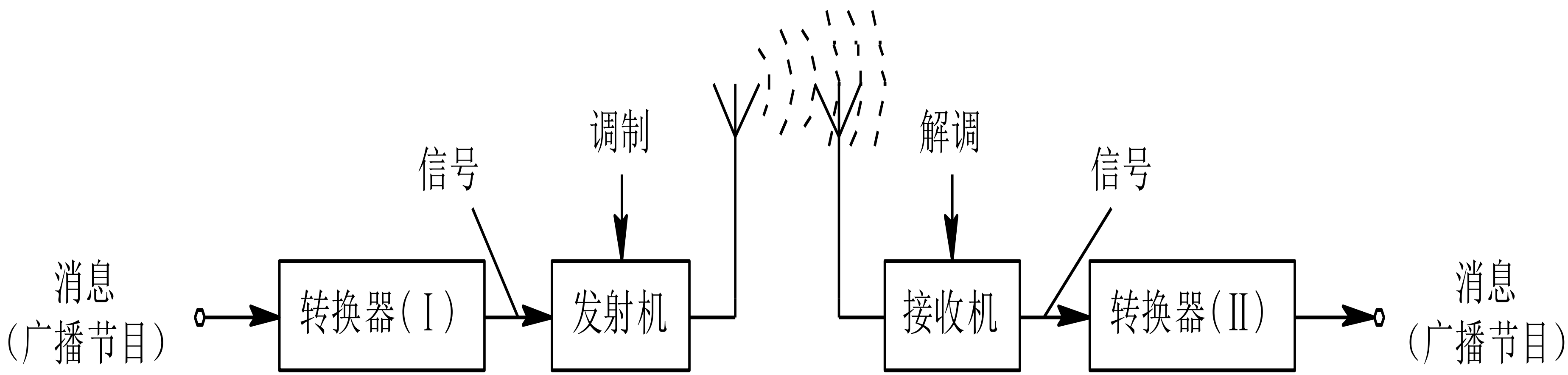
第一章　绪　论

1.1 基本概念

1、 信号与系统



2、信号

信号是消息的表现形式，通常体现为随若干变量而变化的某种物理量。在数学上，可以描述为一个或多个独立变量的函数。例如，在电子信息系统中，常用的电压、电流、电荷或磁通等电信号可以理解为是时间t或其他变量的函数；又如在图像处理系统中，描述平面黑白图像像素灰度变化情况的图像信号，可以表示为平面坐标位置(x, y)的函数，等等。

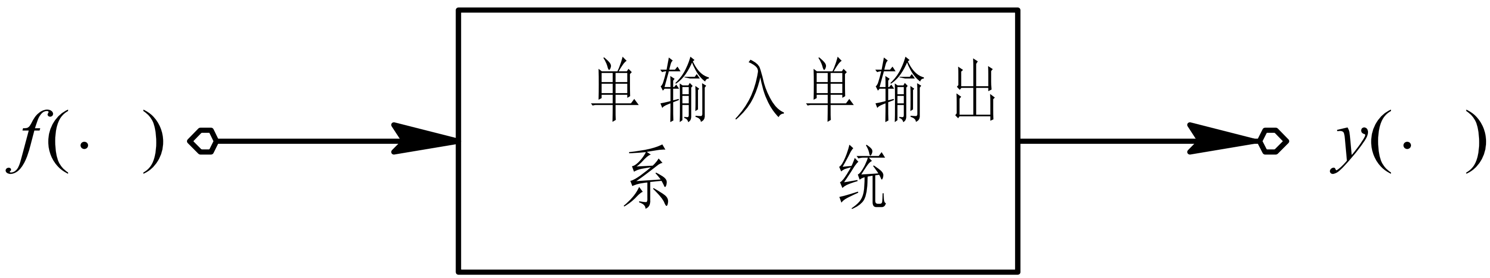
如果信号是单个独立变量的函数，称这种信号为**一维信号**。一般情况下，信号为n个独立变量的函数时，就称为***n*维信号**。本课只讨论一维信号。并且，为了方便起见，一般都将信号的自变量设为时间t或序号k。

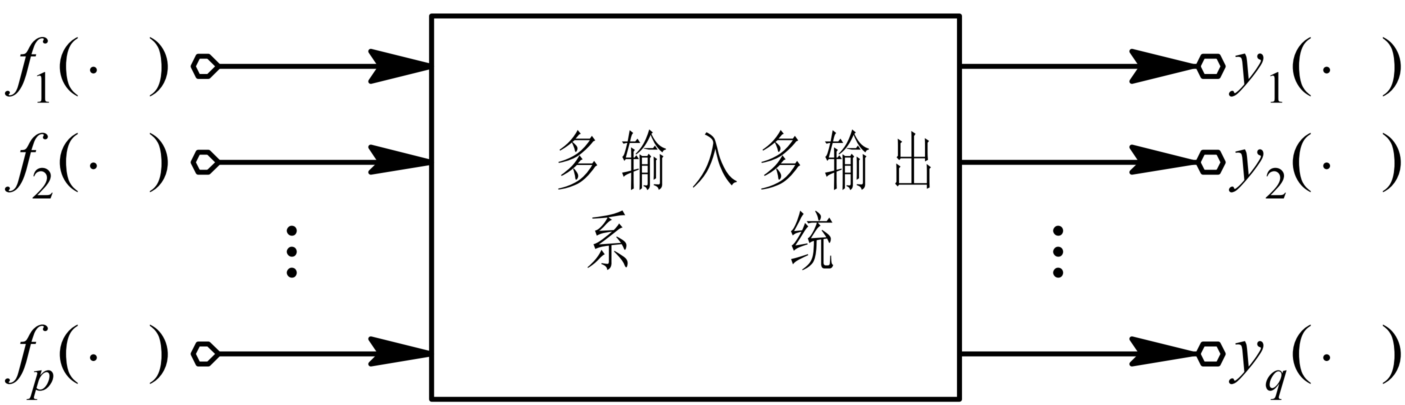
3、**系统**

是由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的具有特定功能的整体。

所谓系统模型是指对实际系统基本特性的一种抽象描述。根据不同需要，系统模型往往具有不同形式。以电系统为例，它可以是由理想元器件互联组成的电路图，由基本运算单元(如加法器、乘法器、积分器等)构成的**模拟框图**，或者由节点、传输支路组成的**信号流图**；也可以是在上述电路图、模拟框图或信号流图的基础上，按照一定规则建立的用于描述系统特性的数学方程。 这种数学方程也称为**系统的数学模型**。

如果系统只有单个输入和单个输出信号，则称为单输入单输出系统，如图所示。如果含有多个输入、输出信号， 就称为多输入多输出系统 。





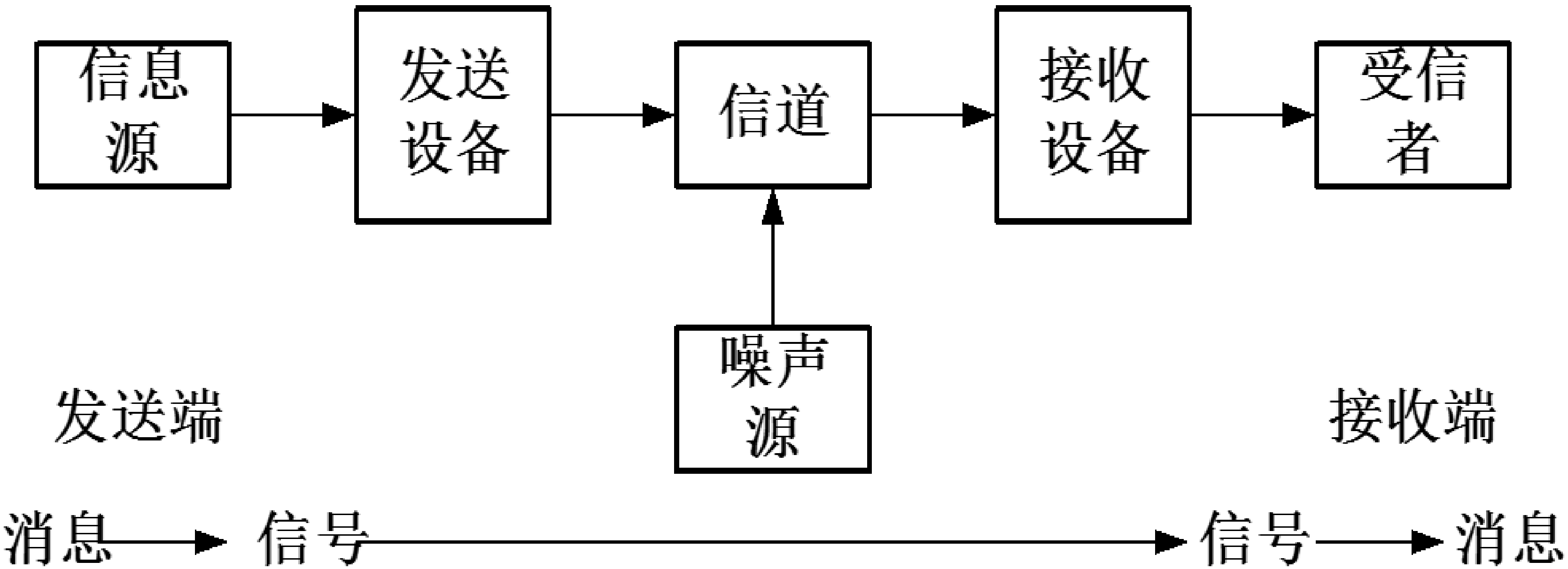
•系统（system）：由若干相互作用和相互依赖的事物组合而成的，具有稳定功能的整体。如太阳系、通信系统、控制系统、经济系统、生态系统等。

•系统可以看作是变换器、处理器。

•电系统具有特殊的重要地位，某个电路的输入、输出是完成某种功能，如微分、积分、放大，也可以称系统。

•在电子技术领域中，“系统”、“电路”、“网络”三个名词在一般情况下可以通用。

为传送消息而装设的全套技术设备（包括传输信道）。



信号理论

信号分析：研究信号的基本性能，如信号的描述、性质等。

信号传输：通信的目的是为了实现消息的传输。

原始的光通信系统——古代利用烽火传送边疆警报；声音信号的传输——击鼓鸣金；**GPS(Global Positioning System)**；个人通信具有美好的发展前景；光纤通信带来了更加宽广的带宽；信号的传输离不开信号的交换。

信号处理：对信号进行某种加工或变换。

目的：消除信号中的多余内容；滤除混杂的噪声和干扰；将信号变换成容易分析与识别的形式，便于估计和选择它的特征参量。

信号处理的应用已遍及许多科学技术领域。

系统理论

系统分析：给定系统，研究系统对于输入激励所产生的输出响应。

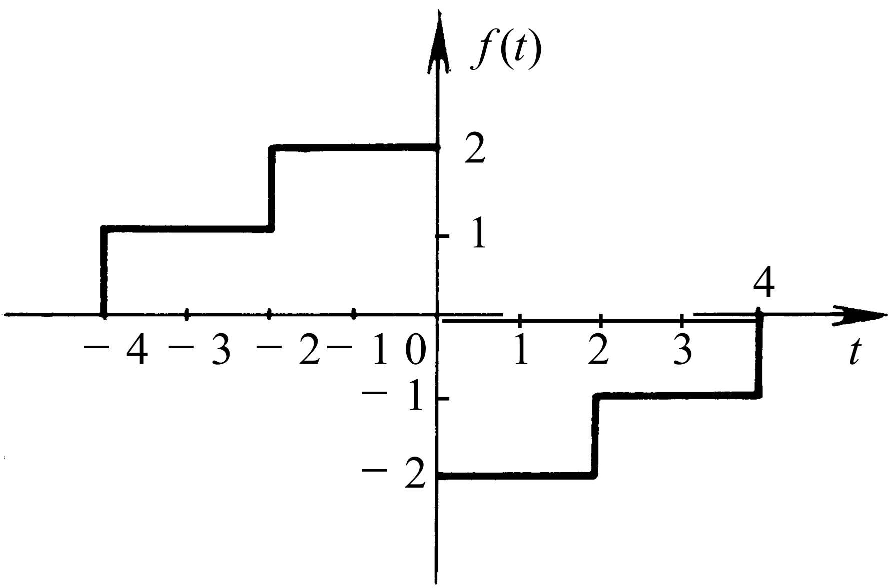
系统综合：按照给定的需求设计（综合）系统。

重点讨论信号的分析、系统的分析，分析是综合的基础。

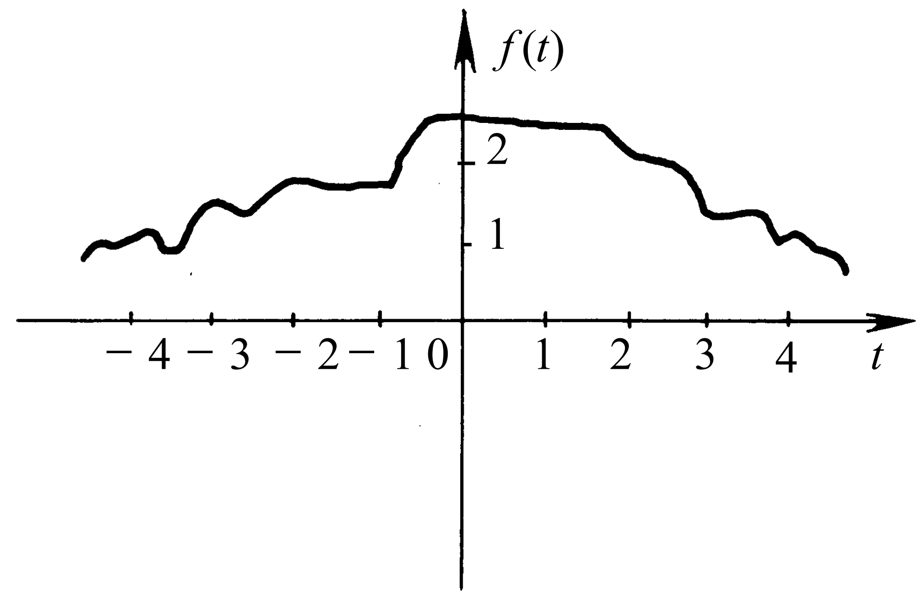
4、信号的分类

确定信号与随机信号

任一由确定时间函数描述的信号，称为确定信号或规则信号。对于这种信号，给定某一时刻后，就能确定一个相应的信号值。如果信号是时间的随机函数，事先将无法预知它的变化规律，这种信号称为不确定信号或随机信号。



(a)

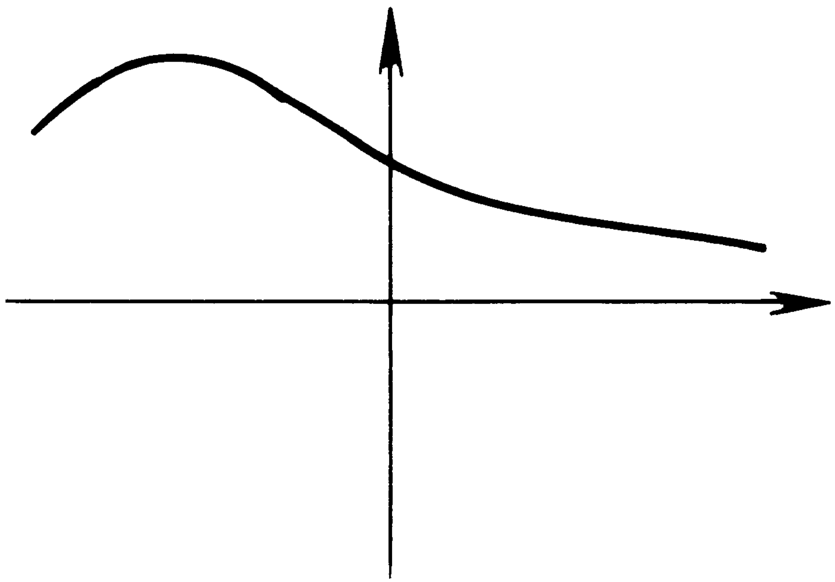


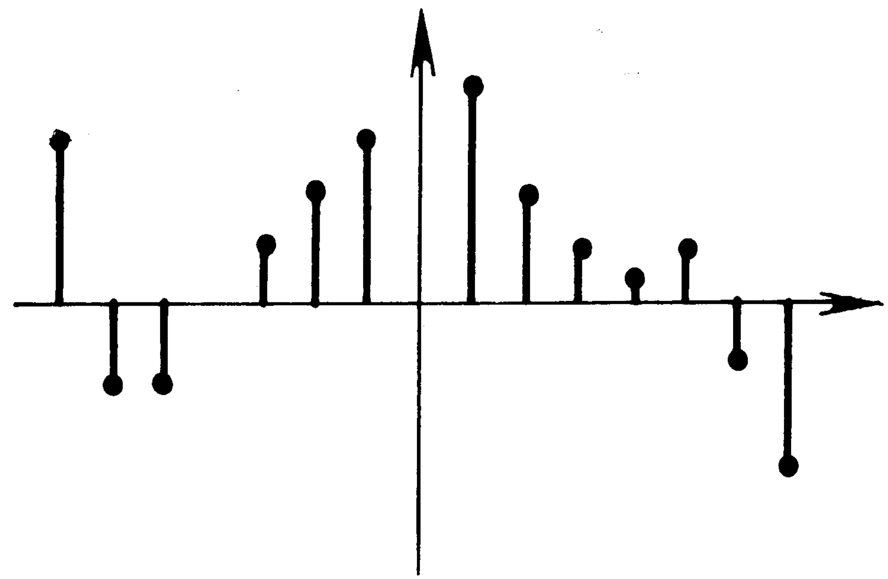
(b)

连续信号与离散信号

一个信号，如果在某个时间区间内除有限个间断点外都有定义， 就称该信号在此区间内为连续时间信号，简称连续信号。这里“连续”一词是指在定义域内（除有限个间断点外）信号变量是连续可变的。至于信号的取值，在值域内可以是连续的，也可以是跳变的。

仅在离散时刻点上有定义的信号称为离散时间信号，简称离散信号。这里“离散”一词表示自变量只取离散的数值，相邻离散时刻点的间隔可以是相等的，也可以是不相等的。在这些离散时刻点以外，信号无定义。信号的值域可以是连续的，也可以是不连续的。





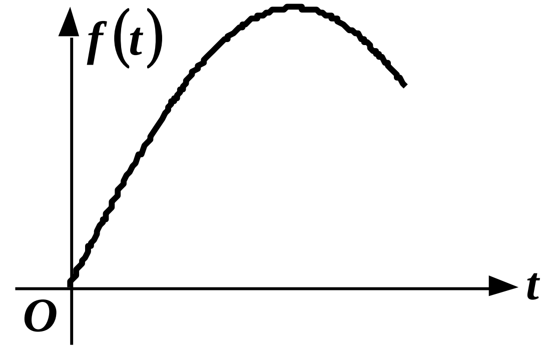
•模拟信号：时间和幅值均为连续的信号。

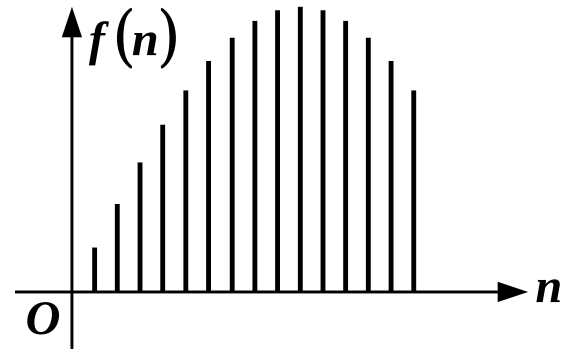
抽样

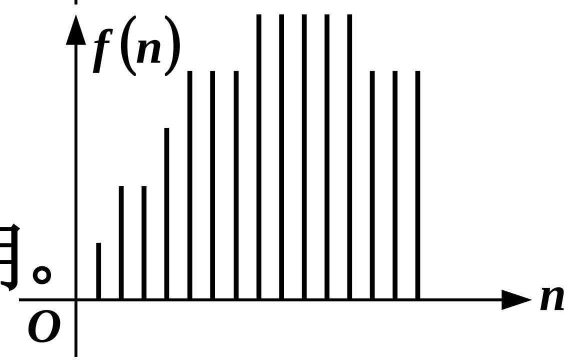
•抽样信号：时间离散的，幅值连续的信号。

量化

•数字信号：时间和幅值均为离散的信号。







讨论确定性信号。

先连续，后离散；先周期，后非周期。

周期信号与非周期信号

周期信号是每隔一个固定的时间间隔重复变化的信号。连续周期信号与离散周期信号的数学表示分别为

$$f(t)=f(t+nT),n=\pm 1,\pm 2,\pm 3,\ldots,-\infty<t<\infty$$

$$f\ =f(k+nN),n=\pm 1,\pm 2,\pm 3,\ldots,-\infty<k<\infty,(k\text{取整数})$$

周期信号
- 正弦周期信号（简谐信号）
- 复杂周期信号（除简谐信号外的周期信号）

例如$\sin t + \sin \pi t$

非周期信号
- 准周期 (频率之比值为无理数)
- 瞬态 (脉冲,衰减函数)

瞬态信号：除准周期信号外的一切可以用时间函数描述的非周期信号。

能量信号与功率信号

如果把信号f(t)看作是随时间变化的电压和电流，则当信号f(t)通过1Ω电阻时，信号在时间间隔-T≤t≤T内所消耗的能量称为归一化能量，即为

$$W = \lim_{T \to \infty} \int_{-T}^{T} f^2(t) dt$$

而在上述时间间隔-T≤t≤T内的平均功率称为归一化功率，即为

$$P = \frac{1}{2T} \lim_{T \to \infty} \int_{-T}^{T} f^2(t) dt$$

若信号f(t)的能量有界（即$0<W<\infty$，这时$P=0$）则称其为能量有限信号，简称能量信号。

若信号f(t)的功率有界（即$0<P<\infty$，这时$E=0$）则称其为功率有限信号，简称功率信号。

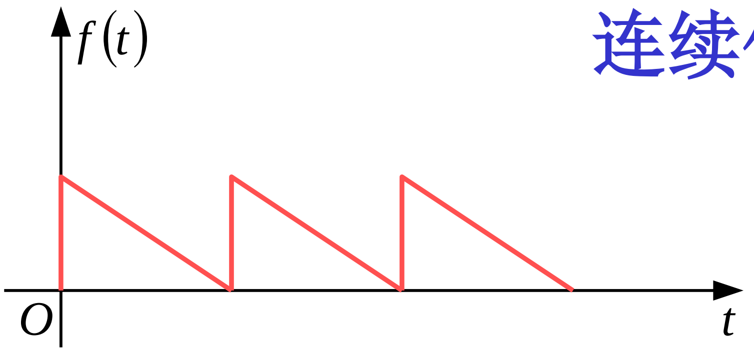
一维信号：

只由一个自变量描述的信号，如语音信号。

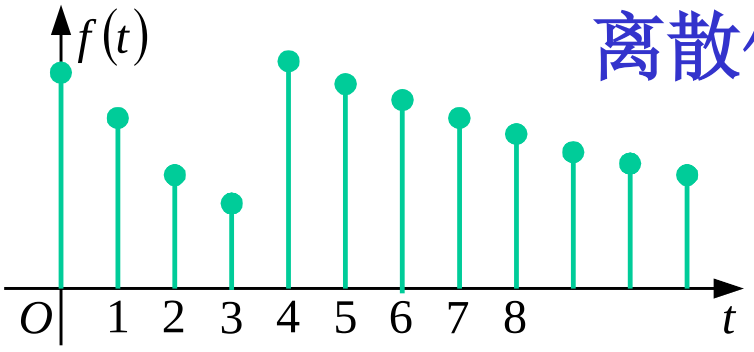
多维信号：

由多个自变量描述的信号，如图像信号。

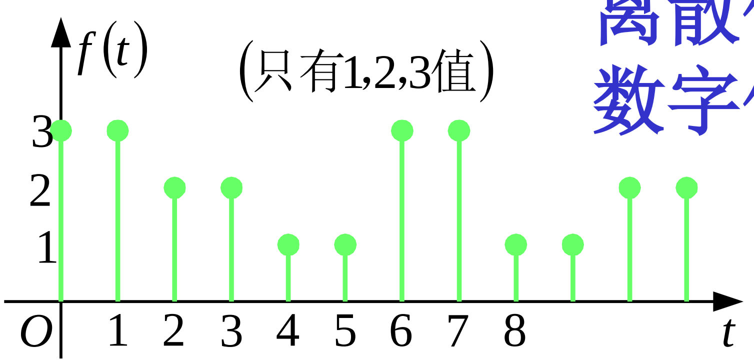
判断下列波形是连续时间信号还是离散时间信号，若是离散时间信号是否为数字信号？



连续信号



离散信号



离散信号
数字信号

5、系统的分类

连续时间系统与离散系统 若系统的输入和输出都是连续时间信号，且其内部也未转换为离散时间信号，则称此系统为连续时间系统。若系统的输入和输出都是离散时间信号，则称离散时间系统。离散时间系统经常与连续时间系统组合运用，这种情况称为混合系统。连续时间系统的数学模型是微分方程，而离散时间系统则用差分方程描述。

即时系统与动态系统 如果系统的输出信号只决定于同时刻的激励信号，与它过去的工作状态（历史）无关，则称此系统为即时系统（或无记忆系统）。如果系统的输出信号不仅取决于同时刻的激励信号，而且与它过去的工作状态有关，这种系统称为动态系统（或记忆系统）。凡是包含有记忆作用的元件（如电容、电感、磁芯等）或记忆电路（或寄存器）的系统都属此类。

即时系统可用代数方程描述，动态系统的数学模型则是微分方程或差分方程。

线性系统与非线性系统 具有叠加性与均匀性（也称齐次性）的系统称为线性系统。所谓叠加性是指当几个激励信号同时作用于系统时，总的输出响应等于每个激励单独作用所产生的响应之和；而均匀性的含义是，当输入信号乘以某常数时，响应也倍乘相同的常数。不满足叠加性或均匀性的系统是非线性系统。

时变系统与时不变系统 如果系统的参数不随时间而变化，则称为系统为时不变系统（或非时变系统、定常系统）；如果系统的参量随时间改变，则称其为时变系统（或参变系统）。

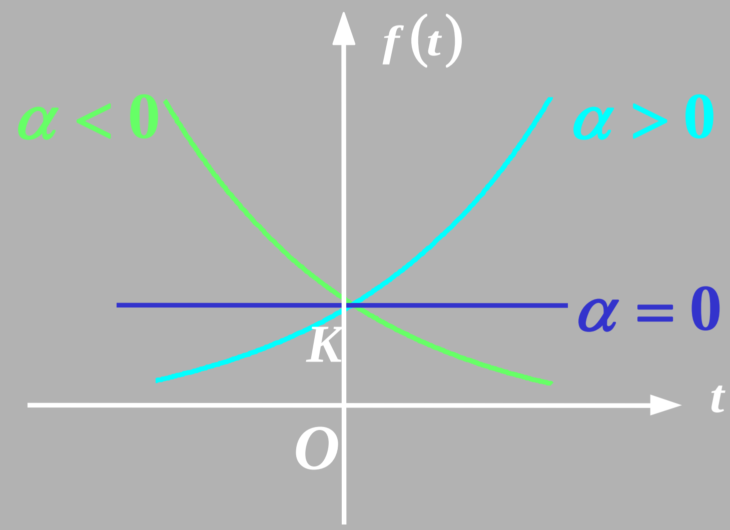
可逆系统与不可逆系统 若系统在不同的激励信号作用下产生不同的响应，则称此系统为可逆系统。对于每个可逆系统都存在一个“逆系统”，当原系统与此逆系统级联组合后，输出信号与输入信号相同。

1.2 常用的连续时间信号

1、指数信号

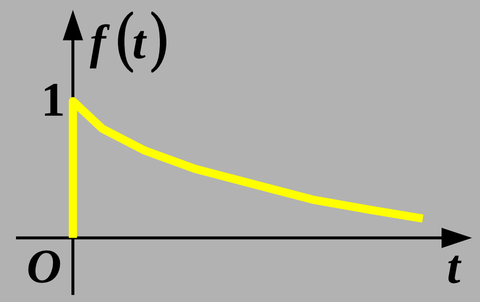
$$f(t)=K\mathrm{e}^{\alpha t}$$

- $\alpha=0$ 直流（常数），
- $\alpha<0$ 指数衰减，
- $\alpha>0$ 指数增长



单边指数信号

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \mathrm{e}^{-\frac{t}{\tau}} & t\geq 0\end{cases}$$

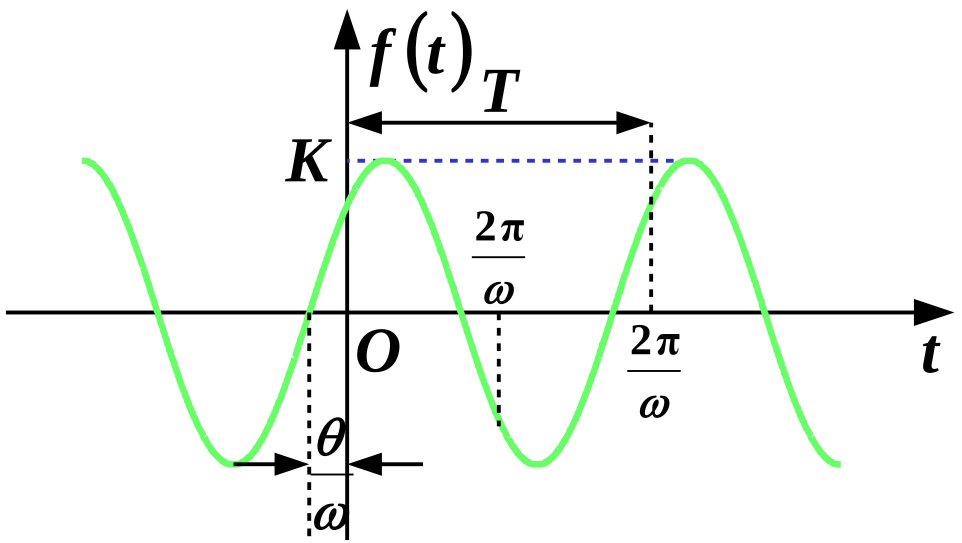


通常把 $\frac{1}{|\alpha|}$ 称为指数信号的时间常数，记作τ, 代表信号衰减速度，具有时间的量纲。

重要特性：其对时间的微分和积分仍然是指数形式。

2、正弦信号

$$f(t) = K\sin(\omega t + \theta)$$



衰减正弦信号：

$$f(t) = \begin{cases} K\,\mathrm{e}^{-\alpha t}\sin(\omega t) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \qquad \alpha > 0$$

欧拉(Euler)公式

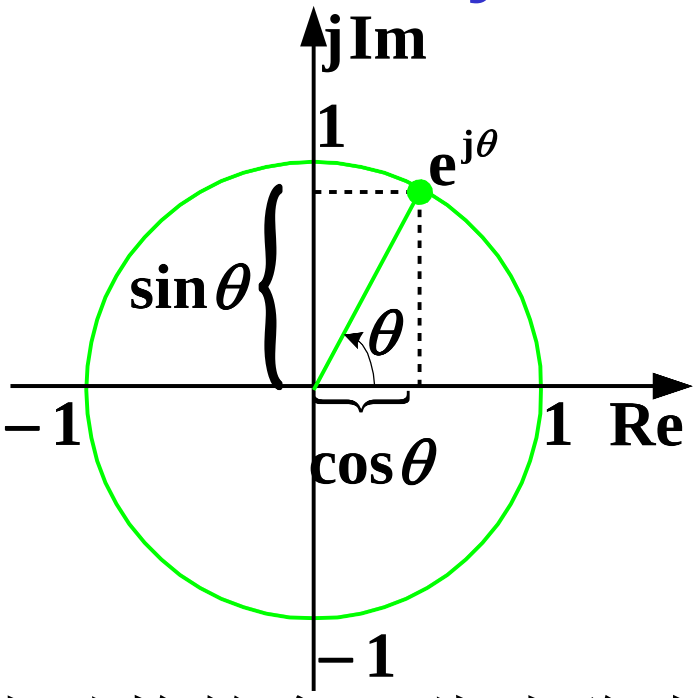
$$\sin(\omega t)=\frac{1}{2j}\left(e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}\right)$$

$$\cos(\omega t)=\frac{1}{2}\left(e^{j\omega t}+e^{-j\omega t}\right)$$

$$e^{j\omega t}=\cos(\omega t)+j\sin(\omega t)$$

欧拉公式

复平面上的一个单位圆上的点，与实轴夹角为 θ 时，此点可表示为 $\cos\theta + j\sin\theta$



欧拉公式

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

$$\left|e^{j\theta}\right| = 1$$

$$\angle e^{j\theta} = \theta$$

e是自然对数的底，此式称为欧拉(Euler)公式。e可以用计算方法定义为

$$e = \lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 2.71828\cdots$$

欧拉公式与三角函数的关系

由泰勒级数展开

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{4} - \frac{\theta^6}{6} + \cdots \quad \sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3} + \frac{\theta^5}{5} - \frac{\theta^7}{7} + \cdots$$

同样若$e^{j\theta}$展开，可得到

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta} = 1 + \frac{\mathrm{j}\theta}{1!} + \frac{(\mathrm{j}\theta)^2}{2!} + \frac{(\mathrm{j}\theta)^3}{3!} + \frac{(\mathrm{j}\theta)^4}{4!} + \cdots$$

$$= 1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{4} - \frac{\theta^6}{6} + \cdots + \mathrm{j}\left(\theta - \frac{\theta^3}{3} + \frac{\theta^5}{5} - \frac{\theta^7}{7} + \cdots\right)$$

$$= \cos\theta + \mathrm{j}\sin\theta$$

三角函数可表示为

$$\cos\theta = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta} + \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta}}{2} \qquad \sin\theta = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta} - \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta}}{2\mathrm{j}}$$

3．复指数信号

$$f(t)=Ke^{st} \qquad (-\infty<t<\infty)$$

$$=Ke^{\sigma t}\cos(\omega t)+\mathrm{j}Ke^{\sigma t}\sin(\omega t)$$

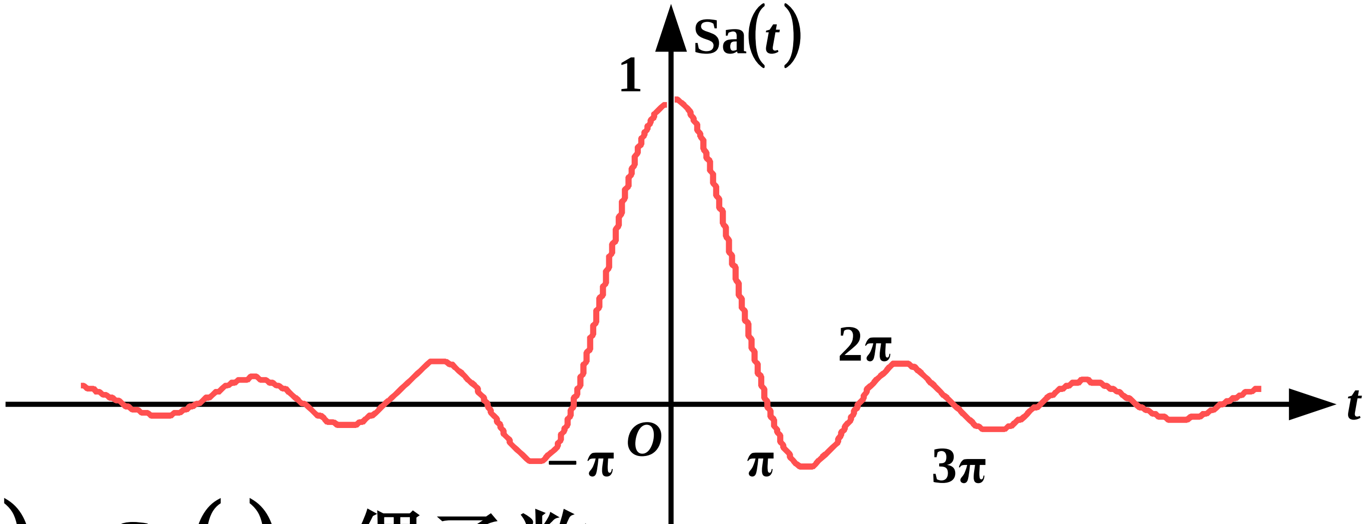
- $s=\sigma+\mathrm{j}\omega$ 为复数，称为复频率
- σ,ω 均为实常数
- σ 的量纲为1/s，ω 的量纲为rad/s

讨论

$$\begin{cases}\sigma=0,\omega=0 & \text{直流}\\ \sigma>0,\omega=0 & \text{升指数信号}\\ \sigma<0,\omega=0 & \text{衰减指数信号}\end{cases} \qquad \left.\begin{cases}\sigma=0,\omega\neq0 & \text{等幅}\\ \sigma>0,\omega\neq0 & \text{增幅}\\ \sigma<0,\omega\neq0 & \text{衰减}\end{cases}\right\}\text{振荡}$$

4. 抽样信号(Sampling Signal)

$$\mathrm{Sa}(t)=\frac{\sin t}{t}$$



性质

① $\mathrm{Sa}(-t)=\mathrm{Sa}(t)$, 偶函数

② $t=0, \mathrm{Sa}(t)=1$, 即$\lim\limits_{t\to 0}\mathrm{Sa}(t)=1$

③ $\mathrm{Sa}(t)=0,\ t=\pm n\pi,\quad n=1,2,3\cdots$

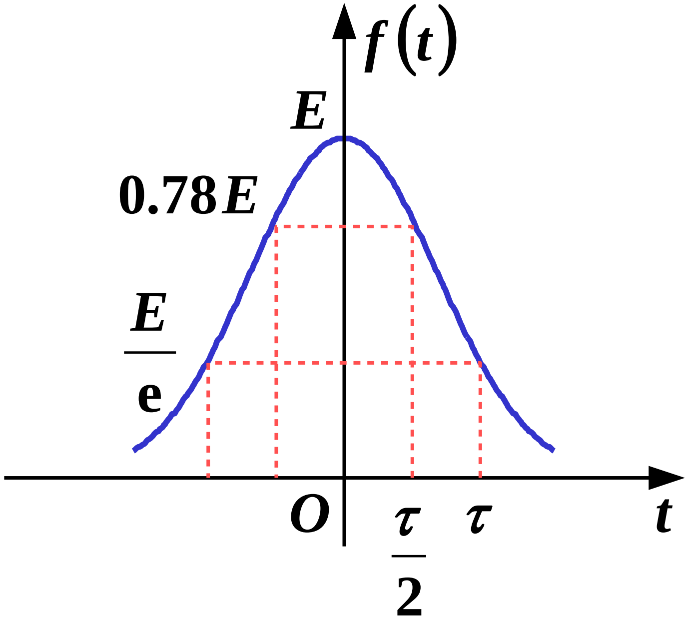
④ $\displaystyle\int_0^{\infty}\frac{\sin t}{t}\,\mathrm{d}t=\frac{\pi}{2},\quad \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin t}{t}\,\mathrm{d}t=\pi$

⑤ $\lim\limits_{t\to\pm\infty}\mathrm{Sa}(t)=0$

⑥ $\mathrm{sinc}(t)=\sin(\pi t)/(\pi t)$

5. 钟形脉冲函数(高斯函数)

$$f(t)=E\mathrm{e}^{-\left(\frac{t}{\tau}\right)^2}$$



在随机信号分析中占有重要地位。