

摘要

半导体量子点是最有希望实现量子计算机的固态器件之一，电子自旋又是很有应用潜力的量子比特载体。本文主要研究了量子点材料中，量子点接触（QPC）测量对系统相干性的影响。论文主要内容包括：

文章首先介绍了研究的背景和动机、并介绍了半导体量子点以及量子比特的基本知识。

随后，我们介绍了 GaAs 半导体量子点的退相干实验，描述了量子点接触（QPC）测量引起的理想双量子点模型中单电荷态的退相干机制，同时还介绍了量子 Zeno 效应。

论文中，我们具体研究了 QPC 测量对单量子点自旋态相干性的影响。推导了系统的有效哈密顿量以及主方程、计算了测量过程中电子自旋态的演化行为；随后通过计算分析，我们发现 QPC 测量引起的退相干时间 T_2^{QPC} 约为 100ns 以及高频重复的 QPC 测量会减缓电子自旋态之间的演化、局域系统在其初态，表现出量子 Zeno 效应。

同时，论文中我们还研究了测量过程中 QPC 对双量子点系统中两电子自旋态退相干的影响。写出了系统的有效哈密顿量和主方程、计算了实际实验系统中两电子自旋态的时间演化情况，发现 QPC 导致的退相干时间 $T_2 \approx 1\mu s$ ，同样我们也在双量子点系统中，发现到量子 Zeno 效应的现象，并提出了一些延长退相干时间的方法。

论文中，我们还研究了在施加微波场的条件下，双量子点系统中两电子态的演化情况，发现双量子点系统可以实现单个量子比特的全部操作，同时微波场可以延长退相干时间。

最后，我们还介绍了一些环境引起的量子点中退相干机制的相关知识。

关键词：量子点 量子点接触 测量 自旋 退相干 微波场

ABSTRACT

Semiconductor quantum dot is one of the most promising candidates for quantum computation, electron spins in quantum dot represent a potential qubit. This dissertation introduces the spin-dephasing induced by quantum point contact (QPC) in quantum dot system. The main content of this dissertation are listed as follows:

First of all, we introduce the background and motivation of our research, describe the basic knowledge of quantum dot and qubit.

Then, this thesis introduces the experiment about dephasing in GaAs semiconductor quantum dot, reviews the mechanism of charge-dephasing induced by QPC in an ideal double quantum system, and we also introduce the quantum Zeno effect.

In this dissertation, we study the evolution behaviors of an election spin on a quantum dot due to coupling to a nearby QPC as a measurement. Chapter 3 is devoted to the derivation of the master equation for the system. We find that the depasing time T_2^{QPC} is about 100 ns when the spin decoherence is only induced by the QPC, and the repeated QPC measurement will slow down the transition rate between spin states which can be interpreted in terms of quantum Zeno effect.

Meanwhile, we also study the effect of QPC measurement on two-electron spin state in double quantum dot system. The thesis gives an effective Hamiltonian, derives the master equations of the whole system and calculates the time evolution of spin states. We also find the QPC measurement induced dephasing time $T_2 \approx 1\mu s$, and provide a simple and transparent description of the enhanced QPC measurement which could trap the system for small t and be interpreted in terms of quantum Zeno effect. During the discussion we propose some methods to extend the dephasing time.

Furthermore, we take a microwave field into account and discuss evolution of electrons in this situation. We find that the two electrons in double-dot system could perform all the operation of single qubit, and microwave field would extend the dephasing time.

Finally, we introduce the relevant knowledge of environment-induced decoherence in quantum dot.

ABSTRACT

Key words: quantum dot, quantum dot contact, measurement spin, dephasing, microwave.

中国科学技术大学学位论文原创性声明

本人声明所呈交的学位论文,是本人在导师指导下进行研究工作所取得的成果。除已特别加以标注和致谢的地方外,论文中不包含任何他人已经发表或撰写过的研究成果。与我一同工作的同志对本研究所做的贡献均已在论文中作了明确的说明。

作者签名: 朱立云 签字日期: 2009.5.4

中国科学技术大学学位论文授权使用声明

作为申请学位的条件之一,学位论文著作权拥有者授权中国科学技术大学拥有学位论文的部分使用权,即:学校有权按有关规定向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版,允许论文被查阅和借阅,可以将学位论文编入有关数据库进行检索,可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存、汇编学位论文。本人提交的电子文档的内容和纸质论文的内容相一致。

保密的学位论文在解密后也遵守此规定。

公开 保密(____年)

作者签名: 朱立云

导师签名: 郭同平

签字日期: 2009.5.4

签字日期: 2009.5.4

第1章 绪论

1.1 研究背景和动机

诞生于 20 世纪初的量子力学给物理学乃至整个社会都带来了革命性的变化。20 世纪以前，我们生活的世界中存在的一切物理现象，都可以用经典的牛顿力学来解释和理解。然而，随着人类对世界认识的不断深入和科学技术的持续发展，人类对丰富多彩的微观物质世界开始了探索，从中惊奇地发现那些微小粒子的行为超出了经典理论可以解释的范畴。20 世纪 20 年代，量子力学的提出，成功解释了人们对微观世界的这些困惑，并在凝聚态物理、原子分子和光物理、化学物理等领域，量子力学都大显身手，这使得越来越多的科学家相信，量子力学才是自然世界运动的本质理论。

另一方面，香农（C. E. Shannon）在 1948 年划时代的用数学形式将历史悠久的信息学确立为一门现代科学。尤其是随着计算机技术的飞快发展，人类对信息的处理的能力日益强大，信息科学也与材料科学、能源科学鼎足成为现代社会三大重要学科。然而，在计算机芯片工业中，随着电子晶体管越做越小，人们开始发现其中的物理机制也逐渐超出了经典规律，进入了一个量子的范畴。于是 20 世纪晚期，人们将量子力学应用到信息领域，开创了量子信息这门新兴交叉学科，从而将信息科学带入一个新的发展领域。

计算机的发展日新月异，随着制造工艺进入到一个纳米领域，人们开始发现其中的物理机制也逐渐超出了经典规律，进入了一个量子范畴。于是人们很自然地会提出：能不能用量子机制来实现计算呢？进入量子世界后，计算机会变成什么样子呢？于是，一个全新的计算机概念问世——量子计算机，制造量子计算机也成为了量子领域科学家们的共同的梦想和目标。

已经取得的研究表明，量子计算机在处理某类问题，例如大数分解等问题时，它的速度是指数型上升的[1]。从数学角度看，量子计算是求解由量子比特构建出的多个非平凡的运动方程，其过程是呈指类型的；而经典计算机处理问题时，则是一个对一定数量比特构建出的多项式求解的过程。除了超快计算外，量子计算机的另一个重要用途是模拟量子系统，这也是经典计算机无法胜任的工作[2]。例如，一个有 50 个自旋 $1/2$ 的粒子构成的量子系统，利用经典计算机模拟，至少需要 $2^{50} \approx 10^9 M$ 的内存，而计算其随时间演化就需要一个 $2^{50} \times 2^{50}$ 维矩阵的指数，一般来说，这是很难实现的。但是如果利用量子计算机，则只需要 50 个量子比特就可以实现模拟了。可见，模拟量子系统的演化，很可能成

为量子计算机的另一个主要用途。

目前，从理论上而言，能够成为制造量子计算机载体的系统必须包括五个条件[3]：一、一个可扩展的物理体系，具有明确定义的量子比特；二、体系能够构建普适的量子门，用以实现任意的运算；三、体系可以将初始态制备到一个可知的纯态；四、体系的态可被测量；五、体系的退相干时间必须远大于量子门操作的时间。迄今为止，世界上还没有真正的量子计算机。虽然近年来，很多系统和方案被提出和研究，例如液体中分子的核自旋[4]、囚禁的离子[5]、超导量子干涉（利用 Josephson 效应）[6]等，但大部分系统都只能满足以上五个条件中的部分，却不能同时满足。这其中由于无论是量子计算还是量子模拟，本质上都是利用了量子相干性，所以量子相干性的研究也成为了现今量子领域最热门的研究课题之一。

1998 年，Loss 和 DiVincenzo 提出的在半导体量子点中用电子自旋作为量子比特的方案[7]。他们将电子囚禁在一个半导体量子点中，外加一定的磁场使其劈裂成一个两能级系统，这样利用电子的自旋向上和自旋向下作为一组量子比特基。由于这样一个固态量子系统，并且有较长的相干时间，且容易操作和扩展，半导体量子点立刻成为最有希望实现量子计算机的方案之一。同时，对其相干性的问题也就受到广泛的关注和研究。

1. 2 量子点

简单的说，量子点就是若干电子被囚禁在有限空间区域的“人造原子”。量子点的种类很多，不同的尺寸或不同的材料，制备出的量子点都不尽相同。例如：自组装量子点、半导体量子点、石墨烯量子点等。这篇论文中，我们讨论的量子点，其所有的参数都可以在量子点生长制备的时候控制，或者实际可调节[8]。

图 1-1 显示了单量子点的几何结构图。量子点通过两个可以让电子隧穿过的势垒分别连接到源电极和漏电极。通过辅助的电极和电极上的电压，我们可以测量量子点的电属性。同时，量子点通过电容耦合于一个或多个门电极连接，可以调节量子点和源-漏电极之间的电势差，还可以控制量子点中电子数目。

量子点的制作也是一个相当精致和复杂的过程。主要步骤包括：分子束法生长半导体异质结晶片，电子束曝光刻蚀，金属蒸发等。图 1-2 展示了目前世界上一些小组制备出来的量子样品微观结构图。在 J. M. Elzerman 和 R. Hanson 的博士论文里[9, 10]有对 GaAs 和 AlGaAs 半导体量子点的制作过程的详细介绍。

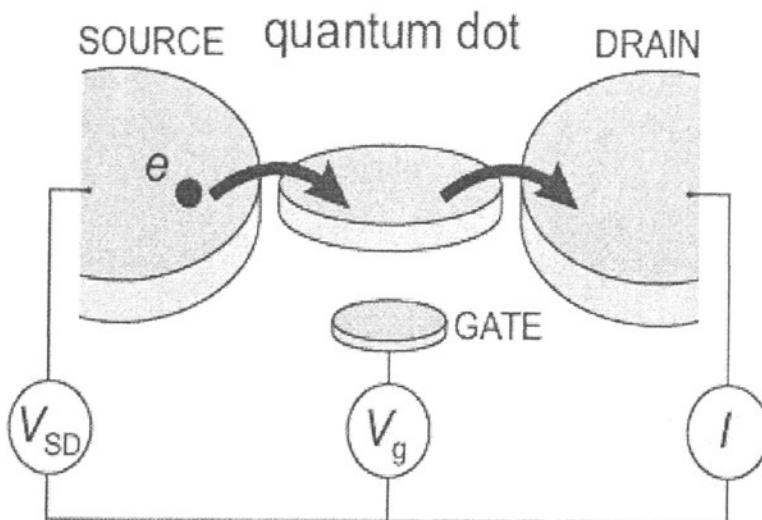


图 1-1：单量子点的几何结构图[15]。图中的圆盘表示量子点，它与源电极（source）和漏电极（drain）通过隧穿势垒连接，允许电流流过，通过测量相应偏压 V_{SD} 和 V_g 得到量子点内的信息。

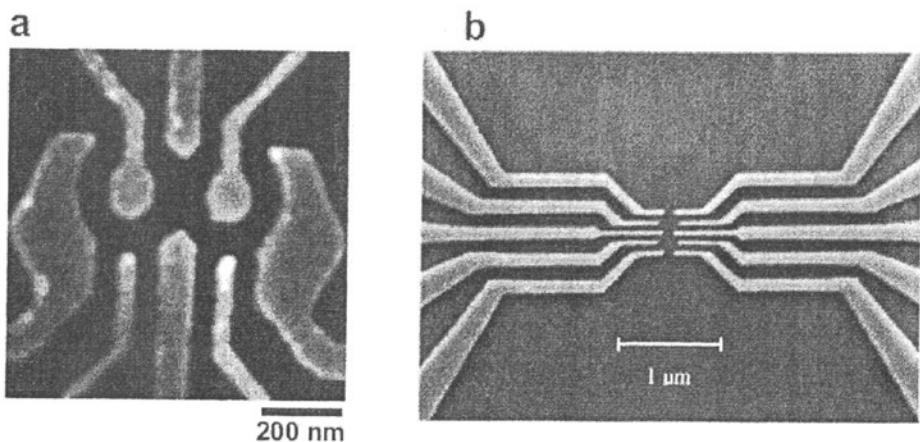


图 1-2：(a) Delft 大学的单量子点结构图。图中浅颜色的部分表示金属电极，黑颜色的部分表示 GaAs/AlGaAs 异质结。(b) 双量子点结构图。该结构是由美国 Duke 大学的 Albert Chang 教授设计的双量子点装置。

由此可见，当量子点中只含有少量电子的时候，量子点中的电子态就很类似于原子中的电子态了。科学家们已经在含有少量电子的量子点中，发现电子态是个二维的周期性系统[11]。

当量子点中只有一个电子时，系统类似于氢原子。当施加磁场时，电子自

旋会劈裂成塞曼两能级结构，其基态是与磁场平行的自旋态，而激发态则是与磁场方向相反的自旋态。自旋上下态(E_{\uparrow} 和 E_{\downarrow})对应的能级差就是 Zeeman 能， $\Delta E_z = g\mu_B B$ ，例如在 GaAs 量子点中，这个能量约为 $25 \mu eV/T$ 。这样，就可以利用量子点中电子自旋向上态 $|\uparrow\rangle$ 和自旋向下态 $|\downarrow\rangle$ 作为量子比特来实现量子计算了。图 1-3 显示了 1998 年由 Loss 和 DiVincenzo 提出的利用量子点中单电子自旋作为量子比特编码实现量子计算的方案[7]。在后面的第 3 章中，我们也将研究这一系统中，自旋态的退相干情况。

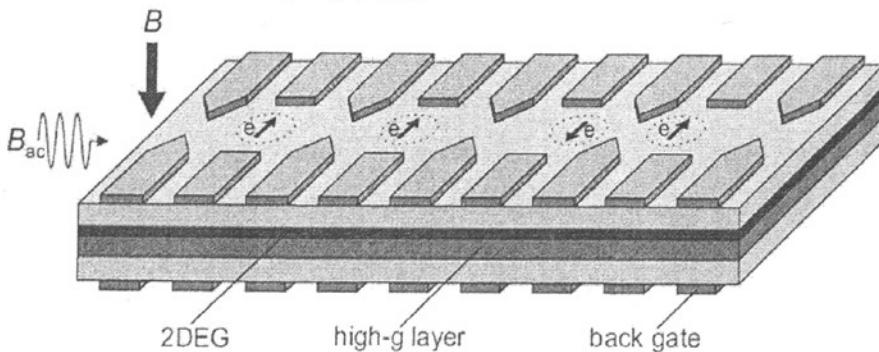


图 1-3：Loss 和 DiVincenzo 提出的利用电子自旋实现量子计算方案的示意图[7]。半导体异质结表面上排布金属电极，电极下方是二维电子气(2DEG)，通过门电极产生量子点(虚线圆圈)，每个量子点中只有一个电子(箭头)。外加磁场 B ，使得电子自旋发生 Zeeman 劈裂。再通过一个与 Zeeman 劈裂能共振的震荡磁场 B_{ac} ，就可以控制电子自旋的状态了。

当量子点中有两个电子时，系统类似于氦原子，这种情况下，可以忽略自旋-轨道耦合项(这在量子点系统中是很好的近似)，只需考虑电子的轨道态和自旋态。由于电子是费米子，那么当两电子的自旋态反对称时，它们的轨道态必须是对称的；如果两电子的自旋态是反对称的，那么它们的轨道态必须是对称的。自旋反对称的两电子态我们称之为自旋单重态(总自旋 $S=0$)：

$$|S\rangle = \frac{|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} \quad (1-1)$$

而自旋对称的两电子态称为三重态(总自旋 $S=1$)，有三种态，分别为：

$$|T_+\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle \quad |T_0\rangle = \frac{|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle}{\sqrt{2}} \quad |T_-\rangle = |\downarrow\downarrow\rangle \quad (1-2)$$

而它们的量子数 m_S (对应于自旋 z 分量)分别为 1, 0, 和 -1。在一定的磁场下，这三个态也可以被劈裂开。而在零磁场下[12]，两电子基态只有一种情况，即为单重态。

而当量子点中有更多电子的时候，自旋态会变得更加复杂。但是，考虑在一些特殊情况以及加上特定的磁场条件下，多电子的情况可以近似为单电子的 Zeeman 双重态（当电子数为奇数时），或者双电子的单三态（当电子数为偶数时）。当然，这其中还是有不同之处，例如，当电子数多于 2 时，在零场下，由于 Hund 定律，基态可能是自旋三重态[13]。

而考虑一种特殊的情况——双量子点系统中有两电子的情形，这类似于一个人工的氢分子，此时两电子的本征态也是单重态和三重态。在后面的第 4 章中，我们将仔细讨论这种情况下的电子态，并研究这一系统中，两电子自旋态退相干的情况。

1.3 量子比特

经典信息是以比特（bit）作为信息基本单元的。从物理的角度来说，比特是一个两态系统，它可以制备为两个可识别状态中的任意一个，如有或无，是或非、真或假，0 或 1 等。在我们常见的数字计算机中电容器平板之间的电压被用来表示信息比特：有电荷代表 1，无电荷代表 0。

而量子比特（qubit）是量子信息的基本单元，与经典比特不同的是它可以处在两个可识别状态的任意线性叠加态上[14]。经典比特可以看作量子比特没有线性叠加的特例。量子态的相干叠加是量子力学的基本特征之一。

实验中，任何可识别的两态量子系统都可以用来制备量子比特，常见的有：光子的正交偏振态、原子或量子点的能级、电子或原子核的自旋、任何量子系统的空间模式等。信息一旦量子化，量子力学的特征就成为量子信息的物理基础，主要表现为：量子叠加性和相干性、量子不可克隆以及量子纠缠。

论文中我们考虑的就是把量子点中电子自旋态作为量子比特，并对它的退相干机制、特别是 QPC 测量引起的退相干进行研究和讨论。

1.4 论文主要内容

在本文中，我们主要讨论的是半导体量子点系统中，QPC 测量对于电子自旋态相干性的影响。第一章中，我们将主要介绍研究背景、半导体量子点以及量子比特的基本知识。第二章中，我们将主要介绍半导体量子点的退相干实验，以及 QPC 测量引起的理想双量子点模型中单电荷态的退相干机制和量子 Zeno 效应。第三章中，我们将具体研究 QPC 测量对单量子点自旋态相干性的影响，以及实际实验中，QPC 测量引起的退相干时间尺度。接下来，第四章中，我们将仔细研究

测量过程中QPC对双量子点系统中两电子自旋态退相干的影响，以及退相干时间大小，同时我们还将研究在施加微波场的条件下，系统的演化情况。最后，在第五章中，我们将介绍一些环境引起的量子点中退相干机制的相关知识。

参考文献

- [1]. Artur Ekert and Richard Jozsa. Rev. Mod. Phys., **68**, 733–753, (1996).
- [2]. S. Lloyd, Science **273**.1073 (1996).
- [3]. D. P. DiVincenzo, Fortschr. Phys. **48**, 771 (2000).
- [4]. L. M. K. Vandersypen *et al.*, Nature **414**, 883 (2001).
- [5]. Quantum information science and technology roadmapping project, available at
<http://qist.lanl.gov/>.
- [6]. Y. Nakamura, Y. A. Pashkin and J. S. Tsai, Nature **398**, 786 (1999); Y. Makhlin, G. Schon and A. Shnirman, Nature **398**, 305 (1999); L. B. Loffe, V. B. Geshkenbein, M. V. Feigel'man, A. L. Fauchere and G. Blatter, Nature **398**.679 (1999).
- [7]. D. Loss and D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A **57**, 120 (1998).
- [8]. L. P. Kouwenhoven, C.M. Marcus, P.L. McEuen, S. Tarucha, R.M. Westervelt, and N.S. Wingreen, in *Mesoscopic Electron Transport*, edited by L.L. Sohn, L.P. Kouwenhoven and G. Sch'on, (Kluwer, Series E **345**, 1997), p.105-214.
- [9]. J. M. Elzerman, Phd thesis, Delft University of Technology, The Netherlands (2004).
- [10]. R. Hanson, Phd thesis, Delft University of Technology, The Netherlands (2005).
- [11]. L. P. Kouwenhoven, D.G. Austing, and S. Tarucha, Rep. Prog. Phys. **64** (6), 701 (2001).
- [12]. N. W. Ashcroft and N.D. Mermin, *Solid state physics* (Brooks/Cole 1976).
- [13]. S. Tarucha, D.G. Austing, T. Honda, R.J. van der Hage and L.P. Kouwenhoven, Phys. Rev. Lett. **77**, 3613 (1996).
- [14]. 郭国平, 博士论文 (中国科学技术大学, 2005, 合肥) .
- [15]. 张辉, 博士论文 (中国科学技术大学, 2008, 合肥) .

第2章 QPC测量与量子点中的退相干

2.1 量子点中的退相干实验

量子点中的电子自旋被认为是很具研究潜力的量子比特，因为其具有较长的相干时间，且容易操作和扩展，被广泛认为最有希望实现量子计算机的方案之一。然而，在实际系统中，电子自旋总是和环境有一定的相互作用，无法理想化的完全隔离。这些环境因素包括自旋-轨道耦合、电极核自旋等。理论[1, 2, 3]和实验[4, 5]已经证实自旋-轨道耦合引起的退相干时间是微秒量级 (ms)，而最近的实验工作[6]表明核自旋引起的退相位时间是纳秒量级 ($T_2 \approx 10\text{ ns}$)。可见相对核自旋，自旋-轨道耦合部分就可以忽略了，下面我们具体介绍一下核自旋引起的退相干实验。

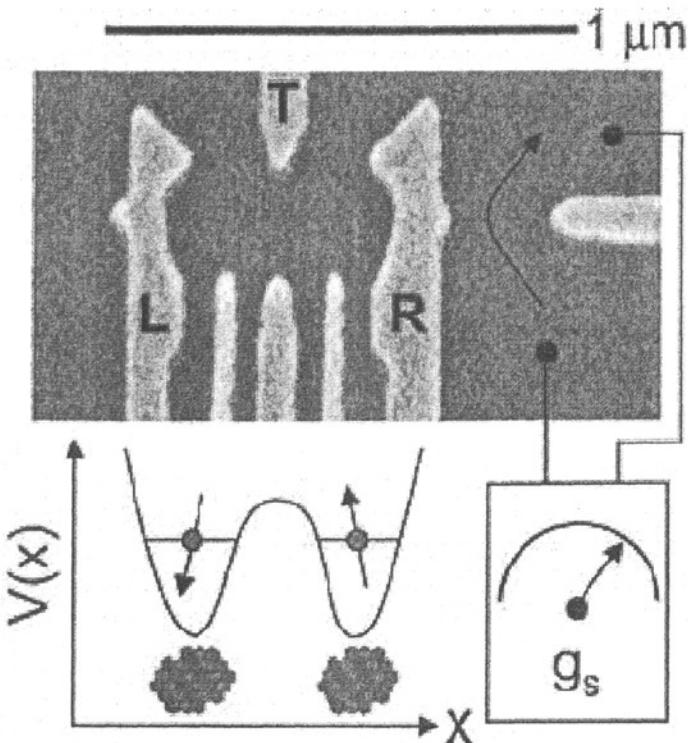


图 2-1：实验[6]中双量子点样品微观结构图。门 L 和 R 上电压分别控制左右量子点中电子数目，门 T 用于调节量子点间的隧穿。量子点接触 (QPC) 电导 g_s 敏感的检测右边量子点中的电子数目。

实验[6]中使用的量子点是 GaAs 半导体量子点，它的自旋弛豫时间 T_1 为毫秒 (ms) 量级 [4, 7, 8, 9]。但是这一类III-V 族元素的核自旋不为零，所以核自旋就会和量子点中电子自旋耦合，引起退相干。图 2-1 显示就是门控双量子点微观图。它是通过分子束外延生长的 GaAs/AlGaAs 异质结构，二维电子气为 100nm，密度为 $2 \times 10^{11} cm^{-2}$ 。通过调整门电压 V_L 和 V_R 可以控制电极上的电子进出左右量子点，进而控制左右量子点中电子数目。量子点间电子的隧穿强度是由门电压 V_T 控制的。测量是在稀释制冷机中进行的，电子温度约为 $135 mK$ 。图的右边是测量器件——量子点接触 (QPC)，它的电导 g_s 可以敏感的反映右边量子点的电子数。当右边量子点中电子增加时，QPC 电导就会减小。这样通过 QPC 就可以检测量子点中电子变化情况，再通过电荷-自旋关联反映自旋态的退相干情况了。实验[6]中关注的两电子态 (0, 2) 和 (1, 1) 之间的转变情况。其中 (m, n) 表示左右量子点中电子数目分别为 m 和 n 。

首先通过调节门电压 V_L 和 V_R ($V_R > V_L$) 使得系统基态为 (0, 2) 态。由于 (0, 2) 三态能级比 (0, 2) 单态高出近 $400 \mu eV$ ，所以这里的基态为 $(0,2)S$ 。然后再通过快速绝热演化过程 ($\approx 1ns$) 调节 V_L 和 V_R 使得 $V_R < V_L$ ，使得系统变为 (1, 1) 态。对于 (1, 1) 态，有四种自旋态：单态 $(1,1)S$ ，三态 T_+ 、 T_- 和 T_0 ，由于加上垂直磁场，在 $V_R < V_L$ 的情况下，只考虑 $(1,1)S$ 和 T_0 态。这时系统 (1, 1) 态就会发生演变，变成 $(1,1)S$ 和 T_0 的混合。经过 τ_s ($200 ns$) 时间后，然后再通过一个快速绝热演化过程调节门电压使得 $V_R > V_L$ ，进入测量阶段 ($\tau_M \approx 5 \sim 10 \mu s < T_1$)。这时 $(1,1)S$ 态变回为 $(0,2)S$ 态，但 T_0 态由于自旋阻塞变不回 $(0,2)S$ 态。这样就可以利用 QPC 测量 $(1,1)S$ 态的概率 P_S 了。图 2-2 显示了这一循环过程。

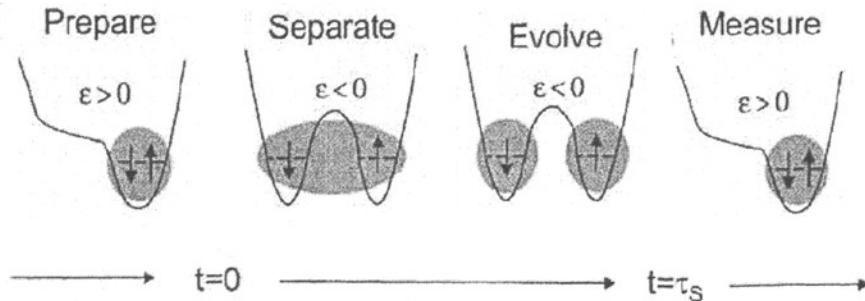


图 2-2：实验[6]中的控制循环，包括：准备，单态分离、演化和测量。利用电荷-自旋关联，利用 QPC 测量。 $\varepsilon \propto V_R - V_L$ 。

在前面的自旋演化过程中，核自旋对 $(1,1)S$ 态和 T_0 态的相干性有影响，会引起退相干。实验[6]中的每个电子通过超精细相互作用大约和 10^6 个GaAs核相互作用，这会产生一个有效随机磁场： $B_{nuc} \approx 1 \sim 5 mT$ [4, 10, 11, 12]，就会引发电子自旋态的退相位，这一过程发生在 τ_s 时间区域。图2-3(B)展示了两电子态的能级图， $(1,1)S$ 态和 T_0 态演化发生在中蓝色阴影区域，也对应图2-3(A)中 τ_s 时间段所在能级区间。

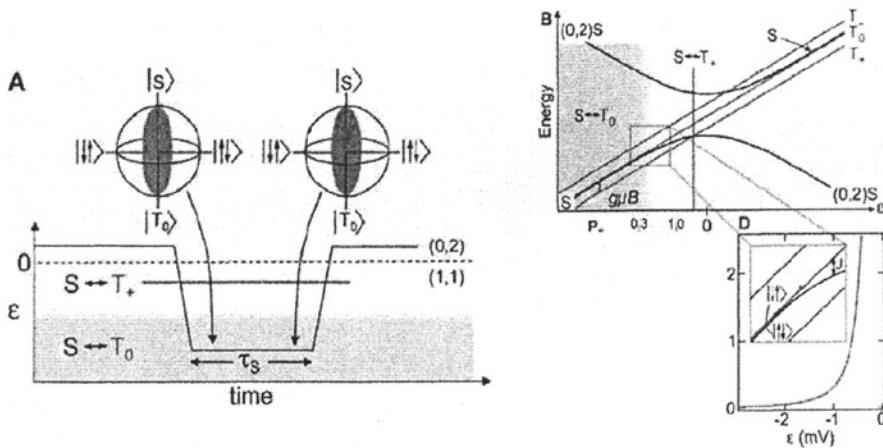


图2-3：(A) 测量退相干时间 T_2^* 的电压脉冲图[6]。系统初始在 $(0,2)S$ 态，通过快速绝热演化到 $(1,1)S$ 态。由于Zeeman场的作用， T_0 被劈裂分开，则在 τ_s 时间内 $(1,1)S$ 态和 T_0 态相干演化，核自旋引起退相干的发生(T_2^*)。然后 $(1,1)S$ 态在回到 $(0,2)S$ 态。(B) 两电子态能级图。实验[6]研究的退相干发生在蓝色阴影区域。

实验[6]结果表明，核自旋引起的退相干时间 T_2^* 约为10ns（星号表示多次实验统计平均的结果）。图2-4显示了这一结果：经过约10ns， P_s 稳定到一个固定值，这个值与磁场 B 以及 ϵ 有关。可见实际系统中，核自旋的作用还是很明显的，可以引起的退相干时间达到纳秒量级。尽管通过spin-echo技术[6]，可以压制核自旋的影响，使退相干时间延长到微秒量级(μs)，但是在GaAs半导体量子点中，核自旋还是主要的退相干源。

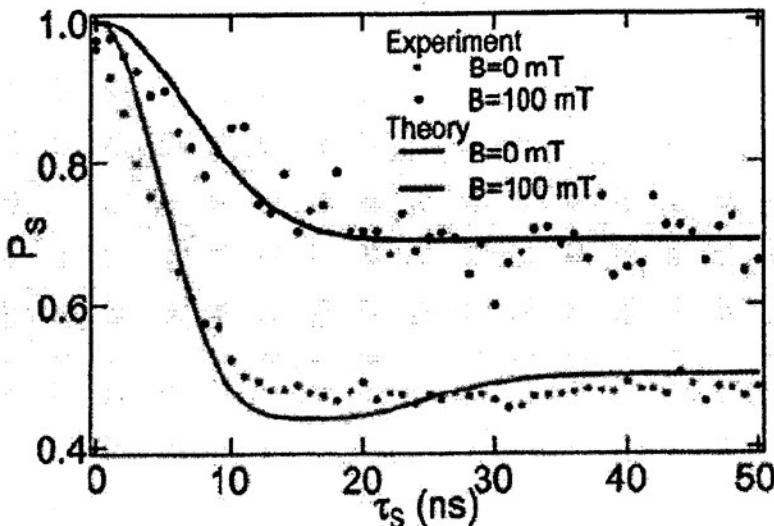


图 2-4：量子点中电子处于(1,1)S 态的概率 P_S 随时间 τ_s 的变化曲线[6]。 P_S 是由 QPC 测量得到，可以看出退相干 T_2 约为 10ns。

2.2 量子点接触 (QPC)

本节具体介绍一下前面的实验[6]工作中提到的测量器件——量子点接触 (QPC)。QPC 是一种常用的测量电荷的器件。它是一个两端绝热连接到源电极和漏电极的一维通道（见图 2-5[13]）。当施加偏压，电子就会在 2DEG 通道中隧穿。通道的宽度也是由相应的门电压所控制，通常约为 40nm。

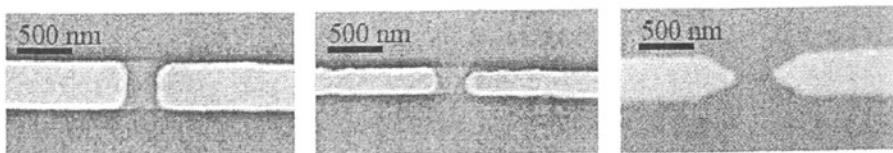


图 2-5：不同形状的量子点接触 (QPC) 的微观示意图[14]

1988 年，荷兰 Delft 技术大学的 van Wees 等[14]和英国剑桥大学的 Wharam 等[15]首先发现了 QPC 中电导的量子化特性。通过 QPC 的电导是随着门电压 V_g 的改变以 $2e^2/h$ 为单位变化的。图 2-6 就展示了 QPC 这一特性。

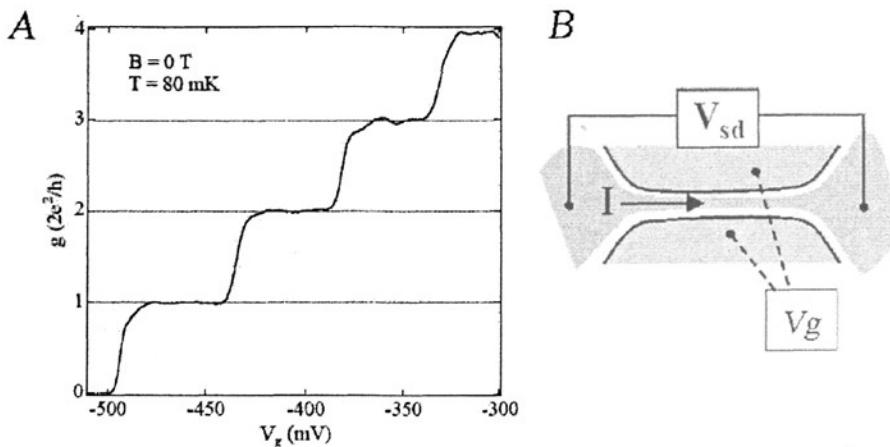


图 2-6：(A) 量子点接触 (QPC) 的量子化电导图 [13]。通过 QPC 的微分电导 g 和门电压 V_g 的关系：以 $2e^2/h$ 为单位的量子化形式。(B) 量子点接触 (QPC) 示意图，门电压 V_g ，源漏极电压 V_{sd} ，通过 QPC 的电流为 I 。

则由于这样的特性，在实验中就可以利用 QPC 作为电荷探测器。将门电压的一端放置量子点，这样量子点中电荷数的变化就会影响门电压 V_g 的大小，通过 QPC 的电流则随之发生变化，从而测量出量子点中电荷变化情况。进一步，通过电荷-自旋关联，可以检测出量子点中自旋态的变化。这在前面 2.1 节已经后面的部门都会讨论到。

2.3 QPC 测量与量子点的退相干

前面讨论了量子点中的退相干问题，介绍了核自旋、自旋-轨道耦合等环境因素引起的退相干。QPC 测量可以检测量子点中电荷变化，那么 QPC 测量对量子点有没有反作用呢？S. A. Gurvitz [16]就在一个理想的双量子点模型（不考虑核自旋、电荷-轨道耦合等环境引起的退相干机制）中讨论了 QPC 测量对双量子点中单电子电荷态退相干的影响。

图 2-7 显示的是双量子结构图。有一个电子在左右两个量子点之间隧穿。这样就构成了一个两态系统：a 态为电子在左边量子点，b 态为电子在右边量子点。靠近左边量子点有一个量子点接触 (QPC)，当电子在左右两边量子点时，QPC 中电子传输几率分别为 T' 和 T ，且由于右边量子点远离 QPC，则有 $T' < T$ 。QPC 左右两端化学势分别为 μ_L 和 μ_R 。

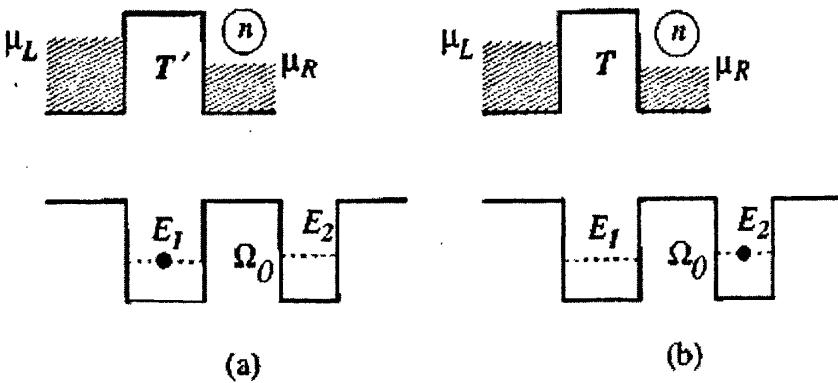


图 2-7： 双量子点中单电子振荡模型[16]。电子占据左量子点(a)和右量子点(b)时，QPC 中电子传输几率分别为 T' 和 T 。参数 n 表示 QPC 右边电荷库在时间 t 累积的电子数目。

Ω_0 表示量子点之间的耦合强度。

下面从这个系统的多体薛定谔方程 $i|\Psi(t)\rangle = H|\Psi(t)\rangle$ 出发，来计算量子点中电荷态的演化。首先系统哈密顿 H 量包括三个部分：QPC，量子点以及两者之间相互作用项。

$$H = H_{PC} + H_{DD} + H_{int} \quad (2-1)$$

其中， H_{PC} 表示 QPC 的哈密顿量部分， H_{DD} 表示表示双量子点的哈密顿量， H_{int} 表示 QPC 和量子点的相互作用部分。

各部分的哈密顿量可以表达为：

$$H_{PC} = \sum_l E_l a_l^\dagger a_l + \sum_r E_r a_r^\dagger a_r + \sum_{l,r} \Omega_{lr} (a_l^\dagger a_r + a_r^\dagger a_l), \quad (2-2)$$

$$H_{DD} = E_1 c_1^\dagger c_1 + E_2 c_2^\dagger c_2 + \Omega_0 (c_2^\dagger c_1 + c_1^\dagger c_2), \quad (2-3)$$

$$H_{int} = \sum_{l,r} \delta \Omega_{lr} c_1^\dagger c_1 (a_l^\dagger a_r + a_r^\dagger a_l), \quad (2-4)$$

这其中， $a_l^\dagger (a_l)$ 和 $a_r^\dagger (a_r)$ 分别表示 QPC 左右电极的产生（湮灭）算符， Ω_{lr} 表示 QPC 左右电极之间电子的跃迁振幅， E_l 和 E_r 表示 QPC 左右两端的能级； $c_1^\dagger (c_1)$ 和 $c_2^\dagger (c_2)$ 分别表示左右量子点中电子的产生（湮灭）算符， Ω_0 表示左右量子点之间的耦合， E_1 和 E_2 表示左右量子点中的能级。左边量子点中若存在电子，则会导致 QPC 势垒的增加 ($\Omega_{lr} \rightarrow \Omega_{lr} + \delta \Omega_{lr}$)。

取 $|0\rangle$ 表示空态， $b(t)$ 表示在系统在相应态下的概率，QPC 中电子从左端向右端运动。则 t 时刻，整个系统的波函数可以表达为如下形式：

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle = & \left[b_1(t)c_1^+ + \sum_{l,r} b_{1l}(t)c_1^+ a_r^+ a_l + \sum_{l<l',r<r'} b_{1l'r'}(t)c_1^+ a_r^+ a_{l'}^+ a_r a_{r'} \right. \\ & \left. + b_2(t)c_2^+ + \sum_{l,r} b_{2l}(t)c_2^+ a_r^+ a_l + \sum_{l<l',r<r'} b_{2l'r'}(t)c_2^+ a_r^+ a_{l'}^+ a_r a_{r'} + \dots \right] |0\rangle, \end{aligned} \quad (2-5)$$

波函数中，初始态为 $b_1(0)=1$ ，所有其他的 $b(0)s$ 为 0。通过代入薛定谔方程计算，运行拉普拉斯（Laplace）变换 [16, 17]，可以得到如下方程组：

$$\dot{\sigma}_{aa}^n = -D' \sigma_{aa}^n + D' \sigma_{aa}^{n-1} - i\Omega_0 (\sigma_{ab}^n - \sigma_{ba}^n), \quad (2-6)$$

$$\dot{\sigma}_{bb}^n = -D \sigma_{bb}^n + D \sigma_{bb}^{n-1} - i\Omega_0 (\sigma_{ab}^n - \sigma_{ba}^n), \quad (2-7)$$

$$\dot{\sigma}_{ab}^n = i\varepsilon \sigma_{ab}^n + i\Omega_0 (\sigma_{aa}^n - \sigma_{bb}^n) - \frac{1}{2} (D' + D) \sigma_{ab}^n + (DD')^{1/2} \sigma_{ab}^{n-1}, \quad (2-8)$$

其中， $\varepsilon = E_2 - E_1$ ， Ω_0 表示左右量子点之间的耦合强度，参数 n 表示到达 QPC 右边电极的电子数目。 $\sigma_{aa}(t)$ 和 $\sigma_{bb}(t)$ 分别表示电子占据左边和右边量子点的概率，密度矩阵的非对角元满足关系： $\sigma_{ab}(t) = \sigma_{ba}\{t\}$ [18]。 $D(D')$ 表示电子在右边（左边）量子点时，QPC 中电子从左边电极到右边电极的隧穿概率， $D = T(\mu_L - \mu_R)/2\pi$ ， T 表示 QPC 的传输几率。对式 (2-6)、(2-7)、(2-8) 中的 n 求迹， $\sigma_{ij} = \sum_n \sigma_{ij}^n(t)$ ，可以得到如下方程组：

$$\dot{\sigma}_{aa} = i\Omega_0 (\sigma_{ab} - \sigma_{ba}), \quad (2-9)$$

$$\dot{\sigma}_{bb} = i\Omega_0 (\sigma_{ba} - \sigma_{ab}), \quad (2-10)$$

$$\dot{\sigma}_{ab} = i\varepsilon \sigma_{ab} + i\Omega_0 (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}) - \frac{1}{2} (\sqrt{D} - \sqrt{D'})^2 \sigma_{ab}, \quad (2-11)$$

首先，当不考虑量子点接触 QPC 对量子点中电荷态退相干的影响，即 QPC 与量子点分离时，即有 $D = D'$ ，则主方程变为：

$$\dot{\sigma}_{aa} = i\Omega_0 (\sigma_{ab} - \sigma_{ba}), \quad (2-12)$$

$$\dot{\sigma}_{bb} = i\Omega_0 (\sigma_{ba} - \sigma_{ab}), \quad (2-13)$$

$$\dot{\sigma}_{ab} = i\varepsilon \sigma_{ab} + i\Omega_0 (\sigma_{aa} - \sigma_{bb}), \quad (2-14)$$

解方程组 (2-12)，(2-13) 和 (2-14)，初始条件取为： $\sigma_{aa}(0)=1$ ， $\sigma_{bb}(0)=\sigma_{ab}(0)=0$ ，可以得到电子占据左边量子点的概率随时间分布函数为：

$$\sigma_{aa}(t) = \frac{\Omega_0^2 \cos^2(\omega t) + \varepsilon^2 / 4}{\Omega_0^2 + \varepsilon^2 / 4} \quad (2-15)$$

这里， $\omega = (\Omega_0^2 + \varepsilon^2 / 4)^{1/2}$ 。如预想的一样，电子将会在这两个量子点之间

以频率 ω 来回振荡，振幅为 $\Omega_0^2 / (\Omega_0^2 + \varepsilon^2 / 4)$ ；若左右量子点能级差 ε 太大 ($\varepsilon \gg \Omega_0$)，则电子就会留在最初所在的量子点中，这也是很好理解的。

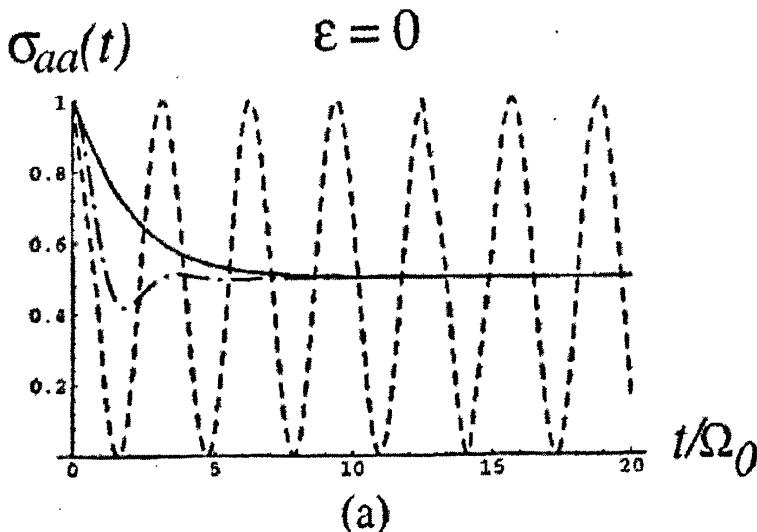
下面，考虑 QPC 测量对退相干的影响。式 (2-11) 于式 (2-14) 的差别在于等式 (2-11) 右边多出了最后一项。而这一项正是 QPC 的反作用引起的。它的出现就会导致密度矩阵的非对角元 σ_{ab} 发生指数衰减，即引起退相干，退相位率为：

$$\Gamma_d = \frac{1}{2}(\sqrt{D} - \sqrt{D'})^2 = (\sqrt{T} - \sqrt{T'})^2 \frac{V_d}{2\pi} \quad (2-16)$$

由方程 (2-9)、(2-10) 和 (2-11) 可以得到，当时间 $t \rightarrow \infty$ 时，概率密度分布随时间变化趋势为：

$$\sigma(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{aa}(t) & \sigma_{ab}(t) \\ \sigma_{ba}(t) & \sigma_{bb}(t) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \quad (2-17)$$

可见，由于 QPC 测量的影响，密度矩阵非对角元会褪变为零，即发生退相干，而电子占据在左边或右边量子点的概率也趋于一个稳定的值 (1/2)。图 2-8 显示了这一结果。



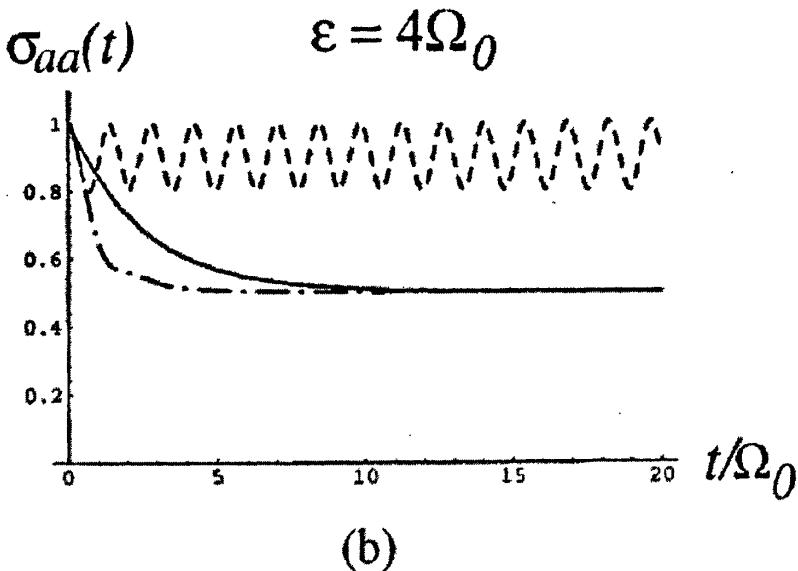


图 2-8：双量子点系统中单电子占据在左边量子点的概率随时间变化曲线图[16]。

(a) 平行能级 ($\varepsilon = 0$)。 (b) 非平行能级 ($\varepsilon = 4\Omega_0$)。其中退相位率 Γ_d 大小分别为：

$$\Gamma_d = 0 \text{ (虚线)}, \quad \Gamma_d = 4\Omega_0 \text{ (点-虚线)}, \quad \Gamma_d = 16\Omega_0 \text{ (实线)}.$$

从图 2-8 中，可以得到如下结论：

- 1、 在很短的时间 t 内，随着 Γ_d 的增大， $\sigma_{aa}(t)$ 减小的越慢，即电子从左到右的隧穿几率越小，更局域在左边量子点。这一结论无论 ε 为何值时都成立。由此可见高频测量会局域系统，即存在量子 Zeno 效应。
- 2、 当时间 t 逐渐增大时，系统受 QPC 测量的影响，会退相干到一个稳定态。而无论 ε 为何值，这一退相干都是存在的，这可证明了 QPC 测量会引起待测系统的退相干。

通过上面的分析，证明了 QPC 测量会引起电荷态的退相干，在后面的研究中，我们将具体讨论对于不同系统，QPC 测量引发的退相干情况以及在实际实验中的作用大小。

2. 4 量子 Zeno 效应

在上一节中，提到的量子 Zeno 效应，是一种被广泛关注的量子效应。无论

在理论[19, 20, 21]还是实验[22]上, 对它都有很多关注和研究。量子 Zeno 在实际中也有很多应用: 降低量子计算的退相干[23, 24, 25]、有效保存自旋极化气体[26, 27, 28]等。

简单来说, 量子 Zeno 效应就是在短时间内, QPC 的高频反复测量会局部系统在其初态。考虑一个以 Rabi 频率 ω_R 振荡的二能级系统[29], 测量会使系统投影到 $|1\rangle$ 态或 $|2\rangle$ 态。假设系统初态是 $|1\rangle$, 经过极短的时间 δt ($\delta t \ll 1/\omega_R$) 后进行一次测量, 则系统仍在 $|1\rangle$ 态的概率为 $1 - (\omega_R \delta t / 2)^2$ 。那么经过 N 次连续的测量, 系统仍在 $|1\rangle$ 态的概率是:

$$P(N) = [1 - (\omega_R \delta t / 2)^2]^N \approx \exp[-N((\omega_R \delta t / 2)^2)] = \exp[-(\omega_R^2 \delta t / 4)T], \quad (2-18)$$

这里, $T = N\delta t$ 是整个测量演化时间。这时, 系统不再是稳定的 Rabi 振荡了, 初态 $|1\rangle$ 将会以系数 $1/\tau_{EP}$ 衰减:

$$1/\tau_{EP} = \omega_R^2 \delta t / 4 \quad (2-19)$$

很显然, 高频测量下系统的特征时间 τ_{EP} 远大于正常 Rabi 振荡的特征时间 $1/\omega_R$ 。即表明量子 Zeno 效应压制了量子态的转变。图 2-9 以 Overhauser 场的期待值 $\langle h_z(t) \rangle$ 为例, 展示了量子 Zeno 效应的作用[30]。在后几章中我们还将具体研究不同系统中 Zeno 效应的作用和影响。

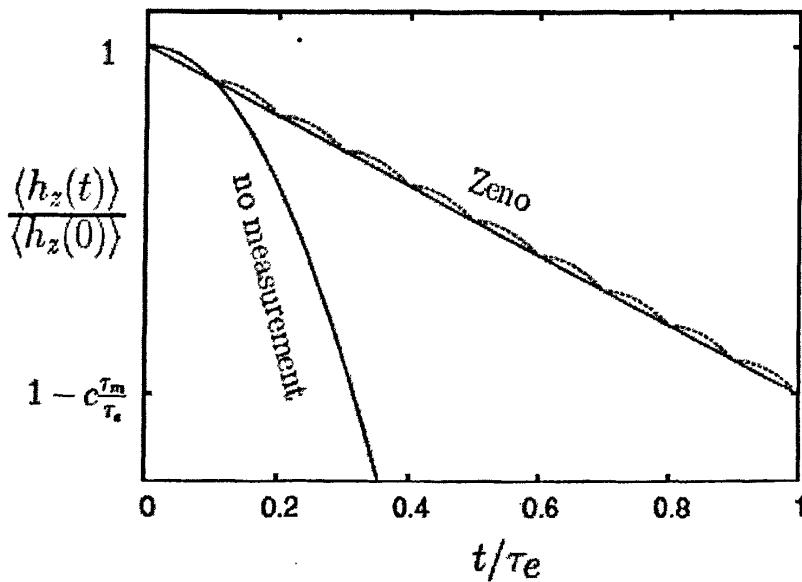


图 2-9: 投影测量下, 量子 Zeno 效应对 Overhauser 场的期待值 $\langle h_z(t) \rangle$ 的影响[30]。

2. 5 本章小结

在这一章中，我们首先介绍了 GaAs 半导体量子点的退相干实验[6]，实验中表明电极中核自旋通过超精细相互作用和量子点中电子耦合，会引起电荷态的退相干，且退相干时间为纳秒量级 (ns)，通过 spin-echo 技术[6]，可以压制核自旋的影响，使退相干时间延长到微秒量级 (μs)。然后我们介绍了量子点接触 (QPC)，以及 QPC 测量引起的理想双量子点模型中单电荷态的退相干机制[16]，了解到 QPC 测量也是引起退相干的因素之一，并且高频测量会产生量子 Zeno 效应。

在后面的章节中，我们将具体介绍我们在不同的量子点模型中，研究了 QPC 测量对电子自旋态退相干的影响，并定量讨论了实际实验中 QPC 测量引起退相干作用的大小以及在不同环境下量子点中电子态的演化情况，并且研究了不同系统中高频测量引起的量子 Zeno 效应。

参考文献

- [1]. V. N. Golovach, A. V. Khaetskii, and D. Loss, Phys. Rev. Lett. **93**, 016601 (2004).
- [2]. A. V. Khaetskii and Y. V. Nazarov, Phys. Rev. B **61**, 12639 (2000).
- [3]. A. V. Khaetskii and Y. V. Nazarov, Phys. Rev. B **64**, 125316R (2001).
- [4]. A. C. Johnson, J. Petta, J. M. Taylor, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Nature **435**, 925 (2005).
- [5]. R. Hanson, B. Witkamp, L. M. K. Vandersypen, L. H. W. van Beveren, J. M. Elzerman, and L. P. Kouwenhoven, Phys. Rev. Lett. **91**, 196802 (2003)
- [6]. J. R. Petta, A. C. Johnson, J. M. Taylor, E. A. Laird, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Science **309**, 2180 (2005).
- [7]. T. Fujisawa, D. G. Austing, Y. Tokura, Nature **419**, 278 (2002).
- [8]. J. M. Elzerman et al., Nature **430**, 431 (2004).
- [9]. J. R. Petta et al., available at www.arXiv.org/abs/cond-mat/0412048 (2004).
- [10]. Bracker, A. S. et al. Phys. Rev. Lett. **94**, 047402 (2005).
- [11]. D. Paget, G. Lampel, B. Sapoval, Phys. Rev. B. **15**, 5780 (1977).
- [12]. A. S. Bracker et al., Phys. Rev. Lett. **94**, 047402 (2005).
- [13]. S. M. Cronenwett, Phd thesis, Stanford University, USA (2005).
- [14]. B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. vander Marel, C. T. Foxon, Phys. Rev. Lett. **60**, 848 (1988).
- [15]. D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D.C. Peacock, D. A. Ritchie, G. A. C. Jones, J. Phys. C **21**, L209 (1988).
- [16]. S. A. Gurvitz, Phys. Rev. B **56**, 23 (1997)
- [17]. S. A. Gurvitz and Ya.S. Prager, Phys. Rev. B **53**, 15 932 (1996).
- [18]. C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, and G. Grynberg, Atom-Photon Interactions: Basic Processes and Applications (Wiley, New York, 1992).
- [19]. K. Koshino and A. Shimizu, Phys. Rep. **412**, 191 (2005).
- [20]. F. Helmer, M. Mariantoni, E. Solano, and F. Marquardt, arXiv: **0712.1908**.
- [21]. J. Gambetta, A. Blais, M. Boissonneault, A. A. Houck, D. I. Schuster, and S. M. Girvin, Phys. Rev. A **77**, 012112 (2008).
- [22]. W. M. Itano, D. J. Heinzen, J. J. Bollinger, and D. J. Wineland, Phys. Rev. A **41**, 2295 (1990).
- [23]. O. Hosten et al., Nature (London) **439**, 949 (2006).
- [24]. J. D. Franson, B. C. Jacobs, and T. B. Pittman, Phys. Rev. A **70**, 062302 (2004).
- [25]. P. Facchi et al., Phys. Rev. A **71**, 022302 (2005).

- [26]. B. Nagels, L. J. F. Hermans, and P. L. Chapovsky, Phys. Rev. Lett. **79**, 3097 (1997).
- [27]. K. Molhave and M. Drewsen, Phys. Lett. A **268**, 45 (2000).
- [28]. T. Nakanishi, K. Yamane, and M. Kitano, Phys. Rev. A **65**, 013404 (2001).
- [29]. E. W. Streed, J. Mun, M. Boyd, G. K. Campbell, P. Medley, W. Ketterle, and D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **97**, 260402 (2006).
- [30]. D. Klauser, W. A. Coish, and D. Loss, Phys. Rev. B **78**, 205301 (2008).

第3章 单量子点中 QPC 测量引起的自旋退相干

在前面的讨论中，我们知道 QPC 测量会引起量子点中电子态的退相干，特别是在没有核自旋或核自旋影响不大的情况下，对 QPC 测量的研究就尤为重要了。电子自旋作为很好的量子比特的载体，其退相干机制受到广泛的关注。那么，QPC 测量对单量子点中的电子自旋态演化会有什么影响呢？引起的退相干时间又是什么量级呢？本章我们将具体研究这一问题。

3. 1 量子点中单电子自旋读出

在研究量子点接触 (QPC) 测量对单量子点中电子自旋态的影响之前，我们首先介绍 L P.Kouwenhoven 小组关于单量子点中单个电子自旋态读出的实验工作[1]。这一工作利用电荷-自旋关联[2, 3]，通过 QPC 成功的在单个量子点上读出了单电子自旋态。

图 3-1 显示了电荷-自旋关联的原理图。通过施加一个磁场，量子点中电子自旋向上态和自旋向下态由于 Zeeman 能被分裂开来。然后调节量子点势能，使得如果电子自旋向下，则会隧穿出量子点；若自旋向上则留在量子点中。这样电子自旋态就和电荷态关联了，即通过 QPC 测量量子点中电荷态 Q_{dot} 则可以反映出电子的自旋方向。

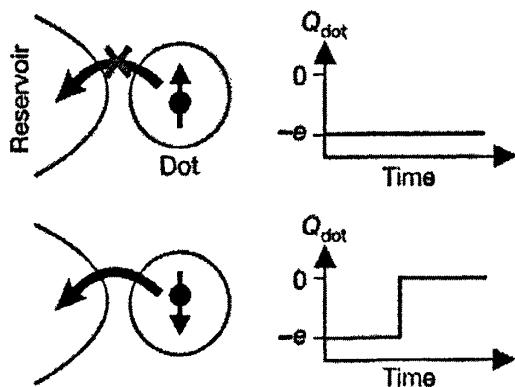


图 3-1：电荷-自旋关联原理图[1]，量子点中电子自旋若向上，则仍留在量子点中，电荷 Q_{dot} 不改变；若电子自旋向下，则隧穿离开量子点，使得量子点中电荷 Q_{dot} 发生改变。

实验是在 GaAs 半导体量子点中进行的，在 GaAs/AlGaAs 异质结构表面有门电极 (T, M, P, R, Q)，二维电子气为 90nm，密度为 $2.9 \times 10^{15} \text{ cm}^{-2}$ 。图 3-2 展示了这一量子点的微观结构图。实验是在稀释制冷机中进行，磁场为 10T。

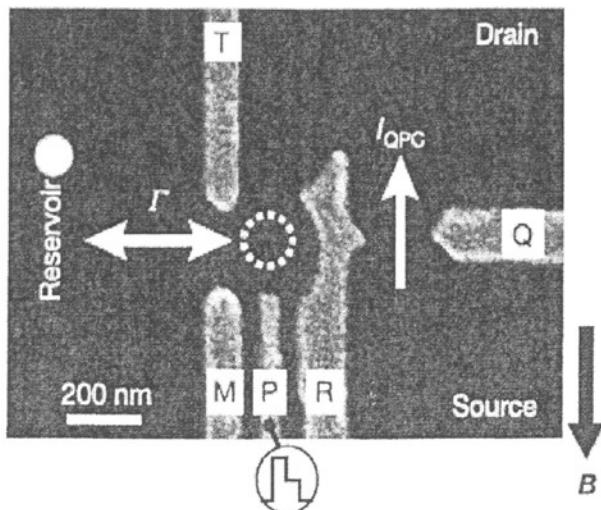


图 3-2：实验[1]中单量子点及 QPC 微观示意图。通过测量通过 QPC 的电流 I_{QPC} 变化，可以探测量子点中电荷 Q_{dot} 变化，以反映电子自旋态。 Γ 表示电子隧穿几率，磁场为 B。

实验通过调节门电压 P 使量子点中只含有 1 个或 0 个电子。QPC（门电极 R 和 Q 控制）作为测量器件，当一个电子进入或离开量子点，量子点附近的电势就会改变，通过 QPC 的电流 I_{QPC} 也会随之改变。电子出入量子点的隧穿几率 Γ 为 $(0.05 \text{ ms})^{-1}$ ，QPC 测量时间约为 $8 \mu\text{s}$ 。实验中，通过控制门电压 P，改变量子点的能级大小，实验的具体过程有以下四个步骤（图 3-3）：

- 1, 排空量子点中电子：这时量子点中电子自旋向上、向下的能级都高于电极上的费米能级 E_F 。
- 2, 注入一个未知自旋的电子进入量子点：调节门电压 P，使得量子点中电子自旋向上、向下的能级都低于电极上的费米能级 E_F ，这样就会有一个电子隧穿进入量子点，隧穿时间 $\sim \Gamma^{-1}$ 。
- 3, 测量电子的自旋态：降低量子点能级，使电子自旋向上能级低于 E_F ，而电子自旋向下能级高于 E_F 。这样，如果电子自旋向上则不变化；如果电子自旋向下，则离开量子点（隧穿时间 $\sim \Gamma_{\downarrow}^{-1}$ ），同时进入一个自旋向上的电子（隧穿时间 $\sim \Gamma_{\uparrow}^{-1}$ ），有 $\Gamma_{\uparrow} > \Gamma_{\downarrow}$ 。

4, 再次排空量子点中电子: 调节 P, 使得量子点中电子自旋向上、向下的能级都高于电极上的费米能级 E_F 。

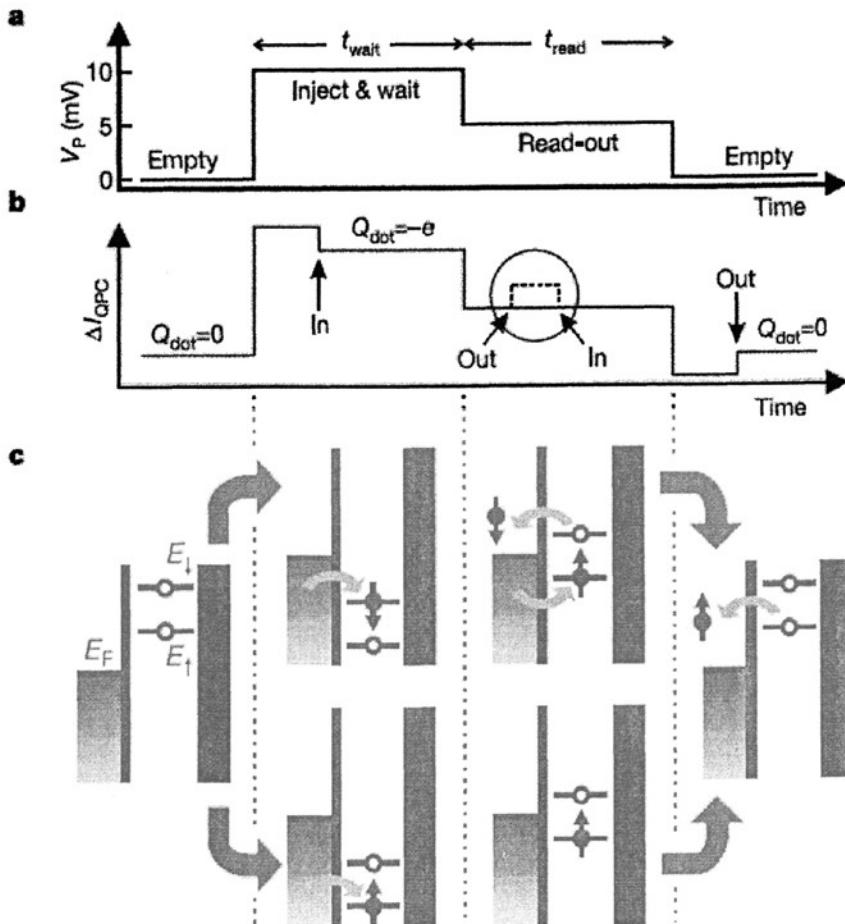


图 3-3: 实验[1]测量单电子自旋态的原理图。(a) 门电压 P 的脉冲图。 t_{wait} 时间段内为 10mV, t_{read} 时间段内为 5mV, 其他时间为 0.5mV。(b) QPC 电流变化曲线图。 t_{read} 时间段内, 实线对应电子自旋向上、虚线对应电子自旋向下。箭头表示电子进出量子点。(c) 量子点中能级变化图。量子点和右边电极隧穿几率调节控制为零。如果电子自旋向下, 电子会离开量子点, 并进入一个自旋向上的电子, 这反映在通过 QPC 的电流变化上。

这样，以上实验[1]表明通过电荷-自旋关联，就可以利用 QPC 实现对单电子自旋态的读出了。这里没有考虑退相干的情况。在后面的章节中，我们将研究这一过程中，QPC 测量对量子点中电子自旋态退相干的影响。

3. 2 QPC 测量下的单量子点模型主方程

上一节中，研究了单量子点模型中单自旋态的读出。即通过门电压的调节，控制电荷-自旋关联，利用附近的 QPC 测量电荷态的变化，于是，通过测量 QPC 电流 I_{QPC} 就可以观测出量子点中电子的变化情况，进而得到其自旋态。由于半导体量子点是最有可能实现量子计算的固态器件之一，电子自旋也是很好的量子比特载体，于是对其相干性的研究就很有意义了，我们将研究 QPC 在上述测量过程中对量子点中电子自旋态相干性的影响。

首先，我们利用上一节中 L P.Kouwenhoven 小组的样品[1]，对其物理性质进行计算和分析。整个系统的哈密顿量包括三部分：量子点、QPC 以及两者之间的相互作用，可以表达为如下形式：

$$H = H_{dot} + H_{QPC} + H_{int}, \quad (3-1)$$

这里， H_{dot} 、 H_{QPC} 、 H_{int} 分别表示单量子点、QPC、量子点和 QPC 之间相互作用的哈密顿量部分。

$$H_{dot} = E_{\downarrow} c_{\downarrow}^{\dagger} c_{\downarrow} + E_{\uparrow} c_{\uparrow}^{\dagger} c_{\uparrow} + \Omega_0 (c_{\downarrow}^{\dagger} c_{\uparrow} + c_{\uparrow}^{\dagger} c_{\downarrow}) + \Gamma c_{\uparrow}^{\dagger} c_{\downarrow}, \quad (3-2)$$

$$H_{QPC} = \sum_L E_L a_L^{\dagger} a_L + \sum_R E_R a_R^{\dagger} a_R + \sum_{L,R} \Omega_{LR} (a_L^{\dagger} a_R + a_R^{\dagger} a_L), \quad (3-3)$$

$$H_{int} = \sum_{L,R} \delta \Omega_{LR} c_{\uparrow}^{\dagger} c_{\uparrow} (a_L^{\dagger} a_R + a_R^{\dagger} a_L). \quad (3-4)$$

其中，上述哈密顿量中每一部分有以下相关的物理意义：

- 1, 此单量子点是一个二能级系统： $|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$ 分别代表电子自旋向上和自旋向下态。 $c_{\uparrow}^{\dagger}(c_{\uparrow})$ 和 $c_{\downarrow}^{\dagger}(c_{\downarrow})$ 分别表示自旋向上和自旋向下态的产生(湮灭)算子。电子以两种不同的渠道在这两个自旋态之间震荡： Ω_0 表示由微波场引起的两自旋态之间的耦合； Γ 表示一个自旋向下的电子跳出、同时一个自旋向上的电子进入量子点的隧穿几率[1]。
- 2, 这里，QPC 可以标准的描述为一维无相互作用的电子系统， $a_L^{\dagger}(a_L)$ 和 $a_R^{\dagger}(a_R)$ 分别表示 QPC 左右两端电子的产生和湮灭算子， Ω_{LR} 表示电子在 QPC 左右两电极间跃迁振幅。
- 3, 由于自旋向上的电子会留在量子点中，而自旋向下的电子会隧穿出量子点，所以自旋向上的电子会使得量子点电势增大，从而产生 QPC 势垒的

增大 ($\Omega_{LR} \rightarrow \Omega_{LR} + \delta\Omega_{LR}$)。

在第2章的讨论中，我们知道波函数的相位、密度矩阵的非对角元会受测量器件 QPC 的影响而遭到破坏，即 QPC 测量会引起量子态的退相干。通常密度矩阵元的主方程可以利用非平衡格林函数[4]或者薛定谔方程[5]来计算，本章的计算我们采用的是薛定谔方程的方法。

为了简化计算，我们假设系统温度为零。这种情况下，我们首先不考虑 QPC 的影响，即 QPC 和量子点分离的情况。这时，电子密度矩阵 ρ_i 随时间演化的主方程可以写为如下形式：

$$\frac{d\rho_{\downarrow\downarrow}}{dt} = \frac{i}{\hbar}\Omega_0(\rho_{\uparrow\uparrow} - \rho_{\downarrow\downarrow}) - \Gamma\rho_{\downarrow\downarrow}, \quad (3-5)$$

$$\frac{d\rho_{\uparrow\uparrow}}{dt} = \frac{i}{\hbar}\Omega_0(\rho_{\uparrow\uparrow} - \rho_{\downarrow\downarrow}) + \Gamma\rho_{\downarrow\downarrow}, \quad (3-6)$$

$$\frac{d\rho_{\downarrow\uparrow}}{dt} = \frac{i}{\hbar}\varepsilon\rho_{\downarrow\uparrow} + \frac{i}{\hbar}\Omega_0(\rho_{\uparrow\uparrow} - \rho_{\downarrow\downarrow}), \quad (3-7)$$

其中， $\varepsilon = E_\downarrow - E_\uparrow$ 。这里 $\rho_{\uparrow\uparrow}(t)$ 和 $\rho_{\downarrow\downarrow}(t)$ 分别表示发现电子是自旋向上态或者自旋向下态的概率，且密度矩阵的非对角元满足关系： $\rho_{\downarrow\uparrow}(t) = \rho_{\uparrow\downarrow}^*(t)$ 。我们可以发现上面的等式 (3-5)、(3-6)、(3-7) 具有和量子光学中 Bloch 方程相同的形式。

接下来我们分析有 QPC 影响的情况。同样，我们从整个系统的薛定谔方程 $i\hbar\frac{d}{dt}|\Psi(t)\rangle = H|\Psi(t)\rangle$ 出发，系统的多体波函数可以用占据数表征写为如下形式：

$$|\Psi(t)\rangle = \left[b_\downarrow(t)c_\downarrow^\dagger + \sum_{L,R} b_{\downarrow LR}(t)c_\downarrow^\dagger a_R^\dagger a_L + \sum_{L < L', R < R'} b_{\downarrow LL'RR'}(t)c_\downarrow^\dagger a_R^\dagger a_{R'}^\dagger a_L a_{L'} \right. \\ \left. + b_\uparrow(t)c_\uparrow^\dagger + \sum_{L,R} b_{\uparrow LR}(t)c_\uparrow^\dagger a_R^\dagger a_L + \sum_{L < L', R < R'} b_{\uparrow LL'RR'}(t)c_\uparrow^\dagger a_R^\dagger a_{R'}^\dagger a_L a_{L'} + \dots \right] |0\rangle \quad (3-8)$$

这里， $|0\rangle$ 表示空态， $b(t)$ 表示在系统处在相应态下的概率，初始态取为 $b_\uparrow(0) = 1$ ，所有其他的 $b(0)s$ 为 0。密度矩阵元 $\rho_{ij}^{(n)}(t)$ ($i, j = \uparrow, \downarrow$) 满足：

$$\rho_{ij}^{(0)}(t) = b_i^{(0)}(t)b_j^{(0)*}(t), \quad \rho_{ij}^{(1)}(t) = \sum_{L,R} b_i^{(1)}(t)b_j^{(1)*}(t), \dots, \quad (3-9)$$

其中超算符 n 表示 QPC 右端电极中出现 n 个电子的情况。因此我们可以从薛定

谔方程出发计算出相应的主方程:

$$\frac{d\rho_{\downarrow\downarrow}^{(n)}}{dt} = -D_{\downarrow}\rho_{\downarrow\downarrow}^{(n)} + D_{\downarrow}\rho_{\downarrow\downarrow}^{(n-1)} - \frac{i}{\hbar}\Omega_0(\rho_{\uparrow\downarrow}^{(n)} - \rho_{\downarrow\uparrow}^{(n)}) - \Gamma\rho_{\downarrow\downarrow}^{(n)}, \quad (3-10)$$

$$\frac{d\rho_{\uparrow\uparrow}^{(n)}}{dt} = -D_{\uparrow}\rho_{\uparrow\uparrow}^{(n)} + D_{\uparrow}\rho_{\uparrow\uparrow}^{(n-1)} + \frac{i}{\hbar}\Omega_0(\rho_{\uparrow\downarrow}^{(n)} - \rho_{\downarrow\uparrow}^{(n)}) + \Gamma\rho_{\uparrow\uparrow}^{(n)}, \quad (3-11)$$

$$\frac{d\rho_{\uparrow\downarrow}^{(n)}}{dt} = \frac{i}{\hbar}\varepsilon\rho_{\uparrow\downarrow}^{(n)} + \frac{i}{\hbar}\Omega_0(\rho_{\uparrow\uparrow}^{(n)} - \rho_{\downarrow\downarrow}^{(n)}) - \frac{1}{2}(D_{\uparrow} + D_{\downarrow})\rho_{\uparrow\downarrow}^{(n)} + (D_{\uparrow}D_{\downarrow})^{1/2}\rho_{\uparrow\downarrow}^{(n-1)}, \quad (3-12)$$

为了研究 QPC 测量对系统（量子点）的影响，我们对式 (3-10)、(3-11)、(3-12) 求迹可以得到如下的主方程形式:

$$\frac{d\rho_{\downarrow\downarrow}}{dt} = \frac{i}{\hbar}\Omega_0(\rho_{\downarrow\uparrow} - \rho_{\uparrow\downarrow}) - \Gamma\rho_{\downarrow\downarrow}, \quad (3-13)$$

$$\frac{d\rho_{\uparrow\uparrow}}{dt} = \frac{i}{\hbar}\Omega_0(\rho_{\uparrow\downarrow} - \rho_{\downarrow\uparrow}) + \Gamma\rho_{\uparrow\uparrow}, \quad (3-14)$$

$$\frac{d\rho_{\uparrow\downarrow}}{dt} = \frac{i}{\hbar}\varepsilon\rho_{\uparrow\downarrow} + \frac{i}{\hbar}\Omega_0(\rho_{\uparrow\uparrow} - \rho_{\downarrow\downarrow}) - \Gamma_d\rho_{\uparrow\downarrow}, \quad (3-15)$$

其中， $\rho_{ij} = \sum_n \rho_{ij}^{(n)}(t)$ 。上式有如下物理意义:

- 1, 若 QPC 与量子点无相互作用，即 $\Gamma_d = 0$ ，那么式 (3-13)、(3-14)、(3-15) 就化为和式 (3-5)、(3-6)、(3-7) 一样的形式了。
- 2, $D_{\downarrow}(D_{\uparrow})$ 表示量子点中电子自旋朝下（朝上）时，QPC 中电子从左边隧穿右边的传输几率， $D = TeV_d/h$ ， T 表示 QPC 的传输几率， V_d 表示 QPC 的源漏间偏压。
- 3, 密度矩阵中非对角元 $\rho_{\uparrow\downarrow}$ 的方程 (3-15) 和前面不考虑 QPC 测量的影响的零级结果 (3-7) 的不同之处在于多了最后一项。这一项的存在会产生非对角元 $\rho_{\uparrow\downarrow}$ 的指数衰减，且有退相位几率:

$$\Gamma_d = \frac{1}{2}(\sqrt{D_{\uparrow}} - \sqrt{D_{\downarrow}})^2 = (\sqrt{T_{\uparrow}} - \sqrt{T_{\downarrow}})^2 \frac{eV_d}{4\pi\hbar} \quad (3-16)$$

从式 (3-15) 可以发现，当时间 $t \rightarrow \infty$ 时， $\rho_{\uparrow\downarrow} \rightarrow \infty$ ，即发生退相干。根据退相位时间 T_2 的定义，我们可以得知在没有其他退相干源（例如核自旋，自旋-轨道耦合等）存在的情况下有： $T_2 = 1/\Gamma_d$ ，就是说 QPC 测量会破坏量子点中的自旋相干性。

而另一方面，通过 QPC 的电流变化 $\Delta I_{QPC}(t) = I_{QPC}^{(0)} - I_{QPC}(t)$ 也直接测量了量

子点中电荷的变化，进而反映出自旋态的变化情况。通过方程 (3-10)、(3-11)、(3-12) 可以计算得到 QPC 电流：

$$I_{QPC}(t) = \sum_n e n [\dot{\rho}_{\downarrow\downarrow}^{(n)}(t) + \dot{\rho}_{\uparrow\uparrow}^{(n)}(t)] = e [D_{\downarrow} \rho_{\downarrow\downarrow}(t) + D_{\uparrow} \rho_{\uparrow\uparrow}(t)], \quad (3-17)$$

当量子点和 QPC 无相互作用而退耦合时，通过 QPC 的电流 $I_{QPC}^{(0)} = e D_{\downarrow}$ ，带入式 (3-17)， $\Delta I_{QPC}(t)$ 可以表示为如下形式：

$$\begin{aligned} \Delta I_{QPC}(t) &= e D_{\downarrow} - e [D_{\downarrow} \rho_{\downarrow\downarrow}(t) + D_{\uparrow} \rho_{\uparrow\uparrow}(t)] \\ &= e D_{\downarrow} \rho_{\uparrow\uparrow}(t) - e D_{\uparrow} \rho_{\downarrow\downarrow}(t) \\ &= \Delta T \frac{e^2 V_d}{2 \pi \hbar} \rho_{\uparrow\uparrow}(t), \end{aligned} \quad (3-18)$$

其中 $\Delta T = T_{\downarrow} - T_{\uparrow}$ 。从中我们可以明显的看出，当电子离开量子点 ($\rho_{\uparrow\uparrow}$ 减小) 时，QPC 电流 I_{QPC} 增大。

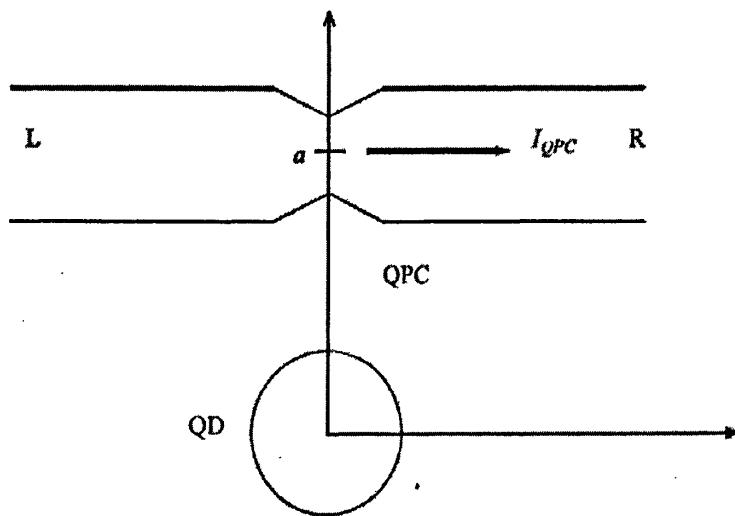


图 3-4：单量子点器件结构示意图[6]。上方为量子点接触 QPC。 a 表示量子点 QD 和 QPC 之间的距离。

这里，我们考虑 QPC 势垒为 δ 势的形式[7]，

$$\Omega_{LR} = \frac{\hbar^2 b}{m} \delta(x) \quad (3-19)$$

其中， b 表示 δ 势的强度。那么当量子点中增加一个电子时，QPC 中电子的

传输几率改变大小可以计算如下[7]:

$$\Delta T = T_{\downarrow} - T_{\uparrow} \approx \delta \Omega_{LR}(0) \frac{\partial T(E)}{\partial E} \Big|_{E_F} = \delta \Omega_{LR}(0) \frac{T(1-T)}{E} \Big|_{E_F}, \quad (3-20)$$

$$\Delta \Omega_{LR}(0) = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a}, \quad (3-21)$$

其中, a 表示 QPC 的位置 (图 3-4), 这里 ε 表示介电系数。通过代入典型数据到式 (3-20): $T(E=E_F)=1/2$, $E_F=10mV$, $a=200nm$ 以及 $\varepsilon=13$, 我们可以估算出 $\Delta T/T \approx 0.0277$ 。进一步, 当 QPC 的源-漏偏压 $V_d=1mV$ 时, 我们可以计算出 $\Gamma_d \approx 1.139 \times 10^7 s^{-1}$ 以及 $\Delta I_{QPC} \approx 0.53nA$, 这和是实验[1]观测的结果一致。

3. 3 QPC 测量对单量子点自旋态退相干的影响

这一节, 我们将具体分析 QPC 测量对单量子点自旋态退相干的影响。从哈密顿量 (3-2)、(3-3)、(3-4) 可以发现量子点中电子在自旋向上态 $|\uparrow\rangle$ 和自旋向下态 $|\downarrow\rangle$ 之间转变有两个途径: 由微波场引起的自旋翻转 (Ω_0)、量子点与左边电极的电子隧穿 (Γ)。由于 Γ 部分只是自旋向下的电子转变为自旋向上的电子, 是单向变化的, QPC 测量对这一部分的变化没有影响。而 QPC 影响的是 Ω_0 部门产生的相干项。

首先, 考虑没有 QPC 影响的情况, 先不考虑量子点和左边电极隧穿 Γ 项。初始条件取为: $\rho_{\uparrow\uparrow}(0)=1$, $\rho_{\downarrow\downarrow}(0)=\rho_{\downarrow\uparrow}(0)=0$, 即初始电子自旋向上, 占据在量子点中, 通过式 (3-5)、(3-6)、(3-7) 可以算出:

$$\rho_{\uparrow\uparrow}(t) = \frac{\Omega_0^2 \cos^2(\omega t) + \varepsilon^2/4}{\Omega_0^2 + \varepsilon^2/4}, \quad (3-22)$$

这里, $\omega = (\Omega_0^2 + \varepsilon^2/4)^{1/2}$, 这也和我们预想的一致, 电子将会以频率 ω 在两自旋态之间振荡 (Rabi 振荡)。

接下来, 我们将考虑存在测量器件 QPC 影响的情况, 通过数值模拟 (matlab), 我们可以深入分析 QPC 测量对量子点中单电子自旋态相干性的影响。具体来说, 我们分两个时间区域进行讨论:

1. 在很短的时间内 (t 很小时), 在这个系统里, 我们同样可以得到和量子 Zeno 效应[5]很好吻合的结果。首先忽略 Γ 项 (即不考虑电子在量子点和左边电极之间的隧穿)。从方程 (3-13)、(3-14)、(3-15) 出发, 可以得到量子点中电子自旋向上的时间-概率曲线图(见图 3-5, 3-6): 当 $\varepsilon=0$

时, 图 3-5 中点虚线表示 $\Gamma_d = 0$ 的情况、实线表示 $\Gamma_d = \Omega_0$ 的情况、虚线则表示 $\Gamma_d = 4\Omega_0$ 的情况。从图中可以明显看出, 对于时间 t 很短的情况, 随着 Γ_d 的增大, 电子自旋向上态 $| \uparrow \rangle$ 向自旋向下态 $| \downarrow \rangle$ 转变的速率变小, 也意味着测量系统 (量子点) 和测量器件 (QPC) 之间作用越强、量子点中电子会更加局域在初态。所以, 通过这一现象, 我们也可以发现对量子点系统的高频反复 QPC 测量会减缓其电子自旋态之间的转变, 即表明电子会更加局域在初态。图 3-6 是 $\varepsilon = \Omega_0$ 的情况, 这样的条件下, 也同样可以得到这个上述结论。

- 当 $t \rightarrow \infty$ 时, QPC 测量会破坏量子点中电子自旋态的相干性, 使其从初态退相位。而无论初始条件是什么, 随着时间增加, 量子点中电子都会因为 QPC 的影响而退局域。

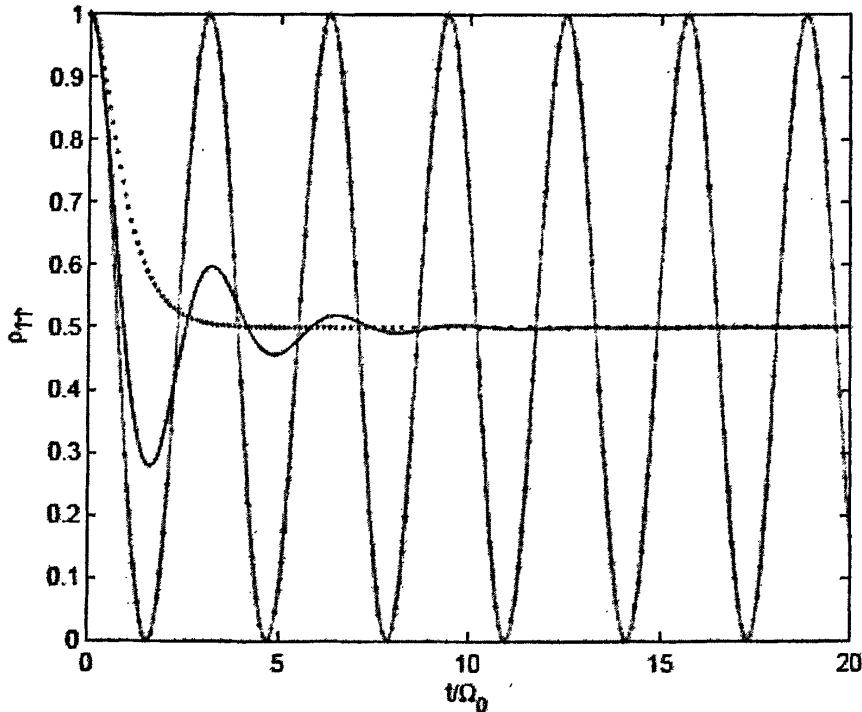


图 3-5: QPC 测量过程中, 量子点中电子处于自旋向上态的概率-时间曲线 [6]。 $\varepsilon = 0$, $\Gamma = 0$ 。点虚线表示 $\Gamma_d = 0$ 的情况、实线表示 $\Gamma_d = \Omega_0$ 的情况、虚线则表示 $\Gamma_d = 4\Omega_0$ 的情况

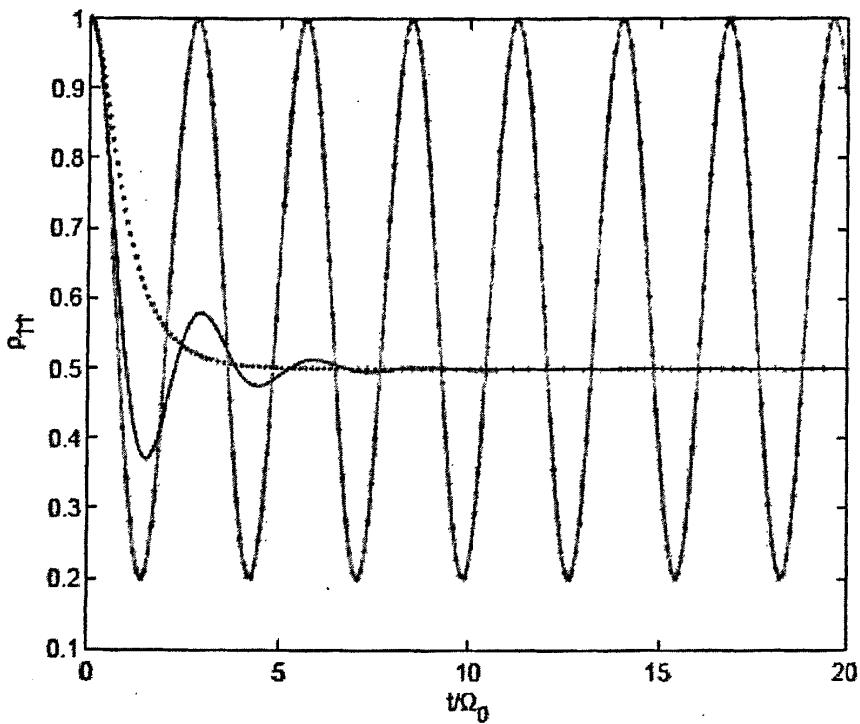
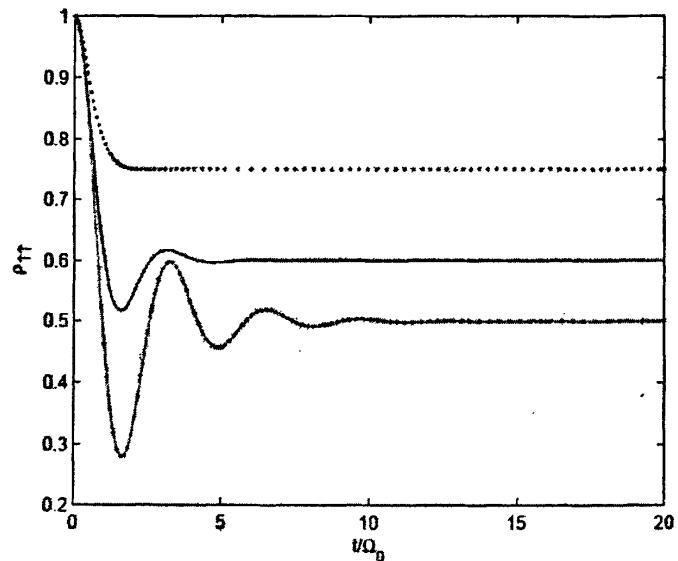
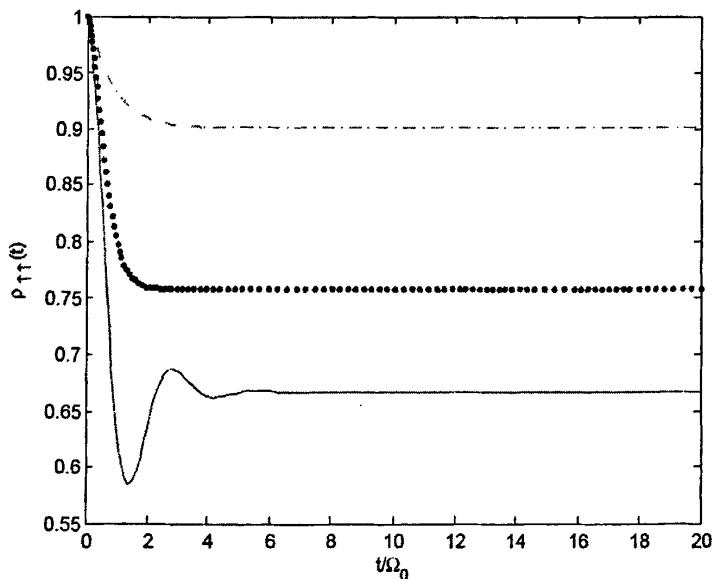


图 3-6：QPC 测量过程中，量子点中电子处于自旋向上态的概率-时间曲线[6]。 $\varepsilon = \Omega_0$ ，
 $\Gamma = 0$ 。点虚线对应 $\Gamma_d = 0$ 、实线对应 $\Gamma_d = \Omega_0$ 、虚线则对应 $\Gamma_d = 4\Omega_0$ 。

进一步，我们把量子点和左边电极间的隧穿 Γ 记入考虑。我们可以发现对于固定的 Γ ，在短时间 t 内量子 Zeno 效应仍然可以被观测到：随着 Γ_d 的增大，电子自旋向上态 $|\uparrow\rangle$ 向自旋向下态 $|\downarrow\rangle$ 转变的速率变小，即电子更加局域在初态。图 3-7 展示了量子点内单电子自旋向上态的概率-时间曲线，其中取 $\Gamma = \Omega_0$ ， $\varepsilon = 0$ （图 3-7 (a)）， $\varepsilon = \Omega_0$ （图 3-7 (b)）。从图中可以发现：当经过连续的 QPC 测量 ($t \rightarrow \infty$)，量子点中电子自旋向上、向下态的概率退相干到一个固定的值，这个固定值的大小由 Γ_d ， Γ 和 ε 值联合决定。



(a)



(b)

图 3-7: QPC 测量过程中, 量子点中电子处于自旋向上态的概率-时间曲线。 $\Gamma = \Omega_0$ 。(a)

$\varepsilon = 0, \Gamma_d = 0$ (点虚线)、 $\Gamma_d = \Omega_0$ (实线)、 $\Gamma_d = 4\Omega_0$ (虚线)。(b) $\varepsilon = \Omega_0, \Gamma_d = \Omega_0$

(实线)、 $\Gamma_d = 4\Omega_0$ (虚线)、 $\Gamma_d = 16\Omega_0$ (点虚线)。

最后, 针对实际的实验情况, 我们代入典型的实验数据 [1] 来计算电子处于自旋向上态的概率 $\rho_{\uparrow\uparrow}(t)$ 和通过 QPC 的电流变化量 $\Delta I_{QPC}(t)$ 随时间的演化曲线, 取 $\varepsilon \approx 200 \mu eV$, $\Omega_0 \approx 200 \mu eV$, $\Gamma = 10^4 s^{-1}$ 以及 $V_d = 1 mV$, 可以得到图 3-8 和图 3-9 所示的结果。从图 3-8 中, 我们可以得到 QPC 测量引起的退相干时间 T_2^{QPC} 约为 100ns。

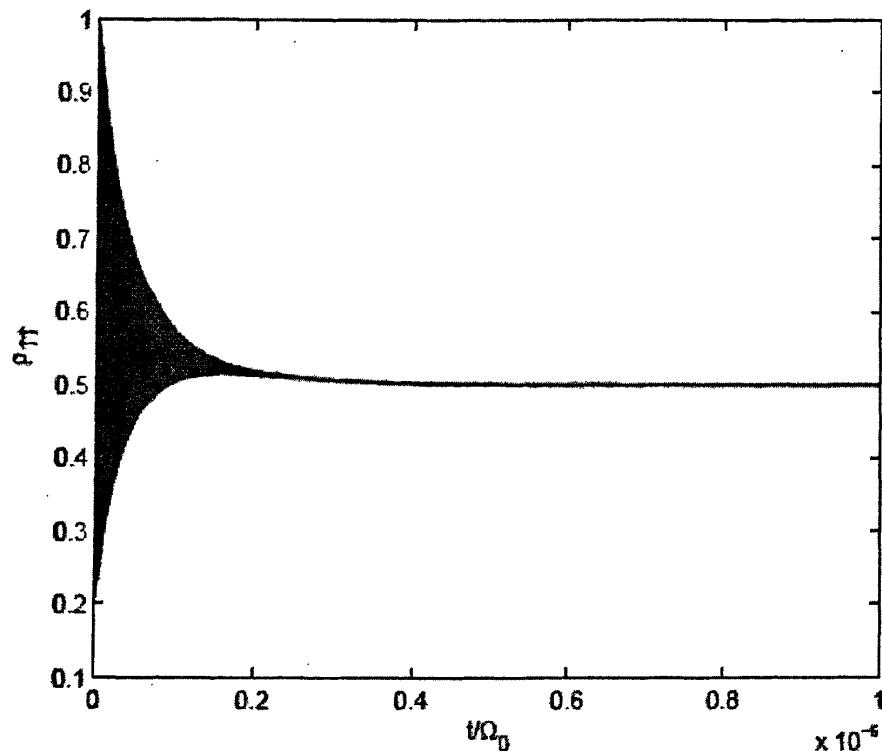


图 3-8: 实际实验系统中量子点中电子处于自旋向上态的概率 $\rho_{\uparrow\uparrow}$ 随时间演化曲线 [6] (只考虑 QPC 测量的影响)。

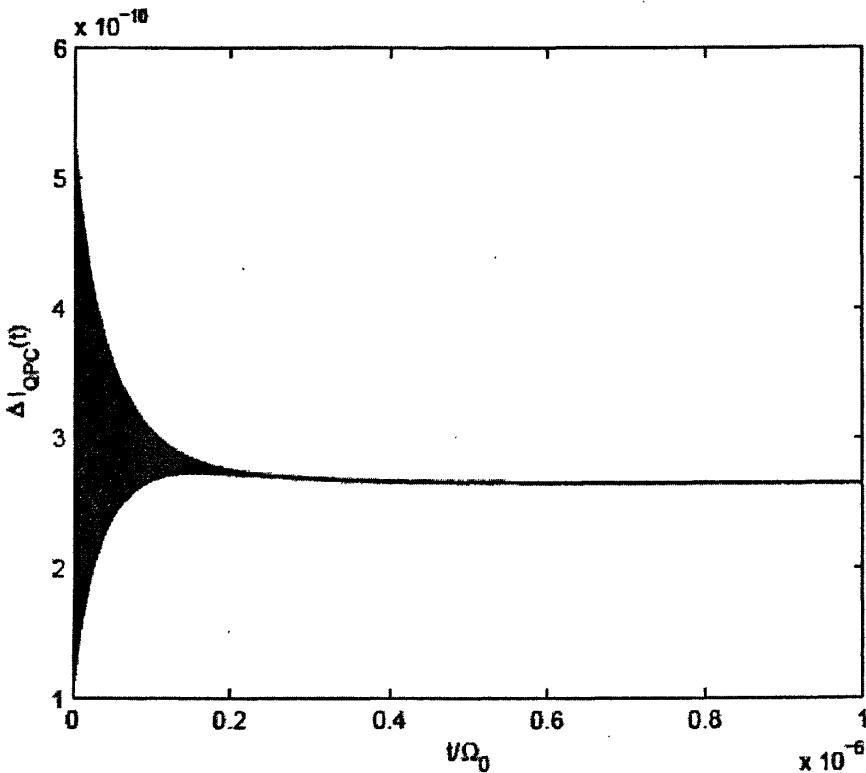


图 3-9：实际实验系统中 QPC 电流变化量 ΔI_{QPC} 随时间演化曲线(只考虑 QPC 测量的影响)。

3. 4 讨论和小结

对于实际的实验系统[1, 8]，我们需要考虑量子点中电子自旋和环境（核自旋、自旋-轨道耦合等）的耦合引起的其他退相干项。我们用 $1/T_2^{env}$ 来描述这部分量子点中电子的自旋退相干（即使没有 QPC 的影响， $1/T_2^{env}$ 依然存在）。从前面的讨论可以知道，由 QPC 测量引起的退相干部分是 $1/T_2^{QPC} = \Gamma_d$ 。则整体的自旋退相干可以表达为： $1/T_2 = 1/T_2^{QPC} + 1/T_2^{env}$ 。可见，对于弱测量，环境因素的影响占主要作用，有 $1/T_2 \approx 1/T_2^{env} \gg 1/T_2^{QPC}$ ；而对于强测量，量子点中单电子的自旋退相干就是由 QPC 测量决定的，有 $1/T_2 \approx 1/T_2^{QPC} \gg 1/T_2^{env}$ 。从前面的计算中，我们可以知道 $T_2^{QPC} \approx 100\text{ns}$ ，最近在 GaAs 量子点系统的实验[8]中得到的环境引起的自旋退相干时间为 $T_2^{env} \approx 10\text{ns}$ 。可见对于实际的实验系统 $1/T_2^{env} \gg 1/T_2^{QPC}$ ，QPC 引起的退相干是很微弱的，无法被观测到的。

但是对于最近被广泛关注并研究的 SiGe 量子点和石墨烯量子点，它们的

$1/T_2^{env}$ 非常的小；同时最近的实验[8]表明，通过 spin-echo 技术来压制 GaAs 量子点中核自旋的影响，可以测得退相位时间 ($T_2 \approx 1\mu s$)。所以，在这些情况下，QPC 测量对系统退相干的影响就显得尤为重要了。

半导体量子点是最有可能实现量子计算的固态器件之一[9, 10]，电子自旋又是具有研究价值的量子比特载体。这一章里，我们具体研究了 QPC 测量对单量子点自旋态相干性的影响。首先，我们介绍了单电子的自旋读出实验[1]，在这一模型的基础上，我们推导了系统的有效哈密顿量以及主方程，然后我们具体研究了测量过程中电子自旋态的演化行为。通过计算分析，我们发现 QPC 测量引起的退相干时间 T_2^{QPC} 约为 100ns；同时我们也发现高频重复的 QPC 测量会减缓电子自旋态之间的演化、局域系统在其初态，这也体现了量子 Zeno 效应。尽管这一退相干因素（QPC 测量）相对其他退相干机制（核自旋等）还是比较弱的，但是在某些条件（SiGe 量子点、石墨烯量子点或者施加 spin-echo 技术）下，QPC 的影响还是相当重要的，是可被测量的。

参考文献

- [1]. J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. Willems van Beveren, B. Witkamp, L. M. K. Vandersypen and L. P. Kouwenhoven, *Nature* **430**, 431-435 (2004).
- [2]. T. Fujisawa, D. G. Austing, Y. Tokura, *Nature* **419**, 278 (2002).
- [3]. Hanson, R. et al. Zeeman energy and spin relaxation in a one-electron quantum dot. *Phys. Rev. Lett.* **91**, 196802 (2003).
- [4]. I. L. Aleiner, N. S. Wingreen and Y. Meir, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3740 (1997).
- [5]. S. A. Gurvitz, *Phys. Rev. B* **56**, 15215 (1997).
- [6]. F.Y. Zhu, T. TU, G, P, Guo, *Mod. Phys. Lett. B* **23**, 4, 623-631 (2009).
- [7]. M. Borhani, V. N. Golovach and D. Loss, *arXiv:cond-mat/0510758*.
- [8]. J. R. Petta, A. C. Johnson, J. M. Taylor, E. A. Laird, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson and A. C. Gossard, *Science* **309**, 2180 (2005).
- [9]. D. Loss and D. P. DiVincenzo, *Phys. Rev. A* **57**, 120 (1998).
- [10]. R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta, S. Tarucha and L. M. K. Vandersypen, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 1217 (2007).

第4章 QPC测量对双量子点中两电子自旋态相干性的影响

在2.1节中，提到了双量子点的退相干实验[1]，实验中，利用电荷-自旋关联，通过QPC测量了两电子自旋态的演化情况，了解到核自旋会引起退相干。那么在QPC测量过程中，作为测量器件的QPC对两电子自旋态的相干性有什么影响呢？影响的大小又是什么时间尺度呢？是否还会有量子Zeno效应呢？如果在双量子点上施加一个微波场会有什么现象呢？本章我们将会具体研究这一问题。

4.1 双量子点模型的哈密顿量

考虑到单电子自旋态[2]或者双量子点中两电子的自旋单、三态[3]都是很具潜力成为实现量子计算的量子比特，所以对其相干性的研究一直都被广泛关注。实际中，这些自旋量子比特并不能完全的和环境隔离开，会有多种量子点系统固有的退相干源。例如，电子自旋通过自旋-轨道相互作用和电极中的声子耦合[4, 5, 6]；通过超精细相互作用，电子自旋和环境核自旋的耦合[7, 8]。另一方面，作为一个读出器件，量子点接触QPC常常被用做探测器来读出量子点系统中电子自旋信息[9]，同时，QPC测量对量子点系统也有反作用[10, 11]。下面，我们就将在实验[1]的模型基础上，研究测量过程中QPC对两电子自旋态退相干的影响。

实验[1]中，研究了在双量子点系统中操控和测量两电子自旋态的过程（图2-1）。实验系统包括两个量子点，以及靠近右量子点的一个QPC（图4-1）。门电极控制着量子点电势以及量子点之间的相互作用强度。图4-1描述了系统的低能谱。在测量过程中，双量子点系统处在偏压区（图4-2中的阴影区）。那么系统可以化为三能级体系，且系统哈密顿量可以表示为：

$$\begin{aligned} H_0 = & E_T |(1,1)T_0\rangle\langle(1,1)T_0| + E_S |(1,1)S\rangle\langle(1,1)S| - \varepsilon |(0,2)S\rangle\langle(0,2)S| \\ & + T_C (|(1,1)S\rangle\langle(0,2)S| + |(0,2)S\rangle\langle(1,1)S|), \end{aligned} \quad (4-1)$$

其中指数(n_l, n_r)表示有 n_l 个电子在左边量子点、 n_r 个电子在右边量子点。S和T分别代表自旋单态和自旋三态。 ε 和 T_C 表示两态之间能级差和左右量子点之间的耦合强度。这里，我们取近似： $E_T \approx E_S = 0$ ，因此上式就可以写为：

$$H_{DD} = -\varepsilon |(0,2)S\rangle\langle(0,2)S| + T_C (|(1,1)S\rangle\langle(0,2)S| + |(0,2)S\rangle\langle(1,1)S|), \quad (4-2)$$

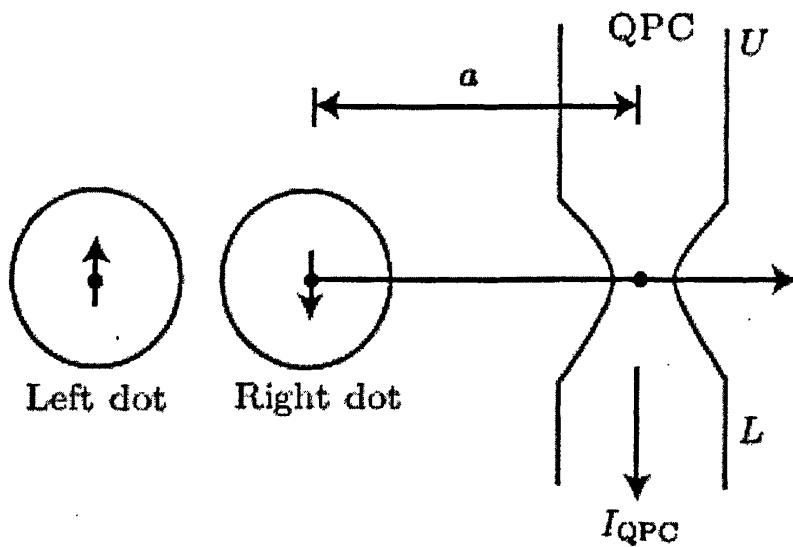


图 4-1: 双量子点系统示意图[18]。QPC 靠近右量子点, 距离为 a , 量子点系统中有 2 个电子。

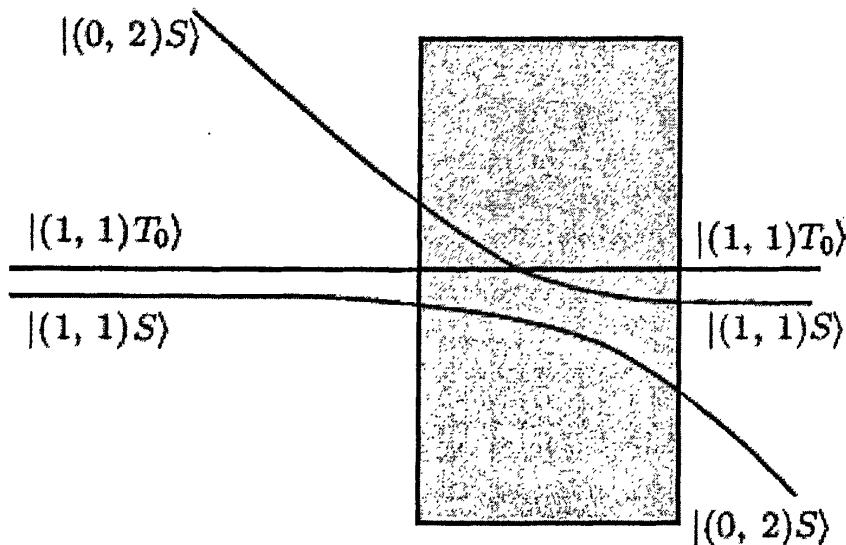


图 4-2: 双量子点系统能级图[18]。

实验[1]中自旋态的测量也是通过自旋-电荷关联实现的。当一个电子隧穿进入或者离开右量子点时，其附近的电势会发生改变，与此同时 QPC 的电流 I_{QPC} 也会敏感的随之发生变化。因此，测量 QPC 的电流 I_{QPC} 的改变可以反映出右边量子点中电子的数目。这里我们考虑系统中只有 2 个电子，则两电子自旋态 $| (1,1)S \rangle$ 和 $| (0,2)S \rangle$ 可以通过 QPC 测量到。这里我们关注的是，测量过程中 QPC 引起的自旋态 $| (1,1)S \rangle$ 和 $| (0,2)S \rangle$ 的退相干，其中核自旋的影响通过施加 spin-echo 技术[1]或者动态核激化技术[12]被压制，而不考虑。

整个系统包含两个量子点以及靠近右边量子点的 QPC。所以系统哈密顿量可以写为：

$$H = H_{DD} + H_{QPC} + H_{int}, \quad (4-3)$$

$$H_{DD} = -\varepsilon | (0,2)S \rangle \langle (0,2)S | + T_C (| (1,1)S \rangle \langle (0,2)S | + | (0,2)S \rangle \langle (1,1)S |), \quad (4-4)$$

$$H_{QPC} = \sum_U E_U a_U^+ a_U + \sum_L E_L a_L^+ a_L, \quad (4-5)$$

$$H_{int} = \sum_{L,U} \{ \Omega_{UL} | (1,1)S \rangle \langle (1,1)S | (a_L^+ a_U + a_U^+ a_L) + \delta \Omega_{UL} | (0,2)S \rangle \langle (0,2)S | (a_L^+ a_U + a_U^+ a_L) \}, \quad (4-6)$$

对于上面的等式，有以下物理意义：

- 1, QPC 测量过程中，双量子点中电子是一个两能级系统： $| (0,2)S \rangle$ 和 $| (1,1)S \rangle$ 分别表示两个电子都占据在右边量子点和各自占据左右两个量子点中的情况。
- 2, QPC 是一个标准一维非相互作用电子系统。 $a_U^+(a_U)$ 和 $a_L^+(a_L)$ 分别表示 QPC 上下电极的产生（湮灭）算子。
- 3, 当右边量子点多占据一个电子时，QPC 的势垒会增加。 Ω_{UL} 和 $\delta \Omega_{UL}$ 分别对应量子点中电子为 $| (1,1)S \rangle$ 和 $| (0,2)S \rangle$ 态时 QPC 的隧穿振幅。

由前面的讨论，我们知道量子点和测量器件 QPC 之间的相互作用会破坏密度矩阵中的非对角项，即引起退相干。我们可以通过多体薛定谔方程[10]或者标准 Born-Markov 近似方法[13]来推导出密度矩阵方程。为了计算方便，这里我们取系统温度为零。则整个系统的主方程可以表示为：

$$\frac{d\rho_{11}^{(n)}}{dt} = -D' \rho_{11}^{(n)} + D' \rho_{11\downarrow}^{(n-1)} + \frac{i}{\hbar} T_C (\rho_{12}^{(n)} - \rho_{21}^{(n)}), \quad (4-7)$$

$$\frac{d\rho_{22}^{(n)}}{dt} = -D \rho_{22}^{(n)} + D \rho_{22\downarrow}^{(n-1)} - \frac{i}{\hbar} T_C (\rho_{12}^{(n)} - \rho_{21}^{(n)}), \quad (4-8)$$

$$\frac{d\rho_{12}^{(n)}}{dt} = \frac{i}{\hbar} \varepsilon \rho_{12}^{(n)} + \frac{i}{\hbar} T_C (\rho_{11}^{(n)} - \rho_{22}^{(n)}) - \frac{1}{2} (D' + D) \rho_{12}^{(n)} + (DD')^{1/2} \rho_{12}^{(n-1)}, \quad (4-9)$$

这里， $\rho_{11}(t)$ 和 $\rho_{22}(t)$ 分别表示量子点中电子处在 $|(0,2)S\rangle$ 和 $|(1,1)S\rangle$ 态的概率。 $\rho_{12}(t)$ 和 $\rho_{21}(t)$ 是密度矩阵的非对角元，且有 $\rho_{12}(t) = \rho_{21}^*(t)$ 。 $D = TeV_d/\hbar$ ($D' = T'eV_d/\hbar$) 表示量子点中电子处于 $|(1,1)S\rangle$ ($|(0,2)S\rangle$) 态时 QPC 中电子从上电极到下电极的隧穿几率，其中 T 和 V_d 分别表示 QPC 传输几率和 QPC 两端的偏压。指数 n 表示 t 时刻 QPC 中的电子数目。

接下来，为了进一步研究 QPC 测量对待测量子点的影响，我们对上述方程 (4-7)、(4-8)、(4-9) 求迹： $\rho_y = \sum_n \rho_y^{(n)}(t)$ ，得到：

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = \frac{i}{\hbar} T_C (\rho_{12} - \rho_{21}), \quad (4-10)$$

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = \frac{i}{\hbar} T_C (\rho_{21} - \rho_{12}), \quad (4-11)$$

$$\frac{d\rho_{12}}{dt} = \frac{i}{\hbar} \varepsilon \rho_{12} + \frac{i}{\hbar} T_C (\rho_{11} - \rho_{22}) - \Gamma_d \rho_{12}, \quad (4-12)$$

从方程 (4-12) 可以发现，非对角元 ρ_{12} 方程中最后一项使得 $\rho_{12}(t)$ 发生指数衰减，且有退相位几率：

$$\Gamma_d = \frac{1}{2} (\sqrt{D} - \sqrt{D'})^2 = (\sqrt{T} - \sqrt{T'})^2 \frac{eV_d}{4\pi\hbar}, \quad (4-13)$$

从退相位时间 T_2 的定义出发，我们可以得到在有没有其他退相干源的情况下有 $T_2 = 1/\Gamma_d$ ，还可以发现当 $t \rightarrow \infty$ 时， $\rho_{12} \rightarrow 0$ ，也就意味着 QPC 测量破坏了双量子点中两电子系统的自旋相干性，即产生了退相干。

4. 2 QPC 测量引起的双量子点系统的退相干

这一节我们将具体研究 QPC 测量引起的自旋态退相干过程。首先，我们考虑没有 QPC 影响的情况。通过解方程 (4-10)、(4-11)、(4-12)，取 $\Gamma_d = 0$ 以及

初始条件 $\rho_{22}(0) = 1$ 、 $\rho_{11}(0) = \rho_{12}(0) = 0$ 我们可以计算得到电子处于 $|(1,1)S\rangle$ 态的

概率： $\rho_{22}(t) = \frac{T_C^2 \cos^2(\omega t) + \varepsilon^2/4}{T_C^2 + \varepsilon^2/4}$ ，这里 $\omega = (T_C^2 + \frac{\varepsilon^2}{4})^{1/2}$ 。这也是量子点中电

子自旋的普通 Bloch 演化形式。可见，没有 QPC 测量影响的时候，量子点中电子在两态之间以频率 ω 自由振荡。

进一步，考虑测量器件 QPC 的影响。我们取初始条件为： $\rho_{22}(0)=1$ ， $\rho_{11}(0)=\rho_{12}(0)=0$ ，通过计算主方程 (4-10)、(4-11)、(4-12)，可以得到图 4-3 所示的结果。图 4-3 显示了双量子点中电子处于 $|1,1\rangle S$ 态的概率随时间的演化曲线。图中， $\varepsilon = 3T_c$ ，实线表示 $\Gamma_d = 0$ 的情况；虚线对应 $\Gamma_d = T_c$ ；点虚线表示 $\Gamma_d = 4T_c$ 的情况。从图中我们可以明显看出：在很短的时间 t 里，随着 Γ_d 的增加，量子点中电子自旋态会更局域在其初态 $|1,1\rangle S$ 。由于测量时间 Δt 反比于 Γ_d ，则可以发现增强的 QPC 测量会减慢电子自旋态从 $|1,1\rangle S$ 到 $|0,2\rangle S$ 的转变速率。也就意味着，在短时间 t 内高频反复的 QPC 测量会囚禁系统在其初态，这也和量子 Zeno 效应的结论一致。而随着时间的增加，我们也发现由于 Γ_d 的存在，而使系统量子态发生退相干，这也表明连续测量会破坏该系统量子态的相干性。

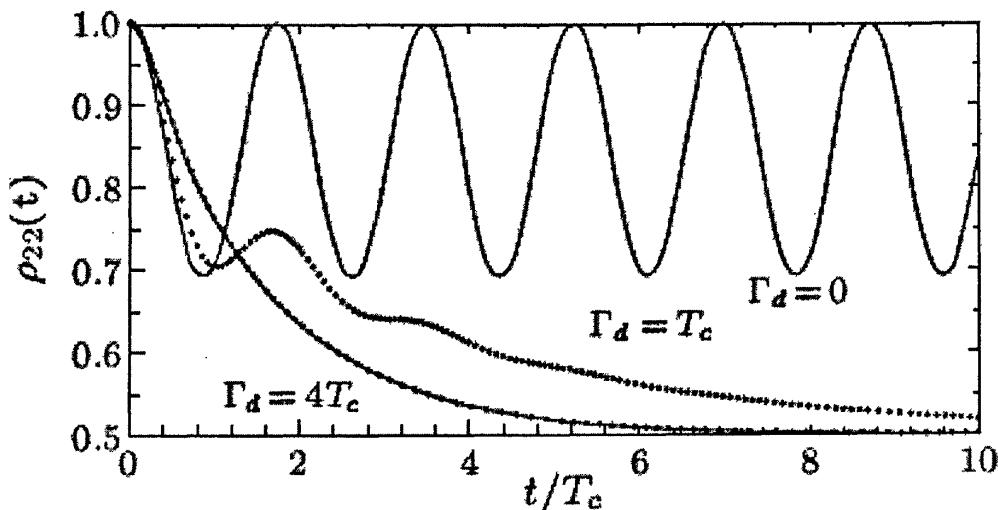


图 4-3：双量子点系统中电子处于 $|1,1\rangle S$ 态的概率随时间的演化曲线[18]。 $\varepsilon = 3T_c$ ，

实线表示 $\Gamma_d = 0$ 的情况；虚线对应 $\Gamma_d = T_c$ ；点虚线表示 $\Gamma_d = 4T_c$ 的情况。

进一步我们研究在实际实验中 QPC 测量对自旋态演化的影响。首先我们考虑 QPC 的势垒是 δ 势的形式： $\Omega_{LR}(x) = \frac{\hbar^2 b}{m} \delta(x)$ ， b 表示 δ 势的强度。而相对于 $|1,1\rangle S$ 态， $|0,2\rangle S$ 态有一个附加的库仑相互作用： $\delta\Omega_{UL} = \Omega_{UL}(x) + \frac{e^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 a}$ 。

利用标准散射方法，我们可以得到这两个不同自旋态下，QPC 中电子的传输几率的变化：

$$\Delta T = T - T' \approx \frac{e^2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a} \frac{T(1-T)}{E} \Big|_{E_F}, \quad (4-14)$$

然后，我们代入典型的实验数据： $T(E=E_F)=1/2$ ， $E_F=10mV$ ， $a=200nm$ ， $\epsilon=13$ 以及 $V_d=1mV$ ，我们可以估算出 $\Delta T/T \approx 0.0277$ ， $\Gamma_d \approx 1.139 \times 10^7 s^{-1}$ 。进一步我们取实验 [6] 区间：能级差 $\epsilon \approx 30\mu eV$ ， $T_C=10\mu eV$ ，可以计算出 $\rho_{22}(t)$ 随时间的演化曲线（图 4-4）。从图中我们可以发现在这个双量子点系统中，QPC 测量引起的退相位时间大约是 $1\mu s$ 。

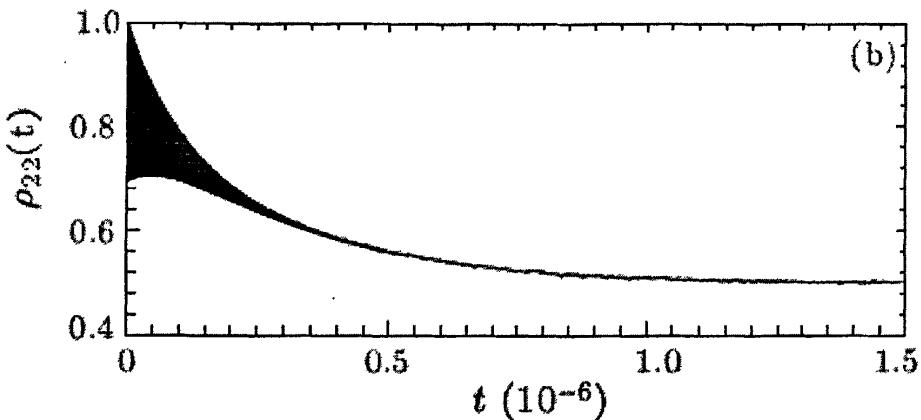


图 4-4：实际实验参数下，双量子点中电子处于 $|(\downarrow,\downarrow)S\rangle$ 态的概率随时间的演化曲线[18]。

由前面的计算可以知道 ΔT 相对于 T 是非常小的，则式 (4-13) 可以近似展开写为：

$$\Gamma_d = (\sqrt{T} - \sqrt{T'})^2 \frac{eV_d}{4\pi\hbar} \approx \frac{eV_d(\Delta T)^2}{16\pi\hbar T}, \quad (4-15)$$

那么在等式 (4-14) 的基础上，我们发现退相位时间有以下关系：

$$T_2 = \frac{1}{\Gamma_d} \propto \frac{1}{\Delta T^2} \propto a^2, \quad (4-16)$$

$$T_2 = \frac{1}{\Gamma_d} \propto \frac{1}{V_d}, \quad (4-17)$$

则可以明显看出，在这一双量子点系统中，QPC 的位置 a 和 QPC 两端的偏压 V_d 决定了退相位时间的大小。所以我们可以改变参数 a 和 V_d 来调整 Γ_d 和 T_2 ，即可以得到这样的结论：双量子点系统中，QPC 测量引起的退相干时间会随着 V_d 的

增加或者 QPC 的位置 a 增大而延长。

同样，对于实际的实验系统，我们需要考虑核自旋等环境因素对自旋退相干的影响。 $\frac{1}{T_2^{env}}$ 描述了量子点本身的退相干，它是不受 QPC 的存在与否而影响的。加上 QPC 引起的退相干 Γ_d ，总的退相干几率是： $\frac{1}{T_2} = \Gamma_d + \frac{1}{T_2^{env}}$ 。通过前面的计算，我们知道 $\Gamma_d \approx 1.137 \times 10^7 s^{-1}$ ，而最近的双量子点实验工作[1]测量到核自旋等环境引起的自旋单三态退相干时间 $T_2 \approx 10 ns$ 。可见，在核自旋作用明显的系统中有 $1/T_2^{env} \gg \Gamma_d$ ，即 QPC 测量的影响很小，无法被观测到。然而，当应用 spin-echo 技术[1]或动态核极化技术[12]压制核自旋的影响；或者 SiGe、石墨烯等无核自旋作用的量子点[15, 16]中， $1/T_2^{env}$ 就非常微小，这时 QPC 测量的影响就决定了系统的退相干。

4. 3 微波场作用下的双量子点系统

这一节中，我们在前面的双量子点系统的基础上，加上一个微波场[17]。这时整个系统包括双量子点、QPC 以及微波场。这时，系统哈密顿量可以写为如下形式：

$$H = H_{DD} + H_{QPC} + H_{int} + H_F, \quad (4-18)$$

其中， H_{DD} 、 H_{QPC} 和 H_{int} 分别为前面 (4-4)、(4-5)、(4-6) 的形式，而 H_F 表示双量子点系统和微波场之间的相互作用项：

$$H_F = -P \cdot E(t)(c_1^\dagger c_2 + c_2^\dagger c_1), \quad (4-19)$$

这里， P 表示偶极跃迁矩， $c_1^\dagger(c_1)$ 和 $c_2^\dagger(c_2)$ 分别表示 $|(0,2)S\rangle$ 态和 $|(1,1)S\rangle$ 态的产生（湮灭）算符， $E(t) = E_0 \cos(\omega t + \delta)$ 表示频率为 ω 、初始相位为 δ 的微波场。系统的波函数形式为：

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle = & [b_1(t)c_1^\dagger + \sum_{U,L} b_{1UL}(t)c_1^\dagger a_L^\dagger a_U + \sum_{L < L', U < U'} b_{1UU'LL'}(t)c_1^\dagger a_L^\dagger a_{L'}^\dagger a_U a_{U'} \\ & + b_2(t)c_2^\dagger + \sum_{U,L} b_{2UL}(t)c_2^\dagger a_L^\dagger a_U + \sum_{L < L', U < U'} b_{2UU'LL'}(t)c_2^\dagger a_L^\dagger a_{L'}^\dagger a_U a_{U'} + \dots] |0\rangle, \end{aligned} \quad (4-20)$$

这样，利用相同的方法，我们可以通过薛定谔方程 $i|\dot{\Psi}(t)\rangle = H|\Psi(t)\rangle$ 得到系

统密度矩阵的主方程:

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = \frac{i}{\hbar} T_C (\rho_{12} - \rho_{21}) - iP \cdot E(t) (\rho_{12} - \rho_{21}), \quad (4-21)$$

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = \frac{i}{\hbar} T_C (\rho_{21} - \rho_{12}) - iP \cdot E(t) (\rho_{12} - \rho_{21}), \quad (4-22)$$

$$\frac{d\rho_{12}}{dt} = \frac{i}{\hbar} \varepsilon \rho_{12} + \frac{i}{\hbar} T_C (\rho_{11} - \rho_{22}) - iP \cdot E(t) (\rho_{12} - \rho_{21}) - \Gamma_d \rho_{12}, \quad (4-23)$$

这里, 和前面的主方程 (4-10)、(4-11)、(4-12) 的不同之处在于考虑了附加微波场的作用。这样, 就可以研究微波场下, 双量子点系统中两电子自旋态的演化情况了。

首先, 我们研究不同微波场振幅 $|E_\omega|$ 下两电子态的演化情况。图 4-5 显示了双量子点中电子处于 $|1,1\rangle_S$ 态的概率随时间演化曲线。其中 $\Gamma_d = T_C$, $\varepsilon = 0$, 且实线表示 $P \cdot E(t) = 5T_C$ 的情况、点线对应 $P \cdot E(t) = 10T_C$ 、点虚线对应 $P \cdot E(t) = 15T_C$ 的情况。从图中, 我们发现随着 $P \cdot E(t)$ 的增大, 电子在两个量子点之间振荡周期缩短, 即微波场可以加速电子在两个量子点之间的隧穿, 而不影响退相干时间 T_2 。

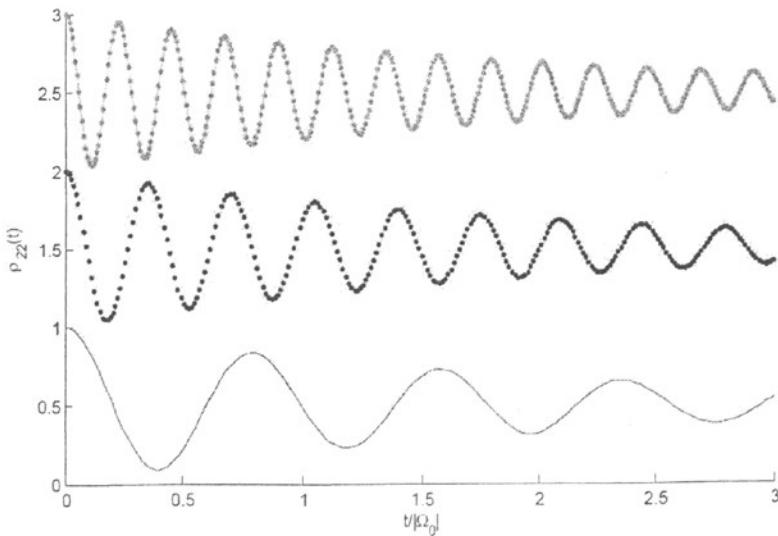


图 4-5: 双量子点中电子处于 $|1,1\rangle_S$ 态的概率随时间演化曲线。 $\Gamma_d = T_C$, $\varepsilon = 0$, $P \cdot E_\omega = 5T_C$ (实线)、 $P \cdot E_\omega = 10T_C$ (虚线)、 $P \cdot E_\omega = 15T_C$ (点虚线)。为了方便显示, 曲线做了垂直平移。

接下来，考虑所加微波场为一系列微波脉冲。图 4-6 显示了双量子点中电子处于 $|(0,2)S\rangle$ 态和 $|(1,1)S\rangle$ 态的概率对时间演化曲线。其中 $P \cdot E_\omega = (\pi + 1)T_C$, $\varepsilon = 0$, 以及 $\Gamma_d = 0$ (虚线)、 $\Gamma_d = T_C$ (实线), 所加微波场是 $\pi/2$ 脉冲 (点虚线表示 $T_C - P \cdot E(t)$)。从图中可以看到, 当 QPC 测量没有影响时 ($\Gamma_d = 0$), 双量子点系统在两态之间演化; 而当 QPC 作用于量子点时 ($\Gamma_d = T_C$), QPC 引起的退相干现象仍然存在。

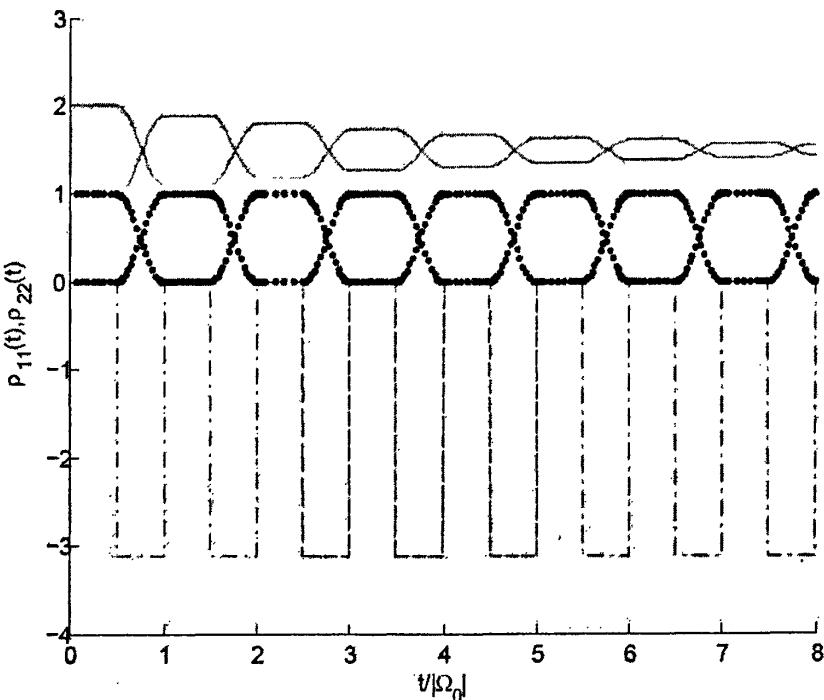


图 4-6: 双量子点中电子处于 $|(0,2)S\rangle$ 态和 $|(1,1)S\rangle$ 态的概率对时间演化曲线。

$P \cdot E_\omega = (\pi + 1)T_C$, $\varepsilon = 0$, $\Gamma_d = 0$ (虚线)、 $\Gamma_d = T_C$ (实线), 所加微波场是 $\pi/2$ 脉冲
(点虚线表示 $T_C - P \cdot E(t)$)。

当所加微波场为 $\pi/4$ 脉冲时。图 4-7 显示了双量子点中电子处于 $|(0,2)S\rangle$ 态和 $|(1,1)S\rangle$ 态的概率对时间演化曲线。从图中我们发现, 随着 Γ_d 的增加, 在相同 t 时刻, 两态之间的概率差 ($|\rho_{11}(t) - \rho_{22}(t)|$) 会减小。同时, 我们还可以发现

$|(0,2)S\rangle$ 态会演化为 $(|(0,2)S\rangle + |(1,1)S\rangle)/\sqrt{2}$ 态，而 $|(1,1)S\rangle$ 态则会演化为 $(-|(0,2)S\rangle + |(1,1)S\rangle)/\sqrt{2}$ 态。这一变化刚好是单个量子比特的 NOT 和 Hadamard 操作。

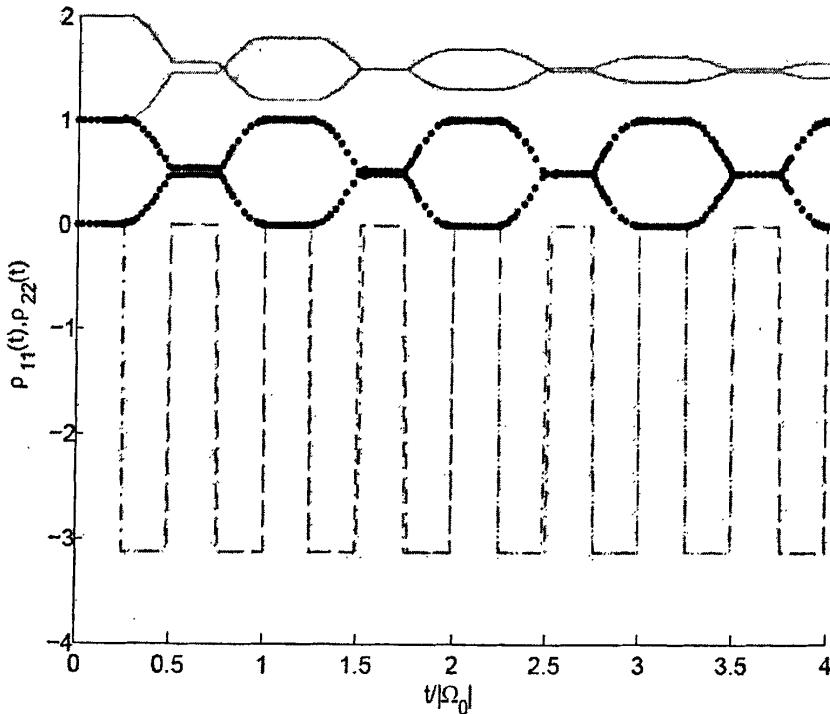


图 4-7：双量子点中电子处于 $|(0,2)S\rangle$ 态和 $|(1,1)S\rangle$ 态的概率对时间演化曲线。

$P \cdot E_\omega = (\pi + 1)T_C$, $\varepsilon = 0$, $\Gamma_d = 0$ (虚线)、 $\Gamma_d = T_C$ (实线), 所加微波场是 $\pi/4$ 脉冲
(点虚线表示 $T_C - P \cdot E(t)$)。

可见, 当双量子点系统上施加一个恒定微波场, 则可以加速电子在两个量子点之间的隧穿, 而不影响退相干时间 T_2 ; 而如果所加微波场满足 $P \cdot E(t) = T_C$, 则系统将不会发生演化。同时, 如果施加的是脉冲微波场, 则可以实现单个量子比特的 NOT 和 Hadamard 操作, 即双量子点系统可以实现单个量子比特的全部操作。

4. 4 本章小结

这一章中，我们仔细研究了测量过程中，QPC 对双量子点系统中两电子自旋态退相干的影响。我们写出了系统的有效哈密顿量、推导出了系统的主方程。然后计算了实际实验系统中，两电子自旋态的时间演化情况，并发现 QPC 导致的退相干时间 $T_2 \approx 1\mu s$ 。同时我们还发现了在双量子点系统中，快速重复的 QPC 测量会在短时间内会局域电子自旋态，这也和量子 Zeno 效应相吻合；连续的测量会使系统发生退相干，同时提出了一些延长退相干时间的方法。最后，我们还考虑了施加微波场的条件下，系统的演化情况，我们发现双量子点系统可以实现单个量子比特的全部操作，同时微波场可以延长退相干时间。

参考文献

- [1]. J. R. Petta, A. C. Johnson, J. M. Taylor, E. A. Laird, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson and Gossard A C, *Science* **309**, 2180 (2005).
- [2]. D. Loss and D. P. DiVincenzo, *Phys. Rev. A* **57**, 120 (1998).
- [3]. J. M. Taylor, H. A. Engel, W. Dur, A. Yacoby, C. M. Marcus, P. Zoller and M. D. Lukin, *Nature Phys.* **1**, 177 (2005).
- [4]. A. V. Khaetskii and Y. V. Nazarov, *Phys. Rev. B* **61**, 12639 (2000).
- [5]. A. V. Khaetskii and Y. V. Nazarov, *Phys. Rev. B* **64**, 125316 (2001).
- [6]. V. N. Golovach, A. V. Khaetskii and D. Loss, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 016601 (2004).
- [7]. A. V. Khaetskii, D. Loss and L. Glazman, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 186602 (2002).
- [8]. J. M. Taylor, J. R. Petta, A. C. Johnson, A. Yacoby, C. M. Marcus and M. D. Lukin, *Phys. Rev. B* **76**, 035315 (2007).
- [9]. R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta, S. Tarucha and L. M. K. Vandersypen, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 1217 (2007).
- [10]. S. A. Gurvitz, *Phys. Rev. B* **56**, 15215 (1997).
- [11]. H. A. Engel, V. N. Golovach, D. Loss, L. M. K. Vandersypen, J. M. Elzerman, R. Hanson and L. P. Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 106804 (2004).
- [12]. D. J. Reilly, J. M. Taylor, J. R. Petta, C. M. Marcus, M. P. Hanson and A. C. Gossard, *Science* **321**, 817 (2008).
- [13]. K. Blum, *Density Matrix Theory and Applications* (New York: Plenum) chap 8 (1996).
- [14]. J. M. Taylor et al., *cond-mat/0602470*.
- [15]. N. Shaji, C. B. Simmons, M. Thalakulam et al., *Nature Physics* **4**, 540 (2008).
- [16]. B. Trauzettel, D. V. Bulaev, D. Loss and G. Burkard, *Nature Phys.* **3**, 192 (2007).
- [17]. Z. T. Jiang, J. Peng, J. Q. You, and H. Z. Zheng *Phys. Rev. B* **65**, 153308 (2002).
- [18]. F. Y. Zhu, T. Tu, X. J. Hao, G. C. Guo and G. P. Guo, *Chin. Phys. Lett.* **26**, 5 (2009) 050301.

第5章 环境引起的量子点中退相干机制

在前面的讨论中，我们了解了 QPC 测量过程对量子点中自旋态相干性的影响，知道 QPC 测量影响的退相干时间 T_2 是微秒量级 (μs)。同时，在实际的实验系统中，其他环境因素的影响也是需要考虑的，特别是在存在核自旋的情况下，量子点中量子比特的相干性就会受到多方面因素的影响了。下面我们简单介绍一下量子点系统中，环境引起的弛豫和退相干。

(1) 单自旋弛豫的过程

实验在多种材料中测得了 Zeeman 裂裂产生的两能级 ($|\uparrow\rangle$ 和 $|\downarrow\rangle$) 之间的弛豫时间 T_1 : 侧向 GaAs 量子点中, $T_1 > 50 \mu s$ [1]; 侧向 GaAs 量子点中, 当磁场 $B = 8T$ 时, $T_1 = 0.85 ms$ [2]; 自组装 Ga(Al)As 量子点中, 当磁场 $B = 4T$ 时, $T_1 = 20 ms$ [3]。在强磁场的条件下, 自旋翻转是由自旋-轨道相互作用和电子与晶格声子耦合影响的。这种情况下, 可以在理论上推得 $1/T_1 \propto B^5$ [4, 5], 并且在实验上也已经被验证[3]。在弱磁场的条件下, 将会由超精细相互作用和声子释放机制来支配弛豫时间, 满足关系 $1/T_1 \propto B^3$ [6]。

(2) 超精细相互作用下单自旋及单-三态的相干时间

超精细相互作用下, 单自旋的相干时间 τ_c 表述的是相干线性组合 $a|\uparrow\rangle + b|\downarrow\rangle$ 的寿命, $\tau_c = 1 \sim 10 ns$ [7, 8, 9]; 而单-三态的相干时间 $\tau_{c,ST}$ 表述的是相干线性组合 $a|S\rangle + b|T_0\rangle$ 的寿命, $\tau_{c,ST} \approx 10 ns$ [10], 而当运用 spin-echo 技术后, $\tau_{c,ST} \approx 1.2 \mu s$ [10]。相干性是实现量子计算的一个重要条件, 而核自旋引起的退相干是实现量子计算的一个重大挑战。目前研究试图通过很多方法来抑制核自旋的影响, 例如在操作过程中用 spin-echo 技术来延长退相干时间 ([10], 利用自旋-回波技术可以将延迟时间可以提高三个量级); 还可以选用新型量子点材料, 例如石墨烯、SiGe 等。

(3) 单-三态的能量弛豫时间

单-三态的能量弛豫时间 $T_{1,ST}$ 是指是从三重态到单重态 ($|T\rangle \rightarrow |S\rangle$) 的非弹性跃迁所需的时间。这类弛豫时间是由超精细相互作用以及声子释放 (低磁场下) 决定的[25]。垂直单量子点中, $T_{1,ST} \approx 10 \sim 500 \mu s$ [12, 13]; 侧向单量子点

中, $T_{1,ST} \approx 0.2 \sim 2.5 \text{ ms}$ [14]; 侧向双量子点中, $T_{1,ST} \approx 1 \mu\text{s} \sim 10 \text{ ms}$ [15, 16]。

(4) 双量子点结构中单电子电荷态的轨道非弹性弛豫时间和去相位时间

双量子点结构中, 电荷态的轨道弛豫时间 $T_{1,orb}$ 表示的是电荷在轨道能级之间的非弹性跃迁所需的时间, $T_{1,orb} \approx 16 \text{ ns}$ [17](在文献 [19] 中, $T_{1,orb} \approx \frac{U^2 \tau_\phi}{2t_d^2} \geq 1 \mu\text{s}$); 而轨道去相位时间 τ_ϕ 则表示的是电荷叠加态 $a|L\rangle + b|R\rangle$ 的相干寿命, 其中 L 和 R 分别表示电荷处于左边量子点中和右边量子点中, $\tau_\phi \approx 1 \text{ ns} \sim 400 \text{ ps}$ [17, 18]。量子态的读出时间必须长于典型的轨道去相位时间 $\tau_\phi \sim 1 \text{ ns}$, 但要短于轨道弛豫时间 $T_{1,orb}$ 以及典型的自旋退相干时间(上面的(2))。

文献[20]给出了单量子点和双量子点结构中的相干时间、能量以及相应的磁场等数据, 我们在表 5-1 中附出, 作为普适的参考材料。

表 5-1: 单量子点和双量子点结构中的时间、能量以及磁场的对应数据表

Type	Time	Energy	Magnetic field	Typical value
Charge				
Charging energy		E_c		5 meV
Orbital level spacing		α		1 meV
Single dot two-electron exchange near $B_{ext} = 0$		J		300 μeV
Double-dot tunnel coupling		T_c		10 μeV
Double-dot inelastic tunneling		$\Gamma(\epsilon)$		0.01–100 neV
Electron spin				
Larmor precession	t_L	$\hbar \gamma_e B_{ext}$	B_{ext}	0–200 μeV
Fully polarized overhauser shift (Random) overhauser shift	T_2^*	AI $\hbar \Omega_{nuc}$	$\hbar \omega$ $B_{nuc} = \frac{\hbar}{\sqrt{N}}$	130 μeV 0.1–1 μeV
Nuclear spin species β				
Larmor precession	$t_{nL,\beta}$	$\hbar \gamma_\beta B_{ext}$	B_{ext}	0–100 neV
Knight shift	$t_{K,\beta}$	$\hbar \Omega_{nuc} \lambda_{\beta,J} \approx \frac{\hbar \Omega_{nuc}}{\sqrt{N}}$	$\frac{\gamma_e B_{nuc}}{\gamma_\beta \sqrt{N}}$	0.1–10 neV
Dipole-dipole interaction (nearest neighbor)	t_{dd}	$\frac{(\hbar \gamma_\beta)^2}{v_0}$	$\frac{\hbar \gamma_\beta}{v_0}$	0.01 neV

参考文献

- [1]. R. Hanson, B. Witkamp, L.M. Vandersypen, L. H. van Beveren, J. M. Elzerman, and L. P. Kouwenhoven, Phys. Rev. Lett. **91**, 196802 (2003).
- [2]. J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. Willems van Beveren, B. Witkamp, L.M. K. Vandersypen, and L. P. Kouwenhoven, Nature **430**, 431 (2004).
- [3]. M. Kroutvar, Y. Ducommun, D. Heiss, M. Bichler, D. Schuh, G. Abstreiter, and J. J. Finley, Nature **432**, 81 (2004).
- [4]. V. N. Golovach, M. Borhani, and D. Loss, arXiv:cond-mat/0601674 (2006).
- [5]. A. V. Khaetskii and Y. V. Nazarov, Phys. Rev. B **61**, 12639 (2000).
- [6]. S. I. Erlingsson and Y. V. Nazarov, Phys. Rev. B **66**, 155327 (2002).
- [7]. A. S. Bracker, E. A. Stinaff, D. Gammon, M. E. Ware, J. G. Tischler, A. Shabaev, A. L. Efros, D. Park, D. Gershoni, V. L. Korenev, and I. A. Merkulov, Phys. Rev. Lett. **94**, 047402 (2005).
- [8]. P. F. Braun, X. Marie, L. Lombez, B. Urbaszek, T. Amand, P. Renucci, V. K. Kalevich, K. V. Kavokin, O. Krebs, P. Voisin, and Y. Masumoto, Phys. Rev. Lett. **94**, 116601 (2005).
- [9]. M. V. Dutt, J. Cheng, B. Li, X. Xu, X. Li, P. R. Berman, D. G. Steel, A. S. Bracker, D. Gammon, S. E. Economou, R.-B. Liu, and L. J. Sham, Phys. Rev. Lett. **94**, 227403 (2005).
- [10]. J. R. Petta, A. C. Johnson, J. M. Taylor, E. A. Laird, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Science **309**, 2180 (2005).
- [11]. S. I. Erlingsson, Y. V. Nazarov, and V. I. Fal'ko, Phys. Rev. B **64**, 195306 (2001).
- [12]. T. Fujisawa, D. G. Austing, Y. Tokura, Y. Hirayama, and S. Tarucha, Nature **419**, 278 (2002).
- [13]. S. Sasaki, T. Fujisawa, T. Hayashi, and Y. Hirayama, Phys. Rev. Lett. **95**, 056803 (2005),
- [14]. R. Hanson, L. H. van Beveren, I. T. Vink, J. M. Elzerman, W. J. Naber, F. H. Koppens, L. P. Kouwenhoven, and L. M. Vandersypen, Phys. Rev. Lett. **94**, 196802 (2005).
- [15]. J. R. Petta, A. C. Johnson, A. Yacoby, C.M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Phys. Rev. B **72**, 161301 (2005).
- [16]. A. C. Johnson, J. R. Petta, J. M. Taylor, A. Yacoby, M. D. Lukin, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Nature **435**, 925 (2005).
- [17]. J. R. Petta, A. C. Johnson, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard, Phys. Rev. Lett. **93**, 186802 (2004).
- [18]. T. Hayashi, T. Fujisawa, H. D. Cheong, Y. H. Jeong, and Y. Hirayama, Phys. Rev. Lett. **91**, 226804 (2003).
- [19]. H. A. Engel and D. Loss, Science **309**, 586 (2005).
- [20]. J. M. Taylor et al., cond-mat/0602470.

第6章 总结和展望

半导体量子点是最有希望实现量子计算机的固态载体之一，电子自旋又是很有应用潜力的量子比特，也是目前量子信息领域最热门的方向之一。本论文主要讨论了半导体量子点系统中，量子点接触（QPC）测量对于电子自旋态相干性的影响，以及不同的测量方式对系统产生的不同作用效果。

在第一章中，我们主要介绍了研究的背景和动机、半导体量子点以及量子比特的基本知识。论文第二章中，我们首先介绍了GaAs半导体量子点的退相干实验，通过实验了解了电极中核自旋通过超精细相互作用和量子点中电子耦合引起的电荷态的退相干时间为纳秒量级（ns），通过spin-echo技术可以压制核自旋的影响，使退相干时间延长到微秒量级（ μs ），这一章中，我们还介绍了量子点接触（QPC）测量引起的理想双量子点模型中单电荷态的退相干机制，以及高频测量会产生量子Zeno效应。第三章中，我们具体研究了QPC测量对单量子点自旋态相干性的影响。其中，我们首先介绍了单电子的自旋读出实验，并在这一模型的基础上推导了系统的效果哈密顿量以及主方程；然后我们具体研究了测量过程中电子自旋态的演化行为；随后通过计算分析，我们发现QPC测量引起的退相干时间 T_2^{QPC} 约为100ns，同时我们也发现高频重复的QPC测量会减缓电子自旋态之间的演化、局域系统在其初态，这也体现了量子Zeno效应。在第四章中，我们仔细研究了测量过程中QPC对双量子点系统中两电子自旋态退相干的影响。在这一章中，我们写出了系统的效果哈密顿量、推导了系统的主方程；然后计算了实际实验系统中两电子自旋态的时间演化情况，并发现QPC导致的退相干时间 $T_2 \approx 1\mu s$ ；同样我们也在双量子点系统中，发现到量子Zeno效应的现象；同时还提出了一些延长退相干时间的方法；最后，我们还考虑了在施加微波场的条件下，系统的演化情况，我们发现双量子点系统可以实现单个量子比特的全部操作，同时微波场可以延长退相干时间。最后，在第五章中，我们介绍了一些环境引起的量子点中退相干机制的相关知识。

在论文的第一章中，我们提到了实现量子计算机的五个条件：一、一个可扩展的物理体系，具有明确定义的量子比特；二、体系能够构建普适的量子门，用以实现任意的运算；三、体系可以将初始态制备到一个可知的纯态；四、体系的态可被测量；五、体系的退相干时间必须远大于量子门操作的时间。其中第五条“体系的退相干时间必须远远大于量子门操作的时间”表明在任何一个量子计算体系中，退相干时间的问题都是一个很核心的问题。在实际的实验系统，有很多不同的退相干源，包括核自旋（退相干时间为纳秒 ns 量级）、自旋-

轨道耦合（退相干时间为毫秒 ms 量级）、QPC 测量（退相干时间为微秒 μs 量级）等等。一般来说，我们需要在体系的退相干时间内完成约 10^4 次操作，这个体系才可能实现量子计算，因此量子系统的退相干机制、以及如何延长退相干时间是这一领域研究的重点和热点之一。特别是在最近被广泛关注并研究的 SiGe 量子点和石墨烯量子点中，它们的核自旋影响非常的小；同时通过 spin-echo 技术可以压制 GaAs 量子点中核自旋影响，得到退相位时间 $T_2 \approx 1\mu s$ ，在这些情况下，QPC 测量对系统退相干的影响就显得尤为明显了，也可见对测量过程的研究是非常重要和必要的。另一方面，随着研究的不断深入，我们也完全有理由相信用半导体量子点来实现量子计算机是可行的且值得期待的。

论文的主要创新点：

- 1，在单量子点系统中研究了量子点接触（QPC）测量对单电子自旋态相干性的影响，同时计算了这一影响的时间尺度及这一系统中的量子 Zeno 效应。
- 2，在双量子点系统中研究了量子点接触（QPC）测量对两电子自旋态退相干的影响，并计算了退相干时间，同时证明了对系统的高频测量会产生量子 Zeno 效应。
- 3，在双量子点两电子系统中，施加了微波场，研究了系统在这一条件下的演化情况。

致 谢

值此论文完成之际，向所有在我读研期间给予我帮助和支持的人表示最由衷的感谢。

首先，要感谢实验室导师、中科院量子信息重点实验室主任郭光灿院士，感谢郭老师为我们提供了一个良好的学习、科研环境，让我在量子信息实验室这个大家庭中，充分感受着严谨、自由、活泼、团结的科研氛围。

其次，要特别感谢郭国平老师和涂涛老师的悉心指导和关怀。两位老师敏锐的物理直觉、扎实的理论功底和灵活的科研方法都让我钦佩和学习；求实的治学态度和为人师表的作风让我受益匪浅。一直以来，两位老师给我的帮助和教导，让我无论在知识还是在思想方面，都成长很多，论文从选题到完成也都凝聚了两位老师的大量心血。再次感谢郭老师和涂老师几年来给我的关心和帮助，也祝愿两位老师在工作取得更大的成就、生活上幸福快乐。

同时，还要感谢我们小组的每一位成员，感谢他们和我一起生活学习过：张辉、赵勇杰、郝晓杰、汪林俊、朱志成、林志荣、曹刚、杨锐、李海欧、周诚等等，也祝福大家都一切顺利。

还要感谢每一位在科大给我帮助的老师、同学，感谢 PB0200、SA0602、量子信息实验室的全体同学和老师，感谢你们陪伴我走过我的大学时光，感谢你们陪伴我一起成长。

最后，要感谢我的父母，感谢你们一直以来对我的鼓励和关怀，感谢你们对我无条件的支持和爱护，使我能够顺利的完成学业，要衷心的感谢你们。

二零零九年五月

在读期间发表的学术论文与取得的研究成果

已发表论文：

- [1]. **Fei-Yun Zhu, Tao Tu, Xiao-Jie Hao, Guang-Can Guo and Guo-Ping Guo**
Effect of Quantum Point Contact Measurement on Electron Spin State in Quantum Dot
CHIN. PHYS. LETT. Vol. 226, No. 5 (2009) 050301
- [2]. **Fei-Yun Zhu, Tao Tu and Guo-Ping Guo**
Spin-Dephasing on a Quantum Dot with a Nearby Quantum Point Contact
Modern Physics Letters B, Vol. 23, No. 4 (2009) 623-631
- [3]. **Zhi-Rong Lin, Guo-Ping Guo, Tao Tu, Fei-Yun Zhu and Guang-Can Guo**
Generation of Quantum-Dot Cluster States with a Superconducting Transmission Line Resonator
Phys. Rev. Lett. 101, 230501 (2008)