

## 中文摘要

**摘要：**车辆与路面相互作用的研究是一个新的科学分支，它主要研究车辆、道路以及它们之间的相互作用的动力学问题，而后一项的研究是现阶段研究的薄弱环节。本文在充分考虑车辆体系以及道路结构的特点前提下分别建立了车辆和道路模型并推导了车辆运动方程和道路动力方程。在考虑车体竖向振动、点头、侧滚以及车轮的竖向振动和侧滚自由度情况下建立了车辆运动方程。而道路方程的建立主要采用有限元方法，道路结构离散为有限元模型，得到离散化的结构动力平衡方程，并通过相关的接触条件将二者耦合在一起，从而得到车——路耦合动力平衡方程。

在车路耦合方程的基础上，为简化计算，采用振型叠加法，先求出结构自由振动的各阶频率和振型，然后利用振型的正交性，按振型分解法把互相耦联的上千个自由度方程化为互相独立的模态方程。然后采用 *Newmark - β* 时域方法，以 *Fortran* 为工具完成了车路耦合振动分析计算程序 *VEHB* 的编写，最后比较系统地分析了路面不平顺，车辆行驶速度，车辆载重，轴型的变化等不同工况条件下路面不同节点的位移及加速度变化情况，并分析了不同路面厚度组合形式下对道路响应的影响，得到一些有意义的结论，主要有：

- (1) 不平顺幅值的增加，位移和加速度的响应值也相应变大，路面越不平顺越容易过早产生破坏；
- (2) 不同车速对路面结构垂向位移几乎没有影响，仅对幅值的时域分布有影响，而路面结构垂向加速度有显著影响，车速增加一倍，垂向加速度增加约二倍；
- (3) 位移与加速度响应随载重的增加而增大，载重增加一倍时，位移响应增加一倍多，加速度响应增加接近二倍；
- (4) 在总厚度不变的前提下，增加垫层厚度，适当减小面层和基层厚度，可有效减小路面结构的动力响应，从而减小对路面结构的冲击作用。

**关键词：**车辆；道路；耦合；路面；动力分析；

**分类号：**U416.01

## **ABSTRACT**

**ABSTRACT:** Dynamic vehicle-road interaction is a new scientific branch. It deals with three main parts: vehicle, road, and dynamic problem of their interactions. Of the three parts, the study on the last one is still weak. Based on giving full consideration to the characteristics of the vehicle and road, model and dynamic equation were established,. Considering the body of vertical vibration, horizontal swing, vertical swing and the wheels of the vertical vibration and horizontal swing, the vehicle equation was established, furthermore, the balance equation of the road was established by finite element method. According to the relevant conditions between the vehicle and road, balance equation was deduced considering the vehicle-road coupled interaction.

Using vibration mode superposition method, the vehicle-road coupled balance equations were simplified from thousands of mutual coupling freedom of the equation into independent mode equations. The computation program named as VEHB was developed by Visual Fortran.Finally, the dynamic response of pavement structure were analyzed such as displacement and acceleration varied with different nodes under different working conditions including the irregularity of the road, vehicle speed, vehicle load, numbers of vehicle axes. Moreover the responses with the different thickness of roads were compared. Some valuable conclusions were made as below:

- (1)With the increase of irregularity amplitude, the value of displacement and acceleration were larger, and the pavement structure was easier to be destroyed.
- (2)Different speeds of the vehicle almost have no impact on the amplitude of vertical displacement, while have a significant affection to vertical acceleration.
- (3)With the load increased, the response of displacement and acceleration changed seriously, when load was doubled, the value of displacement and acceleration increased twice and four times separately.
- (4)Under the premise of definite thickness, the variety of the pavement structure layers' thickness influenced the response of the pavement.

**KEYWORDS:** vehicle; road; coupled; pavement; dynamic analysis;

**CLASSNO:** U416.01

### 独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是本人在导师指导下进行的研究工作和取得的研究成果.除了文中特别加以标注和致谢之处外.论文中不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果.也不包含为获得北京交通大学或其他教育机构的学位或证书而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示了谢意。

学位论文作者签名： 签字日期： 年 月 日

## 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解北京交通大学有关保留、使用学位论文的规定。特授权北京交通大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，并采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编以供查阅和借阅。同意学校向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘。

(保密的学位论文在解密后适用本授权说明)

学位论文作者签名:

导师签名:

签字日期:      年    月    日

签字日期:      年    月    日

## 致谢

本论文的工作是在我的导师倪永军副教授的严格要求和悉心指导下完成的，从论文的选题、撰写到定稿得到了倪老师的精心指导，倪老师严谨的治学态度、求实的工作作风、渊博的学术知识、让我获益匪浅，同时倪老师豁达热忱、待人以宽、律己以严的高尚风格也给了我极大的帮助和影响，在此对倪老师二年里对我学习和生活上的关心和指导表示最衷心的感谢！

薛凌翔同学对我的论文写作提出了许多宝贵意见，给了我很大的帮助，在此表示衷心的感谢。

在实验室工作及撰写论文期间，滕忻利，牛圣宽，李冬冬等同学对我论文的研究工作给予了热情帮助，在此向他们表达我的感激之情。

感谢我们硕士研究生班级的所有同学，在他们的关心和帮助下让我顺利完成了研究生阶段的学习，谢谢大家！

另外也感谢家人，他们的理解和支持使我能够在学校专心完成我的学业。

## 1 引言

### 1.1 课题的提出及意义

目前世界各国对道路结构的设计均以车辆的静荷载为结构的外力荷载，这在荷载不太大、运行速度较低的情况下，基本上是合理的，然而，随着荷载越来越大，速度越来越快，静力荷载模式与车辆行驶过程中对路面结构的实际作用力之间的差异越来越大，路面结构的动力学特性也与静力学特性之间具有相当大的差异。

随着我国经济的发展，公路货运车辆超载超限运输现象也越来越严重，造成公路在达不到设计使用年限的情况下就提早破坏，已成为危及全国道路交通安全的一个严重问题，从而对公路科研工作者提出了新的课题，即探讨实际车辆荷载作用下道路的应力、应变的变化规律。这就涉及到对动态荷载作用下车辆——路面系统进行力学分析。对运动车辆激励下的路面动力响应理论进行系统的、深入的研究，将对路面结构的整个设计方法和体系的根本性变革在理论上具有重大的科学意义，对工程实际也会有十分重要的应用价值。

### 1.2 车路相互作用研究现状

目前在车辆——道路相互作用的研究中，主要有两种思路：

(1)建立车辆模型，直接计算轮胎的动态力，即车辆的动载，然后利用动载系数将动载的影响转化为标准轴载作用次数的修正系数或路面的静力响应如应力、应变的修正系数，即反映在路面使用性能和寿命的评价预估模型中。这一方面的代表人物是D.Cenbon ,J.T.Christison和S.O'Connell。利用这种思路，可分析车辆参数对车辆动载的影响，继而确定对路面寿命的影响。

(2)用弹性动力学理论，研究运动荷载或动力荷载作用下的路面响应。这一方法偏重于理论研究，可以归结为路面动力学方面的研究。路面动力学的研究重点是用来处理车辆载荷作用下路面结构的动力响应的分析和结构设计。实际上就是用弹性动力学和随机振动理论，建立路面结构在车辆载荷或动力载荷作用下的数学模型，即描述路面运动的控制方程。弹性动力学一般采用数值解法，公认的比例有利和简便的方法是有限单元法和边界元法。

第一方面来说，车辆以稳定的速度驶过平直水平路面时，理论上会引起恒定

的力，即通过车轮对路面引起的静态轮胎力，但实际上所以道路表面都具有不规则的形状，存在一定的路面不平整度，路面的不平整度会给汽车一个激励，引起汽车的振动，结果导致连续变化的轮胎力，这就是动态轮胎力，它与静态轮胎力一起作为路面结构产生响应的原因，且动态轮胎力起主要作用。在国内方福森、邓学钧等早在1965年就注意到路面的不平顺会引起车辆的振动并影响到路面的响应，如应力和位移等。到二十世纪八十年代中期随着公路建设的大规模发展这方面的研究也逐渐盛行起来，1992年钟阳、王哲人把汽车分别简化为两自由度和五自由度体系，初步分析了车辆载荷与行车速度的关系并利用随机振动的理论分析了车辆道路系统的动态相互作用力，认为行驶车辆对路面的动载荷也是一个随机过程，得出车辆对路面的动压力随车速的增加而增加并随路面不平整度的恶化而增大的结论<sup>[1]</sup>。黄晓明<sup>[2]</sup>也利用上述模型作了类似的分析。1998年邓学钧<sup>[3]</sup>在其专著中将车辆简化为具有双自由度的四分之一车辆模型，利用线性定常系统频率响应函数的概念阐述了车辆振动以及由此产生的对路面的作用力，并建立了随机载荷谱与车辆动态特性和行车速度之间的定量关系。90年代日本学者Toshikazu.H等在三维动态弹性有限元基础上引入了数值解法<sup>[4]</sup>，通过引入波传导单元和完全的能量分析边界利用波动的可迭加性将动载进行了狄拉克函数模拟，采用Fourier 级数形式表达了汽车荷载以分析车辆引起的地面振动。孙璐、邓学均等提出了路面功率谱PSD的概念<sup>[5]</sup>，利用描述路面平整度的随机函数以时间频率表达了路面PSD。钟阳、郑京杰<sup>[6]</sup>等也分别用随机过程理论得到了路面不平整度的功率谱密度，并以此为输入把车辆简化为两个自由度体系，利用随机振动的方法分析了行驶车辆作用于路面的随机动压力。随着虚拟样机技术的发展，任卫群<sup>[7]</sup>等在通过仿真模拟车辆模型的动载荷方面做了很多有意义的工作。

另一方面，精确地分析无限介质和半空间体在运动点源负荷下的弹性动力学问题相当复杂。对于含边界的有限尺寸结构，如梁、板、层状介质等，由于这些结构的边界会对传播中的弹性波形成多次的反射和折射，并且情况还复杂于电磁波和声波，在不同的边界条件和入射条件下还会出现波形转换，因此，情况会变得更加复杂，尤其是对于希望获得上述结构的精确瞬态解来说，几乎是不可能的。数学上的巨大困难使得一方面出现了梁、板等结构的初等理论，如Bemoulli-Euler梁、Timoshenko梁、Kirchof薄板、Mindlin厚板、Reissner厚板等模型；此外，多层体系的动力响应问题（不仅是运动荷载作用下动力响应，甚至是位置不动的动力荷载的动力响应）的理论研究在过去很长一段时间内很少有人涉及，近些年，数值方法在这方面的应用逐渐增多。

国内学者在这方面也做了很多工作，同济大学成祥生用变分法讨论了在弹性地基上的薄板由运动载荷所引起的动力反应研究中考虑了运动载荷的质量讨论了

强迫振动挠度的影响面及内力的影响面共振条件及临界速度等问题<sup>[8]</sup>，东南大学的孙璐、邓学钧等<sup>[9]</sup>对Kirchhoff板与Bernoulli梁的位移响应的统计特性为板平均函数、板自相关函数、梁平均函数和梁自相关函数，并消除了响应的非平稳性使得常规的谱分析可以实施。李怀璋<sup>[10]</sup>分析了弹性层状体系受到交通荷载时的响应问题。杨方庭<sup>[11]</sup>研究了温克勒地基上的板受到运动的轴对称载荷时的动力响应并分析了车辆参数对动态响应的影响，叶开沅、马国林在考虑行动载荷质量、惯性力及阻尼影响的情况下，研究了机车通过连续梁时横向振动问题的整个过程并得出在任意运动载荷作用下的连续梁的动力方程的一般解<sup>[12]</sup>。孙璐(1996)分析了路面在“运动的确定或随机荷载激励”下的路面响应问题，包括：运动载荷下弹性地基上的无限长梁的动力响应研究；运动载荷下弹性地基上的无限大板的动力响应研究；面源运动载荷下无限介质动力响应研究；面源运动载荷下弹性半空间体的动力响应研究。

对于三维路面的响应问题最早是由Eason Fulton和Sneddon考虑的<sup>[13]</sup>，他们处理了弹性无限介质内部由匀速运动的恒定点源负荷引起的稳态响应，Mandel和Avramesco用类似的方法处理了半空间的问题<sup>[14]</sup>，在研究中采用的是与载荷一起运动的坐标系，所以这种解答对瞬态问题不适用，后来一些学者用积分变换方法主要是Fourier变换和Laplace变换对此问题作了更广泛的研究，例如Barros和Luco应用移动的格林方程求解了层状粘弹性半空间体对以匀速移动的点载荷和线载荷的动态响应<sup>[15]</sup>。在国内，哈尔滨建筑大学钟阳等人提出了求解多层弹性半空间非轴对称问题的传递矩阵法，采用传递函数法直接导出其解析解并利用Laplace-Hankel联合积分变换和传递矩阵相结合的方法推导出了轴对称半空间层状弹性体系动态反应的理论解<sup>[16][17]</sup>。

国外许多学者也进行了将路面不平顺考虑在内来计算路面动态响应的研究。如法国O.Coussy等人在考虑路面不平顺条件下动载路面的响应问题<sup>[18]</sup>，印度的D.Yaday等人研究了在不同车速下各向异性弹性路面的动力学问题，将路面不平顺考虑在内并运用了两点输入法<sup>[19]</sup>。法国D.Le Houedec在研究弹性地基路面在随机动载下的响应时，采用随机激励力的功率谱进行路面响应分析。Chiu Liu等将路面的不平顺考虑在模型内建立了粘弹性地基上刚性路面板在包括路面不平顺影响的车辆动载作用下的动态响应模型<sup>[20]</sup>，研究结果表明路面的不平顺对路面的应变响应有很大影响，在路面使用寿命的预估中起重要作用，在路面设计计算中应当加以考虑。

Siddharthan(1993)和Zafir(1994)等作者利用连续基有限层路面模型分析了受到运动交通荷载下的路面响应。在他们的方法中，路面层状体系每一层都有唯一的性质，可以是弹性材料也可以是粘弹性材料，他们模型较以往方法更加有效，但

是此方法仅能处理正方形范围的运动荷载和纵向接触压力变化的荷载。这个模型并不能对正向接触压力的变化和横向接触压力的变化建立正确的模型，进一步说，这种方法并没有反映运动荷载的本质特征。为了能处理水平面任一方向的运动荷载，*Siddharthan*(1998)继续发展了他的模型。现有的*Siddharthan*模型的荷载可以是更加真实的移动荷载。由于使用了Fourier变换的连续基有限元处理方法，可以处理诸如多荷载和非圆形轮胎路面接触压力的复杂荷载，轮胎印迹可以是任何形式，因此这种模型适用于分析宽基轮胎。另外，此模型运算效率要高于基于有限元方法的运动荷载模型。此方法中的沥青混凝土层可认为具有粘弹性性质，剪切模量和泊松比可以是频率的函数，将基层和路基认为是线弹性性质的材料。

上述方法偏重于从路面的角度来研究车辆和路面的相互作用，将车辆对路面的荷载示为静止或运动的单圆或多圆载荷，而对车辆的参数考虑的较少。实际上，车辆和路面相互作用的研究重点应是车辆的参数对路面的动载及由此而引起的路面应力、应变响应的影响分析和减少这种影响对路面的破坏作用。这方面*D.Cenbon, J.T.Christison*和*S.O'Connell*作出了突出的贡献，但他们的研究思路却有很大的不同。*D.Cenbon*将车辆响应和路面响应分开建模，车辆模型可以是线性模型也可以是非线性模型，在建立路面模型时则是着重考虑路面的转移函数和脉冲响应。方法的实质就是借助于振动系统理论，计算运动的点源随机载荷下的路面响应问题。*J.T.Christison*和*S.O'Connell*则是使用了影响函数，影响函数与路面的结构模型有关，考虑到不同的响应如应力、应变时将有不同的影响函数，然后综合影响函数和车辆模型，就可以得到路面结构层的某点在载荷下的响应。不过，他们都分析了车辆参数对动载及由此而引起的路面的应力、应变响应的影响，这些研究成果都有重要的参考价值<sup>[21][22][23]</sup>。

综合国内外的研究现状，当前车辆——路面相互作用的研究中存在以下几个方面的不足：

(1)多层体系在运动负荷和动力负荷下的动力响应问题虽在国内外有一定的研究，但都不够深入。目前对动力荷载下的动力响应已经有了理论研究，主要有两种方法，一是传递矩阵法，另一种是广义射线法。但是，所得到的响应的精确解最多也只能对两层介质有效，当层数达到3层或超过3层时根本无法继续追踪计算。动力荷载下的层状路面结构动力响应的数值研究主要采用数值解法，即有限元法和边界元法，但对运动负荷的动力响应目前主要是有限元法。

(2)作用的荷载不真实。目前的荷载作用形式基本上是轴对称正向荷载，且轮胎印迹内接触压力平均。实际上轮胎对路面接触压力并非圆形均布荷载，而是随着车辆参数、路面不平度等的变化而变化。对于随机荷载作用下路面层状体系动力响应的研究，无论在理论上还是在数值上，在国内外都是一个全新的领域。

(3) 目前，路面力学模型基本上是二维的，对三维模型的研究很少。二维模型仅能分析轴对称荷载情况下路面的应力和应变，而只有三维模型才能分析非轴对称荷载的情形，这特别适用于随机荷载下的路面响应。

(4) 现有用于车——路相互作用研究的车辆模型基本上是平面模型。现实情况是车辆左右车轮对路面的动态力并不完全一样，而且平面模型也忽略了车辆侧倾的影响。应建立车辆的空间模型，这样才能更好分析车辆参数对动态轮胎力的影响。

### 1.3 本文的主要工作

综上所述虽然在路面力学车辆路面相互作用系统和性能预估中有许多成果但仍有许多需要解决的问题，本文将道路与车辆进行耦合求解，主要涉及了以下几方面的内容。

- (1) 将车辆结构视为二系悬挂刚体，道路处理成层状弹性介质，分别建立了车辆简化模型及道路有限元模型；
- (2) 推导了车辆运动方程和道路动力学方程，并在此基础上考虑耦合条件建立了车路耦合振动方程；
- (3) 采用振型叠加法对车路耦合振动方程进行简化分析；
- (4) 运用Fortran语言完成了车路耦合分析数值计算程序的编写；
- (5) 比较系统地分析了路面不平顺，车辆行驶速度，车辆载重，轴型的变化等不同工况条件下路面不同节点的位移及加速度响应的变化情况，并分析了不同路面厚度组合形式下对路面结构响应的影响。

## 2 车辆及道路模型的简化建模

### 2.1 车辆模型

具有弹簧悬挂装置的车辆是一个复杂的多自由度振动系统。在车辆动力学中，常将这种复杂的振动分解成为若干基本振动形式的组合。

(1)沉浮振动。车体平行于原来的平衡位置所作的沿  $z$  轴方向的铅垂振动，在每一瞬间，车体各点的铅垂位移是相同的。

(2)横摆振动。车体平行于原来的平衡位置所作的沿  $y$  轴方向的横向振动，在每一瞬间，车体各点的横向位移是相同的。

(3)伸缩振动。车体平行于原来的平衡位置所作的沿  $x$  轴方向的纵向振动，在每一瞬间，车体各点的纵向位移是相同的。

(4)摇头振动。车体绕  $z$  轴作幅角为  $\pm\psi$  的回转振动。

(5)点头振动。车体绕  $y$  轴作幅角为  $\pm\varphi$  的回转振动。

(6)侧滚振动。车体绕  $x$  轴做幅角为  $\pm\theta$  的回转振动。

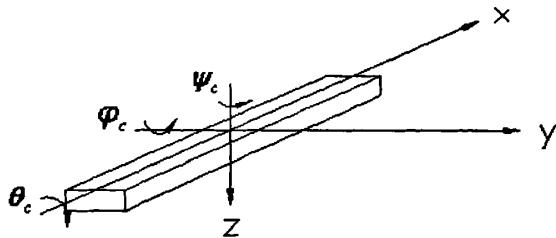


图 2-1 车体自由度示意图  
Figure 2-1 The freedom of vehicle motion

行驶在公路上的汽车车辆主要为各种类型的双轴、三轴载重汽车和运输长大货物的特种汽车。由于型式极其繁杂，而且根据不同的标准有多种分类方法，所以要概括几种模型来模拟所有车辆是非常困难的，本文根据研究的需要将汽车车辆简化为双轴、三轴和四轴车模型。当车辆驶过道路时，车辆自身将产生振动，主要概括为：车体的竖向振动（沉浮振动）、纵向摇摆振动（点头转动）和横向摇摆振动（侧滚转动），以及轮对的竖向振动和横向摇摆振动。考虑到公路路面一般为多个车道，为反映车辆在路面上的不同位置，本文在分析中对车辆采用了“编组”

的思想。在车辆荷载通过和将要通过道路时，车辆编组可有多个车道、每个车道中可有不同车辆、每个车辆可有不同轮对和车辆参数、各个车道可有不同的车速。

为简化分析，在研究中作如下假设：

- (1)考虑车体竖向振动、点头、侧滚以及轮对的竖向振动和侧滚；
- (2)车辆振动过程中,车身为绝对刚体,不考虑车体在振动过程中的变形；
- (3)车轮质量集中在车轴上，将两侧车轮和轮轴简化为车轮联结在刚性轮轴上的轮对；
- (4)支承弹簧视为理想线弹性；
- (5)轮胎简化为弹簧和阻尼器,所有阻尼为粘性阻尼。
- (6)车辆在振动过程中车轮始终接触路面。

根据以上假设，下图为常用的几种常见汽车的力学分析模型。

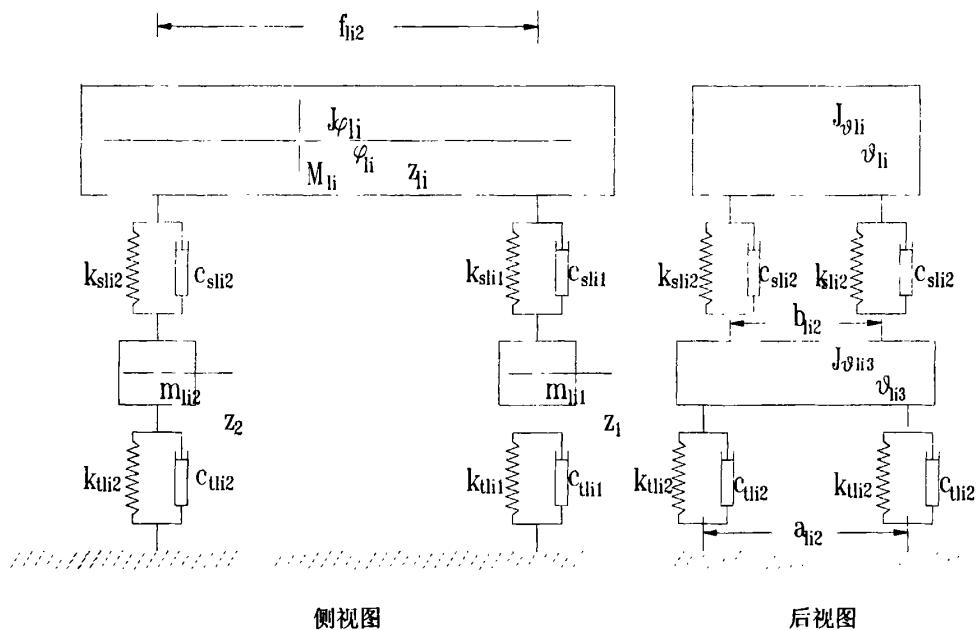


图 2-2 两轴汽车分析模型  
Figure 2-2 vehicle model with 2-axes

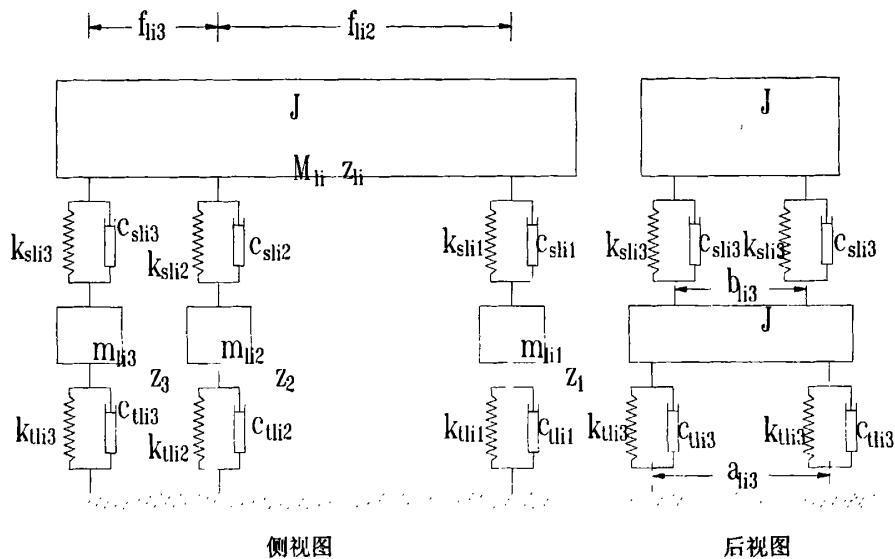


图 2-3 三轴汽车分析模型  
Figure2-3 vehicle model with 3-axes

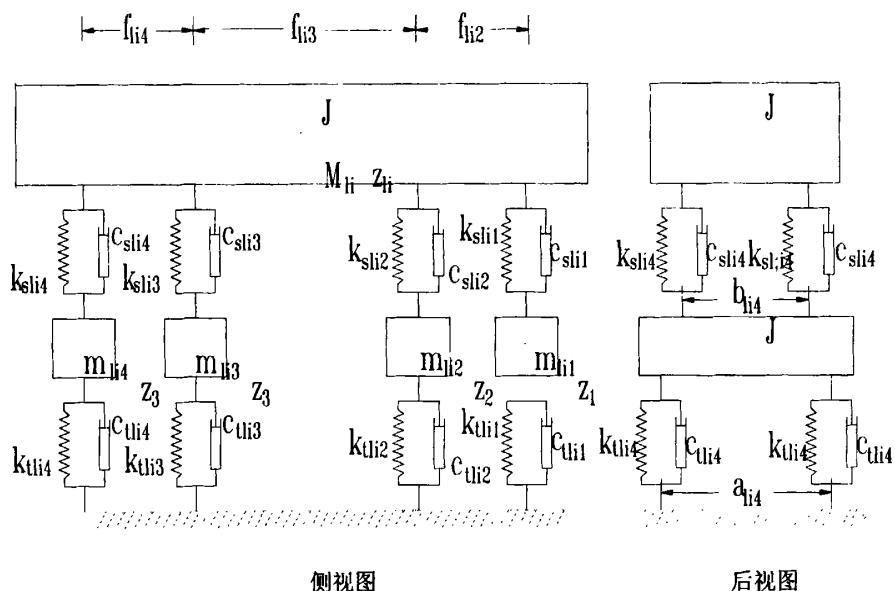


图 2-4 四轴汽车分析模型  
Figure2-4 vehicle model with 4-axes

## 2.2 车辆运动方程的建立

由上面的车辆模型，可以假设第  $l$  车道有  $NL(l)$  辆车，第  $(l,i)$  车有  $NW(l,i)$  个轮对，其中  $i$  对应第  $i$  辆车， $j$  对应第  $j$  个轮对。

车辆运动方程可以用任何一种结构动力学方法建立，这里采用 *Lagrange* 运动方程，以第  $(l,i)$  辆车为例进行运动方程的推导。一般的，对于第  $(l,i)$  车有如下表达式：

### (1) 车辆运动的能量表达式

#### 1) 车辆动能

$$K_{li} = 0.5M_{li}\dot{Z}_{li}^2 + 0.5J_{\varphi li}\dot{\varphi}_{li}^2 + 0.5J_{\theta li}\dot{\theta}_{li}^2 + 0.5 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} (m_{lij}\dot{Z}_{lij}^2 + J_{lij}\dot{\theta}_{lij}^2) \quad (2-1)$$

#### 2) 弹簧变形势能

$$\begin{aligned} P_{li} = & 0.5 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \sum_{k=1}^2 (\dot{Z}_{li} - \dot{Z}_{lij} + \eta_{lij}f_{lij}\dot{\varphi}_{li} - 0.5\eta_k b_{lij}\dot{\theta}_{li} + 0.5\eta_k b_{lij}\dot{\theta}_{lij})^2 k_{slij} + \\ & 0.5 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \sum_{k=1}^2 (Z_{lij} - 0.5\eta_k a_{lij}\theta_{lij} - Z_{t_{ijk}})^2 k_{t_{lij}} \end{aligned} \quad (2-2)$$

#### 3) 阻尼耗散能

$$\begin{aligned} R_{li} = & 0.5 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \sum_{k=1}^2 (\dot{Z}_{li} - \dot{Z}_{lij} + \eta_{lij}f_{lij}\dot{\varphi}_{li} - 0.5\eta_k b_{lij}\dot{\theta}_{li} + 0.5\eta_k b_{lij}\dot{\theta}_{lij})^2 c_{slij} + \\ & 0.5 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \sum_{k=1}^2 (Z_{lij} - 0.5\eta_k a_{lij}\theta_{lij} - Z_{t_{ijk}})^2 c_{t_{lij}} \end{aligned} \quad (2-3)$$

式中  $\eta_{lij}$  为第  $(l,i)$  车体的第  $j$  轮对的符号函数， $k$  表示左、右两侧。其中  $j=1, NW(l,i)$ ，根据车辆轮对数目不同可依次为 1、2；1、2、3 或者 1、2、3、4。其他符号解释如下：

$M_{li}$  为第  $(l,i)$  车体的竖向振动质量；

$J_{\varphi li}$  为第  $(l,i)$  车体的纵向摇摆振动惯量；

$J_{\theta li}$  为第  $(l,i)$  车体的横向摇摆振动惯量；

$NW(l,i)$  为第  $(l,i)$  车体的轮对数目；

$m_{lij}$  为第  $(l,i)$  车体第  $j$  轮对的竖向振动质量；

$J_{\theta_{lij}}$  为第  $(l,i)$  车体第  $j$  轮对的横向摇摆振动惯量；

$Z_{li}$  为第  $(l,i)$  车体的竖向振动自由度；

$\varphi_{li}$  为第  $(l,i)$  车体的纵向摇摆自由度；

- $\theta_{li}$  为第  $(l,i)$  车体的横向摇摆自由度；  
 $z_{lij}$  为第  $(l,i)$  车体的第  $j$  轮对的竖向振动自由度；  
 $\theta_{lij}$  为第  $(l,i)$  车体的第  $j$  轮对的横向摇摆自由度；  
 $k_{slij}$  为第  $(l,i)$  车体的第  $j$  轮对对应支承弹簧刚度；  
 $c_{slij}$  为第  $(l,i)$  车体的第  $j$  轮对对应阻尼系数；  
 $k_{dlij}$  为第  $(l,i)$  车体的第  $j$  轮对轮胎刚度；  
 $c_{dlij}$  为第  $(l,i)$  车体的第  $j$  轮对轮胎阻尼系数；  
 $f_{lij}$  为第  $(l,i)$  车体的第  $j$  轮与该车首轮的距离。

然后将上面的各项能量表达式，代入拉格朗日方程

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial \mathcal{K}}{\partial q_k} + \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial q_k} + \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \dot{q}_k} = 0 \quad (2-4)$$

并以车体和轮对各自由度分别代替  $q_k$ ，可得到车体和轮对的运动方程。

## (2) 车辆运动方程

### 1) 竖向振动 (车体和轮对)

车体

$$M_{li} \ddot{Z}_{li} + \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \sum_{k=1}^2 \left( Z_{li} - Z_{lij} + \eta_{lij} f_{lij} \varphi_{li} - 0.5 \eta_k b_{lij} \theta_{li} + 0.5 \eta_k b_{lij} \theta_{lij} \right) k_{slij} \\ + \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \sum_{k=1}^2 \left( \dot{Z}_{li} - \dot{Z}_{lij} + \eta_{lij} f_{lij} \dot{\varphi}_{li} - 0.5 \eta_k b_{lij} \dot{\theta}_{li} + 0.5 \eta_k b_{lij} \dot{\theta}_{lij} \right) c_{slij} = 0 \quad (2-5)$$

轮对

$$m_{lij} \ddot{Z}_{lij} - \sum_{k=1}^2 \left( Z_{li} - Z_{lij} + \eta_{lij} f_{lij} \varphi_{li} - 0.5 \eta_k b_{lij} \theta_{li} + 0.5 \eta_k b_{lij} \theta_{lij} \right)^2 k_{slij} \\ + \sum_{k=1}^2 \left( Z_{lij} - 0.5 \eta_k a_{lij} \theta_{lij} - Z_{ljk} \right) k_{dlij} \\ - \sum_{k=1}^2 \left( \dot{Z}_{li} - \dot{Z}_{lij} + \eta_{lij} f_{lij} \dot{\varphi}_{li} - 0.5 \eta_k b_{lij} \dot{\theta}_{li} + 0.5 \eta_k b_{lij} \dot{\theta}_{lij} \right)^2 c_{slij} \\ + \sum_{k=1}^2 \left( \dot{Z}_{lij} - 0.5 \eta_k a_{lij} \dot{\theta}_{lij} - \dot{Z}_{ljk} \right) c_{dlij} = 0 \quad (2-6)$$

其中  $j = 1, NW(l,i)$

## 2)点头(车体)

$$\begin{aligned} J_{\phi i} \ddot{\phi}_{li} + \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \sum_{k=1}^2 \eta_{lij} f_{lij} (Z_{li} - Z_{lij} + \eta_{lij} f_{lij} \phi_{li} - 0.5 \eta_k b_{lij} \theta_{li} + 0.5 \eta_k b_{lij} \theta_{lij}) k_{slij} \\ + \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \sum_{k=1}^2 \eta_{lij} f_{lij} (\dot{Z}_{li} - \dot{Z}_{lij} + \eta_{lij} f_{lij} \dot{\phi}_{li} - 0.5 \eta_k b_{lij} \dot{\theta}_{li} + 0.5 \eta_k b_{lij} \dot{\theta}_{lij}) c_{slij} = 0 \end{aligned} \quad (2-7)$$

## 3)侧滚(车体和轮对)

车体

$$\begin{aligned} J_{\theta i} \ddot{\theta}_{li} - 0.5 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \sum_{k=1}^2 \eta_k b_{lij} (Z_{li} - Z_{lij} + \eta_{lij} f_{lij} \phi_{li} - 0.5 \eta_k b_{lij} \theta_{li} + 0.5 \eta_k b_{lij} \theta_{lij}) k_{slij} \\ - 0.5 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \sum_{k=1}^2 \eta_k b_{lij} (\dot{Z}_{li} - \dot{Z}_{lij} + \eta_{lij} f_{lij} \dot{\phi}_{li} - 0.5 \eta_k b_{lij} \dot{\theta}_{li} + 0.5 \eta_k b_{lij} \dot{\theta}_{lij}) c_{slij} = 0 \end{aligned} \quad (2-8)$$

轮对

$$\begin{aligned} J_{\theta ij} \ddot{\theta}_{lij} + 0.5 \sum_{k=1}^2 \eta_k b_{lij} (Z_{li} - Z_{lij} + \eta_{lij} f_{lij} \phi_{li} - 0.5 \eta_k b_{lij} \theta_{li} + 0.5 \eta_k b_{lij} \theta_{lij}) k_{slij} \\ - 0.5 \sum_{k=1}^2 \eta_k a_{lij} (Z_{lij} - 0.5 \eta_k a_{lij} \theta_{lij} - Z_{lijk}) k_{dlij} \\ + 0.5 \sum_{k=1}^2 \eta_k b_{lij} (\dot{Z}_{li} - \dot{Z}_{lij} + \eta_{lij} f_{lij} \dot{\phi}_{li} - 0.5 \eta_k b_{lij} \dot{\theta}_{li} + 0.5 \eta_k b_{lij} \dot{\theta}_{lij}) c_{slij} \\ - 0.5 \sum_{k=1}^2 \eta_k a_{lij} (\dot{Z}_{lij} - 0.5 \eta_k a_{lij} \dot{\theta}_{lij} - \dot{Z}_{lijk}) c_{dlij} = 0 \end{aligned} \quad (2-9)$$

其中  $j=1, NW(l,i)$ , 根据车辆轮对数取值。 $Z_{lijk}=w_{lijk}+g_{lijk}$ , 为车轮作用处的竖向位移。主要包括两部分, 由于车辆作用引起的位移  $w_{lijk}$  和路面不平整位移  $g_{lijk}$ 。

以上车辆包括方程数目, 随车辆轮对数目(2、3或4)的不同, 关于轮对的竖向振动和横向摇摆方程数目有所变化。例如, 设某车辆有  $NW$  个轮对, 则此车对应方程个数为  $3+2NW$ , 依此类推, 可知两轴车方程数目为 7, 三轴车方程数目为 9, 挂车方程数目为 11。将式(2-5)~式(2-9)写成矩阵形式。设第  $(l,i)$  车为三轴, 则可以得到该车的振动微分方程组(2-10)如下:

$$\begin{bmatrix} M_v \\ M_a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v} \\ \ddot{a} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_v & \\ K_a & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{a} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_v & \\ C_a & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ a \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_v \\ f_a \end{Bmatrix} \quad (2-10)$$

其中

$$[M_v] = \begin{bmatrix} M_{ll} & & & \\ & m_{ll1} & & \\ & & m_{ll2} & \\ & & & m_{ll3} \\ & & & & J_{\varphi ll} \end{bmatrix}$$

$$[M_a] = \begin{bmatrix} J_{\theta ll} & & & \\ & J_{\theta ll1} & & \\ & & J_{\theta ll2} & \\ & & & J_{\theta ll3} \end{bmatrix}$$

$$[k_v] = \begin{bmatrix} 2(k_{sl1} + k_{sl2} + k_{sl3}) & -2k_{sl1} & -2k_{sl2} & -2k_{sl3} & 2(\eta_{h1}f_{ll}k_{sl1} + \eta_{h2}f_{ll}k_{sl2} + \eta_{h3}f_{ll}k_{sl3}) \\ -2k_{sl1} & 2(k_{sl1} + k_{sl2}) & 0 & 0 & 2\eta_{h1}f_{ll}k_{sl1} \\ -2k_{sl2} & 0 & 2(k_{sl2} + k_{sl3}) & 0 & 2\eta_{h2}f_{ll}k_{sl2} \\ -2k_{sl3} & 0 & 0 & 2(k_{sl3} + k_{sl1}) & 2\eta_{h3}f_{ll}k_{sl3} \\ 2(\eta_{h1}f_{ll}k_{sl1} + \eta_{h2}f_{ll}k_{sl2} + \eta_{h3}f_{ll}k_{sl3}) & 2\eta_{h1}f_{ll}k_{sl1} & 2\eta_{h2}f_{ll}k_{sl2} & 2\eta_{h3}f_{ll}k_{sl3} & 2(f_{sl1}^2k_{sl1} + f_{sl2}^2k_{sl2} + f_{sl3}^2k_{sl3}) \end{bmatrix}$$

$$[k_a] = \begin{bmatrix} 0.5(b_1^2k_{sl1} + b_2^2k_{sl2} + b_3^2k_{sl3}) & 0.5b_1^2k_{sl1} & b_2^2k_{sl2} & b_3^2k_{sl3} \\ 0.5b_1^2k_{sl1} & 0.5(b_1^2k_{sl1} + a_1^2k_{sl1}) & 0 & 0 \\ b_2^2k_{sl2} & 0 & 0.5(b_2^2k_{sl2} + a_2^2k_{sl2}) & 0 \\ b_3^2k_{sl3} & 0 & 0 & 0.5(b_3^2k_{sl3} + a_3^2k_{sl3}) \end{bmatrix}$$

$$[c_v] = \begin{bmatrix} 2(c_{sl1} + c_{sl2} + c_{sl3}) & -2c_{sl1} & -2c_{sl2} & -2c_{sl3} & 2(\eta_{h1}f_{ll}c_{sl1} + \eta_{h2}f_{ll}c_{sl2} + \eta_{h3}f_{ll}c_{sl3}) \\ -2c_{sl1} & 2(c_{sl1} + c_{sl2}) & 0 & 0 & 2\eta_{h1}f_{ll}c_{sl1} \\ -2c_{sl2} & 0 & 2(c_{sl2} + c_{sl3}) & 0 & 2\eta_{h2}f_{ll}c_{sl2} \\ -2c_{sl3} & 0 & 0 & 2(c_{sl3} + c_{sl1}) & 2\eta_{h3}f_{ll}c_{sl3} \\ 2(\eta_{h1}f_{ll}c_{sl1} + \eta_{h2}f_{ll}c_{sl2} + \eta_{h3}f_{ll}c_{sl3}) & 2\eta_{h1}f_{ll}c_{sl1} & 2\eta_{h2}f_{ll}c_{sl2} & 2\eta_{h3}f_{ll}c_{sl3} & 2(f_{sl1}^2c_{sl1} + f_{sl2}^2c_{sl2} + f_{sl3}^2c_{sl3}) \end{bmatrix}$$

$$[c_a] = \begin{bmatrix} 0.5(b_1^2c_{sl1} + b_2^2c_{sl2} + b_3^2c_{sl3}) & 0.5b_1^2c_{sl1} & b_2^2c_{sl2} & b_3^2c_{sl3} \\ 0.5b_1^2c_{sl1} & 0.5(b_1^2c_{sl1} + a_1^2k_{sl1}) & 0 & 0 \\ b_2^2c_{sl2} & 0 & 0.5(b_2^2c_{sl2} + a_2^2c_{sl2}) & 0 \\ b_3^2c_{sl3} & 0 & 0 & 0.5(b_3^2c_{sl3} + a_3^2c_{sl3}) \end{bmatrix}$$

## 2.3 道路结构模型

在对道路结构的选取中，采用标准的高速公路分离式断面形式，设计车速120km/h，双向四车道形式，为了简化建模方便，将道路两侧路肩部分省去，这样处理对分析道路结构的振型、响应的影响可以忽略不计。从而道路的横段面如图2-5所示。

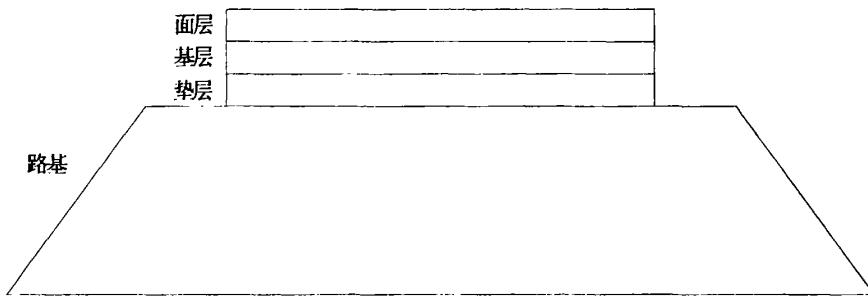


图 2-5 道路结构横断面形式  
Figure 2-5 Cross-section of road structure

为了考虑道路在不同结构厚度组合形式下的响应，同时采取各层结构的参数选取如表2-1和表2-2的参数，其他参数不变，只改变路面结构层的各层厚度，但总厚度保持不变。

表 2-1 结构层参数形式 1  
Table 2-1 Form 1 of structure parameters

结构层	厚度 $h$ $m$	弹模 $E$ $MPa$	泊松比 $\nu$	密度 $\rho$ $kg/m^3$	容重 $\gamma$ $N/m^3$	粘聚力 $c$ $MPa$	摩擦角 $\phi/^\circ$
路基	3.0	30	0.4	1926	18874.8	0.1	30
垫层	0.2	400	0.4	1932	18933.6	0.05	42
基层	0.2	1100	0.35	2083	20413.4	0.045	45
面层	0.18	1200	0.35	2613	25607.4	0.15	30

表 2-2 结构层参数形式 2  
Table 2-2 Form 2 of structure parameters

结构层	厚度 $h$ $m$	弹模 $E$ $MPa$	泊松比 $\nu$	密度 $\rho$ $kg/m^3$	容重 $\gamma$ $N/m^3$	粘聚力 $c$ $MPa$	摩擦角 $\phi/^\circ$
路基	3.0	30	0.4	1926	18874.8	0.1	30
垫层	0.25	400	0.4	1932	18933.6	0.05	42
基层	0.18	1100	0.35	2083	20413.4	0.045	45
面层	0.15	1200	0.35	2613	25607.4	0.15	30

## 2.4 道路动力方程的建立

一般来说，道路结构的动力方程主要是通过把道路结构离散为有限元模型，得到离散化的结构动力平衡方程。假设道路模型等间距划分单元，所选单元为空间六面体 8 节点单元，8 节点六面体单元在反映路基、路面这样的大体积结构方面很有效，如图所示为六面体 8 节点标准单元。

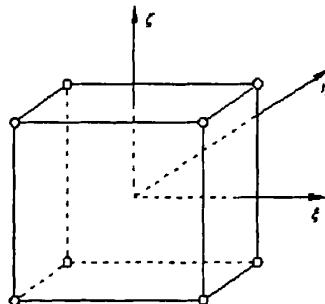


图 2-5 立方体八节点单元  
Figure 2-5 8-nodes cube cell

对应的形函数为

$$N_j = \frac{1}{8}(1 + \xi_j \zeta)(1 + \eta_j \eta)(1 + \zeta_j \zeta) \quad j = 1, 2, \dots, 8$$

从而由标准单元到等参元的坐标变换为

$$\begin{cases} x = \sum_{j=1}^8 N_j(\xi, \eta, \zeta) x_j \\ y = \sum_{j=1}^8 N_j(\xi, \eta, \zeta) y_j \\ z = \sum_{j=1}^8 N_j(\xi, \eta, \zeta) z_j \end{cases}$$

$(x, y, z)$ 是等参元的直角坐标,  $(\xi, \eta, \zeta)$ 既是标准单元的直角坐标, 也是等参元的曲线坐标。 $(x_j, y_j, z_j)$ 是等参元节点  $j$  的直角坐标。

从而由标准单元到等参元的位移变换为:

$$\begin{cases} u = \sum_{j=1}^8 N_j(\xi, \eta, \zeta) u_j \\ v = \sum_{j=1}^8 N_j(\xi, \eta, \zeta) v_j \\ w = \sum_{j=1}^8 N_j(\xi, \eta, \zeta) w_j \end{cases}$$

其中,  $(u_j, v_j, w_j)$  为节点  $j$  的位移。

每一个节点有 3 个位移自由度, 每个单元共有 24 个自由度, 分别为:

$$(u_i \ v_i \ w_i \ u_{(i+1)} \ v_{(i+1)} \ w_{(i+1)} \ \dots \ u_{(i+7)} \ v_{(i+7)} \ w_{(i+7)}) \quad i=1, 2, \dots, N$$

单元质量矩阵

$$M_e = \iiint \rho N^T N dV = \frac{8\rho_e a_e b_e c_e}{27} \Lambda$$

$$\Lambda = \left[ \begin{array}{ccccccccccccc} 1 & & & & & & & & & & & & & & & \\ 0 & 1 & & & & & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 1 & & & & & & & & & & & & & \\ 1/2 & 0 & 0 & 1 & & & & & & & & & & & & \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & & & & & & & & & & \\ 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & & & & & & & & & \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & & & & & & & \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & & & & & & \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & & & & & \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 & & & & \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1 & & & \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1 \\ 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 \\ 1/8 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/8 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 \\ 1/4 & 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/8 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/4 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \text{ 对称}$$

单元刚度矩阵

$$K_e = \iiint B^T D B |J| dV$$

其中

$$B = [B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4 \ B_5 \ B_6 \ B_7 \ B_8]$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix}$$

对于均匀各向同性材料

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

雅可比矩阵

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix}$$

$$C = \alpha M + \beta K \quad \alpha, \beta \text{ 是常数}$$

由前面所得的单元质量阵、阻尼阵、和刚度阵，依次按单元编号组集总体质量、阻尼和刚度阵，即得到整个道路结构的总体动力方程：

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f\} \quad (2-11)$$

其中,  $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ 分别为道路结构的质量、阻尼和刚度矩阵;

$\{\ddot{x}\}$ 、 $\{\dot{x}\}$ 、 $\{x\}$  分别为道路结构的加速度、速度和位移向量;

$\{f\}$  为车辆荷载通过轮对作用于道路的节点力向量。

$[M]$ 、 $[K]$ 可以通过选取有限元节点单元以及形函数计算得到, 然后通过车辆与道路间的相关接触条件, 将车辆运动方程式(2-10)和道路动力方程式(2-11)组合在一起, 就得到车——路系统作用的动力平衡方程组。

## 2.5 车路耦合系统动力方程

在车辆方程和道路方程建立的基础上, 再考虑它们之间的耦合条件

- 1) 车轮与路面接触点处位移相等;
- 2) 车路与路面接触点互为作用力与反作用力;
- 3) 道路结构各层交界面上的结点编号相同位移相等。

由以上的分析可知, 将车体系统的动力方程和道路系统的动力方程二式联立并考虑接触条件, 可得到:

$$\begin{cases} M_C \ddot{y} + C_C \dot{y} + K_c y = F \\ M \ddot{x} + C \dot{x} + K x = f \\ y_{\text{轮}} = x_{\text{路}} \\ f = F + T \end{cases} \quad (2-12)$$

其中  $F$  为车体系统所受的外部荷载向量, 是路面不平整位移的函数;  $f$  为路面所受的外部荷载向量, 是车体系统位移向量的函数,  $T$  是道路表面位移的函数。

这就是车——路耦合系统运动方程组, 耦合系统的图形表示如下。

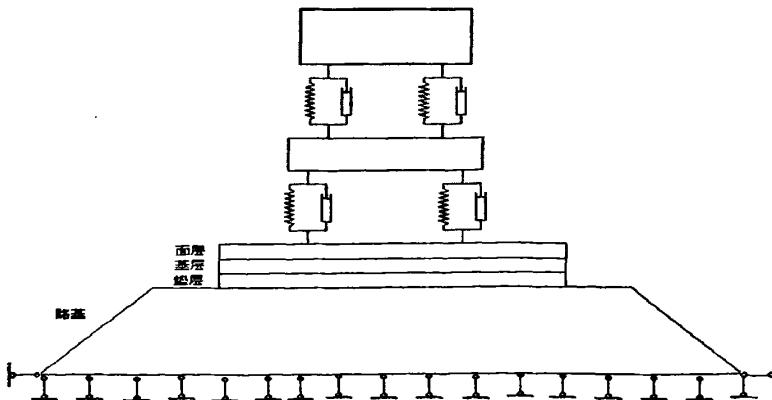


图 2-6 耦合系统横断面示意图

Figure 2-6 The abridged general view of  
Cross-section of coupling system

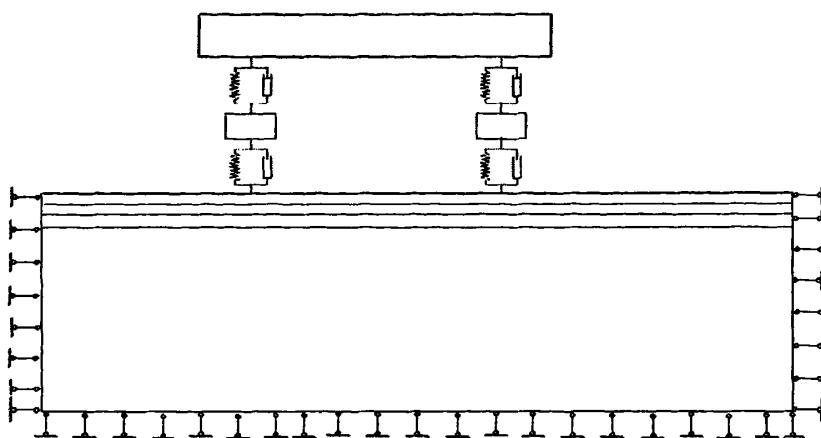


图 2-7 耦合系统轴向示意图

Figure 2-7 The abridged general view of lengthwise section of coupling system

### 3 车路耦合运动方程的求解

#### 3.1 振型叠加法

对式(2-12)的2阶微分方程组，一般采用 *Newmark - β* 法求解。但是，对于道路结构采用有限元模型，分析大型多自由度的实际道路结构时，常常需要划分上个单元，几万个自由度才能比较正确的反映结构的振动情况，计算工作量是十分巨大的。如果在有限元中采用不同的单元，可能造成不同类型单元结合无法处理，因此这种方法具有一定的局限性，而这种局限性随着道路材料的复杂化，有进一步严重的趋势。本文采用振型叠加法，先求出结构自由振动的各阶频率和振型，然后利用振型的正交性，按振型分解法把互相耦联的上千个自由度方程化为互相独立的模态方程。由于结构振动相应是由最先几个低阶振型起控制作用，所以只取前几阶振型进行计算，这样大大减少了体系的计算自由度，既可以保证了计算精度，又提高了计算速度，然后再采用 *Newmark - β* 法求解。

道路结构分析处理采用振型叠加法时，道路的自振频率和振型，可以由有限元通用程序得到。在模型假定的基础上，道路任意节点的位移分量均可以由前几阶振型对应分量表示。若取前  $N_q$  阶振型进行计算，则有

$$x_i = \sum_{n=1}^{N_q} q_n \varphi_n^i \quad (3-1)$$

式中  $\varphi_n^i$  为第  $n$  个振型的第  $i$  个位移分量，  $q_n$  为广义坐标。

由振型分解得到的对应于  $n$  阶振型的模态方程是

$$M_n \ddot{q}_n + C_n \dot{q}_n + K_n q_n = F_n \quad (3-2)$$

$F_n$  为车辆通过轮对传递给道路的力向量。

对道路结构进行离散，由振型分解可得到各阶振型的模态方程。注意到各阶振型是按广义质量等于 1 规格化的，因此，对应于第  $n$  阶振型的模态方程可表述为：

$$\ddot{q}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = P_n \quad (3-3)$$

式中  $\xi_n$  为第  $n$  阶振型阻尼比；  $\omega_n$  为第  $n$  阶振型的频率。通过上述变换把具有数目众多自由度的道路结构振动，转化为用广义坐标和对应振型来表现。 $P_n$  为车辆通过轮对传递给道路的力向量，单个轮子施加在路面上的作用力可表示为：

$$\begin{aligned} P_{lijk} &= c_{dij} \left( \dot{Z}_{lij} - 0.5 \eta_k a_{lij} \dot{\theta}_{lij} - \ddot{Z}_{lijk} \right) + \\ k_{dij} \left( Z_{lij} - 0.5 \eta_k a_{lij} \theta_{lij} - Z_{lijk} \right) &+ W_{lijk} \end{aligned} \quad (3-4)$$

其中  $Z_{lijk} = w_{lijk} + g_{lijk}$ , 为车轮作用处的竖向位移。包括两部分, 由于车辆作用引起的位移  $w_{ijk}$  和路面不平整位移  $g_{ijk}$ , 且  $\dot{Z}_{lijk}$ 、 $\ddot{Z}_{lijk}$  分别为对应的速度和加速度。 $W_{lijk}$  为每个轮子分配到的自重。由于各轮在路上位置不同, 它们作用于路面作用点也不相同, 不能把各轮简单相加。应由下式表示:

$$\begin{aligned} Z_{lijk} &= w_{lijk} + g_{lijk} = \sum_{n=1}^{Nq} q_n \Phi_n(ljik) + g_{lijk} \\ \dot{Z}_{lijk} &= \dot{w}_{lijk} + \dot{g}_{lijk} = \sum_{n=1}^{Nq} \dot{q}_n \Phi_n(ljik) + \dot{g}_{lijk} \end{aligned} \quad (3-5)$$

式中  $\Phi_n(ljik)$  为对应的第  $n$  阶振型函数值。而轮子的位移可以用广义坐标的线性组合来表示。故轮对的运动方程由路面和轮对的变位关系联系起来, 对应于第  $n$  阶振型方程的右端力可表示为:

$$\begin{aligned} F_n &= \sum_{i=1}^{NM} \sum_{j=1}^{NM} \sum_{k=1}^2 \Phi_n(ljik) \left[ c_{dij} \left( \dot{Z}_{lij} - 0.5 \eta_k a_{lij} \dot{\theta}_{lij} - \sum_{m=1}^{Nq} \dot{q}_m \Phi_m(ljik) - \dot{g}_{ijk} \right) \right. \\ &\quad \left. + k_{dij} \left( Z_{lij} - 0.5 \eta_k a_{lij} \theta_{lij} - \sum_{m=1}^{Nq} q_m \Phi_m(ljik) - g_{ijk} \right) + W_{ijk} \right] \end{aligned} \quad (3-6)$$

由于用有限元程序得到的振型向量是离散的, 而车辆是在连续不断地前进。当力不是作用在节点上时, 振型函数值是由轮对所在位置临近的节点振型插值得到的。

### 3.2 Newmark- $\beta$ 法

通过振型叠加法我们可以得出某一时刻的道路响应, 但为了得到任一时刻的响应, 且上面推导的式(2-12), 是一个时变的微分方程组, 都需要采用 Newmark-  $\beta$  法求解。Newmark-  $\beta$  法, 同别的逐步积分法类似, 是把整个振动过程分成许多时间间隔, 按短时间增量计算响应, 在每个时间间隔的起点和终点建立动力平衡条件。

对于微分方程组

$$M\ddot{y}(t) + C\dot{y}(t) + Ky = F(t) \quad (3-7)$$

在  $t=s$  和  $t=s+1$  时刻因满足

$$\begin{cases} M\ddot{y}_s + C\dot{y}_s + Ky_s = F_s \\ M\ddot{y}_{s+1} + C\dot{y}_{s+1} + Ky_{s+1} = F_{s+1} \end{cases} \quad (3-8)$$

而 Newmark- $\beta$  法在每个时间间隔  $\Delta t$  中，假定位移、速度和加速度之间满足关系式：

$$\begin{cases} \dot{y}_{s+1} = \dot{y}_s + [(1-\gamma)\ddot{y}_s + \gamma\ddot{y}_{s+1}]\Delta t \\ y_{s+1} = y_s + \dot{y}_s\Delta t + [(0.5-\beta)\ddot{y}_s + \beta\ddot{y}_{s+1}]\Delta t^2 \end{cases} \quad (3-9)$$

为保证逐步积分法的无条件稳定和一定的计算精度，取  $\gamma=0.5$ ,  $\beta=0.25$ ，此时的 Newmark- $\beta$  法又叫做平均加速度法。这时，加速度在区间  $\Delta t$  内取起始点  $\ddot{y}_s$  和终点  $\ddot{y}_{s+1}$  的平均值，而速度在区间内线性变化。把  $\gamma=0.5$ ,  $\beta=0.25$  代入上式得：

$$\begin{cases} \dot{y}_{s+1} = \dot{y}_s + 0.5(\ddot{y}_s + \ddot{y}_{s+1})\Delta t \\ y_{s+1} = y_s + \dot{y}_s\Delta t + 0.25(\ddot{y}_s + \ddot{y}_{s+1})\Delta t^2 \end{cases} \quad (3-10)$$

这样，对于一个已经给定的微分方程组：

$$[M]\{\ddot{y}(t)\} + [C]\{\dot{y}(t)\} + [K]\{y\} = \{F(t)\}$$

假设已知的  $t=s$  的时刻的位移向量  $\{y_s\}$ 、速度向量  $\{\dot{y}_s\}$ 、加速度向量  $\{\ddot{y}_s\}$ ，显然他们满足如下关系式：

$$[M]\{\ddot{y}_s\} + [C]\{\dot{y}_s\} + [K]\{y_s\} = \{F_s\}$$

而对于  $t=s+1$  时刻的振动响应  $\{y_{s+1}\}$ 、 $\{\dot{y}_{s+1}\}$  和  $\{\ddot{y}_{s+1}\}$  同样满足

$$[M]\{\ddot{y}_{s+1}\} + [C]\{\dot{y}_{s+1}\} + [K]\{y_{s+1}\} = \{F_{s+1}\}$$

要求解  $\{\ddot{y}_{s+1}\}$ 、 $\{\dot{y}_{s+1}\}$  和  $\{y_{s+1}\}$ ，利用关系式把式(3-10)代入(3-8)，则有：

$$([M]+0.5\Delta t[C]+0.25\Delta t^2[K])\{\ddot{y}_{s+1}\} = \{F_{s+1}\} - [C](\{\ddot{y}_s\} + 0.5\Delta t\{\ddot{y}_s\}) - [K](\{y_s\} + \Delta t\{\dot{y}_s\} + 0.25\Delta t^2\{\ddot{y}_s\}) \quad (3-11)$$

通过这样的代换，便将联立微分方程组转化为关于未知量  $\{\ddot{y}_{s+1}\}$  的一组代数方程组，式中  $\{y_s\}$ 、 $\{\dot{y}_s\}$ 、 $\{\ddot{y}_s\}$  为已知的部分， $\{\ddot{y}_{s+1}\}$  为待求的部分，求出了  $\{\ddot{y}_{s+1}\}$ ，通过式(3-10)即可求出  $\{y_{s+1}\}$  和  $\{\dot{y}_{s+1}\}$ ，从而可求解  $t=s+1$  时刻方程组的动力响应。

为了推导方便，把(3-10)转化为如下形式：

$$\begin{cases} \dot{y}_{s+1} = \dot{y}_s + 0.5\ddot{y}_s\Delta t + 0.5\ddot{y}_{s+1}\Delta t \\ y_{s+1} = y_s + \dot{y}_s\Delta t + 0.25\ddot{y}_s\Delta t^2 + 0.25\ddot{y}_{s+1}\Delta t^2 \end{cases} \quad (3-12)$$

令  $p=0.5\Delta t$ ,  $\bar{y}_s = \dot{y}_s + 0.5\ddot{y}_s\Delta t$ ,  $\bar{y}_s = y_s + \dot{y}_s\Delta t + 0.25\ddot{y}_s\Delta t$ ，则式(3-12)变成

$$\begin{cases} \dot{y}_{s+1} = \bar{y}_s + p\ddot{y}_{s+1} \\ y_{s+1} = \bar{y}_s + p^2\ddot{y}_{s+1} \end{cases} \quad (3-13)$$

式中  $\bar{y}_s$  和  $\bar{y}_s$  为已知的部分， $\ddot{y}_{s+1}$  为待求的部分。

由上式，可求解  $t = s+1$  时刻车辆和道路的运动方程，先考虑车辆运动方程。将式(3-13)代入车辆部分运动方程可依次得到车辆在  $t = s+1$  时刻的平衡方程。

### 1. 坚向振动(车体和轮对)

车体

$$\begin{aligned} & (M_{li} + 2p \sum_{j=1}^{NW(l,i)} c_{slij} + 2p^2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} k_{slij}) \ddot{z}_{li}^{s+1} - 2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} (pc_{slij} + p^2 k_{slij}) \ddot{z}_{lij}^{s+1} + \\ & 2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \eta_{lij} f_{lij} (pc_{slij} + p^2 k_{slij}) \ddot{\varphi}_{li}^{s+1} = -2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} (c_{slij} \bar{z}_{li}^s + k_{slij} \bar{z}_{li}^s) + \\ & 2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} (c_{slij} \bar{z}_{lij}^s + k_{slij} \bar{z}_{lij}^s) - 2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \eta_{lij} f_{lij} (c_{slij} \bar{\varphi}_{li} + k_{slij} \bar{\varphi}_{li}) \end{aligned} \quad (3-14)$$

轮对

$$\begin{aligned} & -2(p c_{slij} + p^2 k_{slij}) \ddot{z}_{li}^{s+1} + [m_{lij} + 2p(c_{slij} + c_{tlij}) + 2p^2(k_{slij} + k_{tlij})] \ddot{z}_{lij}^{s+1} \\ & - 2\eta_{lij} f_{lij} (pc_{slij} + p^2 k_{slij}) \varphi_{li}^{s+1} - \sum_{k=1}^2 \sum_{n=1}^{Nq} \Phi_n(lijk) (pc_{tlij} + p^2 k_{tlij}) \ddot{q}_n^{s+1} \\ & = 2(c_{slij} \bar{z}_{li}^s + k_{slij} z_{li}^s) - 2[(c_{slij} + c_{tlij}) \bar{z}_{lij}^s + (k_{slij} + k_{tlij}) \bar{z}_{lij}^s] \\ & + 2\eta_{lij} f_{lij} (c_{slij} \bar{\varphi}_{li} + k_{slij} \bar{\varphi}_{li}) + \sum_{k=1}^2 \sum_{n=1}^{Nq} \Phi_n(lijk) (c_{tlij} \bar{q}_n^s + k_{tlij} \bar{q}_n^s) \end{aligned} \quad (3-15)$$

### 2. 点头振动(车体)

$$\begin{aligned} & 2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \eta_{lij} f_{lij} (pc_{slij} + p^2 k_{slij}) \ddot{z}_{li}^{s+1} - 2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \eta_{lij} f_{lij} (pc_{slij} + p^2 k_{slij}) \ddot{z}_{lij}^{s+1} \\ & + [J_{\varphi li} + 2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} f_{lij}^2 (pc_{tlij} + p^2 k_{tlij})] \ddot{\varphi}_{li}^{s+1} = -2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \eta_{lij} f_{lij} (c_{slij} \bar{z}_{li}^s + k_{slij} \bar{z}_{li}^s) \\ & + 2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} \eta_{lij} f_{lij} (c_{slij} \bar{z}_{lij}^s + k_{slij} \bar{z}_{lij}^s) - 2 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} f_{lij} (c_{slij} \bar{\varphi}_{li} + k_{slij} \bar{\varphi}_{li}) \end{aligned} \quad (3-16)$$

### 3. 侧滚振动 (车体和轮对)

车体

$$\begin{aligned} & [J_{\theta li} + 0.5 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} b_{lij}^2 (pc_{slj} + p^2 k_{slj})] \ddot{\theta}_{li}^{s+1} - 0.5 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} b_{lij}^2 (pc_{tlj} + p^2 k_{tlj})] \ddot{\theta}_{lj}^{s+1}] \\ & = -0.5 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} b_{lij}^2 (c_{slj} \bar{\theta}_{li}^s + k_{slj} \bar{\theta}_{li}^s) + 0.5 \sum_{j=1}^{NW(l,i)} b_{lij}^2 (c_{tlj} \bar{\theta}_{lj}^s + k_{tlj} \bar{\theta}_{lj}^s) \end{aligned} \quad (3-17)$$

轮对

$$\begin{aligned} & -0.5 b_{lij}^2 (pc_{slj} + p^2 k_{slj}) \ddot{\theta}_{li}^{s+1} + [J_{\theta tij} + 0.5 p(a_{lij}^2 c_{tij} + b_{lij}^2 c_{slj}) \\ & + 0.5 p^2 (a_{lij}^2 k_{tlj} + b_{lij}^2 k_{slj})] \ddot{\theta}_{lj}^{s+1} + 0.5 \sum_{k=1}^2 \sum_{n=1}^{Nq} \eta_k a_{lij} \Phi_n(lijk) (pc_{tij} + p^2 k_{tlj}) \ddot{q}_n^{s+1} \\ & = 0.5 b_{lij}^2 (c_{slj} \bar{\theta}_{li}^s + k_{slj} \bar{\theta}_{li}^s) - 0.5 [(a_{lij}^2 c_{tij} + b_{lij}^2 c_{slj}) \bar{\theta}_{lj}^s + (a_{lij}^2 k_{tlj} + b_{lij}^2 k_{slj}) \bar{\theta}_{lj}^s] \\ & - 0.5 \sum_{k=1}^2 \eta_k a_{lij} [c_{tij} \sum_{n=1}^{Nq} \Phi(lijk) \bar{q}_n^s + k_{tij} \sum_{n=1}^{Nq} \Phi(lijk) \bar{q}_n^s] \end{aligned} \quad (3-18)$$

考虑道路方程，在 $t=s+1$ 时刻，道路结构的第 $n$ 阶模态方程为：

$$\begin{aligned} & (M_n + pC_n + p^2 K_n) \ddot{q}_n^{s+1} + \sum_{l=1}^{NL} \sum_{i=1}^{NV(l)} \sum_{j=1}^{NW(l,j)} \sum_{k=1}^2 \sum_{m=1}^{Nq} \Phi_m(lijk) \Phi_n(lijk) [pc_{tij} + p^2 k_{tlj}] \ddot{q}_m^{s+1} \\ & - \sum_{l=1}^{NL} \sum_{i=1}^{NV(l)} \sum_{j=1}^{NW(l,j)} \sum_{k=1}^2 \Phi(lijk) (pc_{tij} + p^2 k_{tlj}) \ddot{z}_{lj}^{s+1} \\ & + \sum_{l=1}^{NL} \sum_{i=1}^{NV(l)} \sum_{j=1}^{NW(l,j)} \sum_{k=1}^2 0.5 \eta_k \Phi_n(lijk) a_{lij} (pc_{tij} + p^2 k_{tlj}) \ddot{\theta}_{lj}^{s+1} = -C_n \ddot{q}_n^s - K_n \bar{q}_n^s \\ & - \sum_{l=1}^{NL} \sum_{i=1}^{NV(l)} \sum_{j=1}^{NW(l,j)} \sum_{k=1}^2 \sum_{m=1}^{Nq} \Phi_m(lijk) \Phi_n(lijk) [c_{tij} \bar{q}_m^s + k_{tij} \bar{q}_m^s] \\ & + \sum_{l=1}^{NL} \sum_{i=1}^{NV(l)} \sum_{j=1}^{NW(l,j)} \sum_{k=1}^2 \Phi_n(lijk) (c_{tij} \bar{z}_{lj}^s + k_{tij} \bar{z}_{lj}^s) \\ & - \sum_{l=1}^{NL} \sum_{i=1}^{NV(l)} \sum_{j=1}^{NW(l,j)} \sum_{k=1}^2 0.5 \eta_k \Phi_n(lijk) a_{lij} (c_{tij} \bar{\theta}_{lj}^s + k_{tij} \bar{\theta}_{lj}^s) \\ & + \sum_{l=1}^{NL} \sum_{i=1}^{NV(l)} \sum_{j=1}^{NW(l,j)} \sum_{k=1}^2 \sum_{m=1}^{Nq} \Phi_n(lijk) [(c_{tij} \dot{g}(ljk) + k_{tij} g(ljk) + W_{ljk})] \end{aligned} \quad (3-19)$$

至此, 经过一系列的代换, 便将体系动力平衡方程组变换为了以  $\ddot{z}^{s+1}$ 、 $\ddot{\phi}^{s+1}$ 、 $\ddot{\theta}^{s+1}$  和  $\ddot{q}^{s+1}$  ( $n=1, 2, \dots, Nq$ ) 为未知量的代数方程组, 现将式(3-14~3-19)写为矩阵形式

$$[M^{s+1}] \{ \ddot{x}^{s+1} \} = \{ F^{s+1} \} \quad (3-20)$$

式中  $\{ \ddot{x}^{s+1} \}$  为未知的加速度列向量,

$[M^{s+1}]$  为未知加速度的系数矩阵。

由于系数矩阵  $[M^{s+1}]$  和列向量  $\{ F^{s+1} \}$  是随时间变化的, 因此, 在 Newmark- $\beta$  法逐步积分中, 每计算一个时间步长, 都要形成新的  $[M^{s+1}]$  和  $\{ F^{s+1} \}$ 。

下面总结下 Newmark- $\beta$  法解题的基本思路

若已知  $t=s$  时刻的  $\{y_s\}$ 、 $\{\dot{y}_s\}$  和  $\{\ddot{y}_s\}$ , 则:

- (1) 求  $\{\bar{y}^s\}$  和  $\{\bar{\dot{y}}^s\}$ ;
- (2) 形成系数矩阵  $[M^{s+1}]$ ;
- (3) 由  $\{\bar{y}^s\}$  和  $\{\bar{\dot{y}}^s\}$  求广义向量  $\{F^{s+1}\}$ ;
- (4) 解代数方程组  $[M^{s+1}] \{ \ddot{x}^{s+1} \} = \{ F^{s+1} \}$ , 求得  $t=s+1$  时刻的加速度  $\{ \ddot{y}^{s+1} \}$ ;
- (5) 由式(3-10)求得  $t=s+1$  时刻的速度  $\{ \dot{y}^{s+1} \}$  和位移  $\{ y^{s+1} \}$ 。

### 3.3 计算程序的编制

#### 3.3.1 程序的计算过程

根据以上思路, 本文应用 FORTRAN 语言编制了求解车辆和道路动力响应的计算程序 VEHB。此程序具有以下特点:

- (1) 由于道路结构采用模态分析法, 所以对道路结构形式的限制较小;
- (2) 程序可以分析车路耦合的空间、平面动力响应问题;
- (3) 程序考虑车辆在道路上的横向位置, 可以研究多车道、多车辆、不同车辆类型、不同车辆参数和不同车速等较复杂的情况;
- (4) 可以考虑路面不平顺对道路的影响。

编制程序的思路及程序的具体执行过程如图 3-3 所示。

#### 3.3.2 程序主体框架及子程序说明

主体框架主要包括: 主程序, 输入数据模块, 确定车辆位置模块, 插值计算道路振型模块, 组装车路系统左端矩阵和右端力向量模块, 线性方程组求解模块和输出响应模块。

各模块说明见表 3-1

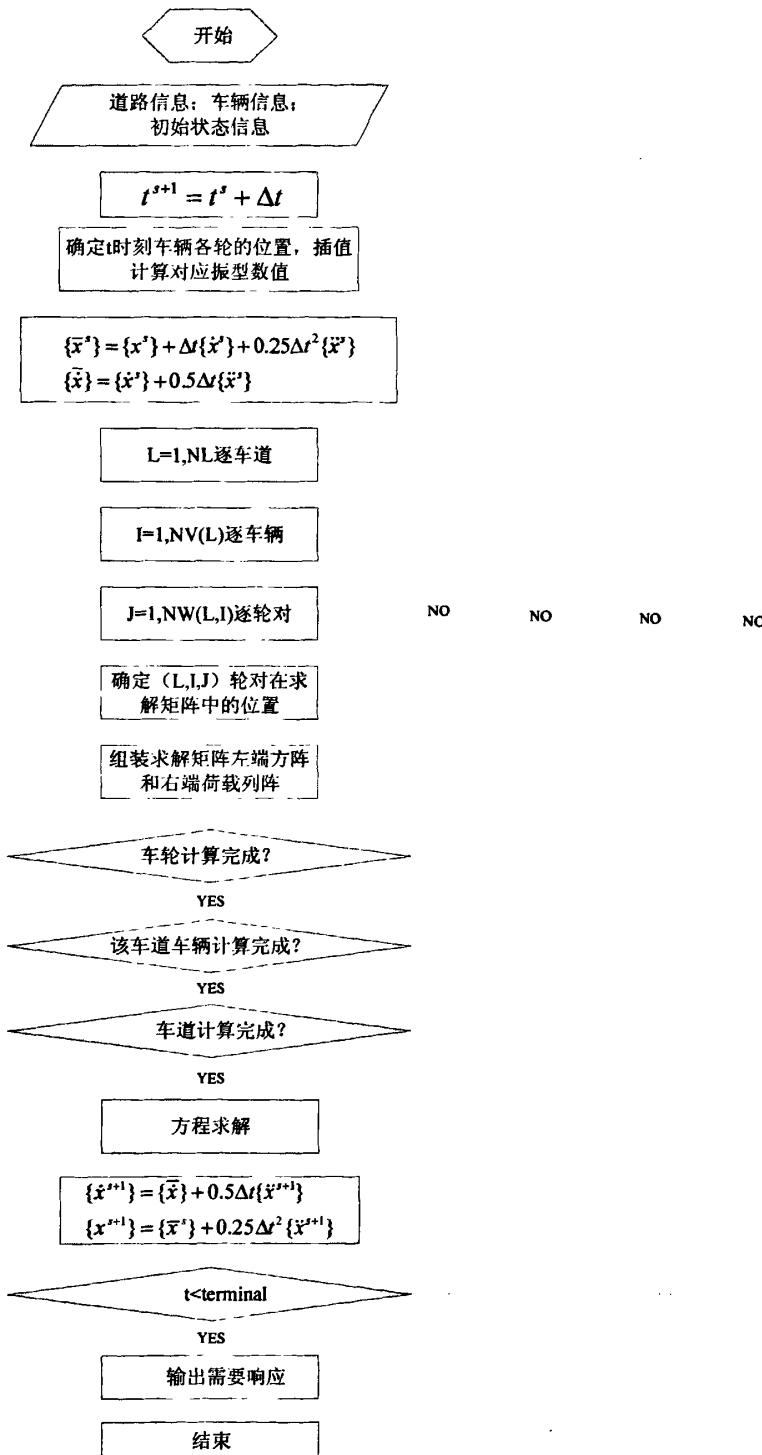


图 3-3 程序流程图  
Figure3-3 program flow process chart

表 3-1 子程序功能说明  
Table 3-1 Function declaration of subroutine

主程序	将其他各模块一起综合调用
输入数据模块	车辆参数及道路振型数据的输入
确定车辆位置模块	确定车辆轮对所在位置
插值计算道路振型模块	根据输入的已知点振型数据确定其他点的振型数据
组装车路系统矩阵模块	将有关数据集合成相应的矩阵
线性方程组求解模块	计算相应点的位移, 速度, 加速度
输出响应模块	将计算结果输出

## 4 几种常见工况下路面响应分析

本文的道路振型分析通过在有限元软件Midas/GTS中建立比较符合实际情况的3维道路模型，各层都采用实体单元，材料属性见2.3节。建立了如图4-1、4-2所示的有限元模型，然后分析其各阶振型，由于道路很长，只能取一定的长度进行分析，所以在确定最终取值以前，先试取值，最终使其路面中心的变形不受路两侧边界的制约，使模型更接近实际情况。模型长100m，路面宽12.375m，两侧分别有0.75m的土路肩，但为简化，略去不计，边坡坡度1：1.5。

模型建立的主要步骤如下：

1. 输入各层材料属性数据；
2. 建立二维几何模型；
3. 生成二维网格；
4. 扩展二维模型；
5. 生成三维网格；

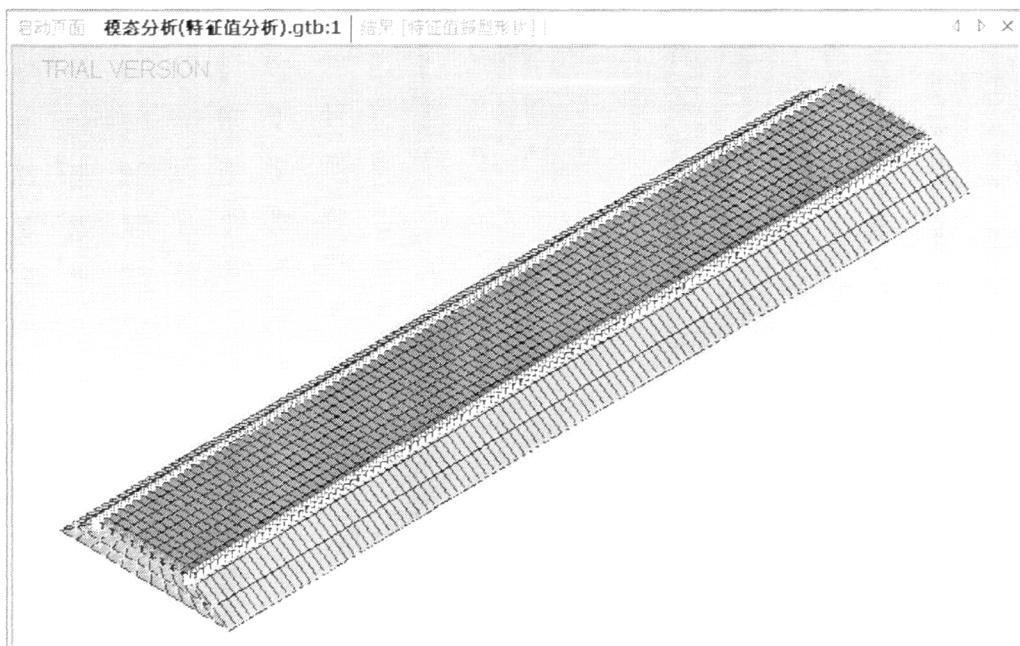


图 4-1 道路模型轴测图  
Figure 4-1 Axonometric of road model

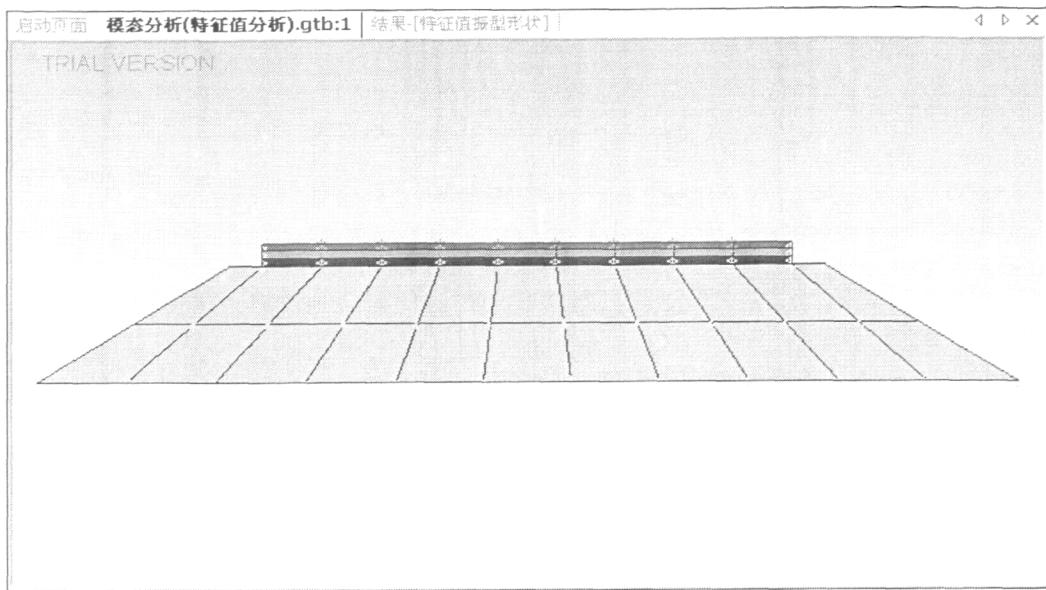


图 4-2 道路模型横断面图  
Figure 4-2 Cross-sectional of road model

模型建立了以后，再对其进行振型分析，主要步骤如下：

1. 定义边界条件；
2. 定义分析工况；
3. 分析；
4. 查看分析结果；

在此基础上得到上述道路模型的频率和振型向量，根据振型质量参与系数，选取一定的振型进行分析计算，表4-1列出了前10阶的振型情况。

表 4-1 前 10 阶振型频率  
Table 4-1 Frequency of 10 Modals

振型号	频率		周期	误差
	弧度/秒	转/秒		
1	1.418631	0.225782	4.429047	0.000000
2	1.606642	0.255705	3.910756	0.000000
3	3.225021	0.513278	1.948262	0.000000
4	6.033890	0.960323	1.041316	0.000000
5	6.373881	1.014435	0.985771	0.000000
6	9.022845	1.436030	0.696364	0.000000
7	9.100121	1.448329	0.696451	0.000007
8	9.124328	1.452182	0.688619	0.000007
9	9.140862	1.454813	0.687373	0.000001
10	9.171687	1.459719	0.685073	0.000000

表 4-2 振型质量参与系数

Table 4-2 Quality Participation Coefficient of modal

振型号	平动 X		平动 Y		平动 Z		转动 X		转动 Y		转动 Z	
	质量	总和	质量	总和	质量	总和	质量	总和	质量	总和	质量	总和
1	100.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	100.00	87.07	87.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	100.00	0.00	87.07	0.18	0.18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.00	100.00	0.00	87.07	90.27	90.45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	100.00	0.00	87.38	0.00	90.45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	0.00	100.00	0.00	87.56	0.00	90.45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	100.00	0.00	87.56	0.00	90.45	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

在完成对振型分析发基础上，从结果中选取有关网格节点数据，然后结合表 4-3 的车辆参数，将它们作为初始数据在 Fortran 程序 VEHB 中进行输入，然后进行求解即可。下面将用编制的 VEHB 程序计算道路路面节点在常见工况下的响应规律，主要从车速，载重以及不同的轴型车对路面节点的响应方面的影响进行分析，同时比较了道路在不同结构厚度组合形式下的响应，本文选取沿道路轴向且距起点分别为 3m、51m、70m、97m 的点进行数据分析。

表 4-3 车辆参数表

Table 4-3 vehicle Parameters

参数名称	二轴车	三轴车	四轴车
车厢质量	15500	25000	40000
车厢绕 y 轴转动惯量	36000	58000	93000
车厢绕 x 轴转动惯量	160	160	160
轮对质量	1000	1500	1500
轮对绕 x 轴转动惯量	1000	1500	1500
簧上刚度(前轴)	50000	50000	50000
簧上刚度(后轴)	120000	120000	120000
簧下刚度(前轴)	1000000	1000000	1000000
簧下刚度(后轴)	2300000	2300000	2300000
簧上阻尼(前轴)	10000	10000	10000
簧上阻尼(后轴)	16000	16000	16000
簧下阻尼(前轴)	4000	4000	4000
簧下阻尼(后轴)	16000	16000	16000
轮距	1.85	1.85	1.85
轴距	3.6	2.9+1.35	2.9+1.35+1.35

注：质量单位 kg，转动惯量  $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ，刚度 N/m，阻尼 N·s/m，长度 m

## 4.1 路面不平顺对路面结构响应的影响

由于本文采用振型叠加法，所以对路面不平顺的分析只能通过已有数据进行，而不能由振型分析得到，通常情况下，路面不平度是平稳的、各态历经零均值Gauss随机过程，并用路面功率谱来描述路面的统计特性。关于路面功率谱，国内外均作过大量的测试和研究，有一些常用的标准，如：

(1) 国际标准化协会制定的ISO标准：

$$\begin{cases} S_q(\Omega) = S_q(\Omega_0)(\Omega/\Omega_0)^{-W_1} & \Omega \leq \Omega_0 \\ S_q(\Omega) = S_q(\Omega_0)(\Omega/\Omega_0)^{-W_2} & \Omega \geq \Omega_0 \end{cases}$$

式中： $\Omega$ 为波数(周/m)， $\Omega_0$ 为基准波数， $S_q(\Omega)$ 为位移的谱密度(m<sup>3</sup>/周)

$S_q(\Omega_0)$ 为基准波数在 $\Omega_0$ 处的谱密度，公式中常数根据ISO标准为 $W_1=3$ ，

$W_2=2.35$ ， $\Omega_0=1/2\pi$ ， $S_q(\Omega_0)$ 与路面情况有关，取值如下。

表4-4 不同路面 $S_q(\Omega_0)$ 的取值

Table4-4 selection of  $S_q(\Omega_0)$  in different road

路面情况	$S_q(\Omega_0)$ 值( $\times 10^6 m^3/周$ )
很好	$2^{\sim}8$
好(相当于A级)	$8^{\sim}32$
一般(相当于B级)	$32^{\sim}128$
差(相当于C级)	$128^{\sim}512$
很差(相当于D级)	$512^{\sim}2048$

(2) 中国国家标准GB7031-86《车辆振动输入路面平度表示方法》：

$$G_d(n) = G_d(n_0)(n/n_0)^{-W} \quad n > 0$$

式中： $n$ ——空间频率；

$n_0$ ——参考空间频率；

$G_d(n_0)$ ——路面平度系数；

$G_d(n)$ ——位移功率谱密度。

$G_d(n_0)$ 的取值情况见表4-5。

路面不平度检测属于散点取样，所测各点路面起伏并非连续函数，但由于取样频率与测试精度高，可完全反映路面的起伏情况。图4-1为激光平整度测试车实测的路面起伏变化：纵坐标为路面起伏，单位为mm，横坐标为路面行程方向的测试点点位。

表4-5 路面平度系数取值

Table 4-5 Selection of pavement rough coefficient

路面等级	路面平度系数 $G_d(n_0)$ ( $\times 10^6 \text{m}^3/\text{周}$ )		
	下限	几何平均	上限
A	8	16	32
B	32	64	128
C	128	256	512
D	512	1024	2048
E	2048	4096	8192
F	8192	16384	32768
G	32768	65536	131072
H	131072	262144	524288

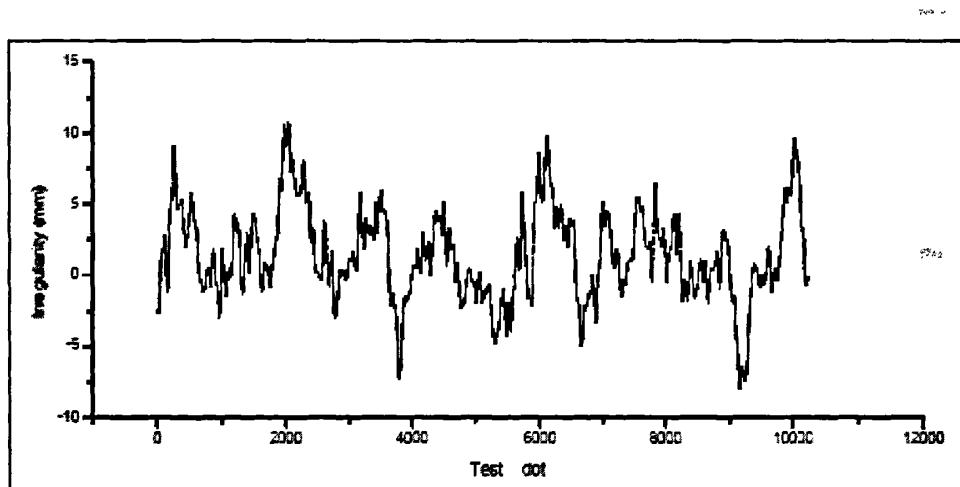


图4-3 高速公路实测路面起伏  
Figure4-3 Pavement fluctuation of highway

根据国内外原位实测研究结果，高速公路路面不平顺幅值一般小于15mm，本文将采用图4-1所示高速公路路面起伏功率谱密度函数，分别模拟不平顺幅值为5mm、10mm、15mm三种情况下系统的动力响应，即在作为输入数据的节点上加上不一样的幅值范围内的值，因为路面不平度检测属于散点取样，所测各点路面起伏并非连续函数，所以这样做可以反映路面的实际起伏情况。

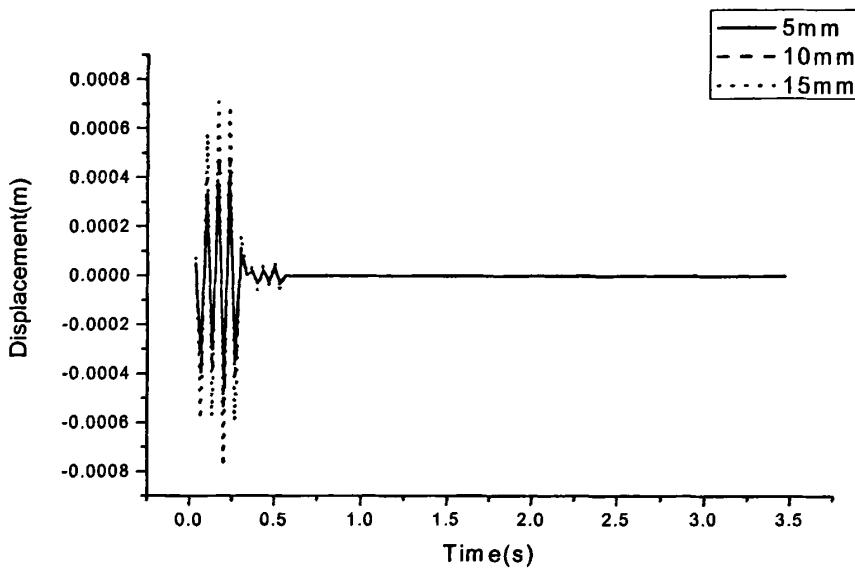


图 4-4 No.3 点在不同幅值下的位移分布

Fig.4-4 Distribution of No.3 displacement

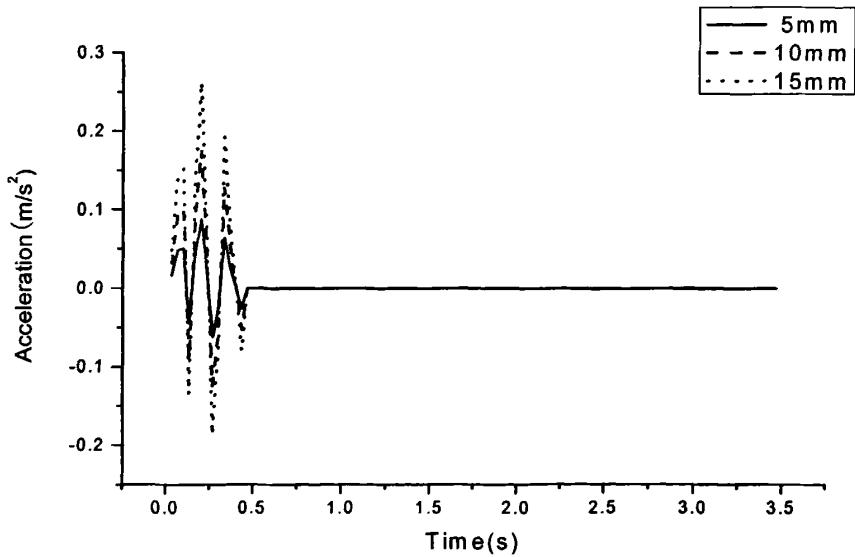


图 4-5 不同幅值下 No.3 点的加速度分布

Fig.4-5 Distribution of No.3 acceleration

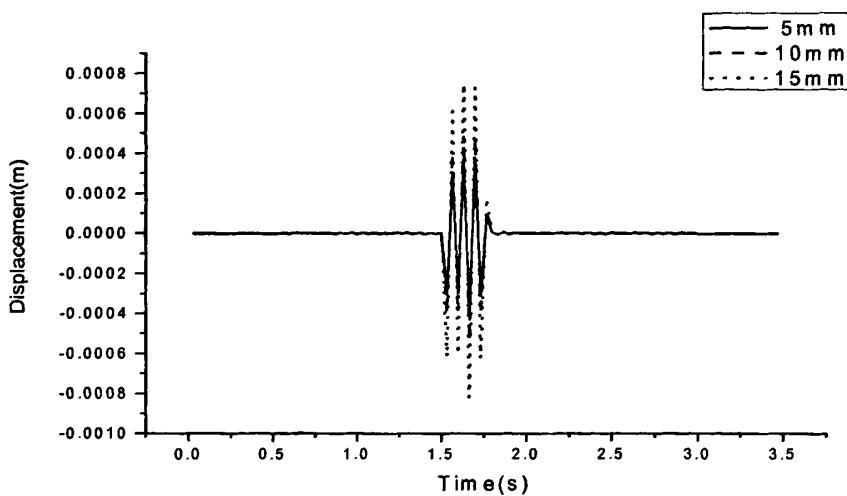


图 4-6 No.51 点在不同幅值下的位移分布

Fig.4-6 Distribution of No.51 displacement

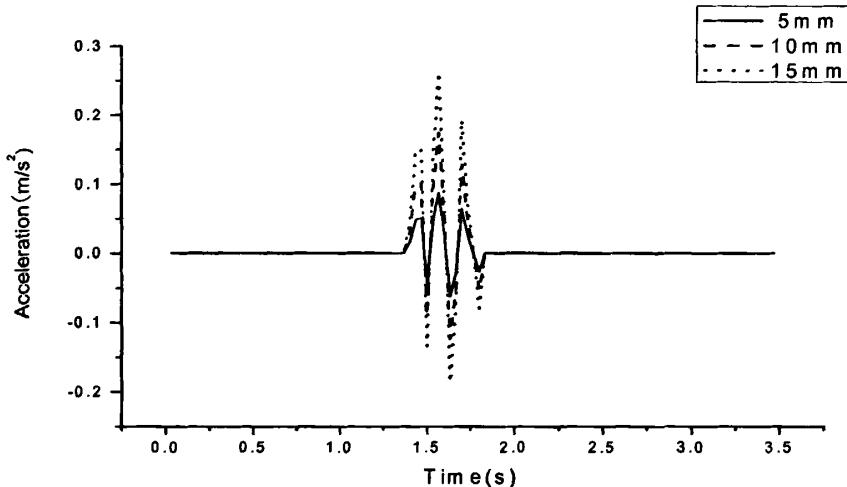


图 4-7 不同幅值下 No.51 点的加速度分布

Fig.4-7 Distribution of No.51 acceleration

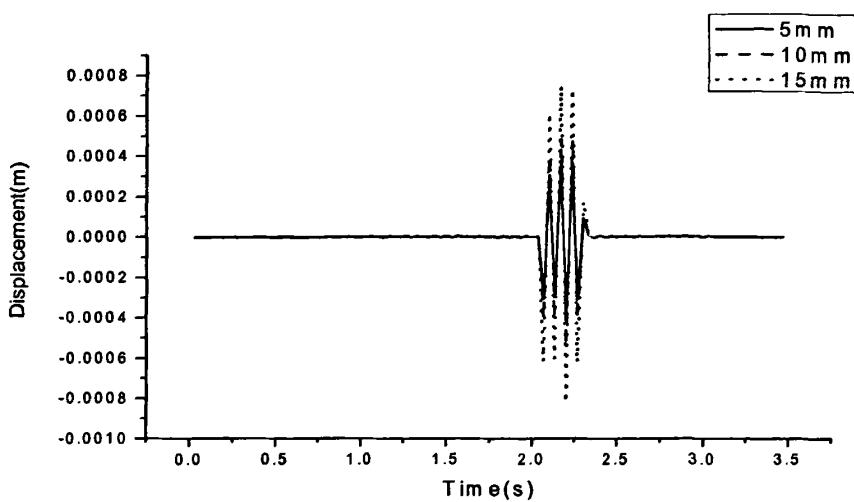


图 4-8 No.70 点在不同幅值下的位移分布

Fig.4-8 Distribution of No.70 displacement

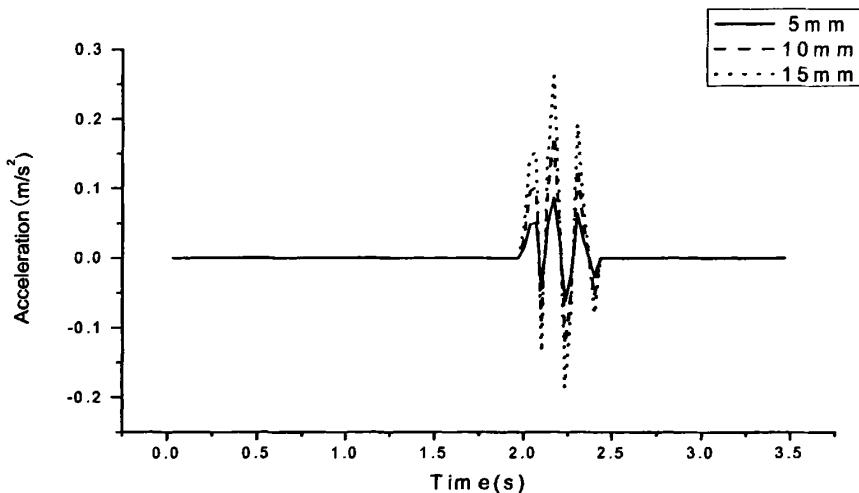


图 4-9 不同幅值下 No.70 点的加速度分布

Fig.4-9 Distribution of No.70 acceleration

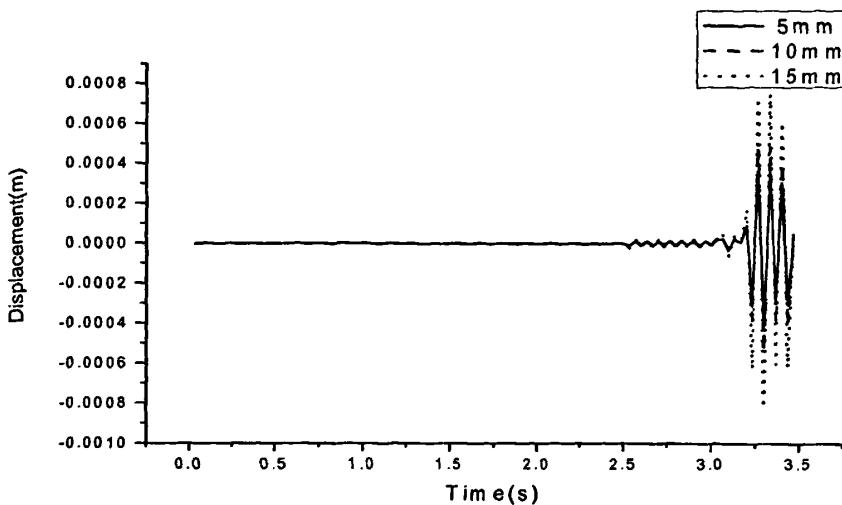


图 4-10 No.97 点在不同幅值下的位移分布

Fig.4-10 Distribution of No.97 displacement

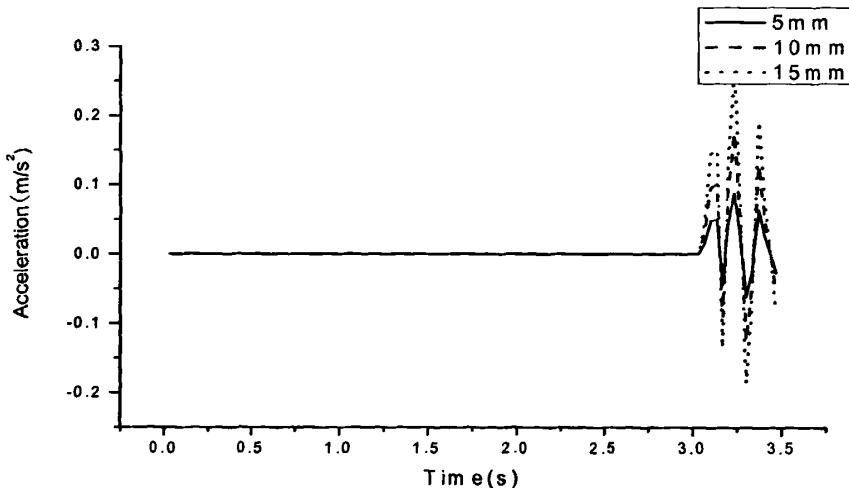


图 4-11 不同幅值下 No.97 点的加速度分布

Fig.4-11 Distribution of No.97 acceleration

不平顺幅值的增加，位移和加速度的响应也相应变大，15mm时的位移接近5mm时的二倍，而加速度更将近三倍，这充分说明路面的不平顺对路面结构的使用起非常重要的作用，路面越不平顺越容易过早产生破坏。

## 4.2 车速对路面结构响应的影响

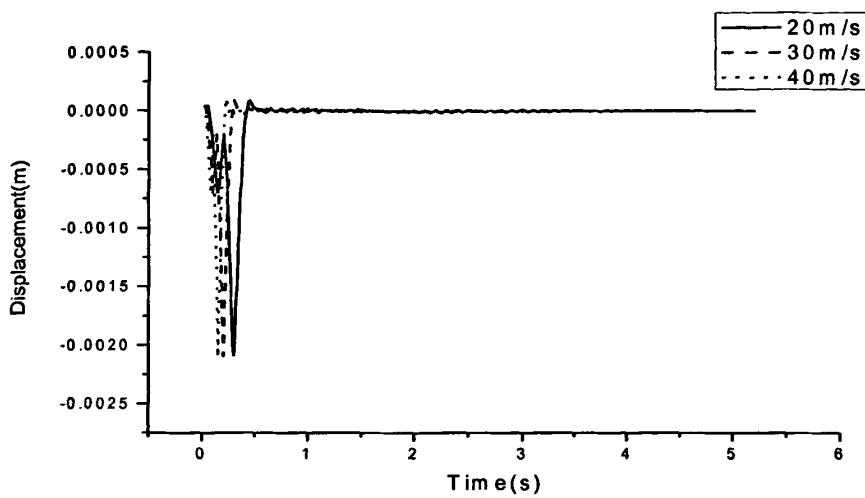


图 4-12 No.3 点在不同车速下的位移分布

Fig.4-12 Distribution of No.3 displacement

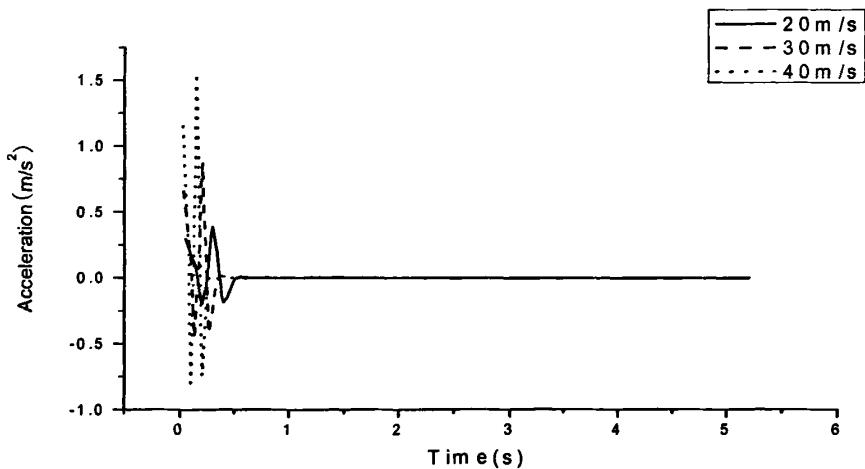


图 4-13 No.3 点在不同车速下的加速度分布

Fig.4-13 Distribution of No.3 acceleration

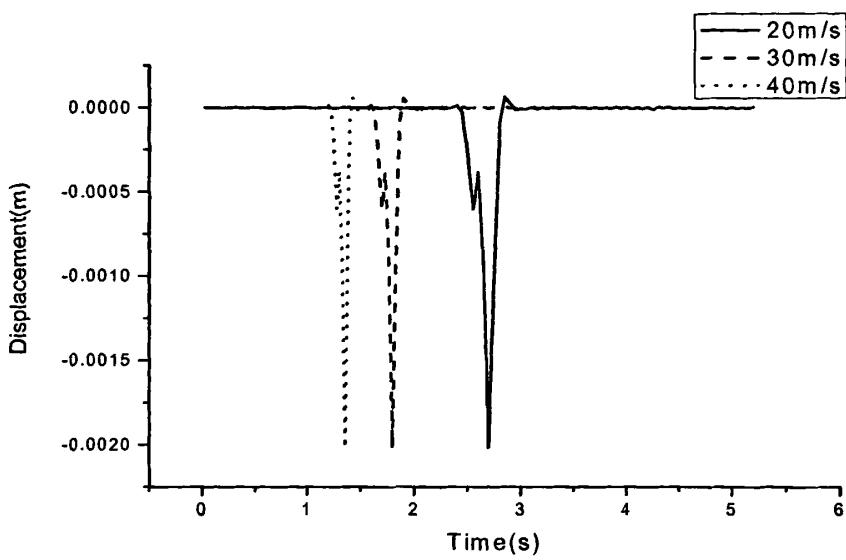


图 4-14 No.51 点在不同车速下的位移分布  
Fig.4-14 Distribution of No.51 displacement

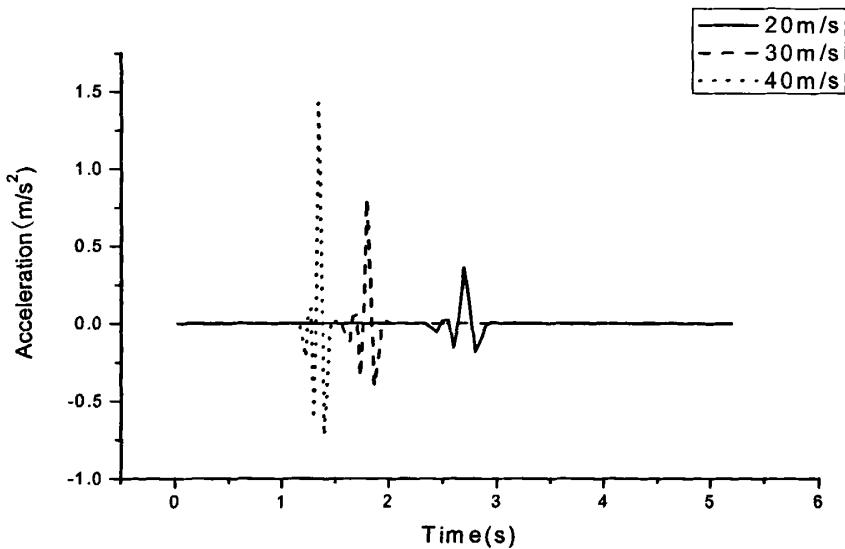


图 4-15 No.51 点在不同车速下的加速度分布  
Fig.4-15 Distribution of No.51 acceleration

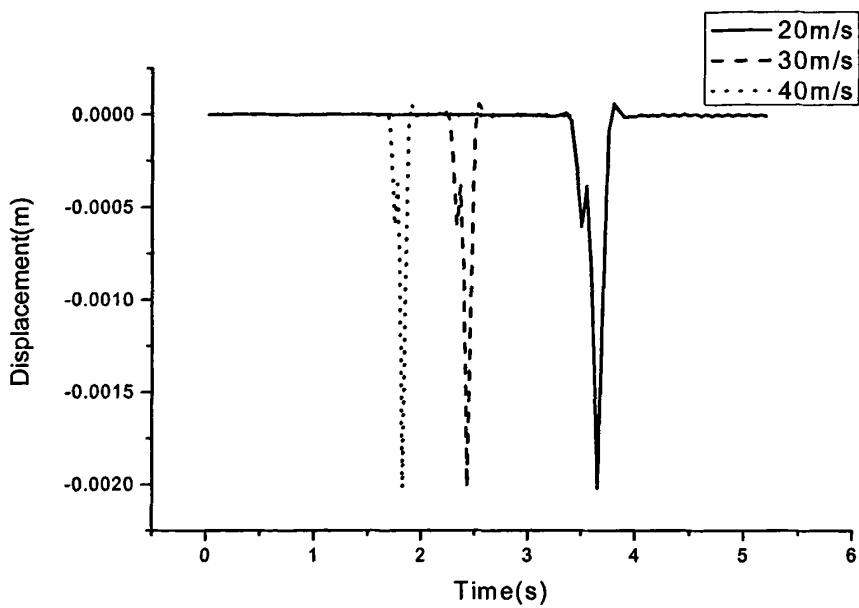


图 4-16 No.70 点在不同车速下的位移分布

Fig.4-16 Distribution of No.70 displacement

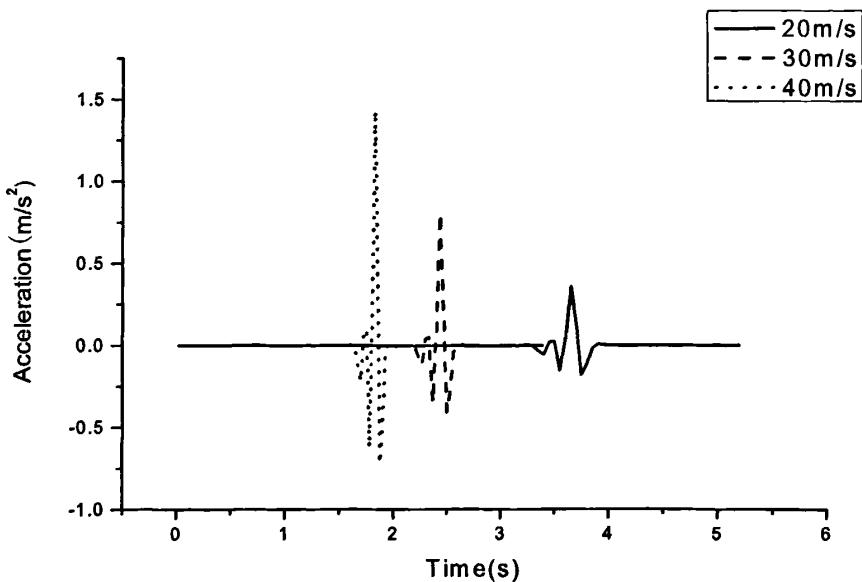


图 4-17 No.70 点在不同车速下的加速度分布

Fig.4-17 Distribution of No.70 acceleration

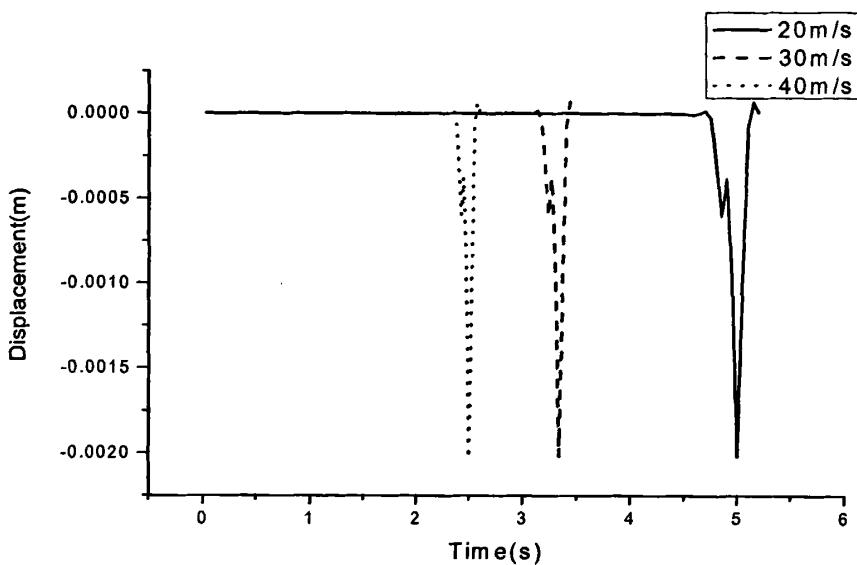


图 4-18 No.97 点在不同车速下的位移分布

Fig.4-18 Distribution of No.97 displacement

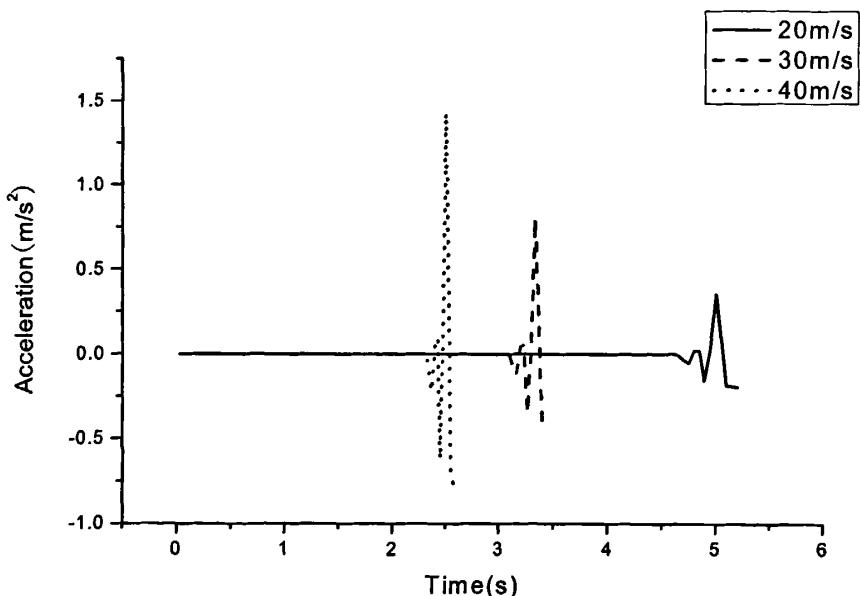


图 4-19 No.97 点在不同车速下的加速度分布

Fig.4-19 Distribution of No.97 acceleration

车速对路面结构的动力响应主要有以下特点：1.不同车速对路面结构垂向位移几乎没有影响，仅对幅值的时域分布有影响，产生相应的峰值点“滞后”现象；2.车速越大，路面结构垂向加速度越大，车速增加一倍，垂向加速度增加约二倍；3.振动响应的持续时间短，衰减快，一般仅有一个峰值；4.车速越大，响应时间越小，变化越剧烈。

#### 4.3 载重对路面结构响应的影响

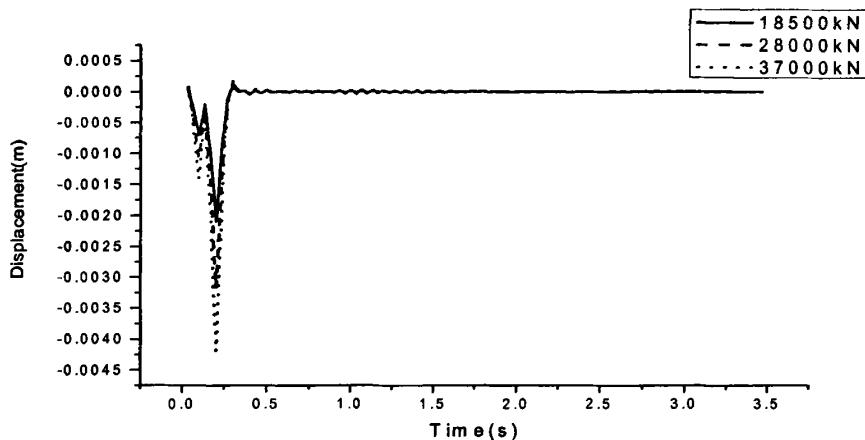


图 4-20 No.3 点在不同载重下的位移分布

Fig.4-20 Distribution of No.3 displacement

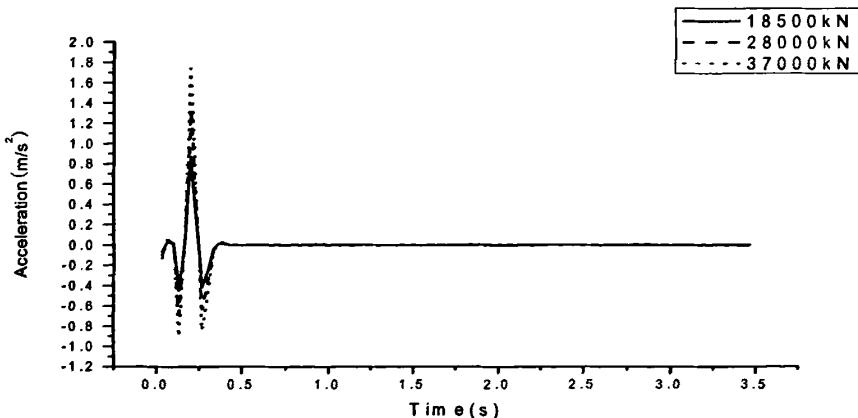


图 4-21 No.3 点在不同载重下的加速度分布

Fig.4-21 Distribution of No.3 acceleration

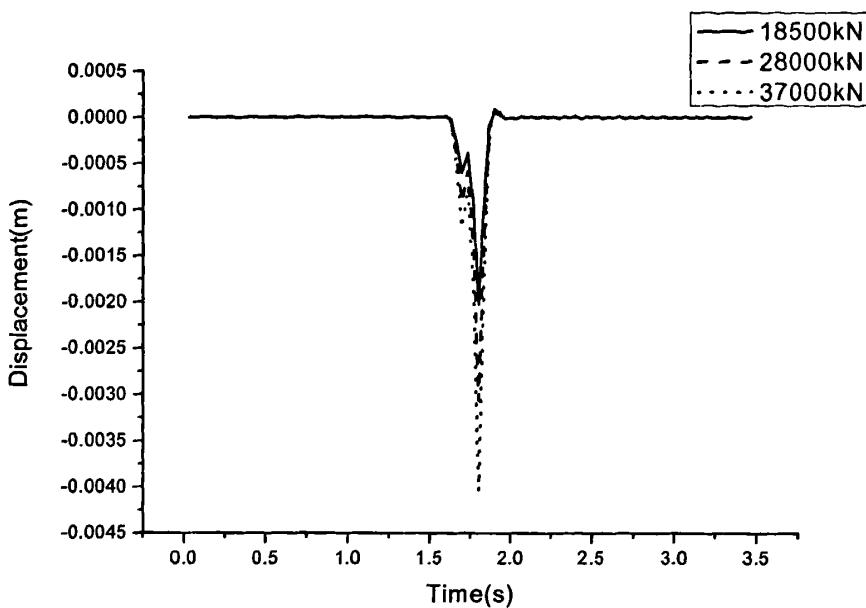


图 4-22 No.51 点在不同载重下的位移分布

Fig.4-22 Distribution of No.51 displacement

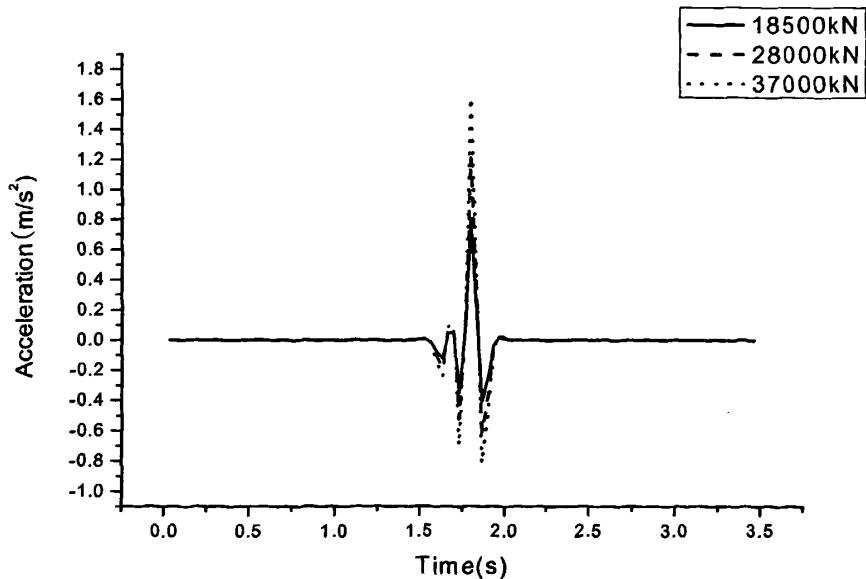


图 4-23 No.51 点在不同载重下的加速度分布

Fig.4-23 Distribution of No.51 acceleration

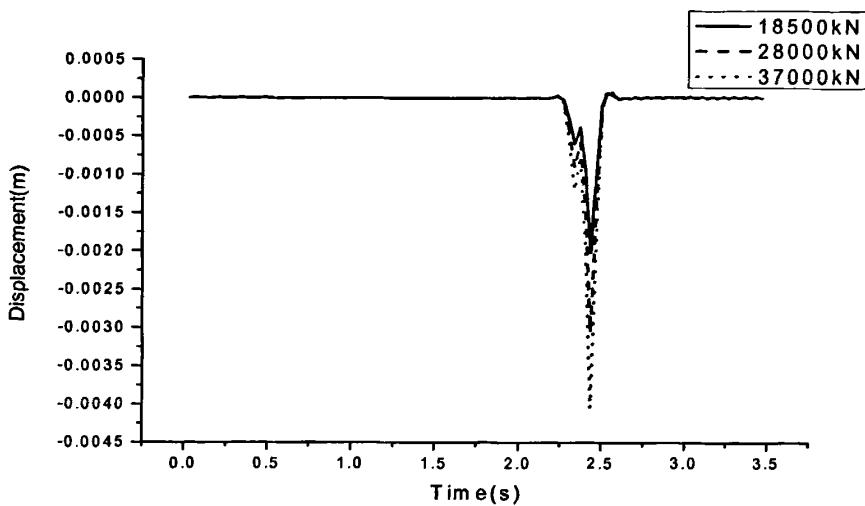


图 4-24 No.70 点在不同载重下的位移分布

Fig.4-24 Distribution of No.70 displacement

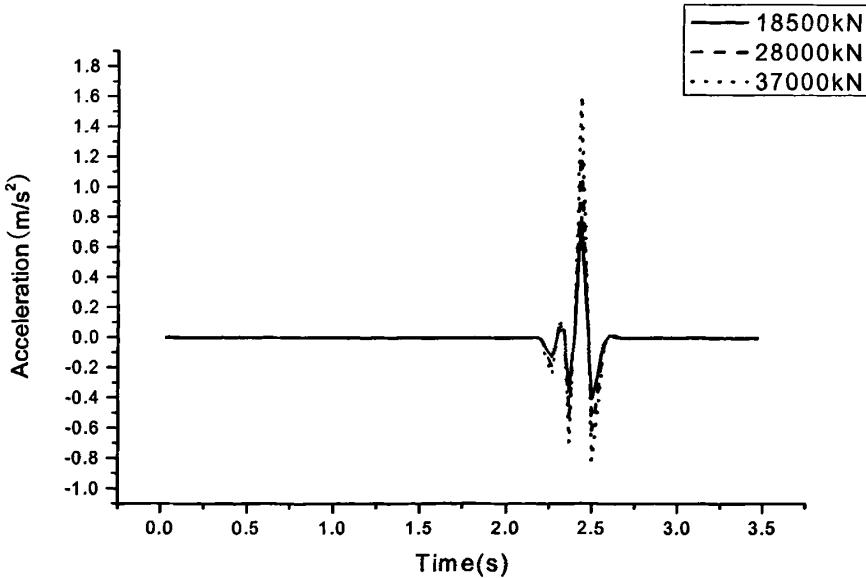


图 4-25 No.70 点在不同载重下的加速度分布

Fig.4-25 Distribution of No.70 acceleration

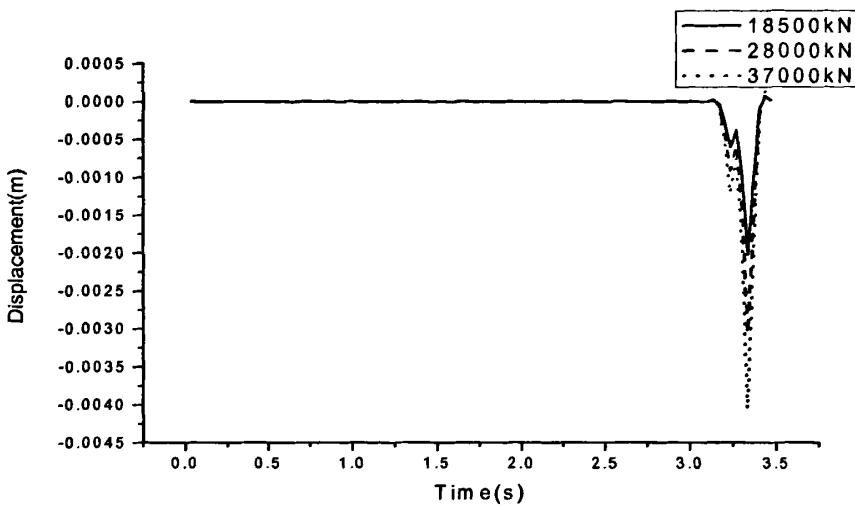


图 4-26 No.97 点在不同载重下的位移分布

Fig.4-26 Distribution of No.97 displacement

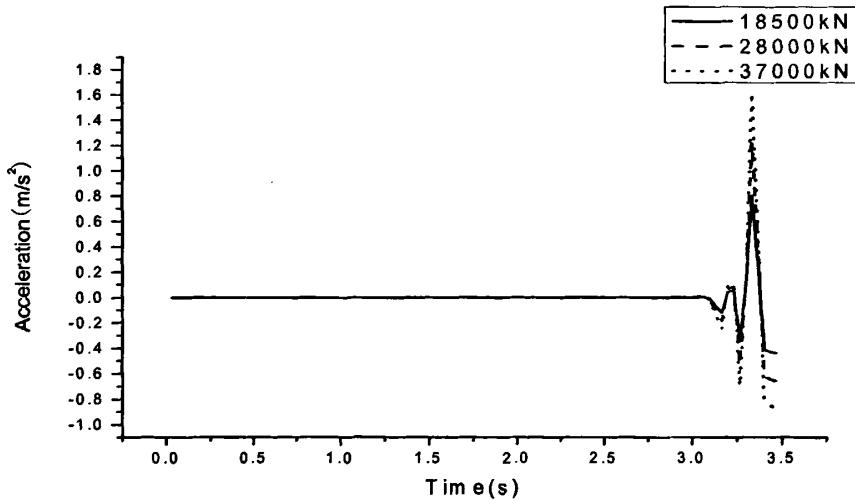


图 4-27 No.97 点在不同载重下的加速度分布

Fig.4-27 Distribution of No.97 acceleration

载重对路面结构动力响应的影响：1.位移与加速度响应随载重的增加而增大，载重增加一倍时，位移响应增加一倍多，加速度响应增加接近二倍；2.位移响应呈单边脉冲特性，加速度响应为多边脉冲特性；3.持续时间短，衰减快，4.对幅值的时域分布没有影响，说明幅值的时域分布仅是车速的函数。

#### 4.4 不同轴型车对路面结构响应的影响

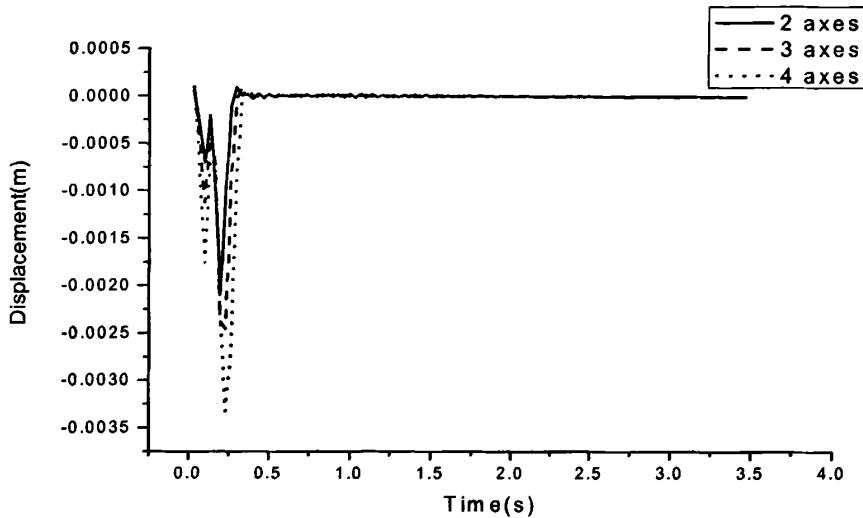


图 4-28 No.3 点在不同轴型车作用下的位移分布

Fig.4-28 Distribution of No.3 displacement

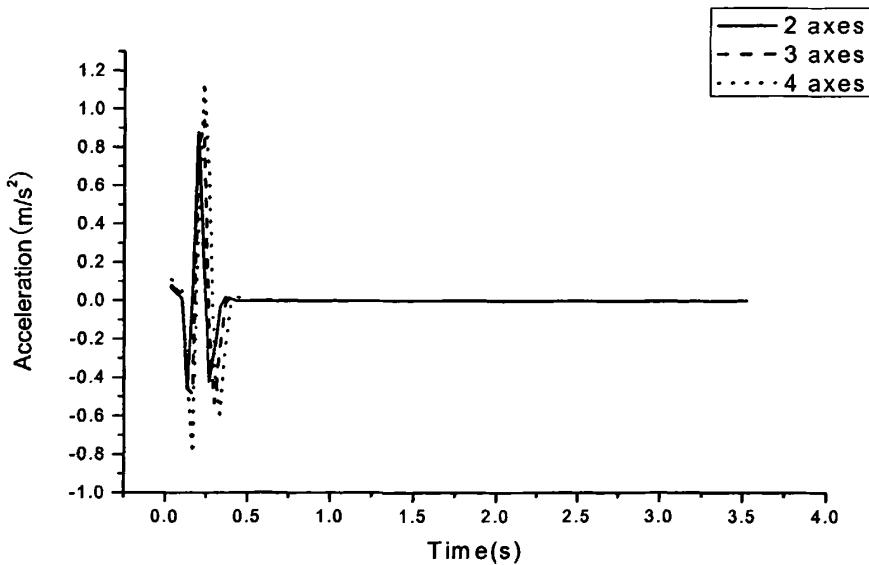


图 4-29 No.3 点在不同轴型车作用下的加速度分布

Fig.4-29 Distribution of No.3 acceleration

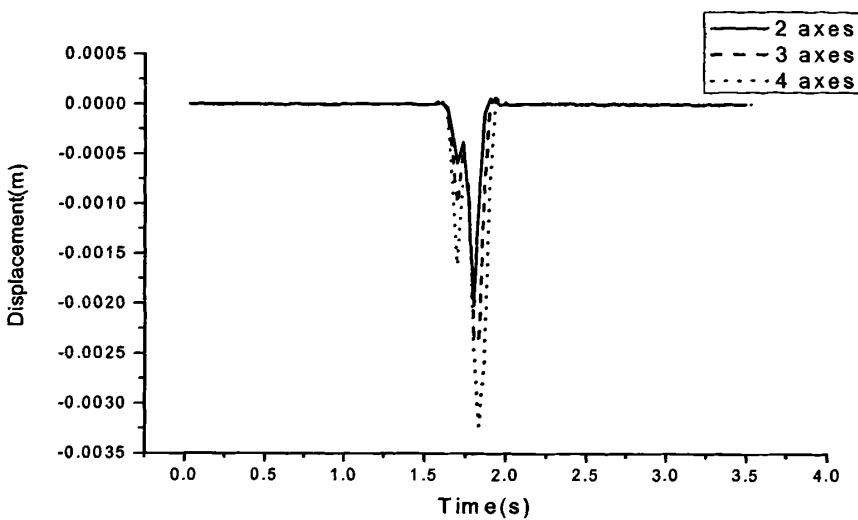


图 4-30 No.51 点在不同轴型车作用下的位移分布

Fig.4-30 Distribution of No.51 displacement

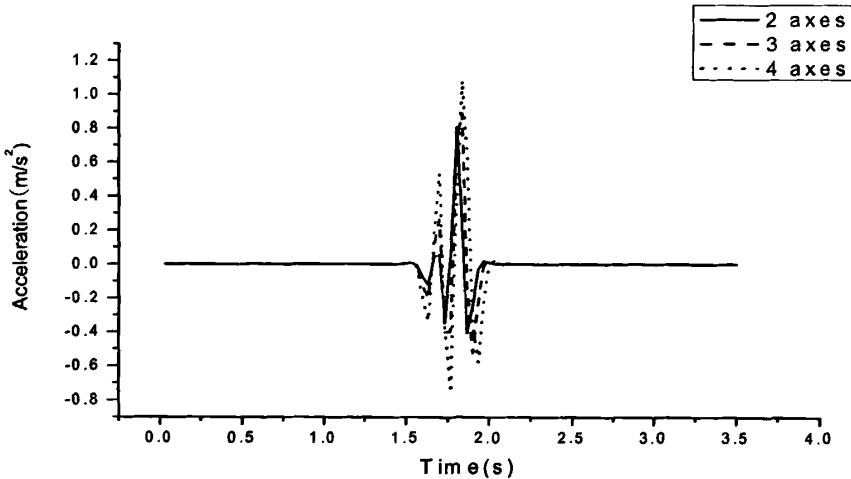


图 4-31 No.51 点在不同轴型车作用下的加速度分布

Fig.4-31 Distribution of No.51 acceleration

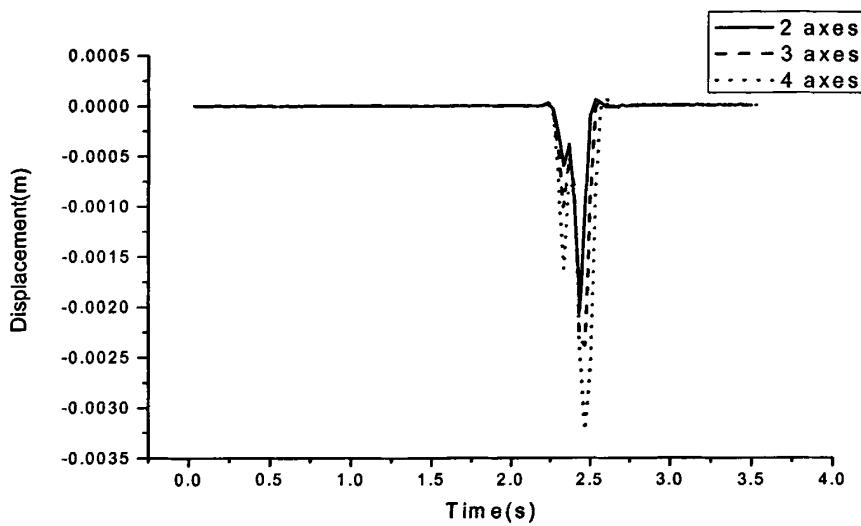


图 4-32 No.70 点在不同轴型车作用下的位移分布

Fig.4-32 Distribution of No.70 displacement

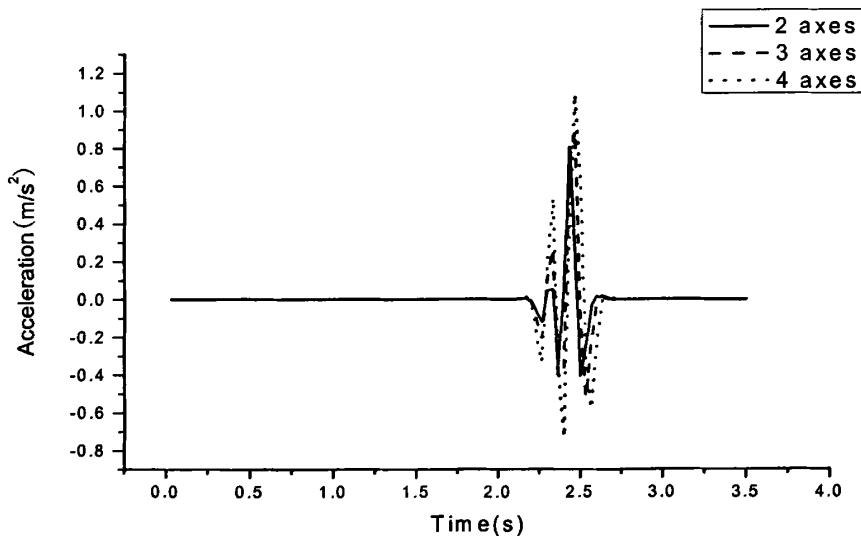


图 4-33 No.70 点在不同轴型车作用下的加速度分布

Fig.4-33 Distribution of No.70 acceleration

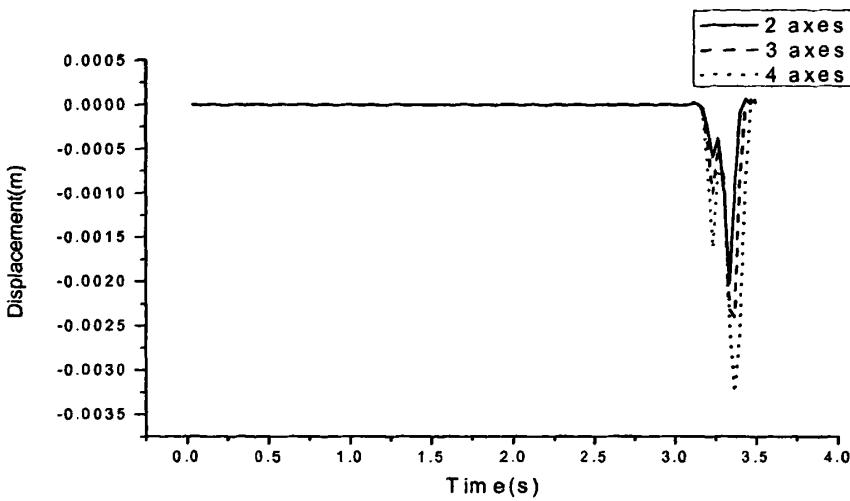


图 4-34 No.97 点在不同轴型车作用下的位移分布

Fig.4-34 Distribution of No.97 displacement

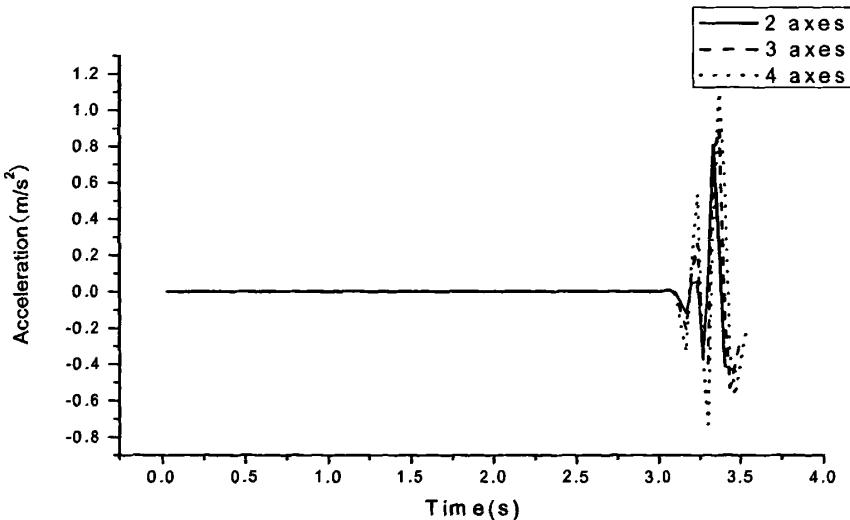


图 4-35 No.97 点在不同轴型车作用下的加速度分布

Fig.4-35 Distribution of No.97 acceleration

不同轴型车对路面结构动力响应的影响：1.位移响应为单边脉冲函数；2.加速度响应为周期脉冲；3.持续时间短，衰减快；4.轴数越多，位移响应越大，加速度响应也越大；5.峰值点有稍许滞后现象，这与实际情况相吻合，因为轴数多的车辆轴距稍长，在相同的速度下，到达作用点的时间略有不同。

## 4.5 路面结构厚度对路面响应的影响

此外，本文还考虑了路面结构层厚度在不同的组合形式下对路面响应的情况，路面厚度组合形式1、路面厚度组合形式2对应具体的参数见表2-1，2-2。下面的比较基于载重为18500KN的两轴车在车速30m/s的情形。

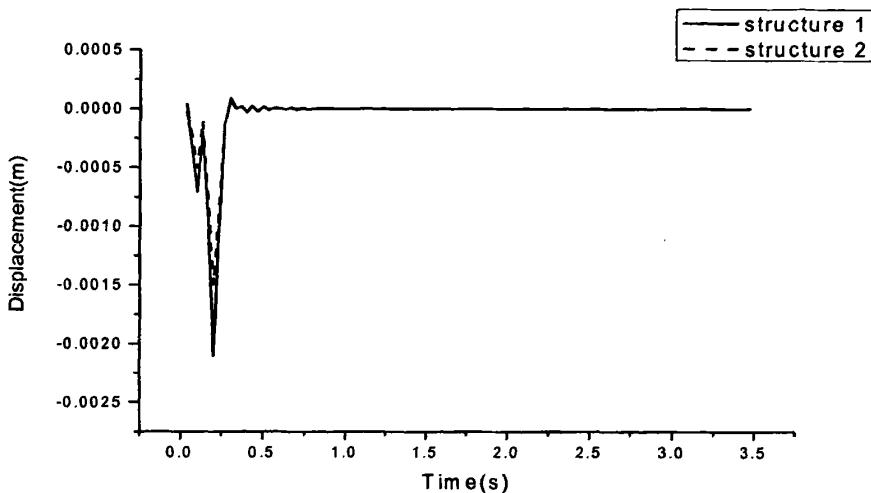


图 4-36 No.3 点的位移分布  
Fig.4-36 Distribution of No.3 displacement

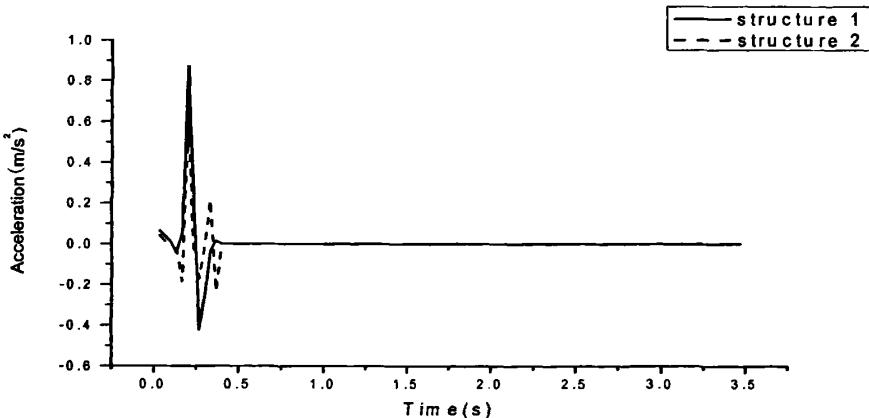


图 4-37 No.3 点的加速度分布  
Fig.4-37 Distribution of No.3 acceleration

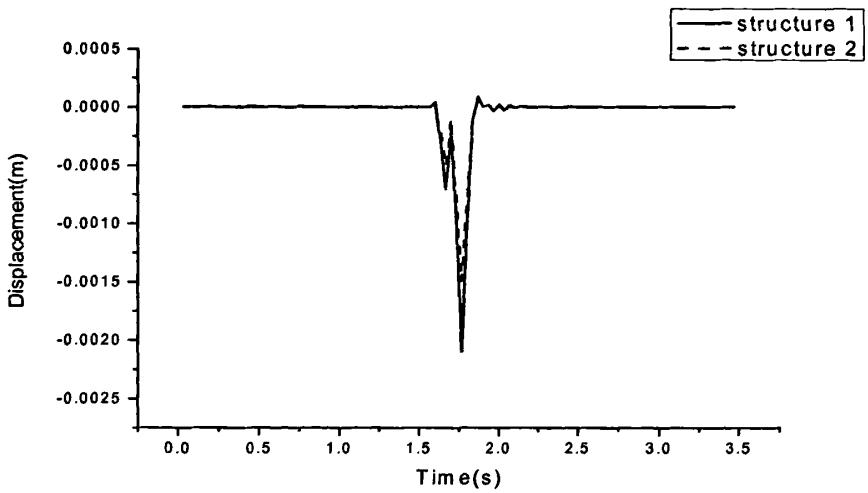


图 4-38 No.51 点的位移分布  
Fig.4-38 Distribution of No.51 displacement

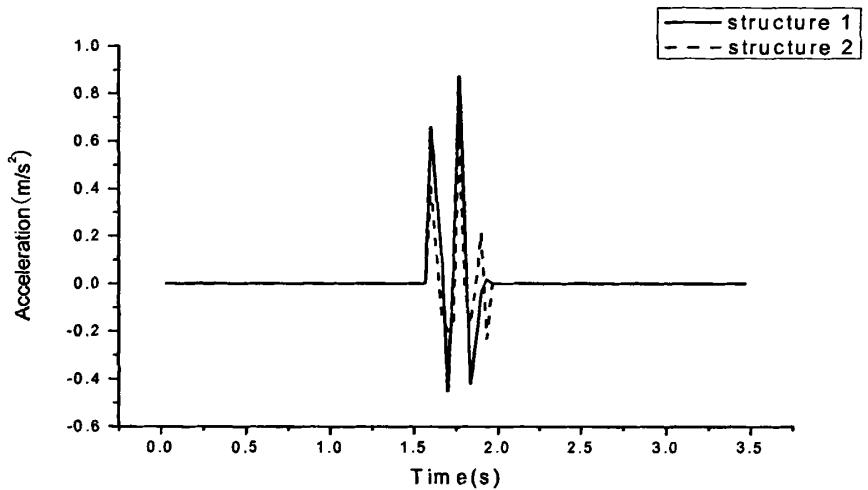


图 4-39 No.51 点的加速度分布  
Fig.4-39 Distribution of No.51 acceleration

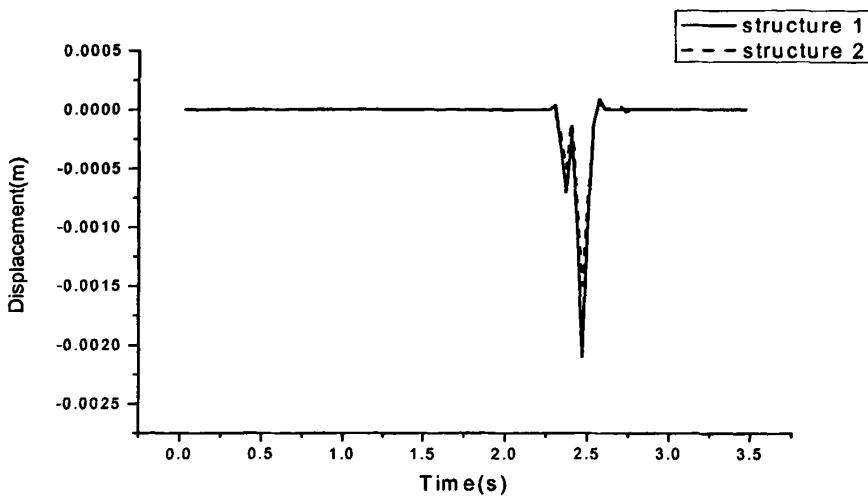


图 4-40 No.70 点的位移分布  
Fig.4-40 Distribution of No.70 displacement

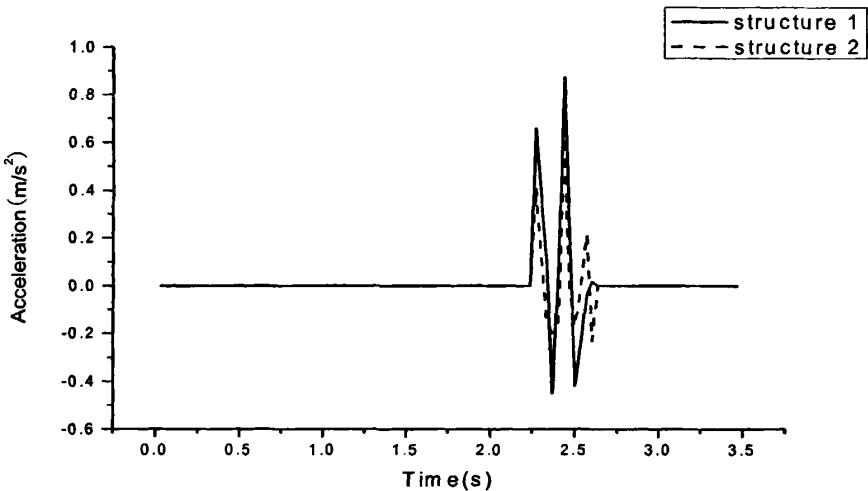


图 4-41 No.70 点的加速度分布  
Fig.4-41 Distribution of No.70 acceleration

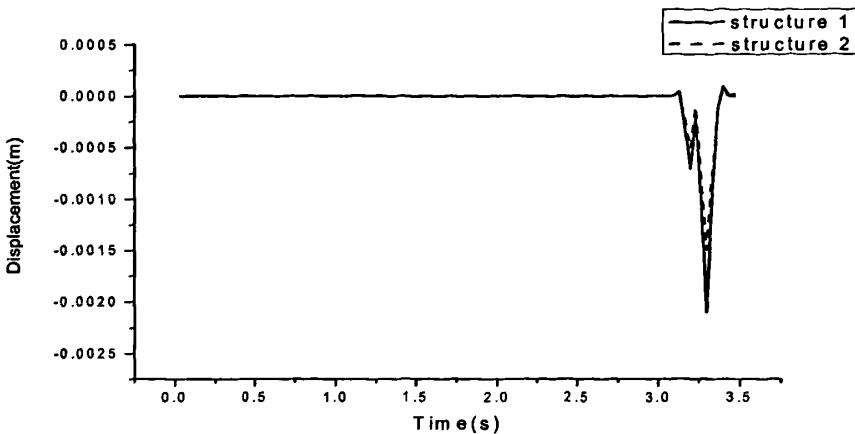


图 4-42 No.97 点的位移分布  
Fig.4-42 Distribution of No.97 displacement

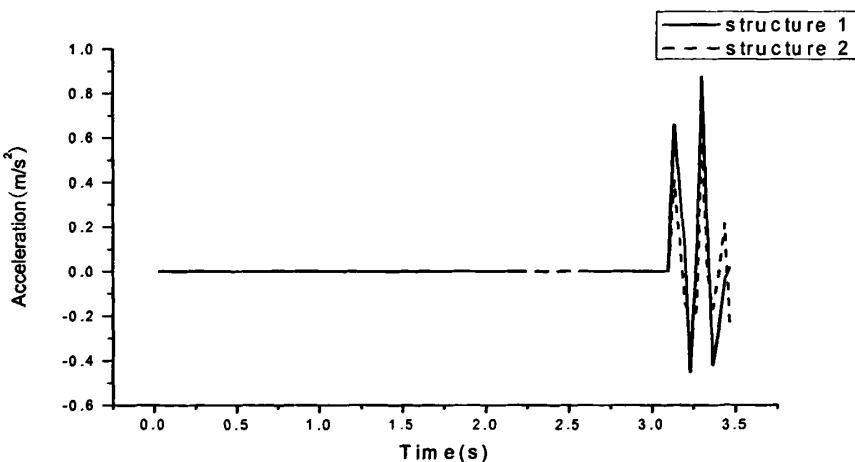


图 4-43 No.97 点的加速度分布  
Fig.4-43 Distribution of No.97 acceleration

路面厚度对路面结构动力响应的影响：1.路面结构各层厚度对位移和加速度的响应有影响；2.在总厚度不变的前提下，增加垫层厚度，适当减小面层和基层厚度，可有效减小路面结构的动力响应，从而减小对路面结构的冲击作用。

## 5 结论与展望

### 5.1 结论

本文充分考虑车辆体系以及道路结构的特点，建立了车辆和道路耦合动力分析模型。对于车辆，考虑车体竖向振动、点头、侧滚以及轮对的竖向振动和侧滚自由度情况下，采用拉格朗日方程方法推导出车辆运动方程；而道路方程的建立主要采用有限元方法，道路结构离散为有限元模型，得到离散化的结构动力平衡方程，并通过轮对与路面接触点位移相等的条件将二者耦合在一起，从而得到车—路耦合动力平衡方程。

在车路耦合方程的基础上采用振型叠加法，先求出结构自由振动的各阶频率和振型，然后利用振型的正交性，按振型分解法把互相耦联的上千个自由度方程化为互相独立的模态方程。然后采用*Newmark- $\beta$* 时域方法，以*Fortran*为工具完成了车路耦合振动分析计算程序VEHB的编写。

在此基础上比较系统地分析了路面不平顺，车辆行驶速度，车辆载重，轴型的变化等不同工况条件下路表面不同节点的位移及加速度变化情况，并分析了不同路面厚度组合形式下对道路响应的影响。研究结果表明：

(1)车速对路面结构动力响应的影响：1. 不同车速对路面结构垂向位移几乎没有影响，仅对幅值的时域分布有影响，产生相应的峰值点“滞后”现象；2. 车速越大，路面结构垂向加速度越大，车速增加一倍，垂向加速度增加约二倍；3. 振动响应的持续时间短，衰减快，一般仅有一个峰值；4. 车速越大，响应时间越小，变化越剧烈。

(2)载重对路面结构动力响应的影响：1. 位移与加速度响应随载重的增加而增大，载重增加一倍时，位移响应增加一倍多，加速度响应增加接近二倍；2. 位移响应呈单边脉冲特性，加速度响应为多边脉冲特性；3. 持续时间短，衰减快，4. 对幅值的时域分布没有影响，说明幅值的时域分布仅是车速的函数。

(3)不同轴型车对路面结构动力响应的影响：1. 轴数越多，位移响应越大，加速度响应也越大，这是因为轴数多的车辆载重也大；2. 峰值点有稍许滞后现象，这与实际情况相吻合，因为轴数多的车辆轴距稍长，在相同的速度下，到达作用点的时间略有不同；3. 持续时间短，衰减快。

(4)路面厚度对路面结构动力响应的影响：1. 路面结构各层厚度的改变对位移和加速度的响应有影响；2. 在总厚度不变的前提下，增加垫层厚度，适当减小面

层和基层厚度，可有效减小路面结构的动力响应，从而减小对路面结构的冲击作用，这是因为垫层厚度增加，柔化了路面结构，使振动有效传递至路基。但这种情况下容易产生塑性变形，过早出现车辙破坏。

(5)路面不平顺对路面结构动力响应的影响：1. 不平顺幅值的增加，位移和加速度的响应也相应变大，15mm时的位移接近5mm时的二倍，而加速度更将近三倍，这充分说明路面的不平顺对路面结构的使用起非常重要的作用，路面越不平顺越容易过早产生破坏。

综上所述，为了使道路更好的服务社会，本文有如下建议：1. 在施工过程中我们应严格控制高速公路建设过程中路面平度系数的取值，在限定范围内越小越好；2. 控制车辆的行驶速度，杜绝超载车辆以及一些特大型车辆的使用，从而减小车辆对路面的冲击力，延长路面的使用寿命。3. 注意高速公路的日常养护。

## 5.2 展望

虽然本文解决了车路耦合作用中的一些问题，得出了一些有价值的结论，但是由于时间限制，仍有许多需要深入和完善的工作，其中主要有如下几点：

(1) 车辆方程的推导可以考虑更多的自由度条件下进行，从而得到更具普遍意义的车辆方程。

(2) 道路材料性质的变化对道路响应的影响，道路材料相关参数的变化将会使道路的自振频率和振型发生变化，从而对道路的响应产生影响。

(3) 道路响应在空间的传播规律有待进一步深化，本文仅考虑了各种工况下对道路面层的影响，而没有对基层、垫层以及路基的响应进行分析。

(4) *VEHB* 程序可以分析多辆车同时作用下的道路响应问题，可以将它和单辆车以及不同的车组合作用时的道路响应进行比较分析。

## 参考文献

- [1] 钟阳, 王哲人等. 不平等路面上行驶的车辆对路面随机动压力的分析. 中国公路学报. 1992 (2)
- [2] 黄晓明. 路面动荷载与路面平整度关系的随机分析. 东南大学学报. 1993 (1)
- [3] 邓学钧, 孙璐. 车辆地面结构系统动力学. 北京. 人民交通出版社. 2000
- [4] Toshikazu Hanazato.Three-Dimensional Analysis of Traffic-Induced Ground Vibration J. of Gev. Eng. ASCE. 1991
- [5] 孙璐, 邓学钧. 车辆路面相互作用产生的动荷载. 东南大学学报. 1996
- [6] 郑京杰, 李跃军. 汽车对路面上行驶的车辆对路面随机动压力的分析. 中国公路学报. 1992
- [7] 任卫群. 车路系统动力学中的虚拟样机——ADAMS 软件应用实践
- [8] 成祥生. 弹性地基板由运动载荷引起的动力反应. 应用数学和力学. 1987
- [9] 孙璐, 邓学钧, 顾文钧. Kirchoff 板与 Bernoulli 梁对运动随机源的响应. 交通运输. 1998 (1)
- [10] 李怀璋. 车辆路面系统中的动载车辙和合理轴载的研究. 中国农业大学博士学位论文. 1999
- [11] 杨方延. 路面对车辆载荷的动态响应的研究. 中国农业大学博士学位论文. 1996
- [12] 叶开沅, 马国林. 行动荷载作用下的连续梁的横向振动问题. 应用数学和力学. 1985 (4)
- [13] Eason,G. The Stresses Produced in a Semi-Infinite Solid by a Moving Surface Force . International Journal of Engineering Science. 1965.
- [14] Mandel,J.and Avramesco,A. Displacements Products Par une Charge Mobile aladun Semi-Espace Elastique. Comptes Rendus Des Seances De L' Academie Sciences, Paris, Vol.276,1963,p204~237.
- [15] Barros,F.C.,and Luco,J.E.Moving Green's functions for a layered viscoelastic half-space. Dept. of Applied Mechanics and Engineering Sciences,Rep.1992
- [16] 钟阳等. 求解多层弹性半空间轴对称问题的传递矩阵法. 土木工程学报. 1992 (6)
- [17] 钟阳, 孙林, 黄永根. 轴对称半空间层状弹性体系动态反映的理论解. 中国公路学报. 1998 (2)
- [18] O.Coussy. Modeling of pavement response under superheavy loads.Transportation Research Record.1984
- [19] D.Yaday. One Quasi-Stationary Approximation to Non-Stationary Random Vibration. Journal of Sound and Vibration.1987
- [20] Chiu Liu. Surface roughness effect on dynamic response of pavements. Journal of Transportation Engineering. Vol.125,No.4,July,1999
- [21] JT Christison. Pavement Response to Heavy Truck Axle Loading:The Canadian Vehicle Weights and Dimensions Study. Proceedings of the Ninth International Conference on Asphalt Pavements.Beijing.1998
- [22] Cebon,D.Interaction between heavy vehicles and roads,SAE SP-951,1993

- [23] Cebon,D.Vehicle-generated Road Damage:a review.Vehicle System dynamics.1989
- [24] R. W. 克拉夫, J. 彭律. 结构动力学. 北京. 科学出版社. 1981.
- [25] 蓝行成, 李永红. 车辆动力荷载分析. 中南公路工程. 2003
- [26] 余志生. 汽车理论: 第 2 版. 北京. 机械工业出版社. 1998.
- [27] [德]M. 米奇克. 汽车振动学: 第 2 版. 北京. 人民交通出版社. 1994
- [28] 何渝生. 汽车振动学. 北京. 人民交通出版社. 1990
- [29] [日]小林明. 汽车动力学. 北京. 机械工业出版社. 1981
- [30] 朱照宏, 王秉纲, 郭大智. 路面力学计算. 人民交通出版社. 1985
- [31] 王秉纲, 邓学均. 路面力学数值计算. 人民交通出版社. 1990
- [32] 夏禾, 张楠. 车辆与结构动力相互作用. 科学出版社. 2002
- [33] 刘伯莹, 姚祖康. 公路设计工程师手册. 人民交通出版社. 2002
- [34] 曾攀. 有限元分析及应用. 清华大学出版社. 2004
- [35] 朱孔源. 车辆-柔性路面力学相互作用系统的研究. 中国农业大学博士学位论文. 2001
- [36] 邓强民. 行车荷载作用下路面结构的应力分析. 哈尔滨工业大学硕士学位论文. 2003
- [37] 陈华. 交通荷载作用下公路路基的动力有限元分析. 兰州理工大学硕士学位论文. 2004
- [38] 偶昌宝. 沥青路面结构动力响应分析. 浙江大学硕士学位论文. 2005
- [39] 王颖轶. 高速公路车辆—道路耦合振动的建模与分析. 上海交通大学硕士学位论文. 2005
- [40] 曹源文, 梁乃兴, 于青. 四自由度车辆模型分析不平整路面上的行车动荷载. 交通标准化. 2006
- [41] 张军, 姜克斌, 胡业平. 车桥耦合动力学系统模态综合分析. 解放军理工大学学报. 2003
- [42] 赵青. 移动双轴汽车荷载作用下梁桥动力特性的数值模拟. 安徽建筑工业学院学报. 2006

## 作者简历

### 教育经历：

2006年9月~2008年7月 北京交通大学 道路与铁道工程

2002年9月~2006年7月 中国矿业大学 土木工程

### 参与课题项目：

1. 参加建设部课题“城市道路交通系统震害预测及通行概率分析程序开发”

2. 参加内蒙古交通科技项目“高速公路环境振动对周围环境的影响研究”

### 发表论文：

1. GIS-Based Earthquake Disaster Prediction and Optimum Path Analysis for the Urban Road Transit System, 14th World Conference on Earthquake Engineering(14WCEE), to be held in Beijing ,China, Oct.13-17,2008, NO.s02-047(Accepted)

2. “强夯地振动统计分析与评价”,《北京交通大学学报》, (已录用, 待发表)