速度ω均速转动（见图2），圆盘上电荷密度为σ，试求圆盘轴线上离圆心为r_0处的P点磁感应强度.



（图2）

解.

设圆盘上半径为r的小圆环电流为dI，则可求出小圆环电流在P点的$d\vec{B}$为



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0\, dI\, r^2}{2(r^2+r_0^2)^{3/2}}\vec{e_x}$$

$$\because dI = \sigma\, 2\pi r\, dr \frac{\omega}{2\pi}$$ 代入上式.

$$dB_x = \frac{\mu_0 \sigma\, 2\pi\, r\, dr\, \omega \cancel{/2\pi}\, r^2}{2(r^2+r_0^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 \sigma r^3 dr\, \omega}{2(r^2+r_0^2)^{3/2}}$$

$$B_x = \int_0^R dB_x = \int_0^R \frac{\mu_0 \sigma r^3 dr\, \omega}{2(r^2+r_0{}^2)^{3/2}}$$

$$= \int_0^R \frac{\mu_0 \sigma r^2 d(r^2)\, \omega}{4(r^2+r_0{}^2)^{3/2}}$$

$$= \int_0^R \frac{\mu_0 \sigma \omega [(r^2+r_0{}^2) - r_0{}^2]\, d(r^2+r_0{}^2)}{4\,(r^2+r_0{}^2)^{3/2}}$$

$$= \int_0^R \frac{\mu_0 \sigma \omega}{4} \frac{d(r^2+r_0{}^2)}{(r^2+r_0{}^2)^{1/2}} - \int_0^R \frac{\mu_0 \sigma \omega r_0^2}{4} \frac{d(r^2+r_0{}^2)}{(r^2+r_0{}^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{\mu_0 \sigma \omega}{4}\, 2\,(r^2+r_0{}^2)^{1/2} \Big|_0^R - \frac{\mu_0 \sigma \omega r_0^2}{4}\left(-2 \frac{1}{(r^2+r_0{}^2)^{1/2}}\right)\Big|_0^R$$

$$= \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2}\left(\sqrt{R^2+r_0^2} - r_0\right) + \frac{\mu_0 \sigma \omega r_0^2}{2}\left[\frac{1}{\sqrt{R^2+r_0^2}} - \frac{1}{r_0}\right]$$

$$= \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2}\sqrt{R^2+r_0^2} - \frac{\mu_0 \sigma \omega r_0}{2} + \frac{\mu_0 \sigma \omega r_0^2}{2\sqrt{R^2+r_0^2}} - \frac{\mu_0 \sigma \omega r_0}{2}$$

$$= \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2}\sqrt{R^2+r_0^2} + \frac{\mu_0 \sigma \omega r_0^2}{2\sqrt{R^2+r_0^2}} - \mu_0 \sigma \omega r_0$$

$$= \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2}\left(\frac{R^2+2r_0^2}{\sqrt{R^2+r_0^2}} - 2r_0\right)$$

二、~~载流圆线圈的半径为R，~~电流为I。试求圆线圈

$$= -\frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\frac{d+a}{a}\frac{dI}{dt}$$

$$= -2.55\times10^{-5}\cos(100\pi t)\ (V)$$

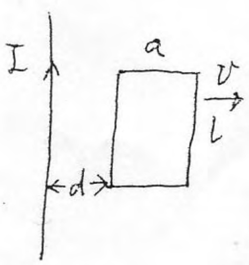
动生电动势 $\varepsilon_2 = \int_{左边}\vec{v}\times\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{右边}\vec{v}\times\vec{B}\cdot d\vec{l}$

$$= v\frac{\mu_0 I}{2\pi d}l - v\frac{\mu_0 I}{2\pi(d+a)}l$$

$$= \frac{\mu_0 I l v}{2\pi}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{d+a}\right) = 0.83\times10^{-6}\sin(100\pi t)\,V$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1+\varepsilon_2 = -2.55\times10^{-5}\cos(100\pi t)+0.83\times10^{-6}\sin(100\pi t)\,V$$

三、如图3所示，一长直导线通以变电流 $I=10\sin100\pi t\,(A)$，与长直导线共面放置一矩形线圈，线圈长 $l=10\,cm$，宽 $a=4\,cm$。当线圈以 $v=10\,cm\cdot s^{-1}$ 沿垂直长直导线的方向运动，求线圈与长直导线相距 $d=8\,cm$ 时，线圈中的感应电动势为多少？若线圈平行导线运动，情况又怎样？



（图3）

解：

感生电动势为 $\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_d^{d+a}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}l\,dx$

$$= -\frac{d}{dt}\left(\frac{\mu_0 l}{2\pi}\ln\frac{d+a}{d}\right)I =$$

~~甲型原子物理试题答案~~

七.

1. 解:

(1) $\tilde{\nu} = R_M Z^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{R_\infty Z^2}{1 + \frac{m_e}{M}} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

$(Ve)_{\min} = (hc\tilde{\nu})_{\min}$,

$\because$ M 小，n 小，Z 小时，$\tilde{\nu}$ 也小。

$\therefore Z = 1$，$n = 2$

$\therefore {}^1$H 的赖曼系第一条谱线应首先出现。

(2) $\tilde{\nu} = R_M[1/(m/Z)^2 - 1/(n/Z)^2]$，$R_{^1\mathrm{H}} \cong R_M$

$\therefore$ 当 $m/Z = 1$ 和 $n/Z = 2$ 时的谱线与氢原子赖曼系第一条谱线波长相近。

它们是：${}^3\mathrm{He}^+$ $(Z = 2)$由 $n = 4 \to 2$ 跃迁发出的谱线；

${}^6\mathrm{Li}^{++}$ $(Z = 3)$由 $n = 6 \to 3$ 跃迁发出的谱线；

它们的波长顺序为：$\lambda_{^1\mathrm{H}} > \lambda_{^3\mathrm{He}^+} > \lambda_{^6\mathrm{Li}^{++}}$

八

~~2. 证明:~~

电子束中电子动能：$E_e = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = 1240\mathrm{eV}\cdot\mathrm{nm} / 0.5\mathrm{nm} = 2480$ 或 4.549×10^{-16}J

欲使铝产生 K 线系，必须将 $n = 1$ 的一个电子电离产生一个"空位"。

$$E_{电离} = \frac{R(Z-1)^2 hc}{n^2}$$

$$= \frac{1.0973731\times10^7\times(13-1)^2\times6.626\times10^{-34}\times3.0\times10^8}{1^2} = 1.96\mathrm{keV}或3.14\times10^{-16}(\mathrm{J})$$

或：$E_{电离} = \frac{R(Z-1)^2 hc}{n^2} = \frac{1.0973731\times10^7\times(13-1)^2\times1240\times10^{-9}}{1^2}$ eV= 1.96keV

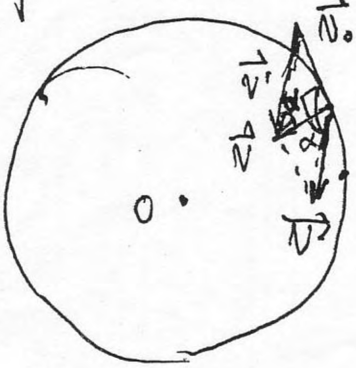
$\because E_e > E_{电离}$ $\therefore$ 能观察到其标识谱 K 系线。

安光

一 B型

1. 一滑冰者在冰面上以 $v_0=7\ m/s$ 的速率沿半径 $R=15\ m$ 的圆周滑冰，某时刻他平抛出一个小球，为使小球能击中冰面上圆心处，他应以多大的（相对于他自己的）速度抛出球，求出该速度的方向（用与他滑冰速度之间的夹角 θ 表示）。设人抛球时手的高度为 $h=1.5\ m$。

解：



$\vec{v}$ 是小球的水平速度（对地）

$$\frac{1}{2}gt^2=h \quad (1)$$

$t=\sqrt{\frac{2h}{g}}$

$$v\cdot t=R \quad (2)$$

$$v=R\cdot\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

$$v'=\sqrt{v^2+v_0^2}=\sqrt{R^2\frac{g}{2h}+v_0^2} \quad (3)$$

$$=28\ m/s$$

$$\sin\alpha=\frac{v_0}{v'}=\frac{7}{28}=\frac{1}{4} \quad (4)$$

$\alpha=\arcsin\frac{1}{4}$

$\theta=90°+\arcsin\frac{1}{4}$

$$\alpha=14°20'$$

$$\theta=90°+\alpha=104°20' \quad (5)$$

滑冰者以相对他自己以 $28\ m/s$ 的速度抛球，方向与他滑冰速度之间的夹角为 $104°20'$

2题

二、2. ~~地球~~ 一颗人造地球卫星在地面上空 $h=800$ km 的圆形轨道上，以 $v_1=7.5$ km/s 的速率绕地球运动，今在卫星外侧点燃一火箭，其反冲力指向地心，因而给卫星附加一指向地心的分速度 $v_2=0.2$ km/s. 求此后卫星轨道的最低点和最高点位于地面上空多少公里。（可把~~地球~~地球看作半径为 $R=6400$ km 的球体）

解：火箭点燃后，使卫星获得径向速度 v_2，所以点燃火箭之外侧使卫星的运动速度由切向速度 $\vec{v}_1$ 变为 $\vec{v}_1+\vec{v}_2$，由于火箭反冲力指向地心，对地心的力矩为零，所以卫星在火箭点燃前后对地心的角动量守恒。火箭点燃瞬间，可以认为卫星距地心的位矢不变仍为 $\vec{r}$，速度为 $\vec{v}_1+\vec{v}_2$。以后卫星进入椭圆轨道时，设 $\vec{r}'$ 为其近地点的位矢，$\vec{v}'$ 为该处的速度，根据角动量守恒：

$$\vec{r}\times m(\vec{v}_1+\vec{v}_2)=\vec{r}'\times m\vec{v}'$$

$$\because\ \vec{r}\parallel\vec{v}_2,\quad \vec{r}'\perp\vec{v}'$$

$$\therefore\ m v_1 r = m v' r' \qquad (1)$$

同时，卫星、地球系统只有万有引力作用，遵从保守内力

所以机械能守恒.

$$\frac{1}{2}m(v_1^2+v_2^2)-G\frac{Mm}{r}=\frac{1}{2}mv'^2-G\frac{Mm}{r'} \quad (2)$$

对于卫星原来的圆周运动，牛顿定律给出

$$G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v_1^2}{r} \quad (3)$$

由以上三式，消去 v', G, M, m. 则有

$$(v_1^2-v_2^2)r'^2-2v_1^2rr'+v_1^2r^2=0$$

$$[(v_1+v_2)r'-v_1r][(v_1-v_2)r'-v_1r]=0$$

$$\therefore r_1'=\frac{v_1r}{v_1-v_2}=\frac{7.5\times7200}{7.5-0.2}=7397 \text{ Km}$$

$$r_2'=\frac{v_1r}{v_1+v_2}=\frac{7.5\times7200}{7.5+0.2}=7013 \text{ Km}$$

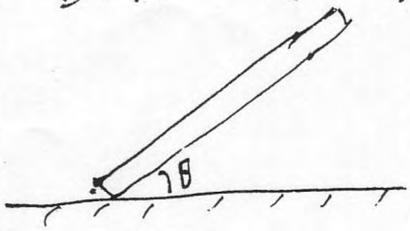
由此可得：

$$\begin{cases} \text{远地点高度} & h_1=r_1'-R=997 \text{ Km} \\ \text{近 〃} & h_2=r_2'-R=613 \text{ Km} \end{cases}$$

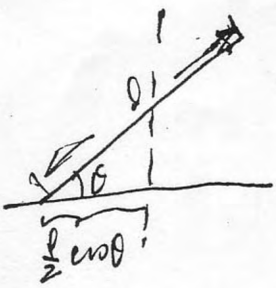
力学乙型

三、一長为l的棒，其一端静止在光滑桌面上，使棒与桌面成θ角，然后释放此棒。(1) 问到棒整个落到桌面时，棒的左端移动了多远？

(2) 在棒整个落及桌面的瞬间左端的速率为多少？



解：(1) 作用在棒上的外力（重力和桌面的支持力）都是竖直的，因此棒没有受到水平分力，且棒的质心的加速度也是竖直的。所以在棒倒下时由于质心速度的水平分量开始是零，所以在棒倒下时仍保持为零即棒的质心竖直下落。因此到棒是水平时其左端移动了 $\Delta x = \frac{l}{2}[1-\cos\theta]$



(2) 由于桌面对棒的左端的力垂直于该端的速度，所以不作功，所以棒倒下时机械能守恒。

选取桌面处于水平时为势能零点，机械能守恒。

$$\therefore mg\frac{l}{2}\sin\theta = \frac{m}{2}v_c^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

在棒碰击桌面的瞬间，质心的速度全部由棒的左端的转动所组成 $\therefore v_c = \frac{l}{2}\omega$

$$\therefore mg\frac{l}{2}\sin\theta = \frac{m}{2}\left(\frac{\omega l}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{12}ml^2\omega^2 = \frac{ml^2}{6}\omega^2$$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{3g}{l}\sin\theta}$$

棒的右端的速度为 $v = \omega l = \sqrt{3gl\sin\theta}$

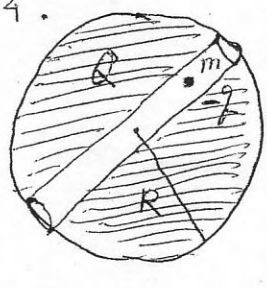
2π 2π $4\pi\varepsilon_0 R^2 m$

五题：

四、设想一质量为m，电荷量为$-q$的带电粒子，在半径为R总电荷为

Q的均匀带电球中，沿径向运动（如图1所示）。试证明该

带电粒子的运动为简谐振动，并求出振动的频率。



（图1）

解、粒子仅受所在位置~~内部~~为半径的

球面内部电荷作用。作用力为

$$F=\frac{qQ'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

式中 $Q'=\frac{4}{3}\pi r^3\rho=\frac{4}{3}\pi r^3\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3}=\left(\frac{r}{R}\right)^3 Q$

$$|F|=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left(\frac{r}{R}\right)^3 Q=kr \quad \text{其中 } k=\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

$$F=-kr=ma=m\ddot{r} \quad \Rightarrow \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3 m}}$$

$$\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3 m}}$$

~~一载有电流I=7A的硬导线，转折~~

3、一横截面积为$S=0.7mm^2$的铅丝，制作成直径$d=0.10m$的圆环，圆环中载有电流$I=7A$，把圆环放在均匀磁场中，磁场的方向与环的平面垂直（如图2）。磁场大小为$B=1.0T$。试问铅丝所受张力为多少？拉应力又为多少？

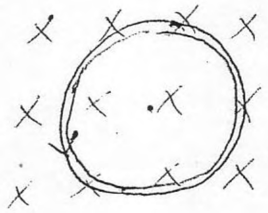
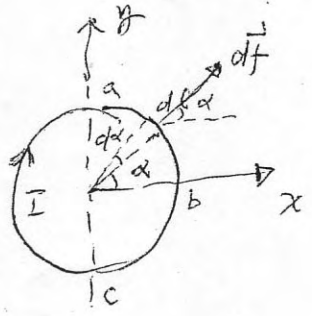


图2

解：圆环上任取一电流元$I\vec{dl}$，其受力为

$$df = BIdl$$

方向向外；现考虑合半圆弧abc所受之力．取坐标系XOY.



$$f_x = \int df\cos\alpha$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} BIdl\cos\alpha$$

$$= \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} BIRd\alpha\cos\alpha$$

$$= BIR\sin\alpha\Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 2BIR$$

$$f_y = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} BIR\sin\alpha d\alpha = 0$$

整个圆环平衡，故有　$2T - f_x = 0$

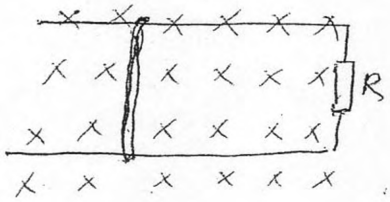
$$T = f_x/2 = BIR = 1\times7\times0.05 = 0.35N$$

拉应力：$\sigma = \frac{T}{S} = \frac{BIR}{S} = \frac{0.35}{0.70\times10^{-6}} = 5.0\times10^5 N\cdot m^{-2}$

、如图3所示是一开口金属框架，其中接有电阻R。框架处于均匀磁场中，磁场的磁感应强度B垂直于框架平面，如图所示，今有质量为m的金属棒长为L，以初速度v_0在框架上向右无摩擦地滑动。

(1) 求任一时刻金属棒速度的大小随时间变化的函数关系；

(2) 求棒从开始运动到停止的整个过程中感应电流所作的功（假设金属棒和框架电阻忽略不计）。



（图3）

解、

(1) 金属棒中感生电动势

$$\varepsilon_i = vBL$$

感生电流 $I=\frac{\varepsilon_i}{R}=\frac{vBL}{R}$

金属棒所受磁场阻力

$$f=BLI=\frac{vB^2L^2}{R}$$

$$f=-m\frac{dv}{dt} \qquad \frac{dv}{dt}=-\frac{vB^2L^2}{mR}$$

$$\frac{dv}{v}=-\frac{\cancel{B}B^2L^2}{mR}dt \Rightarrow \ln v=-\frac{B^2L^2}{mR}t+C$$

∵ $t=0$时 $v=v_0 \Rightarrow C=\ln v_0 \Rightarrow v=v_0 e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$

(2)

$$I=\frac{vBL}{R}=\frac{BL}{R}v_0 e^{-\frac{B^2L^2t}{mR}}$$

$$W=\int_0^{\infty} I^2 R\,dt=\int_0^{\infty}\frac{B^2l^2}{R^2}v_0^2 e^{-\frac{2B^2l^2}{mR}t}R\,dt$$

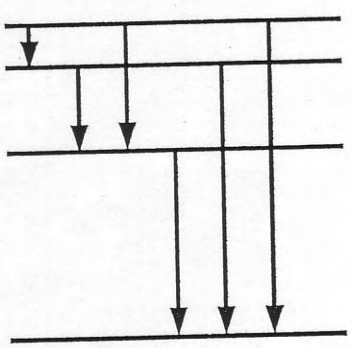
$$=\frac{B^2l^2v_0^2}{R}\left(-\frac{mR}{2l^2B^2}e^{-\frac{2B^2l^2}{mR}t}\right)\Big|_0^{\infty}=\frac{1}{2}mv_0^2$$

乙型物理试题答案

七、1 解：

（1）

$$R_{\rm H}hc(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2})\le E_k \quad n\le\left(1-\frac{E_k}{R_{\rm H}hc}\right)^{-1/2}=4.1$$ 氢原子被激发到 n=4 的能级；



3+2+1=6　不考虑精细结构，受激发的氢原子向低能级跃迁时会出现 6 条谱线；

（2）其中属于巴耳末系的谱线有两条；$n=4\to2$；$n=3\to2$；

（3）$\lambda_{\max}=\left[R_{\rm H}(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{4^2})\right]^{-1}\approx1.88\times10^3\text{nm}$

（4）$2^2\cdot R_{\rm H}hc(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2})\le E_k \quad n\le\left(1-\frac{E_k}{4R_{\rm H}hc}\right)^{-1/2}=\left(1-\frac{E_k}{4R_{\rm H}hc}\right)^{-1/2}\approx1.14$

如用此能量的电子去激发一次电离的氦离子，则观察不到谱线。

八、2．解

（1）（i）德布罗意关系式：$\lambda=\dfrac{h}{p}$；$\nu=\dfrac{E}{h}$；

（ii）戴维逊一革末实验第一次证明了德布罗意关于物质具有波动性的假说是正确的。使用的物质是电子束，由于它如同具有相同波长的 X 射线一样入射到晶体中会发生衍射现象而证明了电子具有波粒二像性。其波长值满足德布罗意关系式。

（iii）夫兰克一赫兹实验证明了原子能量的量子化；斯特恩一盖拉赫实验证明了角动量空间量子化并显示出仅考虑轨道角动量量子化的不足从而导致了电子自旋的提出。

（2）中子的德布罗意波长的值为：

$$\lambda=\frac{h}{p}=\frac{h}{\sqrt{2m_{\rm n}E_{\rm k}}}=\frac{6.626\times10^{-34}}{\sqrt{2\times1.675\times10^{-27}\times2.0\times10^4\times1.602\times10^{-19}}}\text{m}=2.022\times10^{-4}\text{nm}$$

（3）光子的能量为：$E=h\nu=\dfrac{hc}{\lambda}=\dfrac{1240}{2.022\times10^{-4}}\text{eV}=6.133\times10^6\text{eV}$

题名称：　　　　　　普通物理B（460）

一、（20分）一个跳水运动员沿垂直方向入水，接触水面时速率为 v_0。入水后地球对他的引力和水的浮托作用相抵消，仅受水的阻碍而减速。自水面向下取坐标轴oy，其加速度为$-Kv_y^2$，v_y为速度，K为常量。求入水后运动员速度随时间的变化。

解：

$$\frac{dv_y}{dt}=-kv_y^2$$

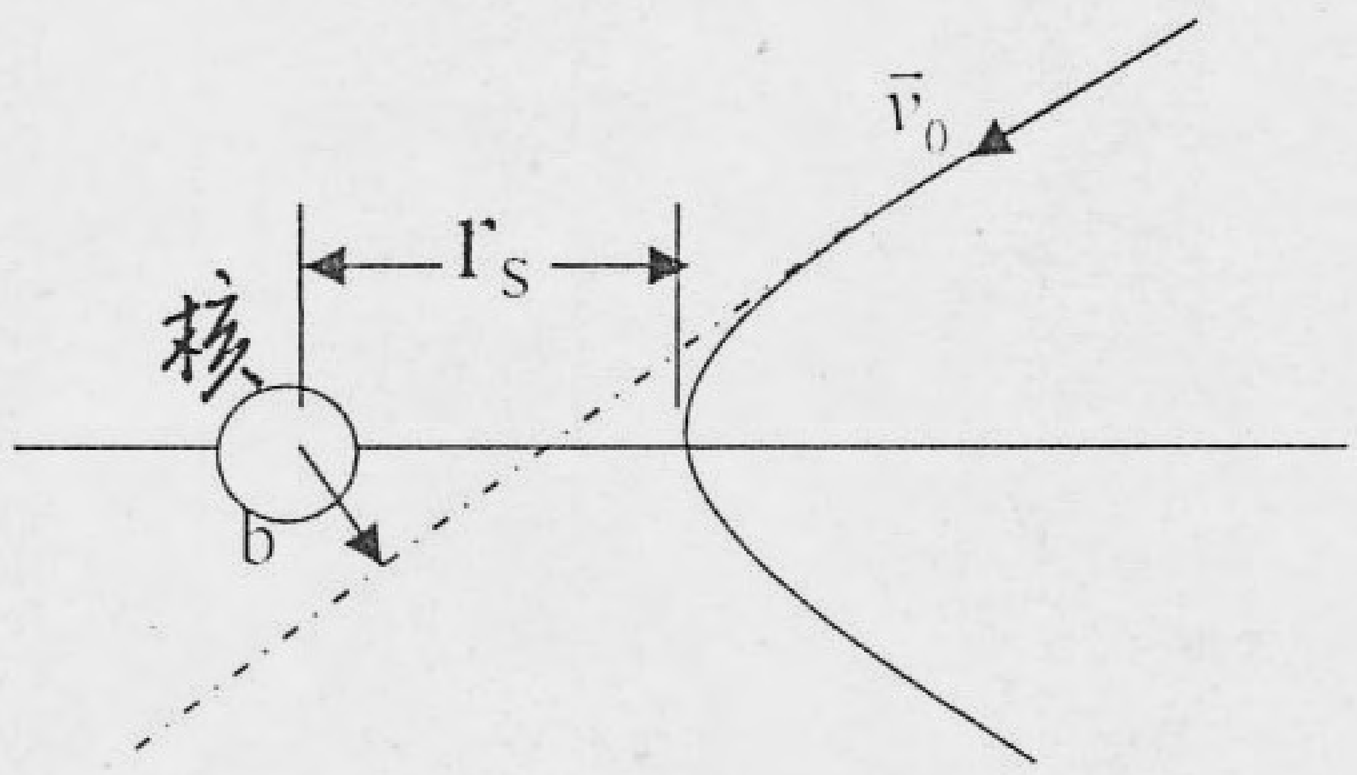
$$-v_y^2 dv_y = kdt$$

$$t=0\text{时，}v_y=v_0$$

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{v_0}=kt$$

$$\therefore v=v_0/(kv_0t+1)$$

二、（20分）一质子以初速度$\vec{v}_0$通过质量较大的原子核时，原子核可看作不动，质子受到原子核的斥力作用，它运行的轨迹将是一条双曲线，如图所示。设原子核所带电荷量为Ze，初速度$\vec{v}_0$的方向与原子核的垂直距离为b。试求质子和原子核的最近距离r_s和在最近处的速度。



解：由库仑定律、作用在质子上的力为：

$$F=k\frac{Ze^2}{r^2}$$

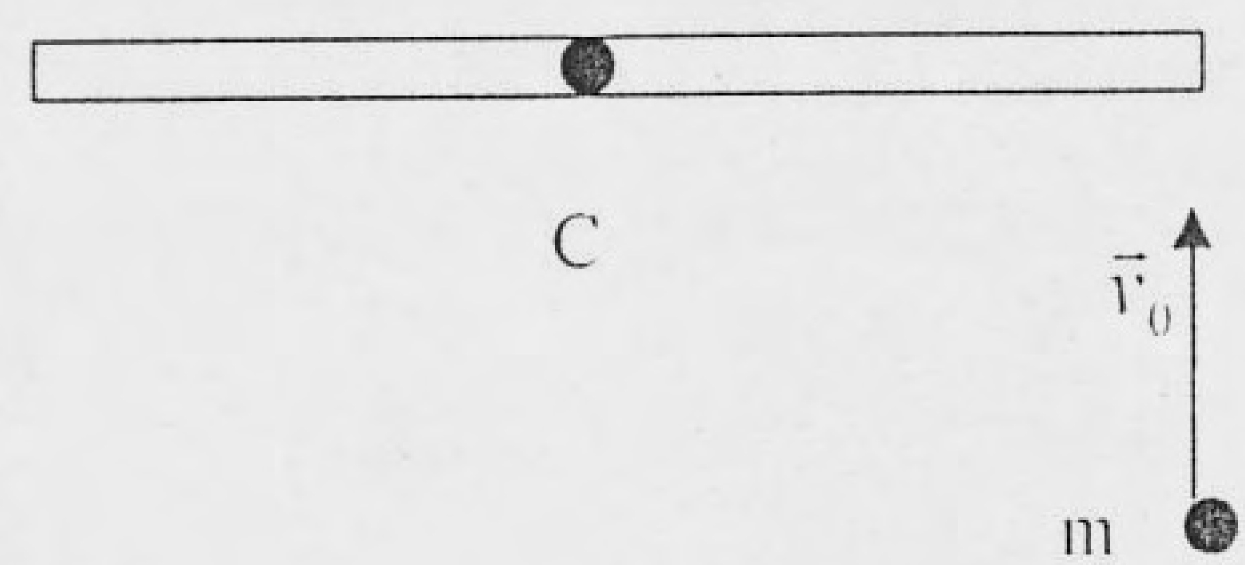
由角动量守恒：$mv_0b=mv_sr_s$　　　　(1)

由能量守恒：$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv_s^2+k\frac{Ze^2}{r_s}$　　　　(2)

由此解得：$r_s=2k\frac{Ze^2}{mv_0}+\sqrt{2k\frac{Ze^2}{mv_0^2}+4b^2}$

三、(15分)如图所示，在光滑水平面上，小球与中心固定的均匀细杆的一端作完全弹性碰撞。求碰后小球和杆的运动。(已知小球质量为 m，碰前速度大小为 v_0,方向与杆垂直。杆长为 L,质量为 M,碰前静止。)

解：取小球和细杆为物体系。因为碰撞是完全弹性的，而且轴作用于杆质心的力不做功。所以系统机械能守恒。



$$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}I_c\cdot\varpi^2$$

$$I_c=\frac{1}{12}mL^2$$

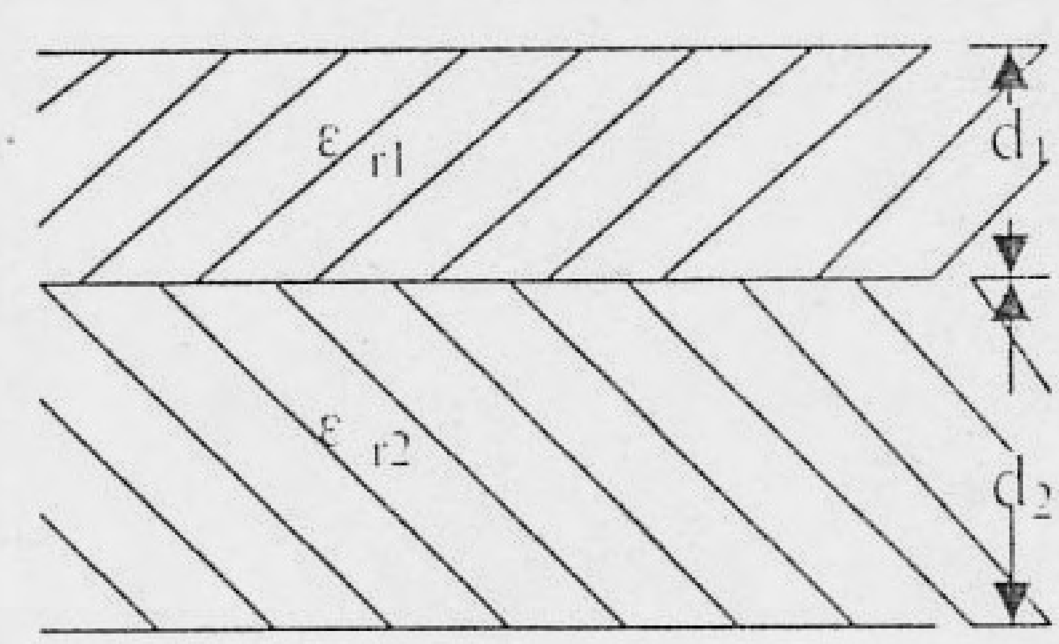
以 C 为参照点，轴的力对 C 点的力矩为零。所以系统对 C 点角动量守恒：$\frac{1}{2}mLv_0=\frac{1}{2}mLv+I_c\varpi$

联立上述三式，可得：

$$v=\frac{3m-M}{3m+M}v_0$$

$$\varpi=\frac{12mv_0}{(3m+M)L}$$

四、(20分)平行板电容器(极板面积 S、间距 d)，中间有厚度各为 d_1 和 d_2 ($d_1+d_2=d$)、相对介电常数各为 ε_{r1} 和 ε_{r2} 的电介质层(见附图)，试求：



(1) 电容 C;

(2) 当金属极板上带电面密度为 $\pm\sigma_{e0}$ 时，两介质分界面上束缚面电荷密度 σ_e';

(3) 极板间的电位差 U;

(4) 两层介质中的电位移 D。

解：(1) 设极板带有自由电荷 $q=\pm\sigma_{e0}\cdot S$，则介质 1 和 2 中场强分别为：

$E_1=\dfrac{\sigma_{e0}}{\varepsilon_0\varepsilon_1},E_2=\dfrac{\sigma_{e0}}{\varepsilon_0\varepsilon_2}$。所以两极板间的电势差为：

$$u=E_1d_1+E_2d_2=\frac{\sigma_{e0}(\varepsilon_1d_2+\varepsilon_2d_1)}{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2}$$

$$\therefore C=\frac{q}{u}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 S}{\varepsilon_1 d_2+\varepsilon_2 d_1}$$

（2）介质 1 和 2 中极化强度矢量大小分别为:

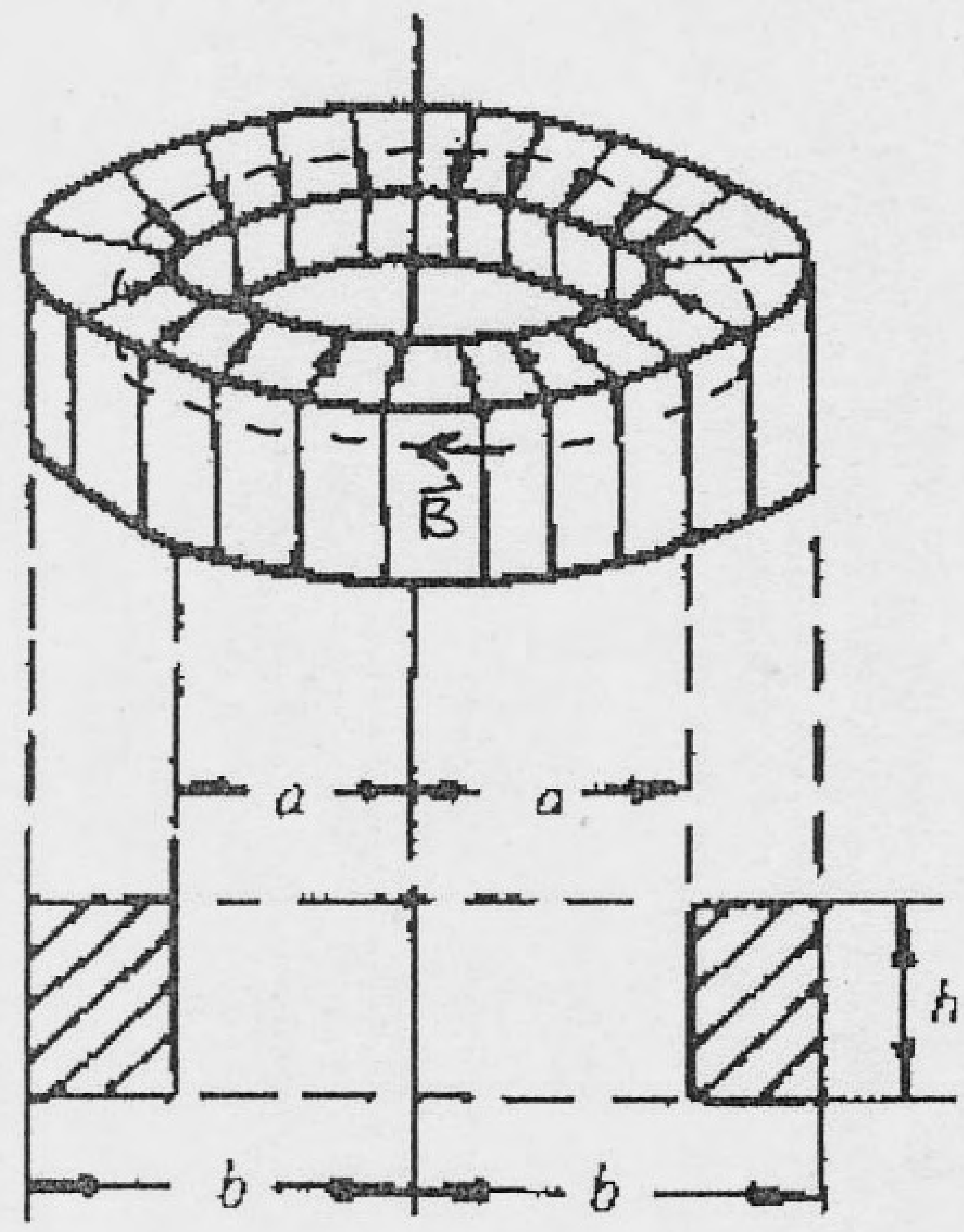
$$P_1=\varepsilon_0(\varepsilon_1-1)E_1, P_2=\varepsilon_0(\varepsilon_2-1)E_2$$

所以介质界面上束缚电荷面密度为:

$$\sigma_e'=(\vec{P}_1-\vec{P}_2)\cdot\vec{n}=P_1-P_2=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{\varepsilon_1\varepsilon_2}\sigma_{e0}$$

（3）见（1） $u=\dfrac{\sigma_{e0}(\varepsilon_1 d_2+\varepsilon_2 d_1)}{\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2}$

（4）在两层介质中， $D=\sigma_{e0}$



五、（20 分）截面为矩形的螺绕环共绕 N 匝，尺寸如图所示。在螺绕环的轴线上有一无限长的直导线。若在螺绕环的线圈中通以电流 I。求:

（1） 螺绕环的自感系数;

（2） 螺绕环内储存的磁能;

（3） 螺绕环与长直导线间的互感系数。

解:（1）由于对称性，磁场只集中于螺绕环内。以轴线为轴，以 r 为半径，在垂直于轴线的平面内作圆。则:

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l}=2\pi r B=\mu_0 NI$$

$$\therefore B=\frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

B 的方向为圆的切线方向，由右手定则定（如图示）。

据对称性，距轴线 r 的所有点，B 的大小相等，且方向垂直于截面，

$$\therefore \Phi=\iint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=\iint_S B dS=\int_a^b Bh dr=\frac{\mu_0 NIh}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$\therefore L=\frac{\Psi}{I}=\frac{N\Phi}{I}=\frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

（2）螺绕环内储存的磁能为：

$$W_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{\mu_0 N^2 h}{4\pi} I^2 \ln\frac{b}{a}$$

（3）设长直导线中通有电流 I_1。长直导线在距其 r 处所产生磁感应强度为：

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

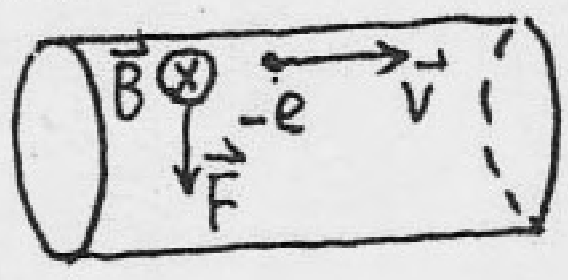
方向与螺绕环截面垂直。故长直导线在螺绕环中产生的互感磁通为：

$$\Psi_1 = N\iint_S \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = N\iint_S B_1 dS = \frac{\mu_0 I_1 N h}{2\pi}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I_1 N h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$\therefore M = \frac{\Psi_1}{I_1} = \frac{\mu_0 N h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

六、（15 分）在充满了完全电离的氢气的长管中，电子以$10^5\,cm\cdot s^{-1}$的平均速度沿着长管流动。管中电离氢气的电流为$10^4\,A$，电流束的截面直径为 50cm，求作用在流束侧面的一个电子上的力 $\vec{F}$ 的大小和方向。

解：从对称性，由安培环路定理，在流束侧面处磁感应强度为：



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times10^4}{2\pi\times0.25} = 8\times10^{-3}(T)$$

$$\therefore F = evB = 1.6\times10^{-19}\times10^3\times8\times10^{-3} = 1.28\times10^{-18}(N)$$

力的方向由 $\vec{F} = -e\vec{v}\times\vec{B}$ 定，如图示。这力指向流束的轴线，因而使流束收缩。

七、（20 分）（1）简述一种方法，使处于基态的氢原子直接激发到 $n=5$ 的激发态（数据用常数表示）。

（2）不考虑精细结构，当氢原子处于 $n=4$ 的激发态时，可能形成多少条谱线？用 R_H 为表示出各谱线的波数并指出它们分别属于哪个谱线系。

（3）对于属于巴耳末系的几条谱线，Li^{++}离子可从量子数为多少的能级之间跃迁形成和其相近的谱线？

解：（1）此答案不是唯一的。常用的方法有两种：

$$\because E_n = -R_H hc/n^2 . \Delta E_1 = E_5 - E_1 = (1-\frac{1}{5^2})R_H hc = \frac{24}{25}R_H hc$$

$$\Delta E_2 = E_6 - E_1 = (1-\frac{1}{6^2})R_H hc = \frac{35}{36}R_H hc$$

$$\Delta E_3 = E_4 - E_1 = (1-\frac{1}{4^2})R_H hc = \frac{15}{16}R_H hc$$

令:

$$hc\tilde{\nu}_1 = \Delta E_1 . \therefore \tilde{\nu}_1 = \frac{24}{25}R_H ,$$

$$hc\tilde{\nu}_2 = \Delta E_2 . \therefore \tilde{\nu}_2 = \frac{35}{36}R_H ,$$

$$hc\tilde{\nu}_3 = \Delta E_3 . \therefore \tilde{\nu}_3 = \frac{15}{16}R_H$$

方法（Ⅰ）通过非弹性碰撞方式用能量满足 $\frac{35}{36}R_H hc > E \geq \frac{24}{25}R_H hc$ 的电子去激发基态氢原子。

（Ⅱ）用含有 $\tilde{\nu}_1 = \frac{24}{25}R_H$，且波数范围在 $\frac{35}{36}R_H > \tilde{\nu} \geq \frac{15}{16}R_H$ 的光照射氢原子。

（2.）$\tilde{\nu}_H = R_H(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2})$，共形成六条谱线。

莱曼系：$\tilde{\nu} = R_H(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2})$　n=2, 3, 4，共有三条谱线

n=2，$\tilde{\nu} = \frac{3}{4}R_H$；n=3，$\tilde{\nu} = \frac{8}{9}R_H$；n=4，$\tilde{\nu} = \frac{14}{15}R_H$

巴尔末系：$\tilde{\nu} = R_H(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2})$　n=3, 4，共有两条谱线

n=3，$\tilde{\nu} = \frac{5}{36}R_H$；n=4，$\tilde{\nu} = \frac{3}{16}R_H$；

帕邢系：$\tilde{\nu} = R_H(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{n^2})$　n=4，共有一条谱线

n=4，$\tilde{\nu} = \frac{7}{144}R_H$

（3）$\because \tilde{\nu}_{Li} = 9R_{Li}(\frac{1}{m^2}-\frac{1}{n^2}) = R_{Li}[\frac{1}{(\frac{m}{3})^2}-\frac{1}{(\frac{n}{3})^2}]$

$\tilde{\nu}_H = \frac{5}{36}R_H$，$\tilde{\nu}_{Li} = \frac{5}{36}R_H$，　n=9→m=6

$\tilde{\nu}_H = \frac{3}{16}R_H$，$\tilde{\nu}_{Li} = \frac{3}{16}R_H$，n=12→m=6

八、(20 分)（1）试写出氯原子(Cl，Z=17)基态的电子组态和原子态的表达式；（2）计算其自旋角动量、轨道角动量及磁矩的数值（用常数表示）。（3）将其置于外磁场 B 中，该能级将分裂成几个子能级？若磁感应强度为 0.5T，则相邻子能级的间隔为多大（eV）？已知 $\mu_B \approx 5.79\times10^{-5}\,eV\cdot T^{-1}$

解：

(1) 氯原子基态电子组态为 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$。

由洪德定则及泡利原理知基态时 $L=1$, $S=1/2$, $J=3/2$（倒序）.故原子态为 ${}^2P_{3/2}$。

(2) 自旋角动量 $P_S=\sqrt{S(S+1)}\hbar=\dfrac{1}{2}\sqrt{3}\hbar$

轨道角动量 $P_L=\sqrt{L(L+1)}\hbar=\sqrt{2}\hbar$

g 因子 $g=1+\dfrac{J(J+1)-L(L+1)+S(S+1)}{2J(J+1)}=\dfrac{4}{3}$

磁矩 $\mu_J=g\sqrt{J(J+1)}\mu_B=\dfrac{2}{3}\sqrt{15}\mu_B$

(3) 子能级数 $2J+1=2\times(3/2)+1=4$ 个

子能级间隔 $\Delta E=g\mu_B B=\dfrac{4}{3}\times5.79\times10^{-5}\times0.5\text{eV}\approx3.86\times10^{-5}\text{eV}$

试题名称：　普通物理 A (313)

一、(20 分)一个跳水运动员自 10m 跳台以初速为零自由下落。入水后地球对他的引力和水的浮托作用相抵消，仅受水的阻碍而减速。自水面向下取坐标轴 oy,其加速度为 $-Kv_y^2$，其中 $K=0.4m^{-1}$，v_y 为速度。求运动员速度减为入水速度 1/10 时，运动员入水深度。

解:设运动员以初速度零起跳，至水面的速度为:

$$v_0=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\times9.8\times10}=14m/s$$

在水中的速度为:

$$\frac{dv_y}{dt}=-kv_y^2$$

因落至不同位置，对应不同速度，故可视 v_y 为 y 的函数，即 $v_y=v_y(y)$。于是可写:

$$\frac{dv_y}{dt}=\frac{dv_y}{dy}\frac{dy}{dt}=v_y\frac{dv_y}{dy}$$

代入上式得:

$$\frac{dv_y}{dy}=-kv_y$$

$$\frac{dv_y}{v_y}=-kdy$$

做不定积分并化简得: $v_y=Ce^{-ky}$

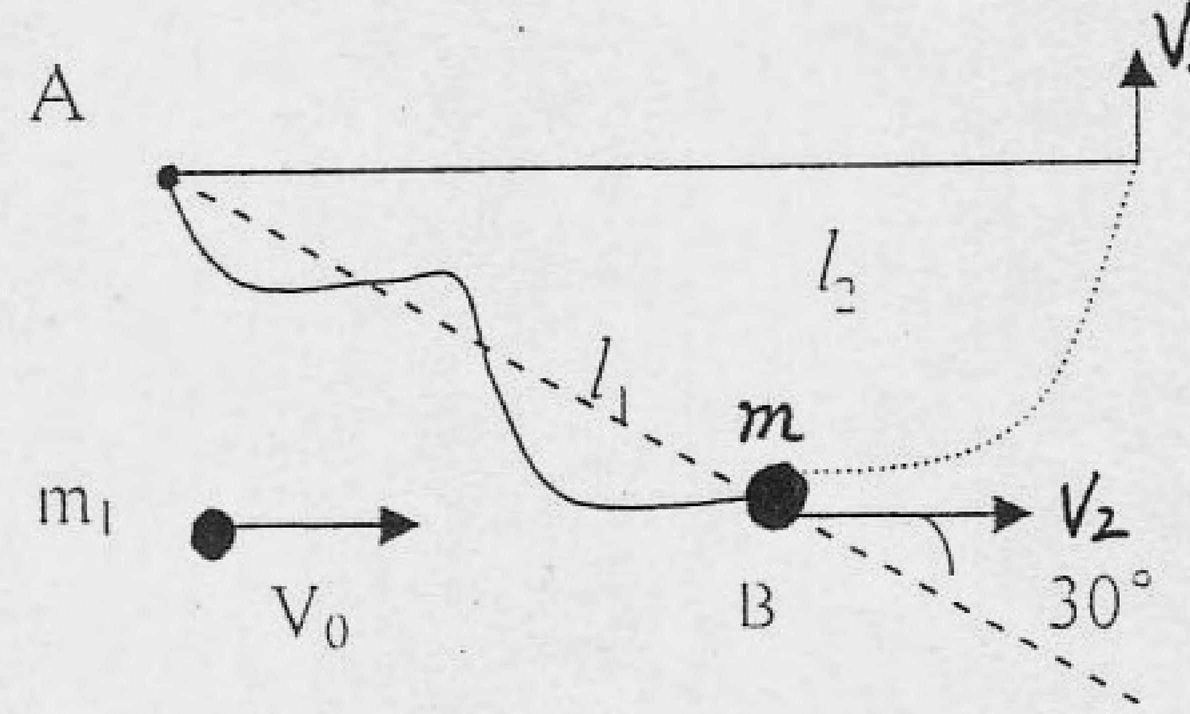
当 y=0 时，$v_y=v_0$ 代入上式求得: $C=v_0$

$$\therefore v_y=v_0e^{-ky}$$

设 $v_y=\frac{v_0}{10}$，将 $k=0.4m^{-1}$ 代入上式即得:

$$y=5.76m$$

二、(20 分)在光滑水平台面上，质量为 $m_2=0.2kg$ 的小球 B 通过弹性绳与固定点 A 相连，弹性绳的刚度系数为 $k=8N/m$，自然长度为 $l_0=0.6m$。另一质量为 $m_1=0.4kg$ 的小球以初速度 v_0 射向 B 球，发生弹性正碰。碰后 B 球运动中与 A 点的最大距离为 $l_2=0.8m$。碰撞时刻 B 球位置、V_0 方向及碰后 B 球速度 V_2 方向如图所示。碰撞时刻 B 球到 A 点的距离为 $l_1=0.4m$。求 V_0



解:

$$\frac{1}{2}m_1v_0^2=\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2$$

$$m_1v_0=m_1v_1+m_2v_2$$

$$\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_2v_2'^2+\frac{1}{2}k(l_2-l_0)^2$$

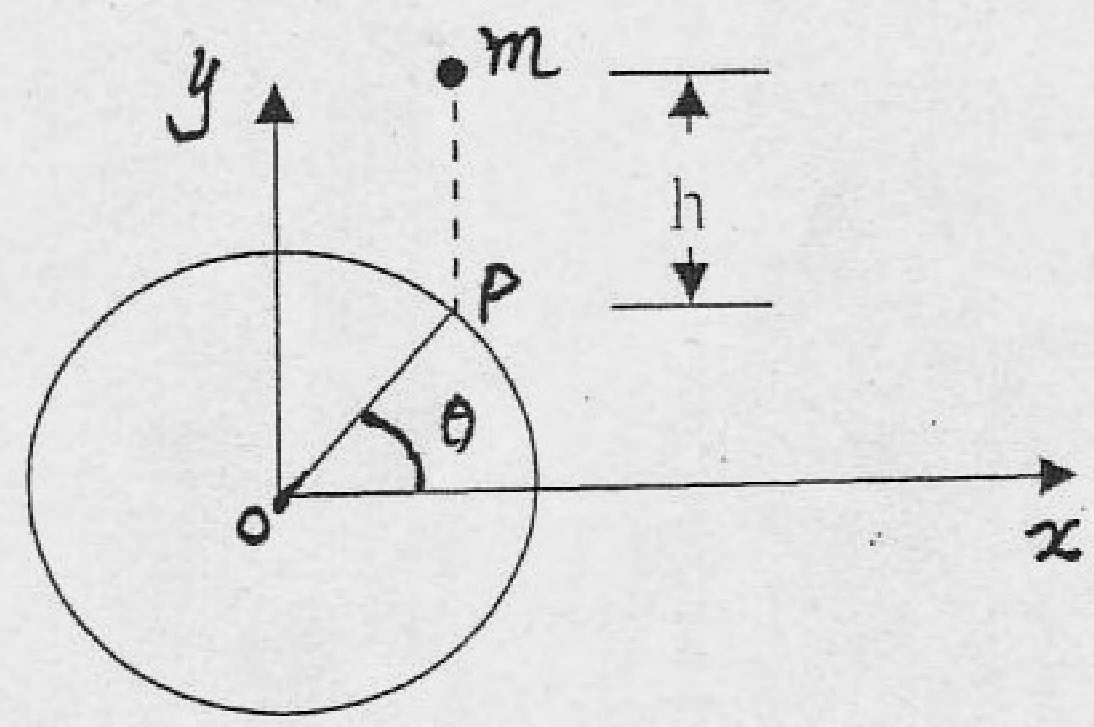
$$m_2v_2l_1\sin 30°=m_2v_2'l_2$$

解得：$v_0=0.98m/s$

三、(15 分)已知质量为 M、半径为 R 的均匀圆盘可以绕固定轴 0 无摩擦地转动。初始时刻圆盘静止，在距离 P 点高为 h 的地方一质量为 m 的粘土块从静止开始落下，落到圆盘上后粘在圆盘的边缘并与其一起转动。0P 与水平位置的夹角为 θ。(已知 M=2m) 试求:

(1) 碰撞瞬间圆盘的角速度 ω_0;

(2) 当 P 点转到水平位置时，圆盘的角速度 ω 及角加速度 β。



解:(1)当粘土落到 P 点时的速度 $v=\sqrt{2gh}$，相对 0 点的角动量 $L=mvR\cos\theta$。粘合后的转动惯量:

$$I=I_M+I_m=\frac{1}{2}2mR^2+mR^2=2mR^2$$

由角动量守恒:

$$I\varpi_0=L$$

$$2mR^2\varpi_0=mvR\cos\theta$$

$$\therefore \varpi_0=\frac{\sqrt{2gh}\cos\theta}{2R}$$

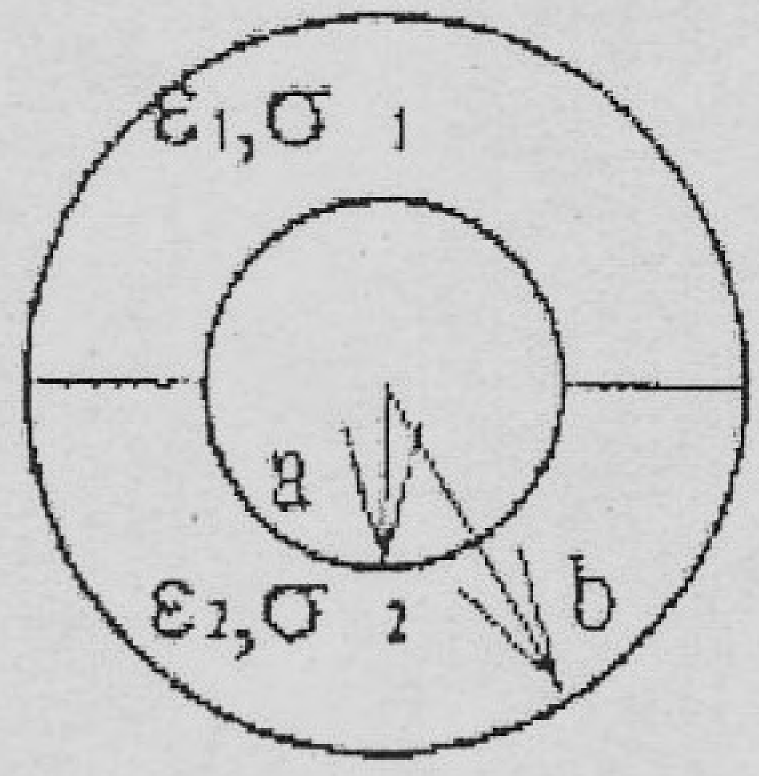
(2) 由机械能守恒:

$$\frac{1}{2}I\varpi_0^2 = mgR\sin\theta + \frac{1}{2}I\varpi^2$$

$$\therefore \varpi = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{1}{2}gh\cos^2\theta - gR\sin\theta}$$

此时$mgR = I\beta$

$$\therefore \beta = \frac{g}{2R}$$



四、(20分)一长圆柱电容器，长为 L,内圆柱半径为 a，外圆柱壳半径为 b，其中两半填满均匀介质。相对介电常数和电导率分别为 ε_1、σ_1 和 ε_2，σ_2（见附图）。当通过电容器的电流为 I 时，求:

（1） 电容器的电势差;

（2） 内圆柱表面的自由电荷密度;

（3） 通过介质 1 的总电流。

解:（1）因介质界面与电力线重合，故:

$$\vec{E}_1 = E_1\hat{r} = E_2\hat{r} = \vec{E}_2 = E\hat{r}$$

取长为 L、半径为 r、与轴线共轴的圆柱面为高斯面。设内圆柱面上单位长度带电量为 λ_{e0}，由高斯定理:

$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_{S内} Q_0$$

$$\therefore D_1\pi rL + D_2\pi rL = \lambda_{e0}L$$

$$\varepsilon_0\varepsilon_1\pi rE + \varepsilon_0\varepsilon_2\pi rE = \lambda_{e0}$$

$$\therefore E = E_1 = E_2 = \frac{\lambda_{e0}}{\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\pi r}$$

$$\vec{j}_1 = \sigma_1\vec{E}_1 = \frac{\sigma_1\lambda_{e0}}{\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\pi r}\hat{r}.\ \vec{j}_2 = \sigma_2\vec{E}_2 = \frac{\sigma_2\lambda_{e0}}{\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)\pi r}\hat{r}$$

$$I = \pi rLj_1 + \pi rLj_2 = \frac{(\sigma_1+\sigma_2)\lambda_{e0}L}{\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)}$$

$$\lambda_{e0} = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_1+\varepsilon_2)I}{(\sigma_1+\sigma_2)L}$$

$$\therefore E = \frac{I}{(\sigma_1+\sigma_2)\pi rL}$$

$$\therefore U = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r} = \frac{I}{(\sigma_1+\sigma_2)\pi L}\int_a^b\frac{dr}{r} = \frac{I}{(\sigma_1+\sigma_2)\pi L}\ln(b/a)$$

（2）由高斯定理可得内圆柱表面的自由电荷密度分别为：

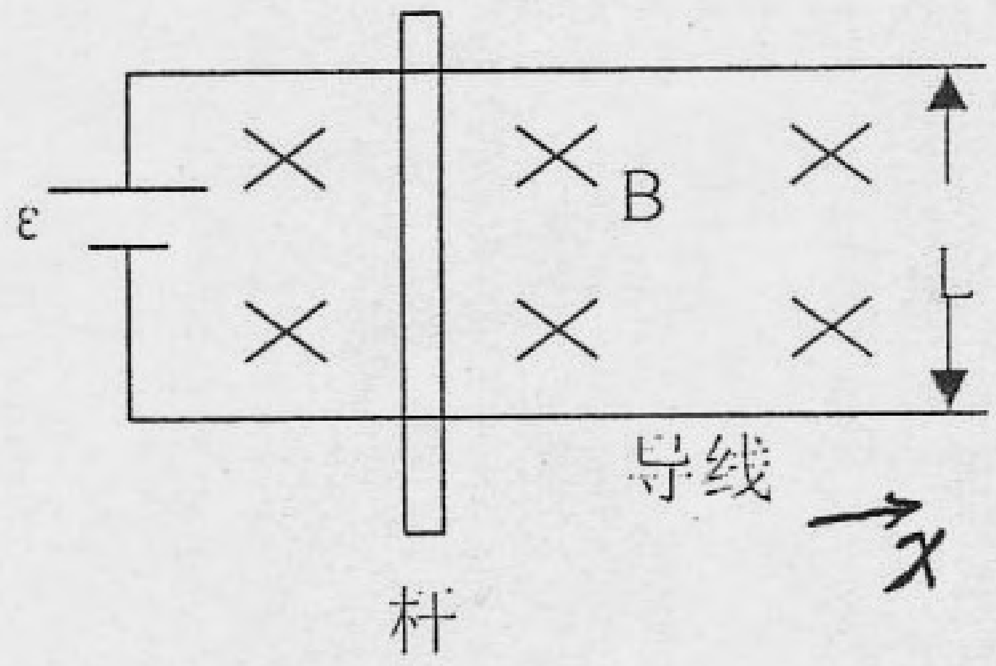
$$\sigma_{10} = D_1(r=a) = \varepsilon_0\varepsilon_1 E_1 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 I}{(\sigma_1+\sigma_2)\pi a L}$$

$$\sigma_{20} = D_2(r=a) = \varepsilon_0\varepsilon_1 E_2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_1 I}{(\sigma_1+\sigma_2)\pi a L}$$

（3） 通过介质 1 的总电流为：

$$I_1 = \pi r L j_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_1+\sigma_2} I$$

五、（15 分）考虑一个将电能转换为机械能的简易装置，如图所示。两根相互平行的长直粗导线，其电阻为零，间距为 L，接至电势差 ε 上。一根电阻为 R 的杆与导线相接触。杆作平行于导线的滑动，并总是保持和导线垂直。一外加磁场 B 垂直于杆和导线组成的平面。



（1） 设杆的质量为 m，试求杆速随时间 t 变化的表达式。假定杆启动时 t=0。

（2） 如果沿杆运动的反方向施加一恒定的外力 F，问杆的稳定速度是多少？

（3） 在（2）的情况下，机械效率是多少？（即电池供给的能量被转换为机械功的百分数是多少？）

解：（1）在任一时刻 t，杆中流动的电流为：

$$i = \frac{\varepsilon - BvL}{R}$$

由此求得杆的运动方程为：

$$m\dot{v} = F_x = \frac{\varepsilon - BvL}{R} BL$$

这方程的解为：

$$v = \frac{\varepsilon}{BL}[1 - \exp(-\frac{B^2L^2}{mR}t)]$$

上式利用了 t=0 时 v=0 这个初始条件。

（2）此时运动方程变为：

$$m\dot{v} = (\frac{\varepsilon - BvL}{R})BL - F$$

用稳定态的条件 $\dot{v}=0$，得：

$$v = \frac{\varepsilon}{BL} - \frac{FR}{(BL)^2}$$

(3) 在（2）情况下，杆内电流 i 为：

$$i=\frac{\varepsilon-BvL}{R}=\frac{F}{BL}$$

电池供给的功率为 εi，其中转化为机械能的部分为 Fv。因而，

$$效率=\frac{Fv}{\varepsilon i}=1-\frac{FR}{\varepsilon BL}$$

六、(20 分) 一螺线管长 L，横截面的半径为 a (a<<L)，由 N 匝表面绝缘的细导线密绕而成。略去边缘效应。

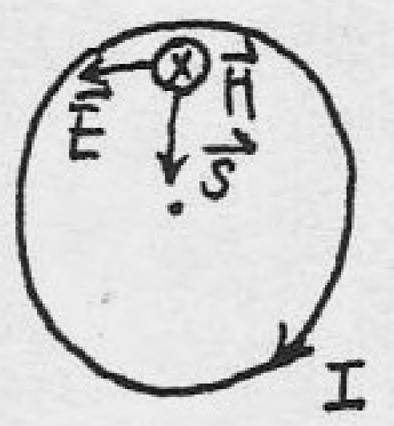
1) 当导线中的电流为 I 时，试求管内磁场的能量 W_m;

2) 当 I 增大时，试说明能量是怎样进入管内的;

3) 当电流从零增大到 I 时，试证明进入管内的能量等于管内磁场的能量。

解: (1) 螺线管内: $B=\mu_0 nI=\mu_0\frac{N}{l}I$，$l$ 为螺线管长度。故管内磁场的能量为:

$$W_m=w_m\cdot\pi a^2 l=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}\cdot\pi a^2 l=\frac{\pi\mu_0 N^2 a^2 I^2}{2l}$$



或: 螺线管的自感 $L=\mu_0 n^2 V=\frac{\pi\mu_0 N^2 a^2}{l}$，故得:

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{\pi\mu_0 N^2 a^2 I^2}{2l}$$

(2) 当电流 I 增大时，螺线管的横截面如图示。这时 $\bar{H}$ 向内，蜗旋电场 $\bar{E}$ 与 I 的方向相反，电磁场的能流密度 $\vec{S}=\bar{E}\times\bar{H}$ 向螺线管内部。这表明，当电流增大时，电磁场的能量是穿过螺线管的侧面进入螺线管内的。

(3) 单位时间进入螺线管内的能量为:

$$\frac{dW_m}{dt}=S\cdot 2\pi al=EH\cdot 2\pi al=\frac{1}{2\pi a}\frac{d\Phi}{dt}nI\cdot 2\pi al=nIl\frac{d}{dt}(\pi a^2\cdot\mu_0 nI)$$

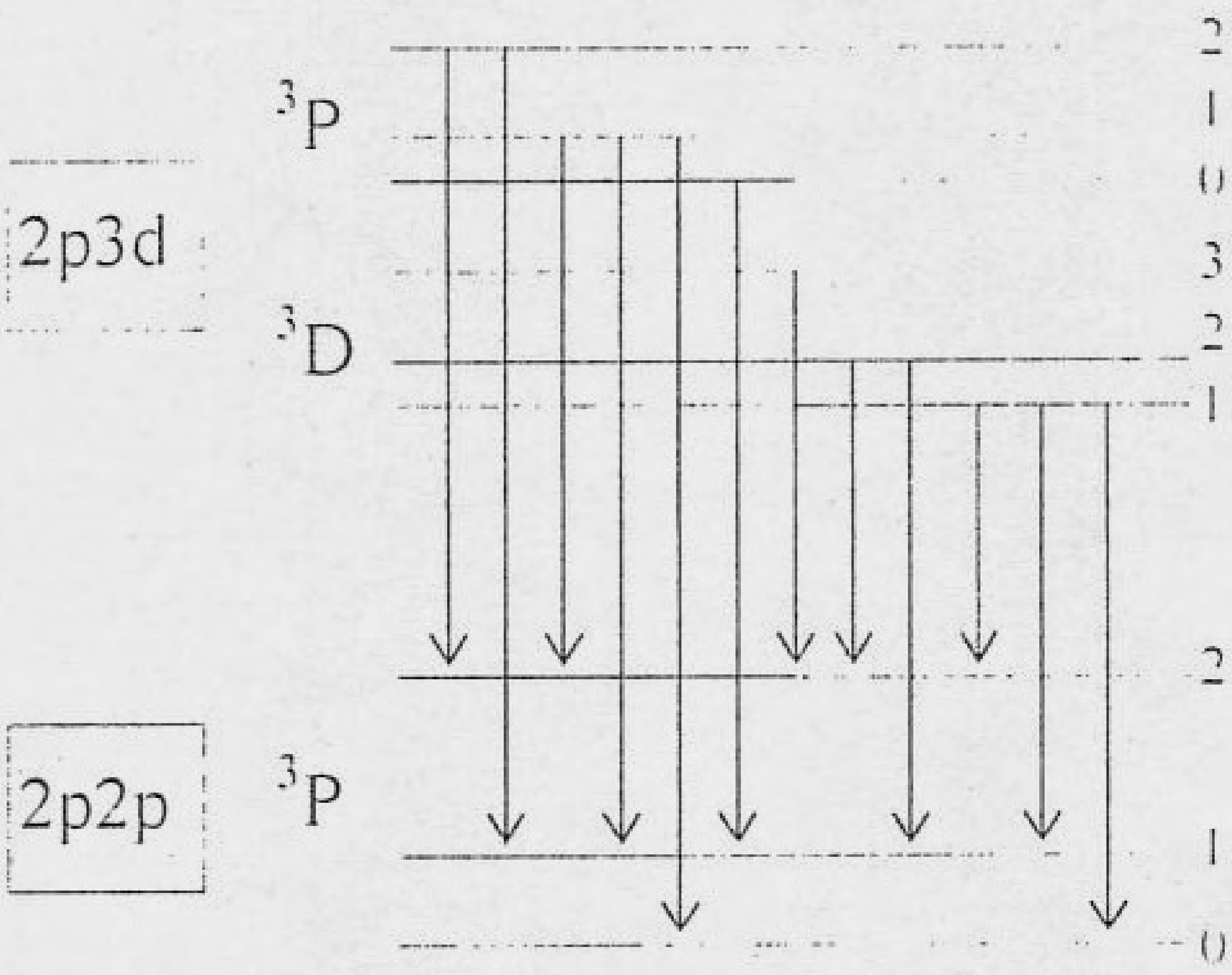
$$=\pi\mu_0 n^2 a^2 lI\frac{dI}{dt}=\frac{1}{2}\frac{\pi\mu_0 N^2 a^2}{l}\frac{dI^2}{dt}=\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}LI^2)$$

积分便得: $W_m=\frac{1}{2}LI^2$。表明进入管内的能量等于管内的磁场能量。

七、(20 分) LS 耦合和 jj 耦合是角动量耦合的两种极端情况。(1) 试问: (i) 当原子中不同电子间的自旋 (或轨道) 作用远大于同一电子的自旋-轨道作用时，适用于何种耦合? (ii) 当同一电子的自旋-轨道作用远大于不同电子间的自旋 (或轨道) 作用时，则适用于何种耦合法? (iii) 对于高激发态原子或重原子多适用于何种耦合法? (2) 按 LS 耦合确定 2p3d 电子组态与 2p2p 电子组态所能构成的全部原子态; 写出 LS 耦合辐射跃迁选择定则; 并画出 2p3d 各态直接跃迁到 2p2p 各三重态之间所有可能的跃迁。设能级均为正常次序。(不发生上述跃迁的能级可以不画)

解：（1）(i) LS 耦合；(ii)　jj 耦合；(iii)　jj 耦合。

（2）2p3d 构成的原子态有：



$^3F_{4,3,2}$； $^3D_{3,2,1}$； $^3P_{2,1,0}$；

$^1F_3$　； $^1D_2$　； $^1P_1$　；

2p2p 构成的原子态有：

$^1S_0$； $^3P_{2,1,0}$； $^1D_2$；

跃迁选择定则：

$\sum_i l_i =$ 奇 $\Leftrightarrow \sum_i l_i =$ 偶。

$\Delta S = 0$；

$\Delta L = 0, \pm 1$；

$\Delta J = 0, \pm 1$（$0 \to 0$ 除外）。

可能的跃迁如图。

八、（20 分） $^3D_3 \to {}^3F_3$ 跃迁对应的谱线，在弱磁场 B 中分裂为许多条谱线。其中满足 $\Delta M = 1$ 的谱线有多少条？它们与原谱线的波数差为多少（以洛仑兹单位表示）？若迎着磁场方向观察，这些谱线是不是右旋圆偏振光？

解：

$$g = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

$^3D_3 \to {}^3F_3$

$^3D_3$　$S_2=1$　$L_2=2$　$J_2=3$　$g_2=4/3$

$M_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$；　$M_2 g_2 = 0, \pm\frac{4}{3}, \pm\frac{8}{3}, \pm 4$；

$^3F_3$　$S_1=1$　$L_1=3$　$J_1=3$　$g_1=13/12$

$M_1 = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$；　$M_1 g_1 = 0, \pm\frac{13}{12}, \pm\frac{13}{6}, \pm\frac{13}{4}$；

$\Delta M = 1$　$M_2 = M_1 + 1$

$$\Delta(\frac{1}{\lambda}) = (M_2 g_2 - M_1 g_1)\text{L} = [(M_1+1)g_2 - M_1 g_1]\text{L}$$

$\therefore \Delta(\frac{1}{\lambda}) = (\frac{1}{4}M_1 + \frac{4}{3})\text{L}$　$M_1 = 0, \pm 1, \pm 2, -3$

$\therefore$ 它们与原谱线的波数差为 $\Delta(\frac{1}{\lambda}) = (\frac{7}{12}, \frac{10}{12}, \frac{13}{12}, \frac{16}{12}, \frac{19}{12}, \frac{22}{12})\text{L}$

共有六条谱线；若迎着磁场方向观察，这些谱线不是右旋圆偏振光。

科目名称：	普通物理 B

一．　一质点在 xoy 平面内运动，运动方程为 $\begin{cases} x = 2t \\ y = 19 - 2t^2 \end{cases}$

式中 x、y 以米计，t 以秒计。

(1) 写出 1 秒末的瞬时速度和瞬时加速度；

(2) 在什么时刻，质点的位置矢量与其速度矢量恰好垂直？这时，它们的 x、y 分量各为多少？

(3) 在什么时刻，质点离原点最近？算出这一距离。

解：1.

$$\vec{r} = 2t\vec{i} + (19 - 2t^2)\vec{j} \qquad \therefore \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 2\vec{i} - 4t\vec{j}$$

$$\therefore \vec{v}(1) = 2\vec{i} - 4\vec{j} \quad \mathrm{m \cdot s^{-1}} \quad v = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 4.47 \ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -4\vec{j}, \ \text{其大小} a = 4 \ \mathrm{m/s^2}$$

2.．

$$\vec{r} \cdot \vec{v} = [2t\vec{i} + (19 - 2t^2)\vec{j}] \cdot (2\vec{i} - 4t\vec{j}) = 4t - (19 - 2t^2)4t = 0$$

$$\therefore 4t[1 - 19 + 2t^2] = 0$$

$$\therefore t_1 = 0, \ t_2 = 3s, \ t_3 = -3s(\text{舍去})$$

t=0 时，$\begin{cases} \vec{r} = 19\vec{j} \\ \vec{v} = 2\vec{i} \end{cases}$；　t=3 时，$\begin{cases} \vec{r} = 6\vec{i} + \vec{j} \\ \vec{v} = 2\vec{i} - 12\vec{j} \end{cases}$

3.

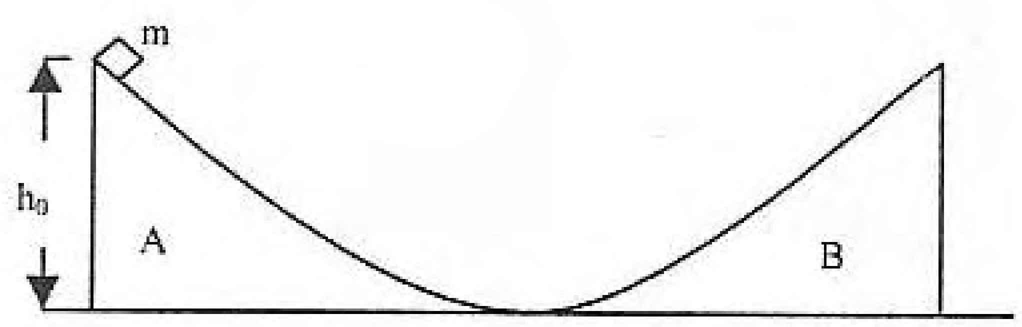
$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2t)^2 + (19 - 2t^2)^2}$$

取极值，令 $\frac{dr}{dt} = 0$ 有 $8t(1 - 19 + 2t^2) = 0$

得：$t = 0, t = 3s, t = -3s(\text{舍去})$

$r(0) = 19m, r(3) = 6.08m, \ r(0) > r(3)$

所以 t=3s 时质点的位置离原点最近，其距离为 6.08m。



二．两个形状完全相同，质量都为 M 的弧形导轨 A 和 B，放在地板上。今有一质量为 m 的小物块，由静止状态由 A 的顶端下滑，A 顶端的高度为 h_0。所有接触面均光滑，试求小物块在 B 轨上上升的最大高度（设 A、B 导轨与地面相切）。

解：设小物块沿 A 轨道下滑质地板时的速度为 v，对小物块与 A 组成的系统，应用水平方向动量守恒和机械能守恒，求出物块的水平速度：

$$\begin{cases} -Mv_A + mv = 0 & (1) \\ mgh_0 = \frac{1}{2}Mv_A^2 + \frac{1}{2}mv^2 & (2) \end{cases}$$

解得：$v = \sqrt{2Mgh_0/(M+m)}$

当小物块以初速度 v 沿 B 轨上升到最大高度 H 时，此时小物块相对 B 轨的速度为零。设小物块与 B 轨相对地沿水平发表方向的共同速度为 u，据动量守恒和机械能守恒有：

$$\begin{cases} mv = (M+m)u & (3) \\ \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(M+m)u^2 + mgH & (4) \end{cases}$$

可解得：$H = \frac{Mv^2}{2(M+m)g} = (\frac{M}{M+m})^2 h_0$

三. 飞轮肆自身轴的转的惯量为 I_0，初角速度为 w_0，作用在飞轮上的阻力矩为 $M=\alpha w$（α 为常量），试求飞轮的角速度减到 $\frac{w_0}{2}$ 时所需的时间，以及在这段时间内飞轮转过的圈数 N。

解：据转动定律：

$$-\alpha\omega = \frac{dL}{dt} = I_0\frac{d\omega}{dt} \Rightarrow \frac{d\omega}{\omega} = -\frac{\alpha}{I_0}dt$$

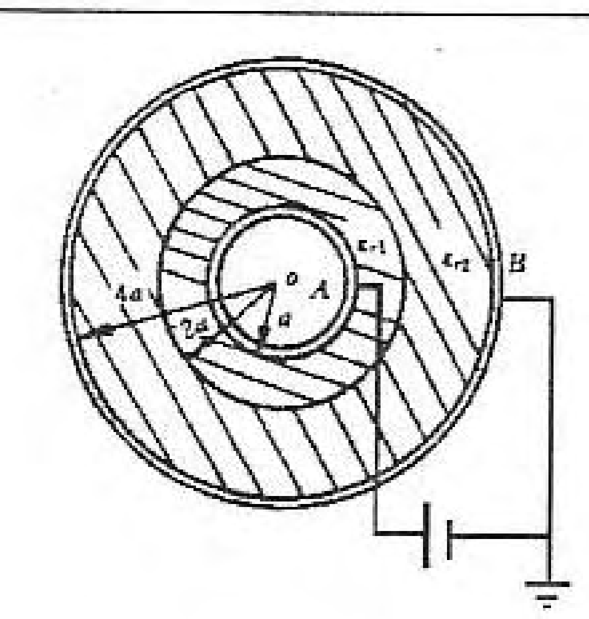
两边积分：$\int_{\omega_0}^{\omega}\frac{d\omega}{\omega} = \int_0^t(-\frac{\alpha}{I_0})dt \Rightarrow \omega = \omega_0 e^{-\frac{\alpha}{I_0}t}$

当 $\omega = \frac{\omega_0}{2}$ 时，$t = t_1 = \frac{I_0}{\alpha}\ln 2$

转过角度：

$$\Delta\theta = \int_0^{t_1}\omega dt = \int_0^{t_1}\omega_0 e^{-\frac{\alpha}{I_0}t}dt = \frac{I_0\omega_0}{\alpha}(1 - e^{-\frac{\alpha}{I_0}t_1}) = \frac{I_0\omega_0}{2\alpha}$$

转过圈数：$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{I_0\omega_0}{4\pi\alpha}$

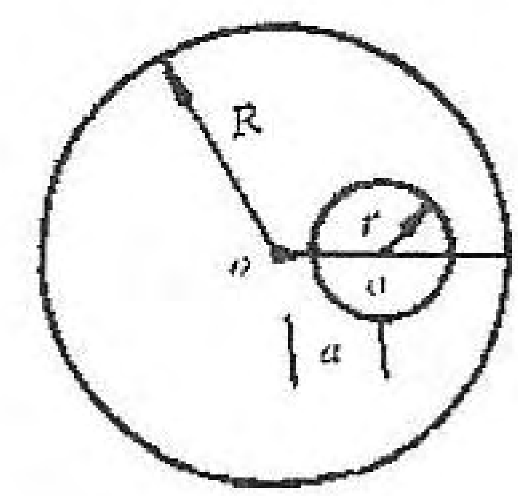


四、A、B为两同心导体薄球壳，其半径分别为a和4a，球壳间充满两层电介质。介质分界面的半径为2a。两层介质的相对介电常数分别为$\varepsilon_{r1}=4$，$\varepsilon_{r2}=2$。A、B间接有电源．A球壳带电为+Q，如图所示。

求：(1) r=a处的D、E、P；(2) A球壳的电位；(3) r = 2a到r = 4a空间的电场能量。

解：（1）据高斯定理可求得：$a<r<2a$间的$\vec{D}=\dfrac{Q}{4\pi r^2}\hat{r}$

$\therefore$当$r=a$时，$\vec{D}=\dfrac{Q}{4\pi a^2}\hat{r}$，$\vec{E}=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}a^2}\hat{r}$，



$\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_{r1}-1)\vec{E}=\dfrac{(\varepsilon_{r1}-1)Q}{4\pi\varepsilon_{r1}a^2}\hat{r}=\dfrac{3Q}{16\pi a^2}\hat{r}$

（2）$U=\displaystyle\int_a^{2a}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r1}r^2}dr+\int_{2a}^{4a}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}r^2}dr=\frac{Q}{16\pi\varepsilon_0 a}$

(3) $W=\displaystyle\int_V w_e dV=\int_V\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2 dV=\frac{1}{2}\int_{2a}^{4a}\varepsilon_0\varepsilon_{r2}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r2}r^2}\right)^2\cdot 4\pi r^2dr=\frac{Q^2}{64\pi\varepsilon_0 a}$

五、在半径为5cm的无限长金属圆柱内部挖去一半径为$r=1.5cm$的无限长圆柱体，两柱体轴线平行，轴间距离a=2.5cm。现在此空心导体上通以电流5A，电流沿截面均匀分布，求导体空心部分轴线上任一点的磁感应强度$\vec{B}$。

解：空心导体柱横截面上电流的分布为：$j=\dfrac{I}{\pi(R^2-r^2)}$

现把空心柱看成有相同电流密度的实心柱与反向等电流密度（半径为r的）小导体柱的叠加。则空心柱轴线上任一点的磁场由这两部分电流共同产生，以0为圆心、以00′为半径作环路得：

$B_1 2\pi a=\mu_0 j\pi a^2=\dfrac{\mu_0 I\pi a^2}{\pi(R^2-r^2)}$，$B_1=\dfrac{\mu_0 Ia}{2\pi(R^2-r^2)}$

小柱体（反向电流）在自己的轴上的磁场为零。

$$\therefore B_{O'}=B_1=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi(R^2-r^2)}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times5\times2.5\times10^{-2}}{2\pi(5^2-1.5^2)\times10^{-4}}=1.1\times10^{-9}(T)$$

六、同轴圆柱和圆筒导体组成的无限长电缆，其间充满了磁导率为μ的介质。内圆柱和外圆筒内层的半径分别为R_1和R_2。求：单位长度电缆的自感系数。若圆柱和圆筒导体流过大小相等方向相反的电流，电流以$\frac{di}{dt}$的速率增强. 问单位长度电缆的自感电动势是多少？

解：电缆的电流回路是通过轴线的纵截面在电缆内外导体上截出的相距R_2-R_1的平行往返回路。设电缆电流为I，对于长为l的一段矩形回路，由$\phi=LI$即可求出该段电缆的自感系数。

据圆柱电流的磁场公式，在两导体之间离轴线为 r 处的磁感应强度为：$B=\frac{\mu I}{2\pi r}$对于长为l的回路部分，距轴线 r 处的面积元$dS=ldr$的磁通量：

$$d\phi=BdS=\frac{\mu Il}{2\pi}\cdot\frac{dr}{r}$$

而穿过回路的总磁通量：$\phi=\int_S d\phi=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\mu Il}{2\pi}\frac{dr}{r}=\frac{\mu Il}{2\pi}\ln(\frac{R_2}{R_1})$

由$\phi=LI$，得长为l的一段电缆的自感系数为：$L=\frac{\phi}{I}=\frac{\mu l}{2\pi}\ln(\frac{R_2}{R_1})$

单位长度电缆的自感系数为：$L_0=\frac{\mu}{2\pi}\ln(\frac{R_2}{R_1})$。

当电流以$\frac{di}{dt}$速率变化时，对应的自感电动势为：$\varepsilon_L=-L_0\frac{di}{dt}=-\frac{\mu}{2\pi}\ln(\frac{R_2}{R_1})\frac{di}{dt}$

七、氢原子由基态被激发到$n=4$的激发态，请问：

（1） 原子吸收的能量？

（2） 原子回到基态时可能发射的光子的波长，并标明他们所属的谱系。

（$h=6.6260755\times10^{-34}J\cdot s$，$c=299792548m\cdot s^{-1}$）

解：（1）由公式：$E_n=-\frac{1}{2n^2}m_e\alpha^2c^2$ （$\alpha=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}=7.2973508\times10^{-3}\approx\frac{1}{137}$）

或 $E_n=-\frac{2\pi^2m_ee^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2h^2n^2}$ （$n=1,2,3,\cdots$）

可知：$E_4=\frac{E_1}{n^2}\approx-\frac{13.6}{16}=-0.85(eV)$

原子吸收能量为：$E=E_4-E_1=12.75eV$

（3） 第四激发态回到基态时，其辐射可能的波长为：

- $n=4\to n=1$，$\lambda=\dfrac{hc}{E}=\dfrac{1242}{E}=97.4nm$ （赖曼系）
- $n=4\to n=2$，$\lambda=\dfrac{1242}{3.4-0.85}=487nm$

  相应 $\bar{\nu}=R_H(\dfrac{1}{2^2}-\dfrac{1}{4^2})$ （巴耳末系）
- $n=2\to n=1$，$\lambda=\dfrac{1242}{13.6-3.4}=121.7nm$，$\bar{\nu}=R_H(\dfrac{1}{1^2}-\dfrac{1}{2^2})$ （赖曼系）
- $n=4\to n=3$，$\lambda=\dfrac{1242}{1.5-0.85}=1910.7nm$，$\bar{\nu}=R_H(\dfrac{1}{3^2}-\dfrac{1}{4^2})$ （帕邢系）
- $n=3\to n=1$，$\lambda=\dfrac{1242}{13.6-1.5}=102.6nm$ （赖曼系）
- $n=3\to n=2$，$\lambda=\dfrac{1242}{3.4-1.5}=653.6nm$ （巴耳末系）

八、一电子束在电场中经电压 V 加速

（1） 求电子在离开电场后的德布罗意波波长是多少？

（2） 此德布罗意波的相速度是多少？群速度是多少？

（3） 把电子束射到一块单晶上，在入射方向与晶面成 θ 角时，观察到散射电子束的低一级强度极大值，问晶面间的距离是多少？

解：（1）

$$\frac{1}{2}mv^2=eV$$

$$\lambda=\frac{h}{mv}=\frac{h}{\sqrt{2emV}}=\frac{12.25}{\sqrt{V}}(\overset{0}{A})$$

（2）相速：$v_p=\dfrac{\omega}{k}=\dfrac{E/\hbar}{P/\hbar}=\dfrac{E}{P}=\dfrac{eV}{\sqrt{2emV}}=\sqrt{\dfrac{eV}{2m}}$

群速：$v_g=\dfrac{d\omega}{dk}=\dfrac{dE}{dP}=\dfrac{P}{m}=v=\sqrt{\dfrac{2eV}{m}}$

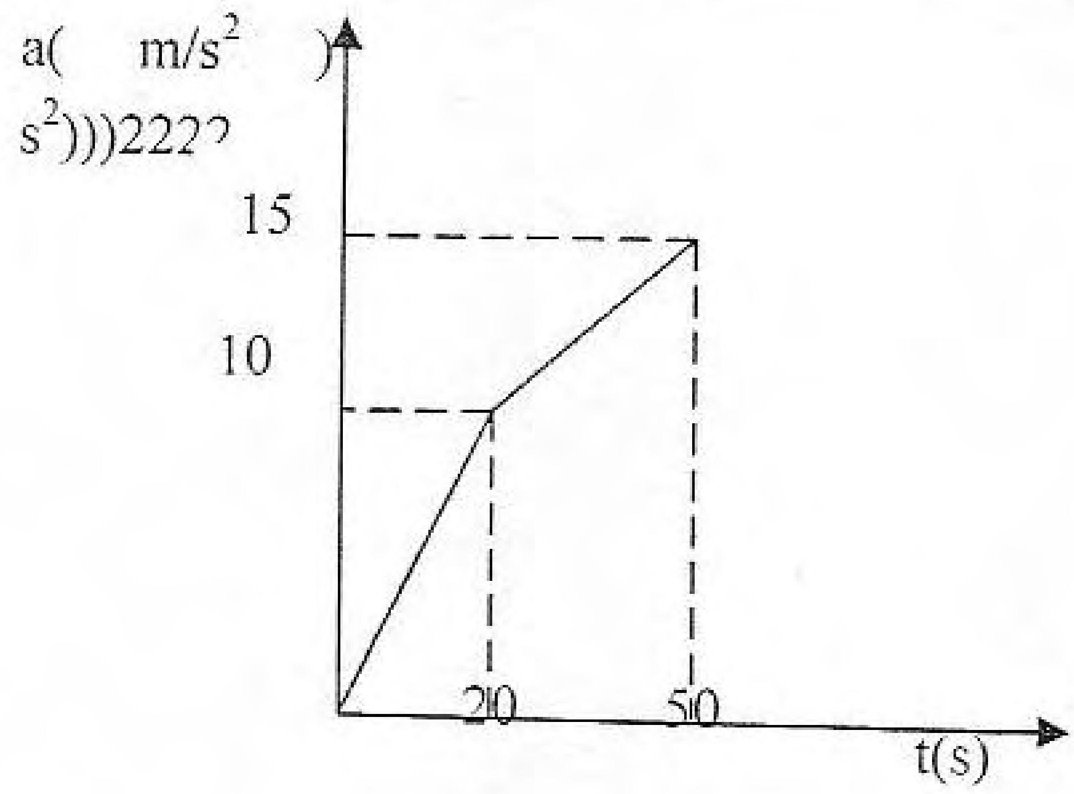
（3）据布拉格公式：

$2d\sin\theta=\lambda=\dfrac{12.25}{\sqrt{V}}(\overset{0}{A})$ 有：

$d=\dfrac{12.25}{2\sin\theta\sqrt{V}}\overset{0}{A}$

科目名称:	普通物理 A

一. （15 分）火箭沿竖直方向由静止向上发射，加速度随时间的变化规律如图所示。



试求:（1）火箭在 t=50s 时燃料用完瞬间所能达到的高度;

（2）此时刻火箭的速度。

解: 第一阶段: a 与 t 呈线性关系:

$$a = \alpha t + \beta$$

当 t=0 时，$a = 0$，$\therefore \beta = 0$;

当 t=20 时，$a = 10$，$\therefore \alpha = 1/2$。$\therefore a = \frac{1}{2}t$

$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2}t \quad \therefore dv = \frac{1}{2}tdt$ 两边积分得: $v = \frac{1}{4}t^2$

而 $v = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{4}t^2 \quad \therefore dx = \frac{1}{4}t^2 dt$

$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{1}{4}t^2 dt \Rightarrow x = \frac{1}{12}t^3$

当 t=20 时，$x = \frac{2000}{3}m$。

第二阶段: $a = \alpha' t + \beta'$

当 t=20 时，$a = 10$; 当 t=50 时，$a = 15 \therefore \alpha' = \frac{1}{6}$，$\beta' = \frac{20}{3}$。$\therefore a = \frac{1}{6}t + \frac{20}{3}$

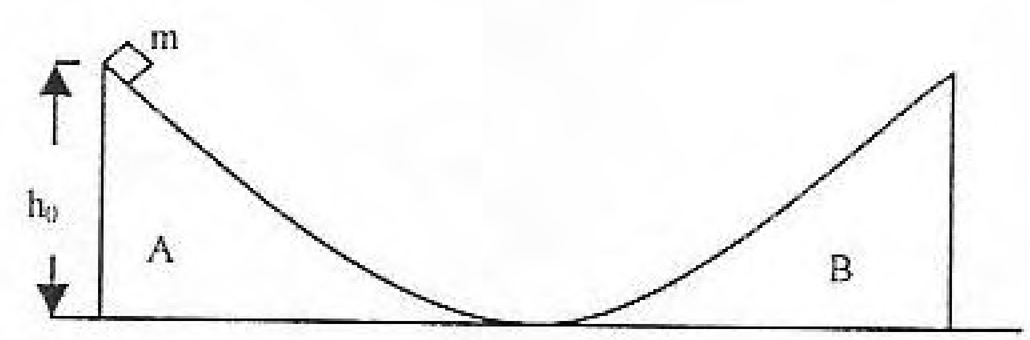
$dv = (\frac{1}{6}t + \frac{20}{3})dt \Rightarrow \int_{00} dv = \int_{20} (\frac{1}{6}t + \frac{20}{3})dt \Rightarrow v = \frac{1}{12}t^2 + \frac{20}{3}t - \frac{2000}{3}$

在积分:

$\int_{\frac{2000}{3}}^x dx = \int_{20} (\frac{1}{12}t^2 + \frac{20}{3}t - \frac{2000}{3})dt \Rightarrow x = \frac{1}{36}t^3 + \frac{20}{6}t^2 - 66.6t + 444.4$

当 $t = 50s$ 时，$v = 475m/s$，$x = h = 8918.0m$

二. 两个形状完全相同，质量都为 M 的弧形导轨 A 和 B，放在地板上。今有一质量为 m 的小物块，由静止状态由 A 的顶端下滑，A 顶端的高度为 h_0。所有接触面均光滑，试求小物块在 B 轨上上升的最大高度（设 A、B 导轨与地面相切）。



解：设小物块沿A轨道下滑质地板时的速度为v，对小物块与A组成的系统，应用水平方向动量守恒和机械能守恒，求出物块的水平速度：

$$\begin{cases} -Mv_A + mv = 0 & (1) \\ mgh_0 = \dfrac{1}{2}Mv_A^2 + \dfrac{1}{2}mv^2 & (2) \end{cases}$$

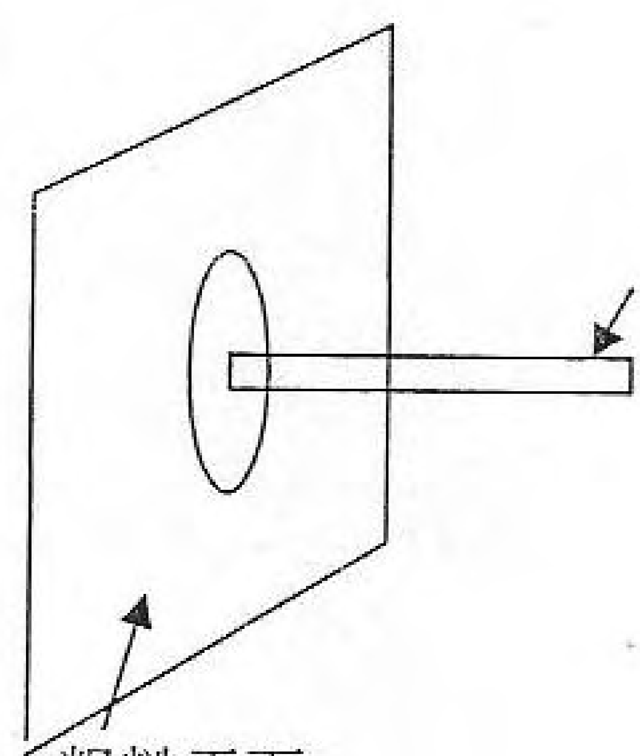
解得：$v = \sqrt{2Mgh_0/(M+m)}$

当小物块以初速度v沿B轨上升到最大高度H时，此时小物块相对B轨的速度为零。设小物块与B轨相对地沿水平发表方向的共同速度为u，据动量守恒和机械能守恒有：

$$\begin{cases} mv = (M+m)u & (3) \\ \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}(M+m)u^2 + mgH & (4) \end{cases}$$

可解得：$H = \dfrac{Mv^2}{2(M+m)g} = (\dfrac{M}{M+m})^2 h_0$

三、　以力$\vec{F}$将一块粗糙平面紧压在轮上，平面与轮之间的滑动摩擦系数为μ，轮的初角速度为ϖ_0，问转过多少角度时轮即停止转动？已知轮的半径为R，质量为m，可看作均质圆盘。轴的质量忽略不计，该压力F均匀分布在轮面上。



解：盘面单位面积上的压力为：$\dfrac{F}{\pi R^2}$

以轮心为中心，以r为半径，取宽为dr的环，

则环上所受的压力为：$dF = \dfrac{F}{\pi R^2}2\pi r dr$

环上所受的摩擦力为：

$$df = \mu dF = \mu\frac{F}{\pi R^2}2\pi r dr = \mu\frac{2F}{R^2}r dr$$

df对轴的力矩：$d\vec{M} = \vec{r}\times\vec{F}$　　$\vec{r}\perp\vec{F}$　　$\therefore dM = 2\mu\dfrac{F}{R^2}r^2 dr$

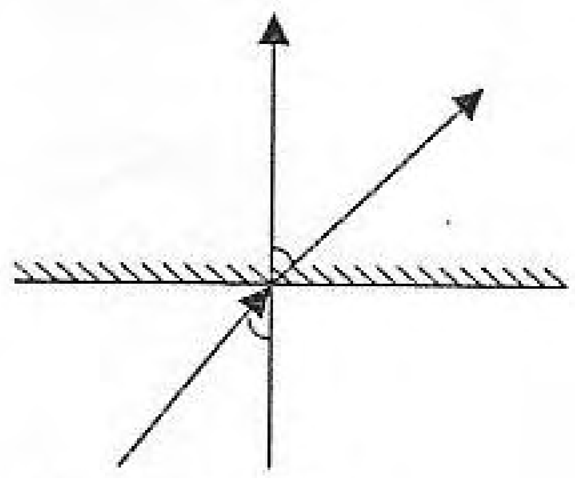
整个圆盘所受的摩擦力矩为：$M = \int_0^R 2\mu\dfrac{F}{R^2}r^2 dr = \dfrac{2}{3}\mu FR$

由动能定理：$-M\varphi = 0 - \dfrac{1}{2}I\varpi_0^2$

$$\therefore \varphi = \frac{3mR\varpi_0^2}{8\mu F}$$

四、（1）当两种绝缘介质的交界面上没有自由电荷时，交界面两侧电力线与交界面法线的夹角θ_1和θ_2满足$\dfrac{tg\theta_1}{tg\theta_2}=\dfrac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$，式中$\varepsilon_{r1}$、$\varepsilon_{r2}$分别为两介质的相对介电常数。试证明上述结论。（2）当两种导电介质内部都有稳恒电流时，交界面两侧电力线与交界面法线的夹角θ_1和θ_2满足$\dfrac{tg\theta_1}{tg\theta_2}=\dfrac{\sigma_1}{\sigma_2}$，式中$\sigma_1$、$\sigma_2$分别为两介质的电导率。试证明上述结论。（3）当导体（电导率σ）与绝缘体（绝对介电常数ε）接触时，交界面两侧电力线与法线的夹角又如何？

解:（1）因为交界面上没有自由电荷，故边值关系为:



$$E_{1t}=E_{2t},\quad D_{1n}=D_{2n}$$

$\vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}$，故：$\varepsilon_{r1}E_{1n}=\varepsilon_{r2}E_{2n}$，所以:

$$\frac{tg\theta_1}{tg\theta_2}=\frac{E_{1t}/E_{1n}}{E_{2t}/E_{2n}}=\frac{E_{2n}}{E_{1n}}=\frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$$

（2）在稳恒电流的情况下，由稳恒条件：$\oiint_S \vec{j}\cdot d\vec{S}=0$，在交界面上有:

$$j_{1n}=j_{2n}$$

由欧姆定律$\vec{j}=\sigma\vec{E}$可知：$\sigma_1E_{1n}=\sigma_2E_{2n}$，

又因为：$E_{1t}=E_{2t}$，故得:

$$\frac{tg\theta_1}{tg\theta_2}=\frac{E_{1t}/E_{1n}}{E_{2t}/E_{2n}}=\frac{E_{2n}}{E_{1n}}=\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$$

（3）分两种情况分析:

- 在静电情况下，导体内$\vec{E}_1=0$，故谈不上$\vec{E}_1$与法线的夹角；在介质一侧，由边值关系$E_{2t}=E_{1t}=0$，故电场强度$\vec{E}_2$垂直于交界面，即$\vec{E}_2$与法线的夹角为零。
- 在稳恒电流的情况下，设导体一侧的电流密度为$\vec{j}_1$，则因绝缘体中的电流密度$\vec{j}_2=0$，由稳恒条件$j_{1n}=j_{2n}=0$。由欧姆定律$\vec{j}_1=\sigma\vec{E}_1$，得：$E_{1n}=0$，故导体一侧$\vec{E}_1$与法线的夹角为90度；在绝缘体一侧，由边值关系:

$$E_{2t}=E_{1t}$$

$$D_{2n}-D_{1n}=D_{2n}=\varepsilon_2E_{2n}=\sigma_{e0}$$

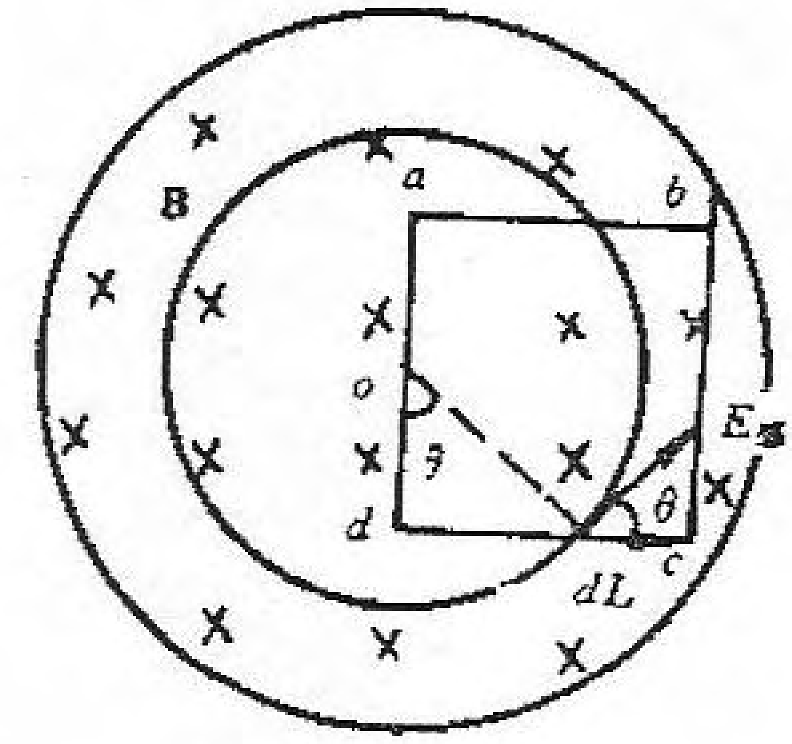
式中σ_{e0}为导体表面上的自由电荷面密度。所以:

$$tg\theta_2=\frac{E_{2t}}{E_{2n}}=\frac{E_{1t}}{\sigma_{e0}/\varepsilon_2}=\frac{\varepsilon_2}{\sigma_{e0}\sigma}j_1$$

五、在圆柱形区域内．沿轴向有一均匀磁场，如图所示，磁感应强度为B，且$\frac{dB}{dt}$以恒定值增大。一个边长为L的正方形金属框置于该磁场中，框面垂直于轴线，轴线与框的一边ad相交于ad的中点0。求各边及整个回路的感生电动势。

解：在本题中感生电动势的方向为逆时针。在圆柱形区域内，感生电场的大小为$E_{感}=\frac{\mathrm{r}}{2}\frac{\mathrm{dB}}{\mathrm{dt}}$。在dc边上取一线元$d\bar{l}$，$d\bar{l}$与$\bar{E}_{感}$的夹角为θ。由感生电动势的公式可知：

$\varepsilon_{dc}=\int_d^c\bar{E}_{感}\cdot d\bar{l}=\int_d^c E_{感}\cos\theta dl$，由题中几何关系可得：



$$\cos\theta=\frac{l/2}{r}=\frac{l}{2r}$$

$$\therefore\varepsilon_{dc}=\int_d^c\frac{r}{2}\frac{dB}{dt}\frac{l}{2r}dl=\frac{1}{4}\frac{dB}{dt}\int_d^c dl=\frac{l^2}{4}\frac{dB}{dt}>0$$

方向从$d\to c$。

对于cb段，用同样方法计算。此时$\cos\theta=\frac{l}{r}$，所以得到：$\varepsilon_{cb}=\frac{l^2}{2}\frac{dB}{dt}>0$，方向从$c\to b$

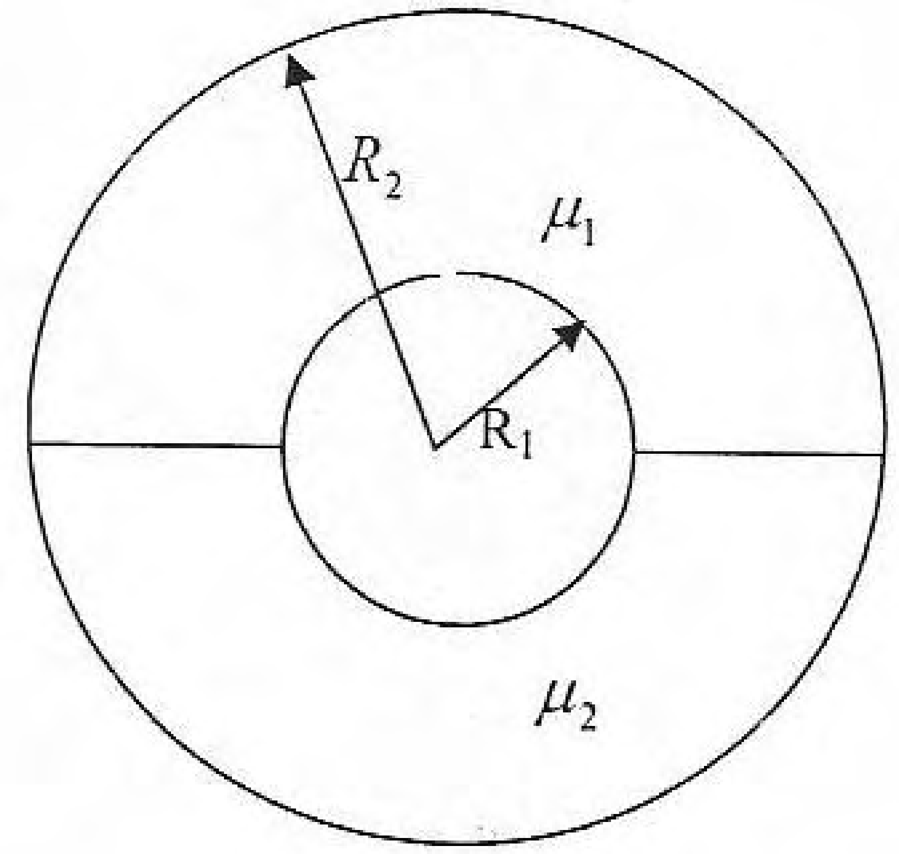
同理可得：$\varepsilon_{ba}=\frac{l^2}{4}\frac{dB}{dt}>0$，方向从$b\to a$

对于ad段，∵它是沿着径向的，$d\bar{l}$与$\bar{E}_{感}$的方向永相垂直，故$\varepsilon_{ad}=0$。

整个回路的感生电动势：

$$\varepsilon=\varepsilon_{dc}+\varepsilon_{cb}+\varepsilon_{ba}+\varepsilon_{ad}=l^2\frac{dB}{dt}$$

六、半径分别为R_1和R_2的两个共轴导体圆柱面组成一长直电缆，在两圆柱面之间填满磁导率为μ_1和μ_2的两种各向同性均匀磁介质，各占一半空间，且介质界面为通过电缆轴的平面，如图所示。设通过电缆的电流强度为I，求介质中的磁场分布和在$r=R_1$处介质—导体毗连面上的电流分布。



解：本题属于介质界面与磁力线垂直的情况。取半径为 r（$R_1 < r < R_2$）的圆回路作为安培环路，则：

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_L \frac{\vec{B}}{\mu\mu_0} \cdot d\vec{l} = \frac{B}{\mu_1\mu_0}\pi r + \frac{B}{\mu_2\mu_0}\pi r = I$$

故：

$$B = \frac{\mu_0\mu_1\mu_2 I}{\pi(\mu_1+\mu_2)r}, \quad \mathrm{H}_1 = \frac{B}{\mu_0\mu_1} = \frac{\mu_2 I}{\pi(\mu_1+\mu_2)r}, \quad H_2 = \frac{B}{\mu_0\mu_2} = \frac{\mu_1 I}{\pi(\mu_1+\mu_2)r}$$

$$M_1 = \frac{B}{\mu_0} - H_1 = \frac{\mu_2(\mu_1-1)I}{\pi(\mu_1+\mu_2)r}, \quad M_2 = \frac{B}{\mu_0} - H_2 = \frac{\mu_1(\mu_2-1)I}{\pi(\mu_1+\mu_2)r}$$

对于$r < R_1$和$r > R_2$，恒有 $B = H = M = 0$。在$r = R_1$处的磁化面电流和传导面电流密度为：

$$i' = \begin{cases} M_1(R_1) = \dfrac{\mu_2(\mu_1-1)I}{\pi(\mu_1+\mu_2)R_1} & (介质1) \\ M_2(R_1) = \dfrac{\mu_1(\mu_2-1)I}{\pi(\mu_1+\mu_2)R_1} & (介质2) \end{cases}$$

$$i_0 = \begin{cases} H_1(R_1) = \dfrac{\mu_2 I}{\pi(\mu_1+\mu_2)R_1} & (介质1) \\ H_2(R_1) = \dfrac{\mu_1 I}{\pi(\mu_1+\mu_2)R_1} & (介质2) \end{cases}$$

七、(1)用玻尔理论证明：氢原子基态的轨道半径为玻尔半径$a_0 = \dfrac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$

(2)氢原子的径向波函数为$\psi = Ae^{-\frac{r}{a_0}}$，式中 A 为常数，求 r 为何值时电子的几率密度为最大？最大几率密度为多少？

解：(1) 电子运动方程为：$\dfrac{mv^2}{r} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e^2}{r^2}$

按玻尔理论有：$mvr = n\hbar = n\dfrac{h}{2\pi}$ $\quad (n = 1,2,3,\cdots)$

由以上两式，得：$r = \dfrac{n^2\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$

对基态，n=1，$r = \dfrac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2}$

（2）电子的几率密度为：

$$\rho = 4\pi r^2 \psi\psi^* = 4\pi|A|^2 r^2 e^{-\frac{2r}{a_0}}$$

几率最大，有：$\dfrac{d\rho}{dr} = 4\pi|A|^2(2r - \dfrac{2r^2}{a_0})e^{-\frac{2r}{a_0}} = 0$

得：$r = a_0$

进一步验证可知：$\dfrac{d^2\rho}{dr^2} < 0$，故 $r = a_0$ 时 ρ 达到最大值。

$$\rho_{\max} = 4\pi|A|^2 a_0^2 e^{-2}$$

八、钾是 $z = 19$ 的碱金属原子。问：

（1）钾基态的电子组态是什么？

（2）该态的量子数 L, S, J 各为多少？光谱项怎么写？

（3）其第一激发态光谱项如何写？电子组态是什么？

解:（1）基态电子组态为：$(1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^2(3p)^6(4s)^1$

（2）由于钾原子内层（除价电子）电子与原子核组成了对称而稳定的原子实，其轨道角动量、自旋角动量与总角动量均为零。所以钾的量子数由价电子决定。基态价电子为 4s, 故有：

$$L = 0,\ S = \frac{1}{2},\ J = \frac{1}{2}$$

光谱项为：${}^2S_{1/2}$

（3）钾原子的第一激发态为：3^2D，其价电子态为：3d，电子组态为：

$$(1s)^2(2s)^2(2p)^6(3s)^2(3p)^6(3d)^1$$

计算知其相应的量子数为：L=2；S=1/2；J=3/2, 5/2。故考虑精细结构时其光谱项为：

${}^2D_{3/2}$，${}^2D_{5/2}$

中国科学院研究生院

2007 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：普通物理(甲)

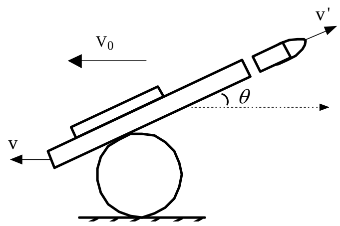
考生须知：

1．本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2．所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一、　　选择题(共 49 分)

1. 以速度V_0前进的炮车，向后发射一炮弹，已知炮弹仰角为θ，炮车和炮弹的质量分别为M和m，炮弹相对炮口的出口速度为V'，并设炮车的反冲速度为V，水平外力不计，则系统水平方向的动量守恒方程为

   (A) $\left(M+m\right)V_0 = MV - mV'\cos\theta$；
   (B) $\left(M+m\right)V_0 = MV - m\left(V'\cos\theta - V\right)$；
   (C) $\left(M+m\right)V_0 = MV - m\left(V'\cos\theta + V\right)$；
   (D) $\left(M+m\right)V_0 = MV + mV'\cos\theta$。



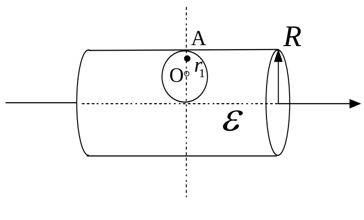
2. 一辆汽车以10m/s的速率沿水平路面直线前进，当司机发现前方事件后开始紧急刹车，以加速度$-0.2\mathrm{m/s^2}$做匀减速运动，则刹车后一分种汽车的位移是
   (A) 30m； (B) 240m； (C) 250m； (D) 360m。

3. 边长为a的等边三角形的三个顶点上放置正电荷分别为$q, 2q, 3q$。若将正电荷Q从无穷远移到等边三角形的中心，所需做的功是
   (A) $6\sqrt{3}qQ/(4\pi\varepsilon_0 a)$； (B) $8\sqrt{3}qQ/(4\pi\varepsilon_0 a)$；
   (C) $2\sqrt{3}qQ/(4\pi\varepsilon_0 a)$； (D) $4\sqrt{3}qQ/(4\pi\varepsilon_0 a)$。

4. 一半径为 R 的无限长均匀带电圆柱体, 介电常数为ε, 体电荷密度为ρ。如果在圆柱体内挖去一个半径为$R/2$的球状介质, 位置如图所示, 球的表面恰好与圆柱体表面及中轴线相切。已知真空介电常数为ε_0，则球形空腔内 A 处(A 距球心 O 的距离为r_1, AO 连线垂直于中轴线)的电场强度大小为

   (A) $\dfrac{\rho(R+2r_1)}{4\varepsilon}+\dfrac{\rho r_1}{3\varepsilon}$； (B) $\dfrac{\rho(R+2r_1)}{4\varepsilon}-\dfrac{\rho r_1}{3\varepsilon_0}$；

   (C) $-\dfrac{\rho r_1}{3\varepsilon}$； (D) $\dfrac{\rho(R+2r_1)}{4\varepsilon}-\dfrac{\rho r_1}{3\varepsilon}$。



5. 在 LS 耦合下，两个等价 p 电子能形成的原子态是：

(A) ^1D，^3D；　　(B) ^1P，^1D，^3P，^3D；

(C) ^1D，^3P，^1S；　　(D) ^1D，^3D，^1P，^3P，^1S，^3S。

6. 线偏振光通过 1/4 波片后，不可能产生

(A) 线偏振光；　　(B) 圆偏振光；

(C) 椭圆偏振光；　　(D) 部分偏振光。

7. 若只用绝热方法使系统从初态变到终态，则

(A)对于联结这两个态的不同绝热路径，所做的功不同；

(B)对于联结这两个态的所有绝热路径，所做的功都相同；

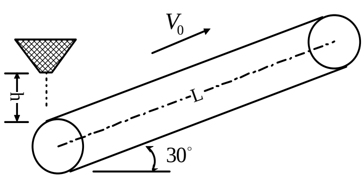
(C)由于没有热量的传递，所以没有做功；

(D)系统的总内能将随不同的路径而变化。

二、　　(共 25 分)

在工厂中，矿砂通过传送带输运。如图所示，传送带长 L=15 m、倾斜角度为 30°，始终维持匀速运动，速率为 $V_0 = 1.5\text{m/s}$。装矿砂的料槽距传送带高 $h = 1.25\text{m}$，矿砂与传送带间的最大静摩擦系数为 $\mu = \sqrt{3}/2$，取重力加速度 $g = 10m/s^2$。

当 $t = 0$ 时刻，矿砂开始从料槽均匀下落，流量为 $q = 50\text{kg/s}$，落到传送带上经过瞬间的相互作用后，与传送带同速运动。已知相互作用过程中无相对运动，静摩擦力恰好达到最大值。求：

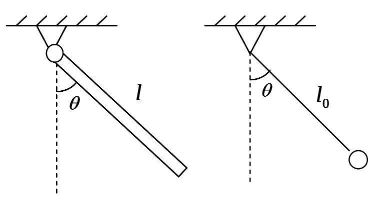


(1) 当矿砂落到传送带上的瞬间，单位质量矿砂受到传送带的作用力大小；

(2) 电动机拖动传送带的功率随时间变化的关系。

三、　　(共 20 分)

一质量为 m、长度为 l 的均匀直杆，一端悬挂于某固定支点。杆可绕支点在竖直平面内自由转动，与重力方向的偏角记为 θ，如图(a)。现将该直杆从偏角 θ_0 处无初速度释放，忽略一切摩擦力。问：



(a)　　(b)

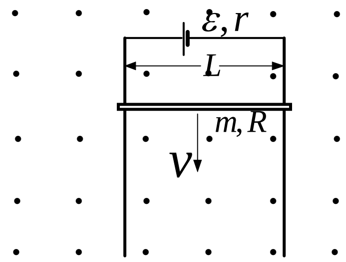
(1) 当 θ_0 很小时，求直杆的振动周期 T。

(2) 求出与直杆具有相同周期(小角度摆动)的质量为 m 的单摆(如图(b))的长度。

(3) 若将两者从相等的任意偏角 θ 处无初速度释放($0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$)，求两者周期之比。

四、　（共 20 分）

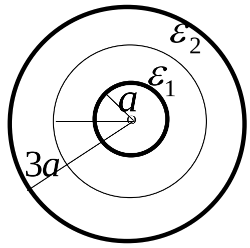
如右图所示。竖直导电双杆平行相距为 L；其顶端连有一内阻为 r、电动势为 ε 的电源；在双杆上还套有一质量为 m、电阻为 R 的均匀细棒，且平行于水平面；在垂直于双杆所在平面，还加有一水平方向的均匀磁场 B。让均匀细棒从静止开始下滑，且假定双杆足够长、略去双杆与细棒的摩擦力、空气阻力及双杆的电阻。



(1) 若细棒下滑速度为 V，求细棒上的电动势的大小与方向；
(2) 若细棒下滑速度为 V，求通过细棒的电流；
(3) 求细棒下落的速度随时间的变化关系。

五、　（共 20 分）

有一球型电容器，内、外球壳的半径分别为 $a, 3a$，两球壳间充满两层等厚度的电介质，其相对介电常数分别为 ε_1 和 ε_2。如图所示。



(1) 求电容；
(2) 设在内外球壳间加上电压 V，求球壳间总电场能量；
(3) 求两介质界面处两边的能量密度之差。

六、　（共 8 分）

垂直入射的白光，从放置在空气中的均匀的薄膜表面反射，对于波长 $\lambda_1 = 680\text{nm}$ 的光有一个干涉极大，而对波长为 $\lambda_2 = 510\text{nm}$ 的光有一个干涉极小。已知此薄膜的折射率 $n = 1.33$，求它的最小厚度。

七、　（共 8 分）

锂原子 Li 的原子序数为 3，
(1) 写出基态电子组态；
(2) 把锂原子看成类氢原子，求其最外层电子的电离能(单位用 eV 表示)，并定性解释它与实验值 5.39 eV 的差别原因何在？（氢原子电离能为 13.602 eV）。

中国科学院研究生院

2007 年招收攻读硕士学位研究生入学统一考试试题

科目名称：普通物理(乙)

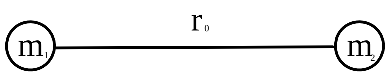
考生须知：

1．本试卷满分为 150 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2．所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。

一、　选择题(共 56 分)

1. 以下说法有几个正确？
   (1) 不受外力作用的系统，它的总动量必然守恒；
   (2) 不受外力作用的系统，它的总机械能必然守恒；
   (3) 只有保守内力作用而不受外力作用的系统，它的总动量和总机械能必然都守恒。
   (A) 1 个；　(B) 2 个；　(C) 3 个；　(D) 都不对。

2. 如图，质量为 m_1 和 m_2 的两个小球由一轻



棒连接，相距为 r_0。令 $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$，则两质点对垂直于棒并通过质心的轴的转动惯量为

(A) $2\dfrac{1}{2}\mu r_o^2$；　(B) μr_o^2；　(C) $(m_1 + m_2)\mu r_o^2$；　(D) $\dfrac{\mu r_o^2}{m_1 + m_2}$。

3. 在正立方体形的电路的每边都有一个 2 欧姆的电阻，则该正立方体电路上相距最远的两顶角间的电阻是
   (A) 8/12 欧姆;　(B) 12/12 欧姆;　(C) 16/12 欧姆;　(D) 20/12 欧姆。

4. 一半径为 R 的导体球表面的面电荷密度为 σ，则在距球面距离为 R 处的电场强度为
   (A) $\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$；　(B) $\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$；　(C) $\dfrac{\sigma}{4\varepsilon_0}$；　(D) $\dfrac{\sigma}{8\varepsilon_0}$。

5. 单色光从空气进入水中
   (A) 波长变短，光速变慢；　(B) 波长不变，频率变大；
   (C) 频率不变，光速不变；　(D) 波长不变，频率不变。

6. 某原子的两个价电子处于 3s4s 组态，它吸收一能量合适的光子后，可直接跃迁到下列哪个组态：
   (A) 3s5p； (B) 3s4d； (C) 3s5f； (D) 3s5s。

7. 根据泡利原理，主量子数为n的电子可能选择的状态数是：
   (A) n^2； (B) $2n^2$； (C) $2(2l+1)$； (D) $2j+1$ 。

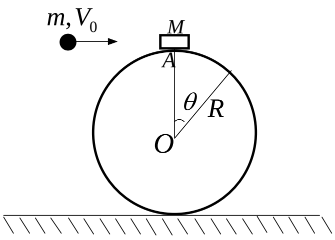
8. 根据经典的能量按自由度均分原理，每个自由度的平均能量为
   （A ）$2k_BT/3$； （B）$k_BT/2$； （C） k_BT；（D）$3k_BT/2$。

二、 (共 22 分)

如图所示，在地面上固定一半径为R的光滑球面，球面上方 A 处放一质量为M的物块，一质量为m的子弹以水平速度V_0射入物块后随物块一起沿球面滑下，问：

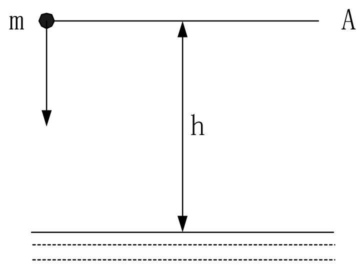
(1) 它们滑至何处($\theta=?$)脱离球面？

(2) 如果使物块在 A 处恰好脱离球面，则子弹的速度V_0至少为多少？



三、 (共 22 分)

一质量为m的球体，从高出水面为h的 A 平面自由下落至水中，已知小球在水中受到的粘滞阻力f与小球的运动速度V成正比，即 $f=KV$ (K为常数)，它在水中受到的浮力大小为B。以小球恰好落入水中为计时起点($t=0$)，试求：

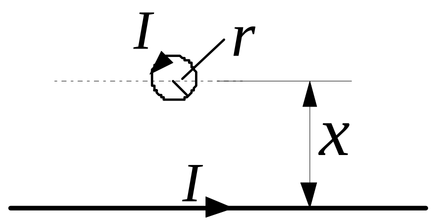


(1) 小球在水中运动的微分方程；

(2) 小球在水中的运动速度 V 随时间t变化的数学表达式。

四、 (共 22 分)

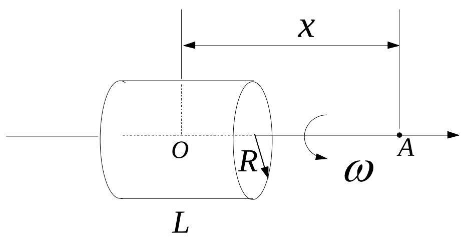
如图所示，距一载流直导线 x 处放置一个半径为 r 的小线圈，线圈平面与导线在同一平面上，线圈面积足够小以至于通过线圈的磁场可以认为是均匀的。 若导线和线圈中均通有电流强度为 I 的电流，求



1). 导线和线圈的互感系数；
2). 小线圈与磁场的相互作用能；
3). 小线圈所受的磁场力的大小。

五、 (共 20 分)

真空中放有一圆桶，半径为 R，长度为 L，筒面上均匀分布着电荷，面密度为 σ。 圆筒以角速度 ω 绕轴线做匀速转动。若轴线上一点 A 距轴线中点 O 的距离为 x，求 A 点处的磁感应强度。



六、 (共 8 分)

自然光垂直通过两块平行的偏振片，已知两块偏振片的偏振方向夹角 $\alpha = 45^{\circ}$，忽略偏振片的吸收，求透射光强与入射光强之比。