【数学】2014 版《6 年高考 4 年模拟》

第九章 解析几何

第一节直线和圆

第一部分 六年高考荟萃

2013 年高考题

一、选择题

1. . (2013 年普通高等学校招生统一考试新课标Ⅱ卷数学(理)(纯 WORD 版含答案))已知点 $A(-1,0),B(1,0),C(0,1)$,直线 $y=ax+b(a>0)$ 将△ABC 分割为面积相等的两部分,则 b 的取值范围是 ( )

A. $(0,1)$ B. $(1-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{2})$ (C) $(1-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{3}]$ D. $[\frac{1}{3},\frac{1}{2})$

答案:B

由题意可得,三角形 ABC 的面积为 $\frac{1}{2}\cdot AB\cdot OC=1$,

由于直线 y=ax+b(a>0)与 x 轴的交点为 M(?,0),由?≤0,可得点 M 在射线 OA 上.

设直线和 BC 的交点为 N,则由 $\begin{cases}y=ax+b\\x+y=1\end{cases}$ 可得点 N 的坐标为($\frac{1-b}{a+1}$,$\frac{a+b}{a+1}$).

①若点 M 和点 A 重合,则点 N 为线段 BC 的中点,则?=?1,且 $\frac{a+b}{a+1}$=,解得 a=b=.

②若点 M 在点 O 和点 A 之间,则点 N 在点 B 和点 C 之间,由题意可得三角形 NMB 的面积等于,即 $\frac{1}{2}\cdot MB\cdot y_N$=,

即 $\frac{1}{2}\times(1+\frac{b}{a})\cdot\frac{a+b}{a+1}$=,解得 a=$\frac{b^2}{1-2b}$>0,故有 b<.

③若点 M 在点 A 的左侧,则?<?1,b<a,设直线 y=ax+b 和 AC 的交点为 P,

则由 $\begin{cases}y=ax+b\\y=x+1\end{cases}$ 求得点 P 的坐标为($\frac{1-b}{a-1}$,$\frac{a-b}{a-1}$),

此时,NP=$\sqrt{(\frac{1-b}{a+1}-\frac{1-b}{a-1})^2+(\frac{a+b}{a+1}-\frac{a-b}{a-1})^2}$=

$\sqrt{[\frac{-2(1-b)}{(a+1)(a-1)}]^2+[\frac{2ab-2a}{(a+1)(a-1)}]^2}$

$=\sqrt{\frac{(4+4a^2)(1-b)^2}{(a+1)^2(a-1)^2}}=\frac{2|1-b|}{|(a+1)(a-1)|}\bullet\sqrt{1+a^2}$.

此时，点 C（0，1）到直线 y=ax+b 的距离等于 $\frac{|0-1+b|}{\sqrt{1+a^2}}$.

由题意可得，三角形 CPN 的面积等于，即$\bullet\frac{2|1-b|}{|(a+1)(a-1)|}\bullet\sqrt{1+a^2}\bullet\frac{|0-1+b|}{\sqrt{1+a^2}}=$.

化简可得 $2(1-b)^2=|a^2-1|$.

由于此时 $0<b<a<1$，所以 $2(1-b)^2=|a^2-1|=1-a^2$.

两边开方可得 $\sqrt{2}(1-b)=\sqrt{1-a^2}<1$，所以 $1-b<\frac{1}{\sqrt{2}}$，化简可得 $b>1-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

综合以上可得，b=可以，且 b<，且 $b>1-\frac{\sqrt{2}}{2}$，即 b 的取值范围是 $(1-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{1}{2})$，

故选 B

2. .（2013 年普通高等学校招生统一考试山东数学（理）试题（含答案））过点 $(3,1)$ 作圆 $(x-1)^2+y^2=1$ 的两条切线,切点分别为 A, B,则直线 AB 的方程为 （　　）

A. $2x+y-3=0$ B. $2x-y-3=0$ C. $4x-y-3=0$ D. $4x+y-3=0$

答案：A

由图象可知，$A(1,1)$ 是一个切点，所以代入选项知，B,D 不成立，排除。又 AB 直线的斜率为负，所以排除 C，选 A.

3. .（2013 年普通高等学校招生统一考试辽宁数学（理）试题（WORD 版））已知点 $O(0,0),A(0,b),B(a,a^3)$.若ΔABC为直角三角形,则必有 （　　）

A. $b=a^3$ B. $b=a^3+\frac{1}{a}$

C. $(b-a^3)\left(b-a^3-\frac{1}{a}\right)=0$ D. $|b-a^3|+\left|b-a^3-\frac{1}{a}\right|=0$

答案：C

若 A 为直角，则根据 A、B 纵坐标相等，所以 $b-a^3=0$；若 B 为直角，则利用 $K_{OB}K_{AB}=-1$ 得 $b-a^3-\frac{1}{a}=0$，所以选 C

4..（2013 年高考江西卷（理））过点 $(\sqrt{2},0)$ 引直线与曲线 $y=\sqrt{1-x^2}$ 相交于 A,B 两点,O 为坐标原点,当ΔAOB 的面积取最大值时,直线的斜率等于 （　　）

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $-\sqrt{3}$

答案：B

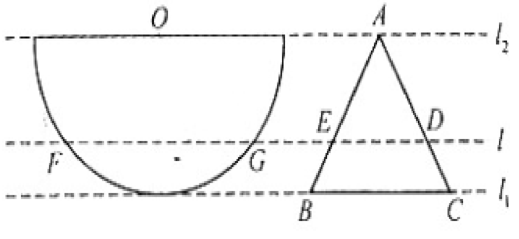
本题考查直线与圆的位置关系以及三角形的面积公式。由 $y=\sqrt{1-x^2}$ 得，$x^2+y^2=1,(y\ge 0)$ 设直线方程为 $x=my+\sqrt{2}$，$m<0$ 代入 $x^2+y^2=1,(y\ge 0)$ 整理得 $(1+m^2)y^2+2\sqrt{2}my+1=0$，设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=-\dfrac{2\sqrt{2}m}{1+m^2},y_1y_2=\dfrac{1}{1+m^2}$。则三角形 ΔAOB 的面积为 $\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}|y_1-y_2|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}|y_1-y_2|$。因为

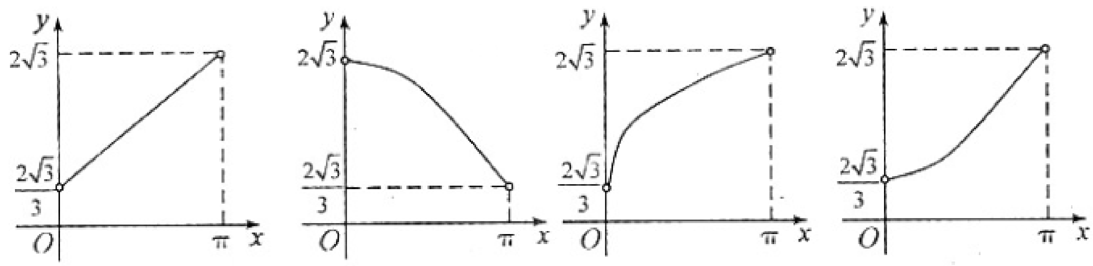
$$|y_1-y_2|=\sqrt{(y_1+y_2)^2-4y_1y_2}=\sqrt{(-\frac{2\sqrt{2}m}{1+m^2})^2-\frac{4}{1+m^2}}$$

$$=\frac{2\sqrt{m^2-1}}{1+m^2}=\frac{2\sqrt{m^2-1}}{2+m^2-1}=\frac{2}{\dfrac{2}{\sqrt{m^2-1}}+\sqrt{m^2-1}}\le\frac{2}{2\sqrt{\dfrac{2}{\sqrt{m^2-1}}\times\sqrt{m^2-1}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

，当且仅当 $\dfrac{2}{\sqrt{m^2-1}}=\sqrt{m^2-1}$，即 $m^2-1=2$，$m=-\sqrt{3}$ 时取等号。此时直线方程为 $x=-\sqrt{3}y+\sqrt{2}$，即 $y=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}x+\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，所以直线的斜率为 $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$，选 B.

5. .（2013 年高考江西卷（理））如图,半径为 1 的半圆 O 与等边三角形 ABC 夹在两平行线,l_1,l_2 之间//l_1,与半圆相交于 F,G 两点,与三角形 ABC 两边相交于 E,D 两点,设弧 $\overset{\frown}{FG}$ 的长为 $x(0<x<\pi)$，$y=EB+BC+CD$,若从 l_1 平行移动到 l_2,则函数 $y=f(x)$ 的图像大致是





A.　　　　B.　　　　C.　　　　D.

答案：D

本题考查函数图象的识别和判断。设与l_1的距离为，根据题意易知$\cos\frac{x}{2}=1-t$，即$t=1-\cos\frac{x}{2}$。又$BE=CD=\frac{2\sqrt{3}}{3}t,\ BC=\frac{2\sqrt{3}}{3}$。

所以$y=EB+CD+BC=\frac{4\sqrt{3}}{3}t+\frac{2\sqrt{3}}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}(1-\cos\frac{x}{2})+\frac{2\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}-\frac{4\sqrt{3}}{3}\cos\frac{x}{2}$，所以易得函数图像为D。

6. ．（2013年高考湖南卷（理））在等腰三角形ABC中，$AB=AC=4$，点P是边AB上异于A,B的一点，光线从点P出发，经BC,CA发射后又回到原点P（如图）．若光线QR经过ΔABC的中心，则AP等

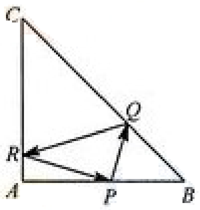


图1

（　　）

A．2　　　　B．　　　　C．$\frac{8}{3}$　　　　D．$\frac{4}{3}$

答案：D

本题考查直线的斜率以及向量的基本应用。以A为原点AB为x轴建立直角坐标系，取三角形ABC的重心M，其关于y轴的对称点为M'，关于BC的对称点为N，则$M(\frac{4}{3},\frac{4}{3}),M'(-\frac{4}{3},\frac{4}{3})$，　$N(\frac{8}{3},\frac{8}{3})$，　设　$P(a,0)$，　则　$k_{M'P}=\frac{-\frac{4}{3}}{a+\frac{4}{3}},k_{NP}=\frac{\frac{8}{3}}{\frac{8}{3}-a}$，又$k_{M'P}=-k_{PQ},k_{NP}=\frac{1}{k_{PQ}}$，所以$\frac{\frac{4}{3}}{a+\frac{4}{3}}=\frac{\frac{8}{3}-a}{\frac{8}{3}}$，解得$a=\frac{4}{3}$。

7．．（2013 年普通高等学校招生统一考试重庆数学（理）试题（含答案））已知圆 $C_1:(x-2)^2+(y-3)^2=1$，圆 $C_2:(x-3)^2+(y-4)^2=9$，M,N 分别是圆 C_1,C_2 上的动点，P 为 x 轴上的动点，则 $|PM|+|PN|$ 的最小值为　　（　　）

A．$5\sqrt{2}-4$　　B．$\sqrt{17}-1$　　C．$6-2\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{17}$

答案：A

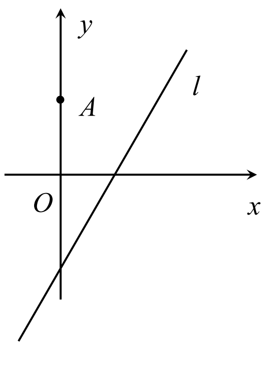
【命题立意】本题考查圆与圆的位置关系以及距离公式。两圆的圆心和半径分别为 $C_1(2,3),C_2(3,4)$，$r_1=1,r_2=3$。两圆相离。$C_1:(x-2)^2+(y-3)^2=1$ 关于 x 的对称圆的方程为 $C_3:(x-2)^2+(y+3)^2=1$，圆心 $C_3(2,-3)$，所以 $|PC_1|=|PC_3|$，所以动点 P 到圆心 $C_3(2,-3),C_2(3,4)$ 的距离之和的最小值为 $|C_2C_3|=\sqrt{(2-3)^2+(-3-4)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$，所以 $|PM|+|PN|$ 的最小值为 $|C_2C_3|-1-3=5\sqrt{2}-4$，选 A.

二、解答题

8．．（2013 年普通高等学校招生全国统一招生考试江苏卷（数学）（已校对纯 WORD 版含附加题））本小题满分 14 分．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(0,3)$，直线 $l:y=2x-4$，设圆 C 的半径为，圆心在上．

(1) 若圆心 C 也在直线 $y=x-1$ 上，过点 A 作圆 C 的切线，求切线的方程；

(2) 若圆 C 上存在点 M，使 $MA=2MO$，求圆心 C 的横坐标 a 的取值范围．



解：(1) 由 $\begin{cases} y=2x-4 \\ y=x-1 \end{cases}$ 得圆心 C 为 (3, 2)，∵圆 C 的半径为

∴圆 C 的方程为：$(x-3)^2+(y-2)^2=1$

显然切线的斜率一定存在，设所求圆 C 的切线方程为 $y=kx+3$，即 $kx-y+3=0$

$\therefore \dfrac{|3k-2+3|}{\sqrt{k^2+1}}=1 \therefore |3k+1|=\sqrt{k^2+1} \therefore 2k(4k+3)=0 \therefore k=0$ 或者 $k=-\dfrac{3}{4}$

∴所求圆 C 的切线方程为: $y=3$ 或者 $y=-\dfrac{3}{4}x+3$ 即 $y=3$ 或者 $3x+4y-12=0$

(2)解:∵圆 C 的圆心在在直线 $l: y=2x-4$ 上,所以,设圆心 C 为(a, 2a-4)

则圆 C 的方程为: $(x-a)^2+[y-(2a-4)]^2=1$

又 ∵ $MA=2MO$ ∴ 设 M 为 (x,y) 则 $\sqrt{x^2+(y-3)^2}=2\sqrt{x^2+y^2}$ 整 理 得 :

$x^2+(y+1)^2=4$ 设为圆 D

∴点 M 应该既在圆 C 上又在圆 D 上　　即:圆 C 和圆 D 有交点

$\therefore |2-1| \le \sqrt{a^2+[(2a-4)-(-1)]^2} \le |2+1|$

由 $5a^2-8a+8 \ge 0$ 得 $x \in R$

由 $5a^2-12a \le 0$ 得 $0 \le x \le \dfrac{12}{5}$

终上所述, a 的取值范围为: $\left[0, \dfrac{12}{5}\right]$

2012年高考题

9. . (2012 天津理)设 $m,n \in R$,若直线 $(m+1)x+(n+1)y-2=0$ 与圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 相切,则 $m+n$ 的取值范围是(　　)

A. $[1-\sqrt{3},1+\sqrt{3}]$　　B. $(-\infty,1-\sqrt{3}]\cup[1+\sqrt{3},+\infty)$

C. $[2-2\sqrt{2},2+2\sqrt{2}]$ D. $(-\infty,2-2\sqrt{2}]\cup[2+2\sqrt{2},+\infty)$

【答案】D 【命题意图】本试题主要考查了直线与圆的位置关系,点到直线的距离公式,重要不等式,一元二次不等式的解法,并借助于直线与圆相切的几何性质求解的能力.

【解析】∵直线 $(m+1)x+(n+1)y-2=0$ 与圆 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ 相切,∴圆心 $(1,1)$ 到直线的距离为 $d=\dfrac{|(m+1)+(n+1)-2|}{\sqrt{(m+1)^2+(n+1)^2}}=1$,所以 $mn=m+n+1 \le (\dfrac{m+n}{2})^2$,设 $t=m+n$,

则 $\dfrac{1}{4}t^2 \ge t+1$,解得 $t \in (-\infty,2-2\sqrt{2}]\cup[2+2\sqrt{2},+\infty)$.

10. . (2012 浙江理)设 $a\in$R,则“a=1”是“直线 l_1:ax+2y-1=0 与直线 l_2:x+(a+1)y+4=0 平行”的

(　　)

A．充分不必要条件　　　　　　　　　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　　　D．既不充分也不必要条件

【答案】A　　【解析】当 a=1 时,直线 l_1:x+2y-1=0 与直线 l_2:x+2y+4=0 显然平行;若直线 l_1 与直线 l_2 平行,则有:$\frac{a}{1}=\frac{2}{a+1}$,解之得:$a$=1 or a=－2.所以为充分不必要条件.

11．．（2012 重庆理）对任意的实数 k,直线 y=kx+1 与圆 $x^2+y^2=2$ 的位置关系一定是

(　　)

A．相离 B．相切 C．相交但直线不过圆心　D．相交且直线过圆心

【答案】C

【解析】圆心 $C(0,0)$ 到直线 $kx-y+1=0$ 的距离为 $d=\frac{1}{\sqrt{1+k^2}}<\frac{1}{1}<\sqrt{2}=r$,且圆心 $C(0,0)$ 不在该直线上.

法二:直线 $kx-y+1=0$ 恒过定点 $(0,1)$,而该点在圆 C 内,且圆心不在该直线上,故选 C.

【考点定位】此题考查了直线与圆的位置关系,涉及的知识有:两点间接距离公式,点与圆的位置关系,以及恒过定点的直线方程.直线与圆的位置关系利用 d 与 r 的大小为判断.当 $0\le d<r$ 时,直线与圆相交,当 $d=r$ 时,直线与圆相切,当 $d>r$ 时,直线与圆相离.

12．．（2012 陕西理）已知圆 $C:x^2+y^2-4x=0$,过点 $P(3,0)$ 的直线,则　　(　　)

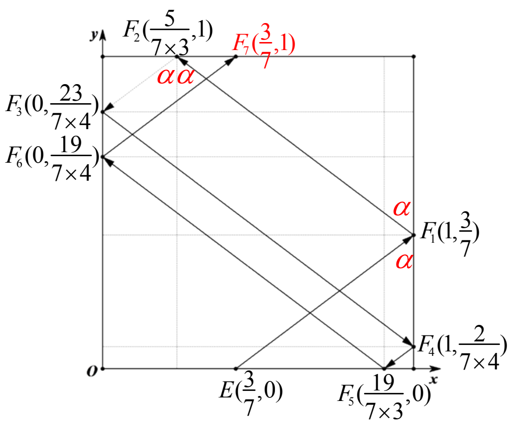
A．与 C 相交B．与 C 相切 C．与 C 相离 D．以上三个选项均有可能

解析: $3^2+0^2-4\times3=-3<0$,所以点 $P(3,0)$ 在圆 C 内部,故选 A.

13．．（2012 大纲理）正方形 $ABCD$ 的边长为 1,点 E 在边 AB 上,点 F 在边 BC 上,$AE=BF=\frac{3}{7}$,动点 P 从 E 出发沿直线向 F 运动,每当碰到正方形的边时反弹,反弹时反射角等于入射角.当点 P 第一次碰到 E 时,P 与正方形的边碰撞的次数为　(　　)

A．16　B．14　C．12　D．10

答案 B



【命题意图】本试题主要考查了反射原理与三角形相似知识的运用.通过相似三角形,来确定反射后的点的落的位置,结合图像分析反射的次数即可.

【解析】如图,易知 $E(\frac{3}{7},0)$.记点 F 为 F_1,则 $F_1(1,\frac{3}{7})$

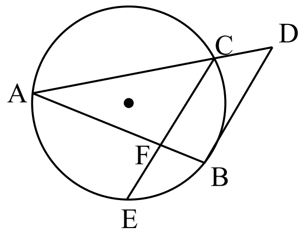
由反射角等于入射角知,$1-\frac{4}{7}\times\frac{4}{3}$,得 $F_2(\frac{5}{7\times3},1)$

又由 $1-\frac{5}{7\times3}\times\frac{3}{4}$ 得 $F_3(0,\frac{23}{7\times4})$,依此类推,

$F_4(1,\frac{2}{7\times4})$、$F_5(\frac{19}{7\times3},0)$、$F_6(0,\frac{19}{7\times4})$、$F_7(\frac{3}{7},1)$.由对称性知,$P$ 点与正方形的边碰撞 14 次, 可第一次回到 E 点.

法二:结合已知中的点 E,F 的位置,进行作图,推理可知,在反射的过程中,直线是平行的,那么利用平行关系,作图,可以得到回到 EA 点时,需要碰撞 14 次即可.

14. . (2012 年天津理)如图,已知 AB 和 AC 是圆的两条弦.过点 B 作圆的切线与 AC 的延长线相交于点 D,过点 C 作 BD 的平行线与圆相交于点 E,与 AB 相交于点 F,$AF=3$,$FB=1$,$EF=\frac{3}{2}$,则线段 CD 的长为______________.



【答案】$\frac{4}{3}$

【命题意图】本试题主要考查了平面几何中直线与圆的位置关系,相交弦定理,切割线定理,相似三角形的概念、判定与性质.

【解析】$\because AF=3, FB=1, EF=\frac{3}{2}$,由相交弦定理得 $AF\cdot FB=EF\cdot FC$,所以 $FC=2$,又$\because$BD∥CE,$\therefore \frac{AF}{AB}=\frac{FC}{BD}$,$BD=\frac{AB}{AF}\cdot FC=\frac{4}{3}\times 2=\frac{8}{3}$,设 $CD=x$,则 $AD=4x$,再由切割线定理得 $BD^2=CD\cdot AD$,即 $x\cdot 4x=(\frac{8}{3})^2$,解得 $x=\frac{4}{3}$,故 $CD=\frac{4}{3}$.

15. . (2012 浙江理)定义:曲线 C 上的点到直线 l 的距离的最小值称为曲线 C 到直线 l 的距离.已知曲线 C_1:$y=x^2+a$ 到直线 l:$y=x$ 的距离等于 C_2:$x^2+(y+4)^2=2$ 到直线 l:$y=x$ 的距离,则实数 a=______________.

【答案】$\frac{9}{4}$

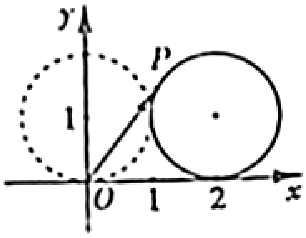
【解析】C_2:$x^2+(y+4)^2=2$,圆心(0,—4),圆心到直线 l:$y=x$ 的距离为:$d=\frac{|0-(-4)|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$,故曲线 C_2 到直线 l:$y=x$ 的距离为 $d'=d-r=d-\sqrt{2}=\sqrt{2}$.

另一方面:曲线 C_1:$y=x^2+a$,令 $y'=2x=0$,得:$x=\frac{1}{2}$,曲线 C_1:$y=x^2+a$ 到直线 l:$y=x$ 的距离的点为 $(\frac{1}{2},\frac{1}{4}+a)$,$d'=\sqrt{2}=\frac{\left|\frac{1}{2}-(\frac{1}{4}+a)\right|}{\sqrt{2}}=\frac{\left|\frac{1}{4}-a\right|}{\sqrt{2}} \quad\Rightarrow\quad a=\frac{9}{4}$.

16. . (2012 上海理)若 $\vec{n}=(-2,1)$ 是直线的一个法向量,则的倾斜角的大小为__________(结果用反三角函数值表示).

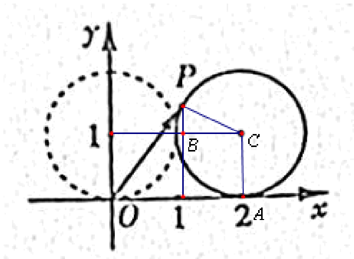
[解析] 方向向量 $\vec{d}=(1,2)$,所以 $k_l=2$,倾斜角 α=arctan2.

17. . (2012 山东理)如图,在平面直角坐标系 xOy 中,一单位圆的圆心的初始位置在 $(0,1)$,此时圆上一点 P 的位置在 $(0,0)$,圆在 x 轴上沿正向滚动.当圆滚动到圆心位于 $(2,1)$ 时,



$\overrightarrow{OP}$ 的坐标为______________.

【解析】因为圆心移动的距离为 2,所以劣弧 $PA=2$,即圆心角 $\angle PCA=2$,



,则 $\angle PCA=2-\dfrac{\pi}{2}$,所以 $PB=\sin(2-\dfrac{\pi}{2})=-\cos 2$,

$CB=\cos(2-\dfrac{\pi}{2})=\sin 2$,所以 $x_p=2-CB=2-\sin 2$,$y_p=1+PB=1-\cos 2$,所以

$\overrightarrow{OP}=(2-\sin 2,1-\cos 2)$.

另解 1:根据题意可知滚动制圆心为 $(2,1)$ 时的圆的参数方程为 $\begin{cases}x=2+\cos\theta\\ y=1+\sin\theta\end{cases}$,且

$\angle PCD=2,\theta=\dfrac{3\pi}{2}-2$,则点 P 的坐标为 $\begin{cases}x=2+\cos(\dfrac{3\pi}{2}-2)=2-\sin 2\\ y=1+\sin(\dfrac{3\pi}{2}-2)=1-\cos 2\end{cases}$,即

$\overrightarrow{OP}=(2-\sin 2,1-\cos 2)$.

18..（2012 江苏）在平面直角坐标系 xOy 中,圆 C 的方程为 $x^2+y^2-8x+15=0$,若直线

$y=kx-2$ 上至少存在一点,使得以该点为圆心,1 为半径的圆与圆 C 有公共点,则 k 的最大值是____.

【答案】$\dfrac{4}{3}$.【考点】圆与圆的位置关系,点到直线的距离

【解析】∵圆C的方程可化为:$(x-4)^2+y^2=1$,∴圆 C 的圆心为 $(4,0)$,半径为 1.

∵由题意,直线 $y=kx-2$ 上至少存在一点 $A(x_0,kx_0-2)$,以该点为圆心,1 为半径的圆与圆 C 有

公共点;

∴存在 $x_0\in R$,使得 $AC\le 1+1$ 成立,即 $AC_{\min}\le 2$.

$\because AC_{\min}$ 即为点 C 到直线 $y=kx-2$ 的距离 $\dfrac{|4k-2|}{\sqrt{k^2+1}}$，$\therefore \dfrac{|4k-2|}{\sqrt{k^2+1}} \le 2$，解得 $0 \le k \le \dfrac{4}{3}$.

$\therefore k$ 的最大值是 $\dfrac{4}{3}$.

2011 年高考题

一、选择题:

1. **(2011 年高考江西卷理科 9)**若曲线 C_1： $x^2+y^2-2x=0$ 与曲线 C_2： $y(y-mx-m)=0$ 有四个不同的交点，则实数 m 的取值范围是

A. $(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}，\dfrac{\sqrt{3}}{3})$　　B. $(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}，0)\cup(0，\dfrac{\sqrt{3}}{3})$

c. $[-\dfrac{\sqrt{3}}{3}，\dfrac{\sqrt{3}}{3}]$　　D. $(-\infty，-\dfrac{\sqrt{3}}{3})\cup(\dfrac{\sqrt{3}}{3}，+\infty)$

【答案】B

【解析】因为直线 $y=0$ 与曲线 C_1 有两个不同的交点，要使曲线 C_1 和曲线 C_2 有四个不同的交点，只须直线 $y-mx-m=0$ 与曲线 C_1： $x^2+y^2-2x=0$ 有两个不同的交点即可，而曲线 C_1 是一个圆，所以圆心 (1,0) 到直线 $y-mx-m=0$ 的距离为 $\dfrac{|2m|}{\sqrt{m^2+1}}<1$，解得 $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}<m<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 且 $m\neq 0$，故选 B.

2. **(2011 年高考重庆卷理科 8)**在圆 $x^2+y^2-2x-6y=0$ 内，过点 $E(0,1)$ 的最长弦和最短弦分别为 AC 和 BD，则四边形 ABCD 的面积为

(A) $5\sqrt{2}$　　(B) $10\sqrt{2}$

(C) $15\sqrt{2}$　　(D) $20\sqrt{2}$

解析：选 B，由题意，AC 为直径，设圆心为 F，则 $FE\perp BD$，圆的标准方程为 $(x-1)^2+(y-3)^2=10$，故 $F(1,3)$，由此，易得：$AC=2\sqrt{10}$，又 $k_{EF}=\dfrac{3-1}{1-0}=2$，所

以直线 BD 的方程为 $y=-\frac{1}{2}x+1$，F 到 BD 的距离为 $\frac{\left|-\frac{1}{2}+1-3\right|}{\frac{\sqrt{5}}{2}}=\sqrt{5}$，由此得， $BD=2\sqrt{5}$

所以四边形 ABCD 的面积为 $\frac{1}{2}AC \bullet BD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{5}\times 2\sqrt{10}=10\sqrt{2}$

二、填空题:

1. **(2011 年高考安徽卷理科 15)** 在平面直角坐标系中，如果 x 与 y 都是整数，就称点 (x,y) 为整点，下列命题中正确的是_____________（写出所有正确命题的编号）.

①存在这样的直线，既不与坐标轴平行又不经过任何整点

②如果 k 与 b 都是无理数，则直线 $y=kx+b$ 不经过任何整点

③直线经过无穷多个整点，当且仅当经过两个不同的整点

④直线 $y=kx+b$ 经过无穷多个整点的充分必要条件是：k 与 b 都是有理数

⑤存在恰经过一个整点的直线

【答案】①③⑤

【命题意图】本题考查直线方程，考查逻辑推理能力.难度较大.

【解析】①正确，令 $y=x+\frac{1}{2}$ 满足①；②错误，若 $k=\sqrt{2},b=\sqrt{2}$， $y=\sqrt{2}x+\sqrt{2}$ 过整点（－1，0）；③正确，设 $y=kx$ 是过原点的直线，若此直线过两个整点 $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$，则有 $y_1=kx_1$， $y_2=kx_2$，两式相减得 $y_1-y_2=k(x_1-x_2)$，则点 (x_1-x_2,y_1-y_2) 也在直线 $y=kx$ 上，通过这种方法可以得到直线 l 经过无穷多个整点，通过上下平移 $y=kx$ 得对于 $y=kx+b$ 也成立；④错误，当 k 与 b 都是有理数时，令 $y=x+\frac{1}{2}$ 显然不过任何整点；⑤正确．如：直线 $y=\sqrt{2}x$ 恰过一个整点

【解题指导】：这类不定项多选题类型，难度非常大，必须每一个选项都有足够的把握确定其正误，解题时须耐心细致。

2. **(2011 年高考重庆卷理科 15)** 设圆 C 位于抛物线 $y^2=2x$ 与直线 $x=3$ 所组成的封闭区域（包含边界）内，则圆 C 的半径能取到的最大值为 _______

解析：$\sqrt{6}-1$。 为使圆 C 的半径取到最大值，显然圆心应该在 x 轴上且与直线 $x=3$ 相切，

设圆 C 的半径为 r，则圆 C 的方程为 $(x+r-3)^2+y^2=r^2$，将其与 $y^2=2x$ 联立得：$x^2+2(r-2)x+9-6r=0$，令 $\Delta=[2(r-2)]^2-4(9-6r)=0$，并由 $r>0$，得：$r=\sqrt{6}-1$

三、解答题:

1.（2011 年高考山东卷理科 22）（本小题满分 14 分）

已知动直线与椭圆 C: $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$ 交于 P(x_1,y_1)、Q(x_2,y_2) 两不同点，且△OPQ 的面积 $S_{\Delta OPQ}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，其中 O 为坐标原点.

（Ⅰ）证明 $x_1^2+x_2^2$ 和 $y_1^2+y_2^2$ 均为定值;

（Ⅱ）设线段 PQ 的中点为 M，求 $|OM|\cdot|PQ|$ 的最大值;

（Ⅲ）椭圆 C 上是否存在点 D,E,G，使得 $S_{\Delta ODE}=S_{\Delta ODG}=S_{\Delta OEG}=\frac{\sqrt{6}}{2}$?若存在，判断△DEG 的形状；若不存在，请说明理由.

【解析】（I）解：（1）当直线 l 的斜率不存在时，P，Q 两点关于 x 轴对称，

所以 $x_2=x_1, y_2=-y_1$.

因为 $P(x_1,y_1)$ 在椭圆上，

因此 $\frac{x_1^2}{3}+\frac{y_1^2}{2}=1$ ①

又因为 $S_{\Delta OPQ}=\frac{\sqrt{6}}{2}$,

所以 $|x_1|\cdot|y_1|=\frac{\sqrt{6}}{2}$. ②

由①、②得 $|x_1|=\frac{\sqrt{6}}{2}, |y_1|=1$.

此时 $x_1^2+x_2^2=3, y_1^2+y_2^2=2$,

（2）当直线的斜率存在时，设直线的方程为 $y = kx + m,$

由题意知 m$\neq 0$，将其代入 $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$，得

$(2+3k^2)x^2 + 6kmx + 3(m^2-2) = 0$，

其中 $\Delta = 36k^2m^2 - 12(2+3k^2)(m^2-2) > 0,$

即 $3k^2 + 2 > m^2$ ....（*）

又 $x_1 + x_2 = -\frac{6km}{2+3k^2}, x_1x_2 = \frac{3(m^2-2)}{2+3k^2},$

所以 $|PQ| = \sqrt{1+k^2} \cdot \sqrt{(x_1+x_2)^2 - 4x_1x_2} = \sqrt{1+k^2} \cdot \frac{2\sqrt{6}\sqrt{3k^2+2-m^2}}{2+3k^2},$

因为点 O 到直线 l 的距离为 $d = \frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}},$

所以 $S_{\Delta OPQ} = \frac{1}{2}|PQ| \cdot d$

$= \frac{1}{2}\sqrt{1+k^2} \cdot \frac{2\sqrt{6}\sqrt{3k^2+2-m^2}}{2+3k^2} \cdot \frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$

$= \frac{\sqrt{6}|m|\sqrt{3k^2+2-m^2}}{2+3k^2}$

又 $S_{\Delta OPQ} = \frac{\sqrt{6}}{2},$

整理得 $3k^2 + 2 = 2m^2,$ 且符合（*）式，

此时 $x_1^2 + x_2^2 = (x_1+x_2)^2 - 2x_1x_2 = (-\frac{6km}{2+3k^2})^2 - 2 \times \frac{3(m^2-2)}{2+3k^2} = 3,$

$y_1^2 + y_2^2 = \frac{2}{3}(3-x_1^2) + \frac{2}{3}(3-x_2^2) = 4 - \frac{2}{3}(x_1^2+x_2^2) = 2.$

综上所述，$x_1^2 + x_2^2 = 3; y_1^2 + y_2^2 = 2,$ 结论成立。

（II）解法一：

（1）当直线的斜率存在时，

由（I）知$|OM|=|x_1|=\dfrac{\sqrt{6}}{2},|PQ|=2|y_1|=2,$

因此$|OM|\cdot|PQ|=\dfrac{\sqrt{6}}{2}\times 2=\sqrt{6}.$

（2）当直线的斜率存在时，由（I）知

$$\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3k}{2m},$$

$$\frac{y_1+y_2}{2}=k(\frac{x_1+x_2}{2})+m=-\frac{3k^2}{2m}+m=\frac{-3k^2+2m^2}{2m}=\frac{1}{m},$$

$$|OM|^2=(\frac{x_1+x_2}{2})^2+(\frac{y_1+y_2}{2})^2=\frac{9k^2}{4m^2}+\frac{1}{m^2}=\frac{6m^2-2}{4m^2}=\frac{1}{2}(3-\frac{1}{m^2}),$$

$$|PQ|^2=(1+k^2)\frac{24(3k^2+2-m^2)}{(2+3k^2)^2}=\frac{2(2m^2+1)}{m^2}=2(2+\frac{1}{m^2}),$$

所以$$|OM|^2\cdot|PQ|^2=\frac{1}{2}\times(3-\frac{1}{m^2})\times 2\times(2+\frac{1}{m^2})$$

$$=(3-\frac{1}{m^2})(2+\frac{1}{m^2})$$

$$\le(\frac{3-\frac{1}{m^2}+2+\frac{1}{m^2}}{2})^2=\frac{25}{4}.$$

所以$|OM|\cdot|PQ|\le\dfrac{5}{2}$，当且仅当$3-\dfrac{1}{m^2}=2+\dfrac{1}{m^2}$,即$m=\pm\sqrt{2}$时，等号成立.

综合（1）（2）得|OM|·|PQ|的最大值为$\dfrac{5}{2}$.

解法二：

因为$4|OM|^2+|PQ|^2=(x_1+x_2)^2+(y_1+y_2)^2+(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$

$$=2[(x_1^2+x_2^2)+(y_1^2+y_2^2)]$$
$$=10.$$

所以$2|OM|\cdot|PQ|\le\dfrac{4|OM|^2+|PQ|^2}{2}=\dfrac{10}{5}=5.$

即$|OM|\cdot|PQ|\le\dfrac{5}{2}$，当且仅当$2|OM|=|PQ|=\sqrt{5}$时等号成立。

因此 $|OM|\cdot|PQ|$的最大值为$\dfrac{5}{2}$.

（III）椭圆 C 上不存在三点 D，E，G，使得$S_{\Delta ODE}=S_{\Delta ODG}=S_{\Delta OEG}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

证明：假设存在$D(u,v),E(x_1,y_1),G(x_2,y_2)$满足$S_{\Delta ODE}=S_{\Delta ODG}=S_{\Delta OEG}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，

由（I）得

$u^2+x_1^2=3,u^2+x_2^2=3,x_1^2+x_2^2=3;v^2+y_1^2=2,v^2+y_2^2=2,y_1^2+y_2^2=2,$

解得$u^2=x_1^2=x_2^2=\dfrac{3}{2};v^2=y_1^2=y_2^2=1.$

因此u,x_1,x_2只能从$\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}$中选取，v,y_1,y_2只能从±1中选取，

因此 D，E，G 只能在$(\pm\dfrac{\sqrt{6}}{2},\pm1)$这四点中选取三个不同点，

而这三点的两两连线中必有一条过原点，

与$S_{\Delta ODE}=S_{\Delta ODG}=S_{\Delta OEG}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$矛盾，

所以椭圆 C 上不存在满足条件的三点 D，E，G.

2.（2011 年高考广东卷理科 19）设圆 C 与两圆$(x+\sqrt{5})^2+y^2=4,(x-\sqrt{5})^2+y^2=4$**中的一个内切，另一个外切.**

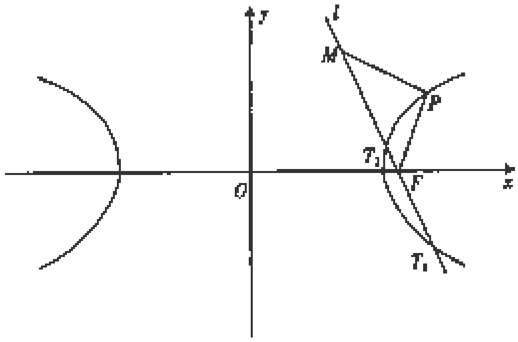
（1）求 C 的圆心轨迹 L 的方程.

（2）已知点$M(\dfrac{3\sqrt{5}}{5},\dfrac{4\sqrt{5}}{5})$，$F(\sqrt{5},0)$**，且 P 为 L 上动点，求**$\big||MP|-|FP|\big|$**的最大值及此时点 P 的坐标.**

【解析】（1）解：设 C 的圆心的坐标为(x,y)，由题设条件知

$$|\sqrt{(x+\sqrt{5})^2+y^2}-\sqrt{(x-\sqrt{5})^2+y^2}|=4,$$

化简得 L 的方程为$\frac{x^2}{4}-y^2=1.$



（2）解：过 M，F 的直线方程为$y=-2(x-\sqrt{5})$，将其代入 L 的方程得

$$15x^2-32\sqrt{5}x+84=0.$$

解得$x_1=\frac{6\sqrt{5}}{5},x_2=\frac{14\sqrt{5}}{15}$,故$l$与$L$交点为$T_1(\frac{6\sqrt{5}}{5},-\frac{2\sqrt{5}}{5}),T_2(\frac{14\sqrt{5}}{15},\frac{2\sqrt{5}}{15}).$

因 T_1 在线段 MF 外，T_2 在线段 MF 内，故$||MT_1|-|FT_1||=|MF|=2,$

$||MT_2|-|FT_2||<|MF|=2.$，若 P 不在直线 MF 上，在ΔMFP中有

$||MP|-|FP||<|MF|=2.$

故$||MP|-|FP||$只在 T_1 点取得最大值 2。

3．(2011 年高考福建卷理科 17)（本小题满分 13 分）

已知直线 l：y=x+m，m∈R。

(I)若以点 M（2,0）为圆心的圆与直线 l 相切与点 P，且点 P 在 y 轴上，求该圆的方程;

(II）若直线 l 关于 x 轴对称的直线为l'，问直线l'与抛物线 C：$x^2=4y$ 是否相切？说明理由。

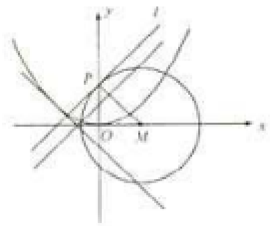
解析: 本小题主要考查直线、圆、抛物线等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想、数形结

合思想、化归与转化思想、分类与整合思想。满分 13 分。

解法一：

（I）依题意，点 P 的坐标为（0，m）

因为 $MP\perp l$，所以 $\dfrac{0-m}{2-0}\times 1=-1$，



解得 m=2，即点 P 的坐标为（0，2）

从而圆的半径

$r=|MP|=\sqrt{(2-0)^2+(0-2)^2}=2\sqrt{2},$

故所求圆的方程为 $(x-2)^2+y^2=8.$

（II）因为直线的方程为 $y=x+m,$

所以直线 l' 的方程为 $y=-x-m.$

由 $\begin{cases} y'=-x-m, \\ x^2=4y \end{cases}$ 得 $x^2+4x+4m=0$

$\Delta=4^2-4\times 4m=16(1-m)$

（1）当 $m=1$,即 $\Delta=0$ 时，直线 l' 与抛物线 C 相切

（2）当 $m\neq 1$，那 $\Delta\neq 0$ 时，直线 l' 与抛物线 C 不相切。

综上，当 m=1 时，直线 l' 与抛物线 C 相切；

当 $m\neq 1$ 时，直线 l' 与抛物线 C 不相切。

解法二：

（I）设所求圆的半径为 r，则圆的方程可设为 $(x-2)^2+y^2=r^2.$

依题意，所求圆与直线 $l: x-y+m=0$ 相切于点 P（0，m），

则 $\begin{cases} 4+m^2=r^2, \\ \dfrac{|2-0+m|}{\sqrt{2}}=r, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} m=2, \\ r=2\sqrt{2}. \end{cases}$

所以所求圆的方程为 $(x-2)^2+y^2=8.$

（II）同解法一。

4．(2011 年高考上海卷理科 23)（18 分）已知平面上的线段及点 P，在上任取一点 Q，线

段 PQ 长度的最小值称为点 P 到线段的距离，记作 $d(P,l)$。

（1）求点 $P(1,1)$ 到线段 $l:x-y-3=0(3\le x\le 5)$ 的距离 $d(P,l)$；

（2）设是长为 2 的线段，求点集 $D=\{P\mid d(P,l)\le 1\}$ 所表示图形的面积；

（3）写出到两条线段 l_1,l_2 距离相等的点的集合 $\Omega=\{P\mid d(P,l_1)=d(P,l_2)\}$，其中

$l_1=AB,l_2=CD$，

A,B,C,D 是下列三组点中的一组。对于下列三组点只需选做一种，满分分别是①2 分，②

6 分，③8 分；若选择了多于一种的情形，则按照序号较小的解答计分。

① $A(1,3),B(1,0),C(-1,3),D(-1,0)$。

② $A(1,3),B(1,0),C(-1,3),D(-1,-2)$。

③ $A(0,1),B(0,0),C(0,0),D(2,0)$。

解：(1) 设 $Q(x,x-3)$ 是线段 $l:x-y-3=0(3\le x\le 5)$ 上一点，则

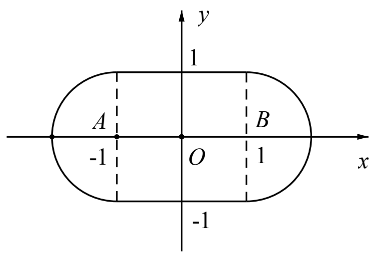
$|PQ|=\sqrt{(x-1)^2+(x-4)^2}=\sqrt{2(x-\frac{5}{2})^2+\frac{9}{2}}(3\le x\le 5)$，当 $x=3$ 时，$d(P,l)=|PQ|_{\min}=\sqrt{5}$。

(2) 设线段的端点分别为 A,B，以直线 AB 为 x 轴，AB 的中点为原点建立直角坐标系，

则 $A(-1,0),B(1,0)$，点集 D 由如下曲线围成

$l_1:y=1(|x|\le 1),l_2:y=-1(|x|\le 1)$，

$C_1:(x+1)^2+y^2=1(x\le -1),C_2:(x-1)^2+y^2=1(x\ge 1)$



其面积为 $S=4+\pi$。

(3) ① 选择 $A(1,3),B(1,0),C(-1,3),D(-1,0)$，$\Omega=\{(x,y)\mid x=0\}$

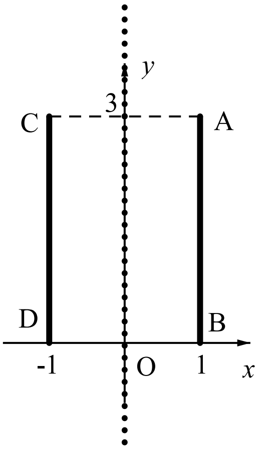
② 选择 $A(1,3),B(1,0),C(-1,3),D(-1,-2)$。

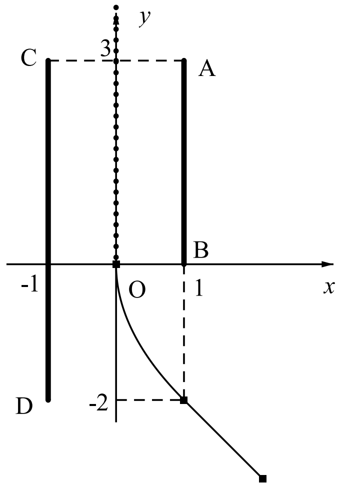
$\Omega=\{(x,y)\mid x=0,y\ge 0\}\cup\{(x,y)\mid y^2=4x,-2\le y<0\}\cup\{(x,y)\mid x+y+1=0,x>1\}$

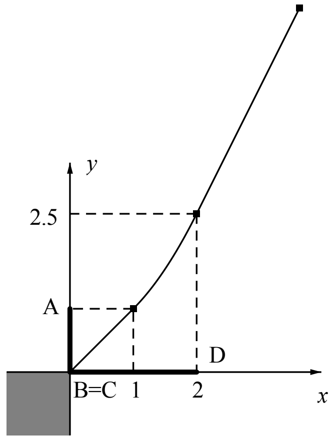
③ 选择 $A(0,1),B(0,0),C(0,0),D(2,0)$。

$$\Omega=\{(x,y)\mid x\le 0,y\le 0\}\cup\{(x,y)\mid y=x,0<x\le 1\}$$

$$\cup\{(x,y)\mid x^2=2y-1,1<x\le 2\}\cup\{(x,y)\mid 4x-2y-3=0,x>2\}$$







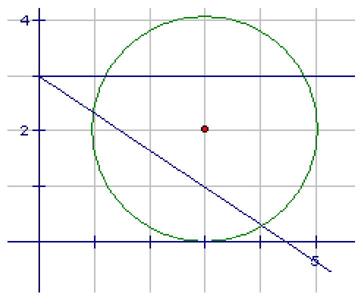
2010 年高考题

一、选择题

1.（2010 江西理）8. 直线 $y=kx+3$ 与圆 $\left(x-3\right)^2+\left(y-2\right)^2=4$ 相交于 M,N 两点，若 $\left|MN\right|\ge 2\sqrt{3}$，则 k 的取值范围是

A. $\left[-\frac{3}{4},0\right]$　　B. $\left[-\infty,-\frac{3}{4}\right]\cup[0,+\infty]$　　C. $\left[-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$　　D. $\left[-\frac{2}{3},0\right]$

【答案】A



【解析】考查直线与圆的位置关系、点到直线距离公式，重点考察数形结合的运用.

解法 1：圆心的坐标为（3.，2），且圆与 y 轴相切. 当 $|MN|=2\sqrt{3}$时，由点到直线距离公式，解得$[-\frac{3}{4},0]$；

解法 2：数形结合，如图由垂径定理得夹在两直线之间即可， 不取 $+\infty$，排除 B，考虑区间不对称，排除 C，利用斜率估值，选 A

2.（2010 安徽文）（4）过点（1，0）且与直线 x-2y-2=0 平行的直线方程是

（A）x-2y-1=0　　(B)x-2y+1=0　　(C)2x+y-2=0　　（D）x+2y-1=0

【答案】A

【解析】设直线方程为 $x-2y+c=0$，又经过 $(1,0)$，故 $c=-1$，所求方程为 $x-2y-1=0$.

【方法技巧】因为所求直线与与直线 x-2y-2=0 平行，所以设平行直线系方程为 $x-2y+c=0$，代入此直线所过的点的坐标，得参数值，进而得直线方程. 也可以用验证法，判断四个选项中方程哪一个过点（1，0）且与直线 x-2y-2=0 平行.

3.（2010 重庆文）（8）若直线 $y=x-b$ 与曲线 $\begin{cases}x=2+\cos\theta,\\ y=\sin\theta\end{cases}$（$\theta\in[0,2\pi)$）有两个不同的公共点，则实数 b 的取值范围为

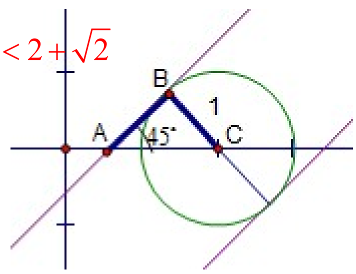
（A）$(2-\sqrt{2},1)$　　（B）$[2-\sqrt{2},2+\sqrt{2}]$

（C）$(-\infty,2-\sqrt{2})\cup(2+\sqrt{2},+\infty)$　　（D）$(2-\sqrt{2},2+\sqrt{2})$

【答案】D

解析：$\begin{cases}x=2+\cos\theta,\\ y=\sin\theta\end{cases}$ 化为普通方程 $(x-2)^2+y^2=1$，表示圆，

因为直线与圆有两个不同的交点，所以 $\frac{|2-b|}{\sqrt{2}}<1,$ 解得 $2-\sqrt{2}<b<2+\sqrt{2}$



法 2：利用数形结合进行分析得 $|AC|=2-b=\sqrt{2},\therefore b=2-\sqrt{2}$

同理分析，可知 $2-\sqrt{2}<b<2+\sqrt{2}$

4.（2010 重庆理）(8) 直线 y=$\frac{\sqrt{3}}{3}x+\sqrt{2}$ 与圆心为 D 的圆 $\begin{cases}x=\sqrt{3}+\sqrt{3}\cos\theta,\\ y=1+\sqrt{3}\sin\theta\end{cases}$ $(\theta\in[0,2\pi))$ 交与 A、B 两点，则直线 AD 与 BD 的倾斜角之和为

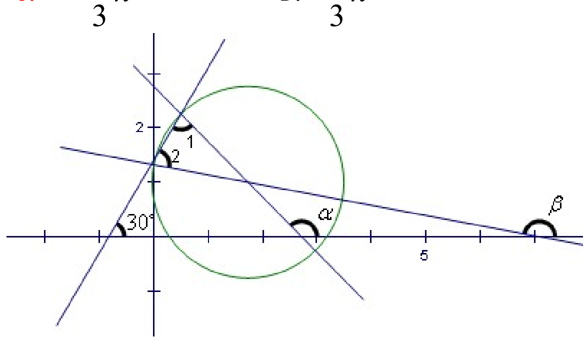
A. $\frac{7}{6}\pi$　　B. $\frac{5}{4}\pi$　　C. $\frac{4}{3}\pi$　　D. $\frac{5}{3}\pi$

【答案】C

解析：数形结合

$\angle 1=\alpha-30^{\circ}$　　$\angle 2=30^{\circ}+\pi-\beta$

由圆的性质可知 $\angle 1=\angle 2$



$\therefore \alpha - 30^\circ = 30^\circ + \pi - \beta$

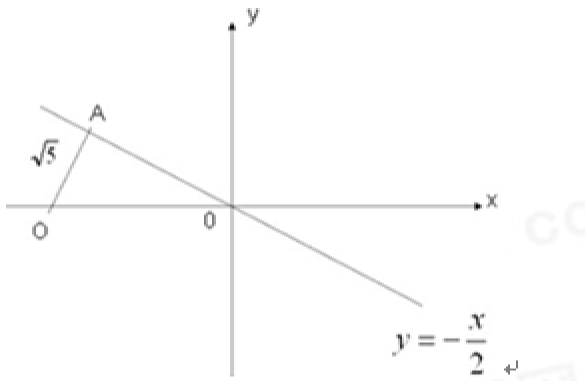
故$\alpha + \beta = \dfrac{4}{3}\pi$

5.（2010广东文）

6. 若圆心在x轴上、半径为$\sqrt{5}$的圆O位于y轴左侧，且与直线$x+2y=0$相切，则圆O的方程是

A. $(x-\sqrt{5})^2+y^2=5$　　B. $(x+\sqrt{5})^2+y^2=5$

C. $(x-5)^2+y^2=5$　　D. $(x+5)^2+y^2=5$



6.（2010全国卷1理）（11）已知圆O的半径为1，PA、PB为该圆的两条切线，A、B为两切点，那么$\overrightarrow{PA}\bullet\overrightarrow{PB}$的最小值为

(A) $-4+\sqrt{2}$　(B) $-3+\sqrt{2}$　(C) $-4+2\sqrt{2}$　(D) $-3+2\sqrt{2}$

分析：本小题主要考查向量的数量积运算与圆的切线长定理，着重考查设元引辅三角代换，以及利用均值求最值。同时也考查了考生综合运用数学知识解题的能力及运算能力.

解：设$\angle APB=2\theta$，则$\angle APO=\angle BPO=\theta$，$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=(\overrightarrow{PA})^2\cdot\cos 2\theta=\cot^2\theta\cdot\cos 2\theta=\dfrac{1-\sin^2\theta}{\sin^2\theta}\cdot(1-2\sin^2\theta)$

$=\dfrac{1}{\sin^2\theta}+2\sin^2\theta-3\ge 2\sqrt{2}-3$ 当且仅当$\dfrac{1}{\sin^2\theta}=2\sin^2\theta$，即$\sin^2\theta=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时取等号。故选D。

7.（2010安徽理）9、动点$A(x,y)$在圆$x^2+y^2=1$上绕坐标原点沿逆时针方向匀速旋转，12秒旋转一周。已知时间$t=0$时，点A的坐标是$(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，则当$0\le t\le 12$时，动点$A$的纵坐标$y$关于（单位：秒）的函数的单调递增区间是

A、$[0,1]$　　B、$[1,7]$　　C、$[7,12]$　　D、$[0,1]$和$[7,12]$

【答案】 D

【解析】画出图形，设动点 A 与 x 轴正方向夹角为 α，则 $t=0$ 时 $\alpha=\frac{\pi}{3}$，每秒钟旋转 $\frac{\pi}{6}$，在 $t\in[0,1]$ 上 $\alpha\in[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$，在 $[7,12]$ 上 $\alpha\in[\frac{3\pi}{2},\frac{7\pi}{3}]$，动点 A 的纵坐标 y 关于都是单调递增的。

【方法技巧】由动点 $A(x,y)$ 在圆 $x^2+y^2=1$ 上绕坐标原点沿逆时针方向匀速旋转，可知与三角函数的定义类似，由 12 秒旋转一周能求每秒钟所转的弧度，画出单位圆，很容易看出，当 t 在 $[0,12]$ 变化时，点 A 的纵坐标 y 关于（单位：秒）的函数的单调性的变化，从而得单调递增区间.

二、填空题

1.（2010 上海文）7. 圆 $C: x^2+y^2-2x-4y+4=0$ 的圆心到直线 $3x+4y+4=0$ 的距离 $d=$________。

【答案】3

解析：考查点到直线距离公式

圆心（1,2）到直线 $3x+4y+4=0$ 距离为 $\frac{|3\times1+4\times2+4|}{5}=3$

2.（2010 湖南文）14. 若不同两点 P,Q 的坐标分别为（a，b），（3-b，3-a），则线段 PQ 的垂直平分线 l 的斜率为________，圆（x-2）²+（y-3）²=1 关于直线对称的圆的方程为__

【答案】-1　$\underline{x^2+(y-1)^2=1}$.

3.（2010 全国卷 2 理）（16）已知球 O 的半径为 4，圆 M 与圆 N 为该球的两个小圆，AB 为圆 M 与圆 N 的公共弦，$AB=4$．若 $OM=ON=3$，则两圆圆心的距离 MN =________.

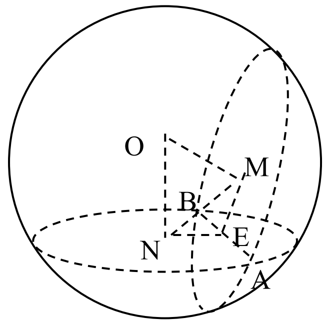
【答案】3

【命题意图】本试题主要考查球的截面圆的性质，解三角形问题.

【解析】设 E 为 AB 的中点，则 O，E，M，N 四点共面，如图，$\because AB=4$，所以 $\mathrm{OE}=\sqrt{\mathrm{R}^2-\left(\frac{\mathrm{AB}}{2}\right)^2}=2\sqrt{3}$，$\therefore \mathrm{ME}=\sqrt{3}$，由球的截面性质，有 $\mathrm{OM}\perp\mathrm{ME},\mathrm{ON}\perp\mathrm{NE}$，$\because$ $OM=ON=3$，所以 $\Delta\mathrm{MEO}$ 与 $\Delta\mathrm{NEO}$ 全等，所以 MN 被 OE 垂直平分，在直角三角形中，

由面积相等，可得，$MN=2\frac{ME \bullet MO}{OE}=3$

4.（2010 全国卷 2 文）（16）已知球 O 的半径为 4，圆 M 与圆 N 为该球的两个小圆，AB 为圆 M 与圆 N 的公共弦，$AB=4$，若 $OM=ON=3$，则两圆圆心的距离 $MN=$____________。



【解析】3：本题考查球、直线与圆的基础知识

∵ ON=3，球半径为 4，∴小圆 N 的半径为 $\sqrt{7}$，∵小圆 N 中弦长 AB=4，作 NE 垂直于 AB，∴ NE=$\sqrt{3}$，同理可得 $ME=\sqrt{3}$，在直角三角形 ONE 中，∵ NE=$\sqrt{3}$，ON=3，∴ $\angle EON=\frac{\pi}{6}$，∴ $\angle MON=\frac{\pi}{3}$，∴ MN=3

5.（2010 山东文）（16） 已知圆 C 过点（1,0），且圆心在 x 轴的正半轴上，直线 l：$y=x-1$ 被该圆所截得的弦长为 $2\sqrt{2}$，则圆 C 的标准方程为__________________.

答案：$(x-3)^2+y^2=4$

6.（2010 四川理）（14）直线 $x-2y+5=0$ 与圆 $x^2+y^2=8$ 相交于 A、B 两点，则 $|AB|=$________.

解析：方法一、圆心为(0,0)，半径为 $2\sqrt{2}$

圆心到直线 $x-2y+5=0$ 的距离为 $d=\frac{|0+0+5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\sqrt{5}$

故 $(\frac{|AB|}{2})^2+(\sqrt{5})^2=(2\sqrt{2})^2$

得 $|AB|=2\sqrt{3}$

答案：$2\sqrt{3}$

7.（2010 天津文）（14）已知圆 C 的圆心是直线 x-y+1=0 与 x 轴的交点，且圆 C 与直线 x+y+3=0 相切。则圆 C 的方程为______________________ 。

【答案】$(x+1)^2+y^2=2$

本题主要考查直线的参数方程，圆的方程及直线与圆的位置关系等基础知识，属于容易题。

令 y=0 得 x=-1，所以直线 x-y+1=0, 与 x 轴的交点为（-1. 0）

因为直线与圆相切，所以圆心到直线的距离等于半径，即 $r=\frac{|-1+0+3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，所以圆 C 的方程为 $(x+1)^2+y^2=2$

【温馨提示】直线与圆的位置关系通常利用圆心到直线的距离或数形结合的方法求解。

8.（2010 广东理）12. 已知圆心在 x 轴上，半径为 $\sqrt{2}$ 的圆 O 位于 y 轴左侧，且与直线 x+y=0 相切，则圆 O 的方程是_______

12． $(x+\sqrt{5})^2+y^2=5$． 设圆心为 $(a,0)(a<0)$， 则 $r=\frac{|a+2\times 0|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\sqrt{5}$， 解得 $a=-5$.

9.（2010 四川文）(14) 直线 $x-2y+5=0$ 与圆 $x^2+y^2=8$ 相交于 A、B 两点，则 $|AB|=$________.

【答案】$2\sqrt{3}$

解析：方法一、圆心为 (0, 0)，半径为 $2\sqrt{2}$ 圆心到直线 $x-2y+5=0$ 的距离为 $d=\frac{|0+0+5|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\sqrt{5}$ 故 $(\frac{|AB|}{2})^2+(\sqrt{5})^2=(2\sqrt{2})^2$

得 $|AB|=2\sqrt{3}$

10.（2010 山东理）

(16) 已知圆 C 过点 (1,0)，且圆心在 x 轴的正半轴上，直线 l：$y=x-1$ 被圆 C 所截得的弦长为 $2\sqrt{2}$，则过圆心且与直线 l 垂直的直线的方程为_________.

【解析】由题意，设所求的直线方程为 x+y+m=0，设圆心坐标为 (a,0)，则由题意知：

$(\frac{|a-1|}{\sqrt{2}})^2+2=(a-1)^2$，解得 a=3 或-1，又因为圆心在 x 轴的正半轴上，所以 a=3，故圆心坐标为（3，0），因为圆心（3，0）在所求的直线上，所以有 3+0+m=0，即 m=-3，故所求的直线方程为 x+y-3=0。

【命题意图】本题考查了直线的方程、点到直线的距离、直线与圆的关系，考查了同学们解决直线与圆问题的能力。

11.（2010 湖南理）

10.如图 1 所示，过⊙O 外一点 P 作一条直线与⊙O 交于 A, B 两点，已知 PA=2，点 P 到⊙O 的切线长 PT =4，则弦 AB 的长为________.

【答案】6

【解析】根据切线长定理

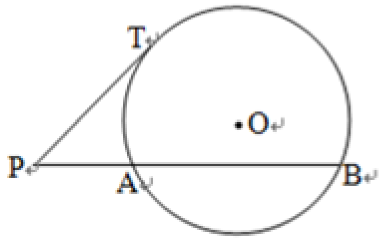


图 1

$$PT^2 = PA \cdot PB, PB = \frac{PT^2}{PA} = \frac{16}{2} = 8$$

所以 $AB = PB - PA = 8 - 2 = 6$

【命题意图】本题考察平面几何的切线长定理，属容易题。

12.（2010 江苏卷）9、在平面直角坐标系 x0y 中，已知圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上有且仅有四个点到直线 12x-5y+c=0 的距离为 1，则实数 c 的取值范围是____________

[解析]考查圆与直线的位置关系。　圆半径为 2，

圆心（0，0）到直线 12x-5y+c=0 的距离小于 1，$\frac{|c|}{13} < 1$，c 的取值范围是（-13，13）。

2009 年高考题

一、选择题

1.（辽宁理，4）已知圆 C 与直线 $x-y=0$ 及 $x-y-4=0$ 都相切，圆心在直线 $x+y=0$ 上，则圆 C 的方程为

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2$　　B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 2$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$　　D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 2$

【解析】圆心在 $x+y=0$ 上，排除 C、D，再结合图象，或者验证 A、B 中圆心到两直线的距离等于半径 $\sqrt{2}$ 即可.

【答案】B

2.（重庆理，1）直线 $y = x + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的位置关系为（　　）

A．相切　　B．相交但直线不过圆心　　C．直线过圆心　　D．相离

【解析】圆心 $(0,0)$ 为到直线 $y = x + 1$，即 $x - y + 1 = 0$ 的距离 $d = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$，而 $0 < \frac{\sqrt{2}}{2} < 1$，选 B。

【答案】B

3.（重庆文，1）圆心在 y 轴上，半径为 1，且过点（1，2）的圆的方程为（　　）

A．$x^2 + (y-2)^2 = 1$　　B．$x^2 + (y+2)^2 = 1$

C. $(x-1)^2+(y-3)^2=1$　　　　D. $x^2+(y-3)^2=1$

解法 1（直接法）：设圆心坐标为$(0,b)$，则由题意知$\sqrt{(o-1)^2+(b-2)}=1$，解得$b=2$，故圆的方程为$x^2+(y-2)^2=1$。

解法 2（数形结合法）：由作图根据点$(1,2)$到圆心的距离为 1 易知圆心为（0，2），故圆的方程为$x^2+(y-2)^2=1$

解法 3（验证法）：将点（1，2）代入四个选择支，排除 B，D，又由于圆心在y轴上，排除 C。

【答案】A

4. （**上海文，17**）点 P（4，－2）与圆$x^2+y^2=4$上任一点连续的中点轨迹方程是（　）

A. $(x-2)^2+(y+1)^2=1$　　　　B. $(x-2)^2+(y+1)^2=4$

C. $(x+4)^2+(y-2)^2=4$　　　　D. $(x+2)^2+(y-1)^2=1$

【解析】设圆上任一点为 Q（s，t），PQ 的中点为 A（x，y），则$\begin{cases} x=\dfrac{4+s}{2} \\ y=\dfrac{-2+t}{2} \end{cases}$，解得：$\begin{cases} s=2x-4 \\ t=2y+2 \end{cases}$，代入圆方程，得（2x－4）²＋（2y＋2）²＝4，整理，得：$(x-2)^2+(y+1)^2=1$

【答案】A

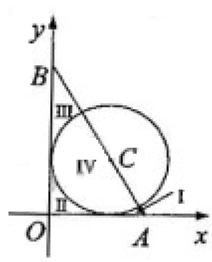
5. （**上海文，15**）已知直线$l_1:(k-3)x+(4-k)y+1=0,$与$l_2:2(k-3)x-2y+3=0,$平行，则k得值是（　　）

A.　1 或 3　　　B. 1 或 5　　　C. 3 或 5　　　D. 1 或 2

【解析】当 k＝3 时，两直线平行，当 k≠3 时，由两直线平行，斜率相等，得：$\dfrac{3-k}{4-k}$＝k－3，解得：k＝5，故选 C。

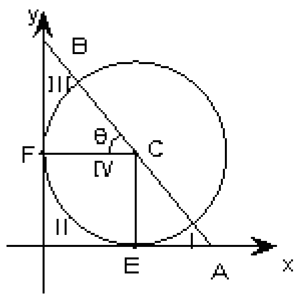
【答案】C

6. （**上海文，18**）过圆$C:(x-1)^2+(y-1)^2=1$的圆心，作直线分别交 x、y 正半轴于点 A、B，ΔAOB 被圆分成四部分（如图），



若这四部分图形面积满足$S_{\mathrm{I}}+S_{¥}=S_{\Pi}+S_{|||}$,则直线$AB$有（　　）

（A） 0 条　　（B） 1 条　　（C）　2 条　　（D） 3 条



【解析】由已知，得：$S_{IV}-S_{II}=S_{III}-S_{I}$,，第 II，IV 部分的面积是定值，所以，$S_{IV}-S_{II}$为定值，即$S_{III}-S_{I}$,为定值，当直线$AB$绕着圆心 C 移动时，只可能有一个位置符合题意，即直线AB只有一条，故选 B。

【答案】B

7.（**陕西理，4**）过原点且倾斜角为$60°$的直线被圆　$x^2+y^2-4y=0$所截得的弦长为

A. $\sqrt{3}$　　　　B. 2　　　　C. $\sqrt{6}$　　　D. $2\sqrt{3}$

解析：$x^2+y^2-4y=0\Leftrightarrow x^2+(y-2)^2=4$,

$\therefore A(0,2)$, $OA=2$, A到直线ON的距离是1, $\therefore ON=\sqrt{3}\Rightarrow$弦长$2\sqrt{3}$

【答案】D

二、填空题

8.（**广东文，13**）以点（2，-1）为圆心且与直线$x+y=6$相切的圆的方程是________.

【解析】将直线$x+y=6$化为$x+y-6=0$，圆的半径$r=\dfrac{|2-1-6|}{\sqrt{1+1}}=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$,

所以圆的方程为$(x-2)^2+(y+1)^2=\dfrac{25}{2}$

【答案】$(x-2)^2+(y+1)^2=\dfrac{25}{2}$

9.（**天津理，13**）设直线l_1的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\\y=1+3t\end{cases}$（$t$为参数），直线$l_2$的方程为 $y=3x+4$

则l_1与l_2的距离为_______

【解析】由题直线l_1的普通方程为$\boldsymbol{3x-y-2=0}$，故它与与l_2的距离为$\dfrac{|4+2|}{\sqrt{10}}=\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$。

【答案】$\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$

10.（**天津文，14**）若圆$x^2+y^2=4$与圆$x^2+y^2+2ay-6=0(a>0)$的公共弦长为$2\sqrt{3}$，

则 a=________.

【解析】由已知，两个圆的方程作差可以得到相交弦的直线方程为 $y=\frac{1}{a}$ ，

利用圆心（0，0）到直线的距离 d$=\frac{|\frac{1}{a}|}{\sqrt{1}}$为$\sqrt{2^2-\sqrt{3}^2}=1$，解得 a=1.

【答案】1

11.（**全国Ⅰ文 16**）若直线 m 被两平行线 $l_1: x-y+1=0$与$l_2: x-y+3=0$ 所截得的线段的长为 $\mathbf{2\sqrt{2}}$，则 m 的倾斜角可以是

①$15^\circ$　②$30^\circ$　③$45^\circ$　④ 60°　⑤$75^\circ$

其中正确答案的序号是___________.（写出所有正确答案的序号）

【解析】解: 两平行线间的距离为 $\boldsymbol{d=\frac{|3-1|}{\sqrt{1+1}}=\sqrt{2}}$，由图知直线 m 与 $\boldsymbol{l_1}$ 的夹角为 $\mathbf{30^o}$， $\boldsymbol{l_1}$ 的倾斜角为 $\mathbf{45^o}$，所以直线 m 的倾斜角等于 $\mathbf{30^o+45^0=75^0}$ 或 $\mathbf{45^o-30^0=15^0}$ 。

【答案】①⑤

12.（**全国Ⅱ理 16**）已知 AC、BD 为圆 $O: x^2+y^2=4$ 的两条相互垂直的弦，垂足为 $M\left(1,\sqrt{2}\right)$, 则四边形 $ABCD$ 的面积的最大值为________________。

【解析】设圆心 O 到 AC、BD 的距离分别为 d_1、d_2, 则 $d_1{}^2+d_2{}^2=OM^2=3$.

四边形 $ABCD$ 的面积 $S=\frac{1}{2}|AB|\cdot|CD|=2\sqrt{(4-d_1{}^2)(4-d_2{}^2)}\le 8-(d_1{}^2+d_2{}^2)=5$

【答案】5

13.（**全国Ⅱ文 15**）已知圆 O: $x^2+y^2=5$ 和点 A（1，2），则过 A 且与圆 O 相切的直线与两坐标轴围成的三角形的面积等于_____________

【解析】由题意可直接求出切线方程为 y-2=$-\frac{1}{2}$(x-1)，即 x+2y-5=0, 从而求出在两坐标轴上的截距分别是 5 和$\frac{5}{2}$，所以所求面积为$\frac{1}{2}\times\frac{5}{2}\times 5=\frac{25}{4}$ 。

【答案】 $\frac{25}{4}$

14.（**湖北文 14**）过原点 O 作圆 $x^2+y^{2-}-6x-8y+20=0$ 的两条切线，设切点分别为 P、Q, 则线段 PQ 的长为_____________。

【解析】可得圆方程是 $\boldsymbol{(x-3)^2+(y-4)^2=5}$ 又由圆的切线性质及在三角形中运用正弦定

理得$\left|PQ\right|=4$.

【答案】4

15.（**江西理 16**）．设直线系$M:x\cos\theta+(y-2)\sin\theta=1\,(0\le\theta\le2\pi)$，对于下列四个命题：

A．M 中所有直线均经过一个定点

B．存在定点P不在M 中的任一条直线上

C．对于任意整数$n(n\ge3)$，存在正n边形，其所有边均在M 中的直线上

D．M 中的直线所能围成的正三角形面积都相等

其中真命题的代号是____________________（写出所有真命题的代号）．

【解析】因为$x\cos\theta+(y-2)\sin\theta=1$所以点$P(0,2)$到$M$中每条直线的距离

$$d=\frac{1}{\sqrt{\cos^2\theta+\sin^2\theta}}=1$$

即M 为圆$C:x^2+(y-2)^2=1$的全体切线组成的集合，从而M 中存在两条平行直线，

所以A错误；

又因为$(0,2)$点不存在任何直线上，所以 B 正确；

对任意$n\ge3$，存在正n边形使其内切圆为圆C，故C正确；

M 中边能组成两个大小不同的正三角形ABC和AEF，故 D 错误，

故命题中正确的序号是 B，C.

【答案】B,C

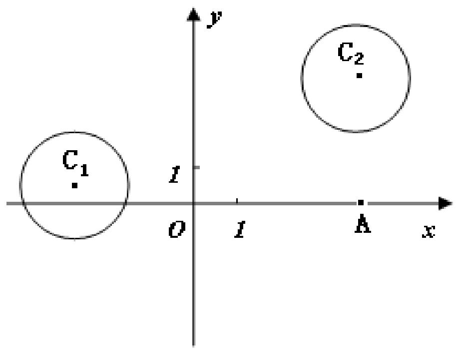
三、解答题

16.（**2009 江苏卷 18**）（本小题满分 16 分）

在平面直角坐标系xoy中，已知圆$C_1:(x+3)^2+(y-1)^2=4$和圆$C_2:(x-4)^2+(y-5)^2=4$.

（1）若直线过点$A(4,0)$，且被圆C_1截得的弦长为$2\sqrt{3}$，求直线的方程；

（2）设P为平面上的点，满足：存在过点P的无穷多对互相垂直的直线l_1和l_2，它们分别与圆C_1和圆C_2相交，且直线l_1被圆C_1截得的弦长与直线l_2被圆C_2截得的弦长相等，试求所有满足条件的点P的坐标。



解　(1) 设直线的方程为：$y=k(x-4)$，即$kx-y-4k=0$

由垂径定理，得：圆心C_1到直线的距离$d=\sqrt{4^2-(\frac{2\sqrt{3}}{2})^2}=1$，

结合点到直线距离公式，得：$\frac{|-3k-1-4k|}{\sqrt{k^2+1}}=1,$

化简得：$24k^2+7k=0,k=0,or,k=-\frac{7}{24}$

求直线的方程为：$y=0$或$y=-\frac{7}{24}(x-4)$，即$y=0$或$7x+24y-28=0$

(2) 设点P坐标为(m,n)，直线l_1、l_2的方程分别为：

$y-n=k(x-m),y-n=-\frac{1}{k}(x-m)$，即：$kx-y+n-km=0,-\frac{1}{k}x-y+n+\frac{1}{k}m=0$

因为直线l_1被圆C_1截得的弦长与直线l_2被圆C_2截得的弦长相等，两圆半径相等。

由垂径定理，得：：圆心C_1到直线l_1与C_2直线l_2的距离相等。

故有：$\frac{|-3k-1+n-km|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{|-\frac{4}{k}-5+n+\frac{1}{k}m|}{\sqrt{\frac{1}{k^2}+1}}$，

化简得：$(2-m-n)k=m-n-3,或(m-n+8)k=m+n-5$

关于k的方程有无穷多解，有：$\begin{cases}2-m-n=0\\m-n-3=0\end{cases},或\begin{cases}m-n+8=0\\m+n-5=0\end{cases}$

解之得：点P坐标为$(-\frac{3}{2},\frac{13}{2})$或$(\frac{5}{2},-\frac{1}{2})$。

2008年高考题

一、选择题

1.（**2008年全国Ⅱ理11**）等腰三角形两腰所在直线的方程分别为$x+y-2=0$与x-7y-4=0,原点在等腰三角形的底边上，则底边所在直线的斜率为（　　）.

A．3　　B．2　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{1}{2}$

答案　A

解析　$l_1:x+y-2=0,k_1=-1$，$l_2:x-7y-4=0,k_2=\frac{1}{7}$，设底边为$l_3:y=kx$

由题意，l_3到l_1所成的角等于l_2到l_3所成的角于是有

$$\frac{k_1-k}{1+k_1k}=\frac{k-k_2}{1+k_2k}\Rightarrow\frac{k+1}{k-1}=\frac{7k-1}{7+3}$$

再将A、B、C、D代入验证得正确答案 是A。

2.（**2008年全国Ⅱ文3**）原点到直线 $x+2y-5=0$ 的距离为 （　　）

A．1　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

答案　D

解析　$d=\frac{|-5|}{\sqrt{1+2^2}}=\sqrt{5}$。

3.（**2008四川4**）将直线 $y=3x$ 绕原点逆时针旋转 90^0，再向右平移1个单位长度，所得到的直线为 （　　）

A. $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$　　B. $y=-\frac{1}{3}x+1$

C. $y=3x-3$　　D. $y=\frac{1}{3}x+1$

答案　A

4.（**2008上海15**）如图，在平面直角坐标系中，Ω 是一个与 x 轴的正半轴、y 轴的正半轴分别相切于点 C、D 的定圆所围成的区域（含边界），A、B、C、D 是该圆的四等分点．若点 $P(x,\ y)$、点 $P'(x',\ y')$ 满足 $x\leqslant x'$ 且 $y\geqslant y'$，则称 P 优于 P'．如果 Ω 中的点 Q 满足：不存在 Ω 中的其它点优于 Q，那么所有这样的点 Q 组成的集合是劣弧 （　　）

A．$\overset{\frown}{AB}$　　B．$\overset{\frown}{BC}$　　C．$\overset{\frown}{CD}$　　D．$\overset{\frown}{DA}$

答案　D

5.（**2007重庆文**）若直线与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 P、Q 两点，且∠POQ＝120°（其中 O 为原点），则 k 的值为 （　　）

A.$-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}$　　C.$-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}$

答案　A

6.（**2007天津文**）“$a=2$”是“直线 $ax+2y=0$ 平行于直线 $x+y=1$”的 （　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

答案　C

二、填空题

8.（**2008天津文15，**）已知圆 C 的圆心与点 $P(-2,1)$ 关于直线 y=x+1 对称，直线

3x+4y-11=0

与圆 C 相交于 A,B 两点，且 $|AB|=6$，则圆 C 的方程为_______.

答案　$x^2+(y+1)^2=18$

9.（**2008四川文14**）已知直线 $l:x-y+4=0$ 与圆 $C:\left(x-1\right)^2+\left(y-1\right)^2=2$，则 C 上各点到的距离的最小值为_______.

答案　$\sqrt{2}$

10.（**2008广东理11**）经过圆 $x^2+2x+y^2=0$ 的圆心 C，且与直线 $x+y=0$ 垂直的直线程是 __________.

答案　$x-y+1=0$

第二部分　四年联考汇编

2013-2014年联考题

一．基础题组

1. 【河北省唐山市一中2014届高三12月月考】直线 $x-2y-3=0$ 与圆C：$(x-2)^2+(y+3)^2=9$ 交于 E,F 两点，则 ΔECF 的面积为（　　）

A. $\dfrac{3}{2}$　　B. $2\sqrt{5}$　　C. $\dfrac{3\sqrt{5}}{5}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

【答案】B

【解析】

试题分析：$\because \begin{cases} x-2y-3=0 \\ (x-2)^2+(y+3)^2=9 \end{cases}$，$\therefore$ 得出交点为 $E(1+\dfrac{4\sqrt{5}}{5},-1+\dfrac{2\sqrt{5}}{5})$，$F(1-\dfrac{4\sqrt{5}}{5},-1-\dfrac{2\sqrt{5}}{5})$，

$\therefore |EF|=4$，又$\because$圆心到直线的距离为 $d=\sqrt{5}$，$\therefore S_{\Delta}=\dfrac{1}{2}\times 4\times\sqrt{5}=2\sqrt{5}$.

考点：1.直线与圆相交；2.点到直线的距离.

二．能力题组

1.【山西省曲沃中学2014届高三上学期期中考试】已知直线 $a^2x+y+2=0$ 与直线 $bx-(a^2+1)y-1=0$ 互相垂直，则 $|ab|$ 的最小值为（　　）

A．5　　B．4　　C．2　　D．1

【答案】C

【解析】

试题分析：由已知有$a^2b+[-(a^2+1)]=0$，$\therefore b=\dfrac{a^2+1}{a^2}$，$\therefore |ab|=|a\times\dfrac{a^2+1}{a^2}|=|a+\dfrac{1}{a}|=|a|+|\dfrac{1}{a}|\geq 2$.

考点：1.两直线垂直的充要条件；2.均值定理的应用.

三、拔高题组

1. 【山西省曲沃中学2014届高三上学期期中考试】已知圆$C_1:(x-2)^2+(y-3)^2=1$，圆$C_2:(x-3)^2+(y-4)^2=9$，M,N分别是圆C_1,C_2上的动点，P为x轴上的动点，则$|PM|+|PN|$的最小值为（　　）

A．$5\sqrt{2}-4$　　B．$\sqrt{17}-1$　　C．$6-2\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{17}$

【答案】A

【解析】

试题分析：作圆C_3：$(x-2)^2+(y+3)^2=1$，连结$C_2(3,4)$，$C_3(2,-3)$交x轴于P，交圆C_2于M，交圆C_3于N'，连接NP，$(x-2)^2+(y+3)^2=1$，$(x-3)^2+(y-4)^2=9$，$y=7x-17$，$2<x<3$，$P(\dfrac{17}{7},0)$，$M(3-\dfrac{3\sqrt{2}}{10},4-\dfrac{21\sqrt{2}}{10})$，$N'(2+\dfrac{\sqrt{2}}{10},-3+\dfrac{7\sqrt{2}}{10})$，$(3-\dfrac{3\sqrt{2}}{10}-2-\dfrac{\sqrt{2}}{10})^2+(4-\dfrac{21\sqrt{2}}{10}+3-\dfrac{7\sqrt{2}}{10})^2$，$|PM|+|PN|=|PM|+|PN'|=|MN'|=5\sqrt{2}-4$.

考点：利用对称法求最值.

一．基础题组

1. 【黑龙江省佳木斯市第一中学2013—2014年度高三第三次调研试卷数学试卷（理）】

直线$\ell_1:(3+a)x+4y=5-3a$和直线$\ell_2:2x+(5+a)y=8$平行，则$a=$（　　）

A．-7或-1　　B．-7　　C．7或1　　D．-1

【答案】B

【解析】

试题分析：根据题意有 $\frac{3+a}{2}=\frac{4}{5+a}\neq\frac{5-3a}{8}$，解得 $a=-7$，选 B.

考点：直线与直线平行.

2. 【黑龙江省佳木斯市第一中学 2013—2014 年度高三第三次调研试卷数学试卷（理）】

已知实数 x,y 满足 $x^2+y^2-4x+6y+12=0$，则 $|2x-y-2|$ 的最小值是（　　）

A. $5-\sqrt{5}$　　B. $4-\sqrt{5}$　　C. $\sqrt{5}-1$　　D. $5\sqrt{5}$

【答案】A

【解析】

试题分析：将 $x^2+y^2-4x+6y+12=0$ 化为，$(x-2)^2+(y+3)^2=1$，

$|2x-y-2|=\sqrt{5}\times\frac{|2x-y-2|}{\sqrt{5}}$，从几何意义讲，表示在圆 $(x-2)^2+(y+3)^2=1$ 上的点到直线

$2x-y-2=0$ 的距离的 $\sqrt{5}$ 倍，要使其值最小，只需 $\frac{|2x-y-2|}{\sqrt{5}}$ 最小即可，由直线和圆的位置关

系可知 $\left(\frac{|2x-y-2|}{\sqrt{5}}\right)_{\min}=\frac{|2\times2+3-2|}{\sqrt{5}}-1=\sqrt{5}-1$，所以 $|2x-y-2|$ 的最小值为

$\sqrt{5}\times(\sqrt{5}-1)=5-\sqrt{5}$，选 A.

考点：直线和圆的位置关系、点到线的距离公式.

3. 【黑龙江省双鸭山一中 2014 届高三上学期期中考试数学（理）试题】若直线

$l_1:y=kx-\sqrt{3}$ 与 $l_2:2x+3y-6=0$ 的交点在第一象限，则直线 l_1 的倾斜角的取值范围是

（　　）

A. $[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3})$　　B. $(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$　　C. $(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2})$　　D. $[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$

【答案】B

【解析】

试题分析：联立两直线方程得$\begin{cases} y=kx-\sqrt{3} & ① \\ 2x+3y-6=0② \end{cases}$，

将①代入②得，$x=\dfrac{3\sqrt{3}+6}{2+3k}$③

把③代入①，得 $y=\dfrac{6k-2\sqrt{3}}{2+3k}$,所以两直线的交点坐标为$(\dfrac{3\sqrt{3}+6}{2+3k},\dfrac{6k-2\sqrt{3}}{2+3k})$，

因为两直线的交点在第一象限，所以得到$\begin{cases} \dfrac{3\sqrt{3}+6}{2+3k}>0 \\ \dfrac{6k-2\sqrt{3}}{2+3k}>0 \end{cases}$，解得$k>\dfrac{\sqrt{3}}{3}$；

设直线l的倾斜角为θ，则 $\tan\theta>\dfrac{\sqrt{3}}{3},\theta\in[0,\pi)$，

所以，$\theta\in(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2})$，故选B.

考点：两直线的位置关系，直线的倾斜角与斜率，不等式组的解法.

4.【黑龙江省双鸭山一中2014届高三上学期期中考试数学（理）试题】已知直线 $l_1:(a-2)x+3y+a=0$ 与 $l_2:ax+(a-2)y-1=0$ 互相垂直，则 $a=$_________.

【答案】2或-3

【解析】

试题分析：因为，直线$l_1:(a-2)x+3y+a=0$与$l_2:ax+(a-2)y-1=0$互相垂直，

所以．$(a-2)a+3(a-2)=0$，解得，$a=2$或-3.

考点：直线垂直的条件

二．能力题组

1．【黑龙江省佳木斯市第一中学2013—2014年度高三第三次调研试卷数学试卷（理）】圆心在曲线$y=\dfrac{2}{x}(x>0)$上，且与直线$2x+y+1=0$相切的面积最小的圆的方程为（　　）

A. $(x-1)^2+(y-2)^2=5$　　　　B. $(x-2)^2+(y-1)^2=5$

C. $(x-1)^2+(y-2)^2=25$　　D. $(x-2)^2+(y-1)^2=25$

【答案】A

【解析】

试题分析:设此圆的圆心坐标为$\left(x_0,\dfrac{2}{x_0}\right)$,则圆的半径$r=\dfrac{|2x_0+\dfrac{2}{x_0}+1|}{\sqrt{5}}\geq\dfrac{2\sqrt{2x_0\cdot\dfrac{2}{x_0}}+1}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$,

当且仅当$2x_0=\dfrac{2}{x_0}$,$x_0=1$时，等号成立，圆的面积最小，此时圆心坐标为$(1,2)$，半径为$\sqrt{5}$，所以圆的方程为$(x-1)^2+(y-2)^2=5$，选 A.

考点：圆的方程、基本不等式.

2.【黑龙江省双鸭山一中 2014 届高三上学期期中考试数学（理）试题】(本小题满分 12 分)

已知定点$M(0,2)$，$N(-2,0)$，直线$l:kx-y-2k+2=0$（k为常数).

（1）若点M、N到直线的距离相等，求实数k的值;

（2）对于上任意一点P，$\angle MPN$恒为锐角，求实数k的取值范围.

【答案】(1) k 的值为 1 或$\dfrac{1}{3}$. (2) $k<-\dfrac{1}{7}$或 $k>1$.

【解析】

试题分析：(1)根据点 M,N 到直线 l 的距离相等，可得 l∥MN 或 l 过 MN 的中点.

按 l∥MN、l 过 MN 的中点讨论得到 k 的值为 1 或$\dfrac{1}{3}$.

本题难度不大，但易于出现漏解现象.

(2)根据∠MPN 恒为锐角，得知 l 与以 MN 为直径的圆相离，即圆心到直线 l 的距离大于半径，从而建立 k 的不等式而得解.

试题解析：(1)∵点 M,N 到直线 l 的距离相等，

∴l∥MN或l过MN的中点.

∵M(0,2),N(-2,0),

∴$k_{MN}=1$，MN的中点坐标为C(-1,1).

又∵直线l: $kx-y-2k+2=0$过点D(2,2),

当l∥MN时，$k=k_{MN}=1$,

当l过MN的中点时，$k=k_{CD}=\frac{1}{3}$,

综上可知：k的值为1或$\frac{1}{3}$.

(2)∵对于l上任意一点P，∠MPN恒为锐角,

∴l与以MN为直径的圆相离，即圆心到直线l的距离大于半径， $d=\frac{|-k-1-2k+2|}{\sqrt{k^2+1}}>\sqrt{2}$,

解得：$k<-\frac{1}{7}$或$k>1$.

考点：距离，直线与圆的位置关系.

三．拔高题组

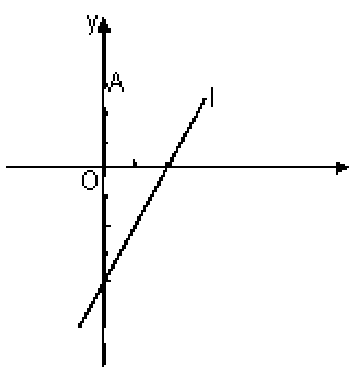
1．【黑龙江省佳木斯市第一中学2013—2014年度高三第三次调研试卷数学试卷（理）】

（本小题满分12分）

如图，在平面直角坐标系xOy中，点A(0,3),直线：$y=2x-4$，设圆C的半径为1，圆心在上.

(1)若圆心C也在直线$y=x-1$上,过点A作圆C的切线,求切线的方程;

(2)若圆C上存在点M,使$|MA|=2|MO|$,求圆心C的横坐标a的取值范围.



【答案】(1) 切线方程为 $y=3$ 和 $3x+4y-12=0$；(2) $a\in(\frac{4}{5},2)$.

【解析】

试题分析：(1) 先联立直线方程求出圆心坐标，写出圆的方程，设出直线方程，利用圆心到此直线距离为半径求解；(2) 设出 M 点坐标，利用 $|MA|=2|MO|$ 可得 M，在 $(x+1)^2+y^2=4$ 上，又 M 在圆 C 上，利用两圆相交建立关系求解.

试题解析：(1) 联立 $y=x-1$ 和 $y=2x-4$ 可得圆心 C（3，2），又因为半径为 1，

所以圆 C 的方程为 $(x-3)^2+(y-2)^2=1$

设过点 A 的切线方程为： $y=kx+3$

圆心到直线的距离为 $\frac{|3k+3-2|}{\sqrt{1+k^2}}=1$

所以 $k=0$ 或 $k=-\frac{3}{4}$

所求切线方程为 $y=3$ 和 $3x+4y-12=0$.

(2) 设点 $M(x,y)$，因为 $|MA|=2|MO|$

所以 $\sqrt{x^2+(y-3)^2}=2\sqrt{x^2+y^2}$

$(x+1)^2+y^2=4$

又因为点 M 在圆 C 上，

所以圆 $(x+1)^2+y^2=4$ 与圆 C 相交，

设点 $C(a,2a-4)$，两圆圆心距满足：$1<\sqrt{(a+1)^2+(2a-4)^2}<3$，　　所以 $a\in(\frac{4}{5},2)$.

考点：直线和圆的位置关系、圆与圆的位置关系、点到线的距离公式.

2. 【玉溪一中 2013-2014 学年上学期期中考试高二数学（理科）试卷】(本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，已知圆 $C_1:(x+3)^2+(y-1)^2=4$ 和圆 $C_2:(x-4)^2+(y-5)^2=4$.

(1) 若直线过点 $A(4,0)$，且被圆 C_1 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$，求直线的方程;

(2) 设 P 为平面上的点，满足：存在过点 P 的无穷多对互相垂直的直线 l_1 和 l_2，它们分别与圆 C_1 和圆 C_2 相交，且直线 l_1 被圆 C_1 截得的弦长与直线 l_2 被圆 C_2 截得的弦长相等，试求所有满足条件的点 P 的坐标.

【答案】(1) $y=0$ 或 $7x+24y-28=0$；(2) $P(-\frac{3}{2},\frac{13}{2})$ 或 $P(\frac{5}{2},-\frac{1}{2})$.

【解析】

试题分析：（1）涉及到圆的弦长问题，我们一般利用弦心距，弦的一半，相应半径所构成的直角三角形，本题中由弦长为$2\sqrt{3}$，半径为 2，可求得弦心距为 1，此即为圆心到直线的距离，利用点到直线的距离公式，可求得斜率k．利用方程思想求k时要注意直线斜率不存在即直线与x轴垂直的情形．否则可能漏．（2）由（1）的分析可知直线l_1被圆C_1截得的弦长与直线l_2被圆C_2截得的弦长相等可得圆心C_1到直线l_1的距离与圆心C_2到直线l_2距离相等，所以我们可设P点坐标为(m,n)，直线l_1,l_2的方程分别为$y-n=k(x-m)$，$y-n=-\frac{1}{k}(x-m)$，利用圆心C_1到直线l_1的距离与圆心C_2到直线l_2距离相等列出关于k的方程，再转化为关于k的方程有无穷解问题，从而得解．

试题解析：（1）设直线l的方程为$y=k(x-4)$，即$kx-y-4k=0$

由垂径定理得圆心C_1到直线l的距离$d=\sqrt{2^2-(\frac{2\sqrt{3}}{2})^2}=1$

结合点到直线的距离公式得$\frac{|-3k-1-4k|}{\sqrt{k^2+1}}=1\Rightarrow k=0$或$k=-\frac{7}{24}$

所求直线l的方程为$y=0$或$y=-\frac{7}{24}(x-4)$，即$y=0$或$7x+24y-28=0$

（2）设点$P(m,n)$，直线l_1,l_2的方程分别为$y-n=k(x-m),y-n=-\frac{1}{k}(x-m)$

即$kx-y+n-km=0,-\frac{1}{k}x-y+n+\frac{m}{k}=0$

由题意可知圆心C_1到直线l_1的距离等于C_2到直线l_2的距离

即$\frac{|-3k-1+n-km|}{\sqrt{k^2+1}}=\frac{\left|-\frac{4}{k}-5+n+\frac{m}{k}\right|}{\sqrt{\frac{1}{k^2}+1}}$，化简得

$(2-m-n)k=m-n-3$或$(m-n+8)k=m+n-5$，关于k的方程由无穷多解，则有

$\begin{cases}2-m-n=0\\m-n-3=0\end{cases}$或$\begin{cases}m-n+8=0\\m+n-5=0\end{cases}$，故$P(-\frac{3}{2},\frac{13}{2})$或$P(\frac{5}{2},-\frac{1}{2})$．

考点：(1)点到直线距离公式；（2）方程解的个数问题．

2012-2013 年联考题

1.【天津市新华中学 2013 届高三第三次月考理】倾斜角为 135°，在 y 轴上的截距为 -1 的直线方程是（　　）

A. $x-y+1=0$　　　　B. $x-y-1=0$

C. $x+y-1=0$　　　　D. $x+y+1=0$

【答案】D

【解析】直线的斜率为 $k=\tan 135^\circ=-1$，所以满足条件的直线方程为 $y=-x-1$，即 $x+y+1=0$，选 D.

2.【山东省枣庄三中 2013 届高三上学期 1 月阶段测试理】在直角坐标系中，直线 $\sqrt{3}x+y-3=0$ 的倾斜角是

A. $\frac{\pi}{6}$　　　*B.* $\frac{\pi}{3}$　　　*C.* $\frac{5\pi}{6}$　　　*D.* $\frac{2\pi}{3}$

【答案】D

【解析】直线的斜截式方程为 $y=-\sqrt{3}x+3$，即直线的斜率 $k=\tan\alpha=-\sqrt{3}$，所以 $\alpha=\frac{2\pi}{3}$，选 D.

3.【天津市新华中学 2013 届高三第三次月考理】若直线 l_1：$ax+2y-8=0$ 与直线 l_2：$x+(a+1)y+4=0$ 平行，则 a 的值为（　　）

A. 1　　　　B. 1 或 2　　　　C. -2　　　　D. 1 或-2

【答案】A

【解析】直线 l_1 的方程为 $y=-\frac{a}{2}x+4$，若 $a=-1$，则两直线不平行，所以 $a\neq-1$，要使两直线平行，则有 $\frac{a}{1}=\frac{2}{a+1}\neq\frac{-8}{4}=-2$，由 $\frac{a}{1}=\frac{2}{a+1}$，解得 $a=1$ 或 $a=-2$。当 $a=-2$ 时，$\frac{a}{1}=-2$，所以不满足条件，所以 $a=1$，选 A.

4.【北京市朝阳区 2013 届高三上学期期末理】“$k=1$”是“直线 $x-y+k=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交”的

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

【答案】A

【解析】要使直线 $x-y+k=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交，则有圆心到直线的距离 $d=\frac{|k|}{\sqrt{2}}\le 1$。即 $|k|\le\sqrt{2}$，所以 $-\sqrt{2}\le k\le\sqrt{2}$，所以"$k=1$"是"直线 $x-y+k=0$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交"的充分不必要条件，选 A.

5.【云南省玉溪一中 2013 届高三第五次月考理】直线 $\sqrt{2}ax+by=1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 A,B 两点(其中 a,b 是实数)，且 $\triangle AOB$ 是直角三角形(O 是坐标原点)，则点 $P(a,b)$ 与点 $(0,1)$ 之间距离的最大值为（　　）

A. $\sqrt{2}+1$　　B. 2　　C. $\sqrt{2}$　　D. $\sqrt{2}-1$

【答案】A

【解析】因为 $\triangle AOB$ 是直角三角形，所以圆心到直线的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，所以 $\frac{1}{\sqrt{2a^2+b^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即 $2a^2+b^2=2$。所以 $a^2=1-\frac{b^2}{2}$，由 $a^2=1-\frac{b^2}{2}\ge 0$，得 $b^2\le 2,-\sqrt{2}\le b\le\sqrt{2}$。所以点 $P(a,b)$ 与点 $(0,1)$ 之间距离为 $d=\sqrt{a^2+(b-1)^2}=\sqrt{1-\frac{b^2}{2}+(b-1)^2}$ $=\sqrt{\frac{b^2}{2}-2b+2}=\sqrt{\frac{(b-2)^2}{2}}$，即 $d=\sqrt{\frac{(b-2)^2}{2}}=\frac{|b-2|}{\sqrt{2}}$，因为 $-\sqrt{2}\le b\le\sqrt{2}$，所以当 $b=-\sqrt{2}$ 时，$d=\frac{|b-2|}{\sqrt{2}}=\frac{|-\sqrt{2}-2|}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}}=1+\sqrt{2}$ 为最大值，选 A.

6.【贵州省六校联盟 2013 届高三第一次联考理】 若点 $P(1,1)$ 为圆 $x^2+y^2-6x=0$ 的弦 MN 的中点，则弦 MN 所在直线方程为（　　）

A． $2x+y-3=0$　　B． $x-2y+1=0$　　C． $x+2y-3=0$

D． $2x-y-1=0$

【答案】D

【解析】圆的标准方程为 $(x-3)^2+y^2=9$，圆心为 $A(3,0)$，因为点 $P(1,1)$ 弦 MN 的中点，所以 $AP\perp MN$，AP 的斜率为 $k=\frac{1-0}{1-3}=-\frac{1}{2}$，所以直线 MN 的斜率为 2，所以弦 MN 所在

直线方程为 $y-1=2(x-1)$，即 $2x-y-1=0$，选 D.

7.【贵州省遵义四中 2013 届高三第四次月考理】过点 $P(1,3)$ 且在 x 轴上的截距和在 y 轴上的截距相等的直线方程为（　）

（A）$x+y-4=0$　　　　（B）$3x-y=0$

（C）$x+y-4=0$ 或 $3x+y=0$　　（D）$x+y-4=0$ 或 $3x-y=0$

【答案】D

【解析】若直线过原点，设直线方程为 $y=kx$，把点 $P(1,3)$ 代入得 $k=3$，此时直线为 $y=3x$，即 $3x-y=0$。若直线不经过原点，在设直线方程为 $\frac{x}{a}+\frac{y}{a}=1$，即 $x+y=a$。把点 $P(1,3)$ 代入得 $a=4$，所以直线方程为 $x+y=4$，即 $x+y-4=0$，所以选 D.

8.【北京市昌平区 2013 届高三上学期期末理】以双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的右焦点为圆心，并与其渐近线相切的圆的标准方程是__________.

【答案】$(x-5)^2+y^2=16$

【解析】双曲线的渐近线为 $y=\pm\frac{4}{3}x$，不妨取 $y=\frac{4}{3}x$，即 $4x-3y=0$。双曲线的右焦点为 $(5,0)$，圆心到直线 $4x-3y=0$ 的距离为 $d=\frac{|4\times5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=4$，即圆的半径为 4，所以所求圆的标准方程为 $(x-5)^2+y^2=16$。

9.【北京市东城区 2013 届高三上学期期末理】已知圆 C：$x^2+y^2-6x+8=0$，则圆心 C 的坐标为___；

若直线 $y=kx$ 与圆 C 相切，且切点在第四象限，则 $k=$___.

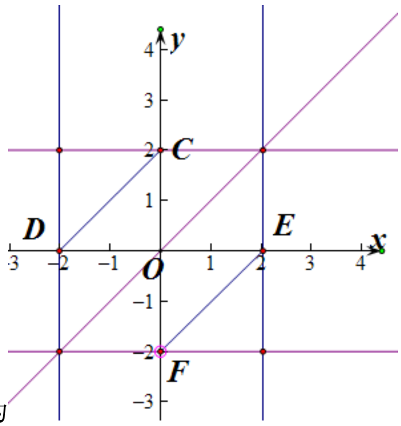
【答案】$(3,0)$　　$-\frac{\sqrt{2}}{4}$

【解析】圆的标准方程为 $(x-3)^2+y^2=1$，所以圆心坐标为 $(3,0)$，半径为 1. 要使直线 $y=kx$ 与圆 C 相切，且切点在第四象限，所以有 $k<0$。圆心到直线 $kx-y=0$ 的距离为 $\frac{|3k|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，即 $k^2=\frac{1}{8}$，所以 $k=-\frac{\sqrt{2}}{4}$。

10.【北京市丰台区 2013 届高三上学期期末理】已知直线 $y=x+b$ 与平面区域 C: $\begin{cases}|x|\le 2,\\ |y|\le 2\end{cases}$ 的边界交于 A，B 两点，若 $|AB|\ge 2\sqrt{2}$，则 b 的取值范围是________.

【答案】$[-2,2]$

【解析】不等式 $\begin{cases}|x|\le 2,\\ |y|\le 2\end{cases}$ 对应的区域为



，因为直线 $y=x+b$ 的斜率为 1，由图象可知 $CD=EF=2\sqrt{2}$，要使 $|AB|\ge 2\sqrt{2}$，则 $-2\le b\le 2$，即 b 的取值范围是 $[-2,2]$。

11.【北京市丰台区 2013 届高三上学期期末理】l_1,l_2 是分别经过 A(1, 1)，B(0, −1) 两点的两条平行直线，当 l_1,l_2 间的距离最大时，直线 l_1 的方程是____________.

【答案】$x+2y-3=0$

【解析】解：当两条平行直线与 A、B 两点连线垂直时两条平行直线的距离最大.

因为 A（-1，1）、B（2，-4），所以 $k_{AB}=\dfrac{-1-1}{0-1}=2$，所以两平行线的斜率为 $k=-\dfrac{1}{2}$，所以直线 l_1 的方程是 $y-1=-\dfrac{1}{2}(x-1)$，即 $x+2y-3=0$。

12.【北京市丰台区 2013 届高三上学期期末理】圆 $(x-a)^2+y^2=1$ 与双曲线 $x^2-y^2=1$ 的渐近线相切，则 a 的值是 _______.

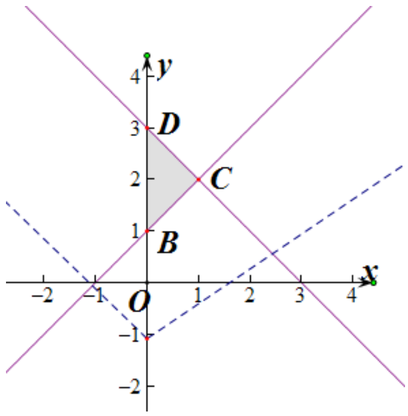
【答案】$\pm\sqrt{2}$

【解析】双曲线 $x^2-y^2=1$ 的渐近线为 $y=\pm x$，不妨取 $y=x$，若直线 $y=x$ 与圆相切，则有圆心 $(a,0)$ 到直线 $x-y=0$ 的距离 $d=\dfrac{|a|}{\sqrt{2}}=1$，即 $|a|=\sqrt{2}$，所以 $a=\pm\sqrt{2}$。

13.【北京市海淀区 2013 届高三上学期期末理】点 $P(x,y)$ 在不等式组 $\begin{cases} x \ge 0, \\ x + y \le 3, \\ y \ge x+1 \end{cases}$ 表示的平面区域内，若点 $P(x,y)$ 到直线 $y = kx-1$ 的最大距离为 $2\sqrt{2}$，则 $k =$ ____.

【答案】± 1

【解析】做出不等式组对应的区域为三角形 BCD，直线 $y = kx-1$ 过定点 $(0,-1)$，由图象可知点 D$(0,3)$ 到直线 $kx-y-1=0$ 的距离最大，此时 $d = \dfrac{|-3-1|}{\sqrt{k^2+1}} = \dfrac{4}{\sqrt{k^2+1}} = 2\sqrt{2}$，解得



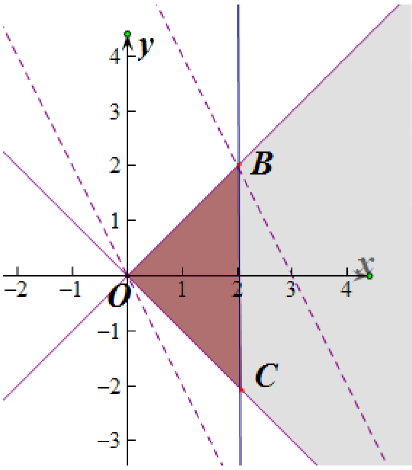
$k = \pm 1$。

14.【北京市石景山区 2013 届高三上学期期末理】已知不等式组 $\begin{cases} y \le x, \\ y \ge -x, \\ x \le a \end{cases}$ 表示的平面区域 S 的面积为 4，则 $a =$ ____________；

若点 $P(x,y) \in S$，则 $z = 2x + y$ 的最大值为__________.

【答案】2；6

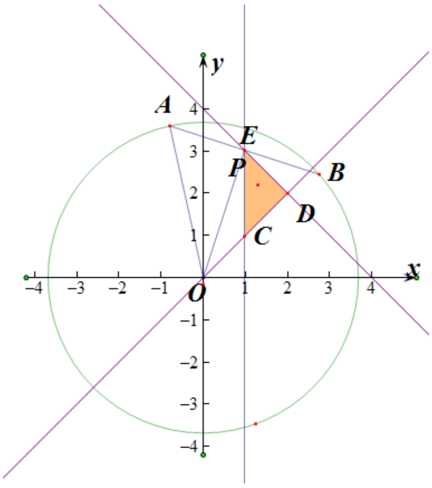
【解析】如图不等式组对应的平面区域为三角形 OBC，由图象知 $a > 0$。其中 $B(a,a), C(a,-a)$，所以 $BC = 2a,$ 所以三角形的面积为 $\dfrac{1}{2} \times a \times 2a = a^2 = 4$，所以 $a = 2$。由 $z = 2x + y$ 得 $y = -2x + z$，平移直线 $y = -2x + z$，由图象可知当直线 $y = -2x + z$ 经过点 B 时，直线截距最大，此时 z 也最大，把 $B(2,2)$ 代入 $z = 2x + y$ 得 $z = 2 \times 2 + 2 = 6$。



15.【山东省青岛一中 2013 届高三 1 月调研理】已知点 P 的坐标(x,y)满足$\begin{cases}x+y\le 4\\ y\ge x\\ x\ge 1\end{cases}$，过

点 P 的直线与圆$C:x^2+y^2=14$

相交于 A、B 两点，则$|AB|$的最小值为__________.



【答案】4

【解析】如图，点 P 位于三角形CDE内。圆的半径为$\sqrt{14}$。要使$|AB|$的最小值，则有圆心到直线的距离最大，有图象可知当点 P 位于 E 点时，圆心到直线的距离最大，此时直线 $l\perp OP$，$E(1,3)$所以 $|AE|=\sqrt{|OA|^2-|OE|^2}=\sqrt{14-(\sqrt{1+3^2})^2}=\sqrt{4}=2$，所以 $|AB|=2|AE|=4$，即最小值为 4.

2011-2012 年联考题

题组一

一、选择题

1．（**北京龙门育才学校 2011 届高三上学期第三次月考**）直线 x-y+1=0 与圆（x+1）^{2}+y^2=1 的位置关系是　　　　　　　　　　　　　　（　　）

A．相切　　　　　　　　　　　　　　B．直线过圆心

C．直线不过圆心但与圆相交　　　　　D．相离

答案 B.

2．（**北京五中 2011 届高三上学期期中考试试题理**）若过定点$M(-1,0)$且斜率为k的直线与圆$x^2+4x+y^2-5=0$在第一象限内的部分有交点，则k的取值范围是（　　）

$(A)\ 0<k<\sqrt{5}$　　$(B)\ -\sqrt{5}<k<0$　　$(C)\ 0<k<\sqrt{13}$　　$(D)\ 0<k<5$

答案 A.

3、（**福建省三明一中 2011 届高三上学期第三次月考理**）两圆 $x^2+y^2+2ax+a^2-4=0$ 和 $x^2+y^2-4by-1+4b^2=0$ 恰有三条公切线，若 $a\in R,b\in R$，且 $ab\neq 0$，则 $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}$ 的最小值为　　　　　　（　　）

A．$\dfrac{1}{9}$　　　　B．$\dfrac{4}{9}$　　　　C．　　　　D．3

答案 C.

3．（**福建省厦门双十中学 2011 届高三 12 月月考题理**）已知点P是曲线 C: $y=x^3+2x+1$上的一点，过点P与此曲线相切的直线平行于直线$y=2x-3$，则切线的方程是（　　）

A．$y=2x+1$　　　B．y=$-\dfrac{1}{2}x+1$　　[来源:Z&xx&k.Com]

C．$y=2x$　　　　D．$y=2x+1$或$y=2x$

答案 A.

4．（**福建省厦门双十中学 2011 届高三 12 月月考题理**）设斜率为 1 的直线与椭圆 $C:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$相交于不同的两点 A、B，则使$|AB|$为整数的直线共有（　　）

A．4 条　B．5 条　　C．6 条　　D．7 条

答案 C.

5.（**福建省厦门外国语学校 2011 届高三 11 月月考理**）　已知圆$x^2+y^2-6x-7=0$与抛物

线 $y^2 = 2px(p>0)$ 的准线相切，则 p= （ ▲ ）

A、1　　B、2　　C、3　　D、4

答案 B.

6．（**甘肃省天水一中 2011 届高三上学期第三次月考试题理**）过点 $M(-1,5)$ 作圆 $(x-1)^2+(y-2)^2=4$ 的切线,则切线方程为（　　）

A．$x=-1$　　B．$5x+12y-55=0$

C．$x=-1$ 或 $5x+12y-55=0$　　D．$x=-1$ 或 $12x+5y-55=0$

答案 C.

7．（**甘肃省天水一中 2011 届高三上学期第三次月考试题理**）已知圆 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$ 关于直线

$2ax-by+2=0\ (a>0,b>0)$ 对称,则 $\dfrac{4}{a}+\dfrac{1}{b}$ 的最小值是（　　）

A．4　　B．6　　C．8　　D．9

答案 D.

8．（**广东省惠州三中2011届高三上学期第三次考试理**）已知直线 $x+y=a$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 交于 A、B 两点，O 是坐标原点，向量 $\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$ 满足

$|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}|$，则实数 a 的值是（　　）

（A）2　　（B）-2　　（C）$\sqrt{6}$ 或 $-\sqrt{6}$　　（D）2 或 -2

答案 D.

9. （**广东省清远市清城区 2011 届高三第一次模拟考试理**）曲线 $y=2x-x^3$ 在 $x=-1$ 处的切线方程为（　　）[来源:学|科|网 Z|X|X|K]

A．$x-y+2=0$　　B．$x+y-2=0$

C．$x+y+2=0$　　D．$x-y-2=0$

答案 C.

10.（贵州省遵义四中2011届高三第四次月考理）若直线$2x-y+c=0$按向量$a=(1,-1)$平移后与圆$x^2+y^2=5$相切，则c的值为（　　）

A．8或－2　B．6或－4　C．4或－6　D．2或－8

答案 A.

11.（黑龙江大庆实验中学2011届高三上学期期中考试理）若直线$y=x$是曲线$y=x^3-2x^2+ax$的切线，则a=（　　）

$A.1$　　$B.2$　　$C.-1$　　$D.1$或2

答案 D.

12．（黑龙江哈九中2011届高三12月月考理）"$\boldsymbol{a=3}$"是"直线$\boldsymbol{ax-2y-1=0}$"与"直线$\boldsymbol{6x-4y+c=0}$平行"的　　（　　）

A．充分不必要条件　　C．必要不充分条件

D．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

答案 B.

13．（湖北省南漳县一中2010年高三第四次月考文）已知α∥β，a⊂α，B∈β，则在β内过点B的所有直线中

A．不一定存在与a平行的直线　　B．只有两条与a平行的直线

C．存在无数条与a平行的直线　　D．存在唯一一条与a平行的直线

答案 D.

14．（重庆市南开中学2011届高三12月月考文）已知圆C与直线$x-y=0$及$x-y-4=0$都相切，圆心在直线$x+y=0$上，则圆C的方程为

（　　）[来源:Z|xx|k.Com]

A．$(x+1)^2+(y-1)^2=2$　　B．$(x-1)^2+(y+1)^2=2$

C．$(x-1)^2+(y-1)^2=2$　　D．$(x+1)^2+(y+1)^2=2$

答案 B.

二、填空题

14．（湖北省南漳县一中2010年高三第四次月考文）已知两点$P(4,-9)$，$Q(-2,3)$，则直线PQ与y轴的交点分有向线段$\overrightarrow{PQ}$的比为______.

答案 2.

15. （**福建省厦门外国语学校 2011 届高三 11 月月考理**）已知椭圆的中心为坐标原点 O，焦点在 x 轴上，斜率为 1 且过椭圆右焦点的直线交椭圆于 A、B 两点，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$与$\vec{a}=(3,-1)$共线，求椭圆的离心率<u>▲▲</u>.

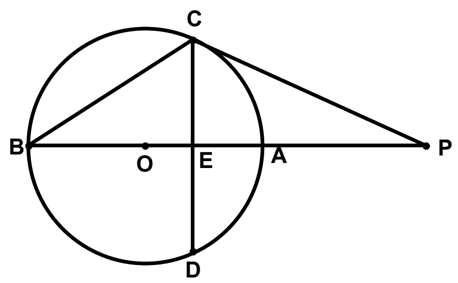
答案 $e=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

16. （**甘肃省天水一中 2011 届高三上学期第三次月考试题理**）设直线$ax-y+3=0$与圆$(x-1)^2+(y-2)^2=4$相交于A、B两点，且弦AB的长为$2\sqrt{3}$，则$a=$________

答案 0.

17. （**广东省中山市桂山中学 2011 届高三第二次模拟考试文**） 在极坐标中，圆$\rho=4\cos\theta$的圆心C到直线$\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$的距离为__________.

18. （**河南省郑州市四十七中 2011 届高三第三次月考文**）如下图，直线PC与圆O相切于点C，割线PAB经过圆心O，弦$CD\perp AB$于点E， $PC=4$，$PB=8$，则$CE=$_____________.



第 3 题

答案 $\dfrac{12}{5}$

19.（**黑龙江省哈尔滨市第 162 中学 2011 届高三第三次模拟理**）已知函数$\boldsymbol{f(x)}$的图象关于直线$\boldsymbol{x=2}$和$\boldsymbol{x=4}$都对称，且当$\boldsymbol{0\le x\le 1}$时，$\boldsymbol{f(x)=x}$.求$\boldsymbol{f(19.5)}$=______________。

答案 0.5

20. （**湖北省武汉中学 2011 届高三 12 月月考**）设圆$C:x^2+y^2-2ax-2y+a^2=0(a$为常数）被y轴所截得弦为 AB，若弦 AB 所对圆心角为$\dfrac{\pi}{2}$，则实数$a=$________。[来源:学_科_网]

答案 $\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

三、简答题

21. **（甘肃省天水一中2011届高三上学期第三次月考试题理）**（12分）已知圆 C 经过 P（4，-2），Q（-1，3）两点，且在 y 轴上截得的线段长为 $4\sqrt{3}$，半径小于5.

（1）求直线 PQ 与圆 C 的方程.

（2）若直线 $l// PQ$，且 l 与圆 C 交于点 A、B，$\angle AOB=90°$，求直线 l 的方程.

答案 （12分）

解：(1) PQ 为 $y-3=\dfrac{3+2}{-1-4}\times(x+1)$ 即 $x+y-2=0$

C 在 PQ 的中垂线 $y-\dfrac{3-2}{2}=1\times(x-\dfrac{4-1}{2})$ 即 $y=x-1$ 上

设 C（n，$n-1$），则 $r^2=|CQ|^2=(n+1)^2+(n-4)^2$

由题意，有 $r^2=(2\sqrt{3})^2+|n|^2$ ∴ $n^2+12=2n^2-6n+17$ ∴ $n=1$ 或 5，$r^2=13$ 或 37（舍）

∴圆 C 为 $(x-1)^2+y^2=13$

解法二：设所求圆的方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$

由已知得 $\begin{cases}4D-2E+F=-20\\ D-3E-F=10\\ E^2-4F=48\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}D=-2\\ E=0\\ F=-12\end{cases}$ 或 $\begin{cases}D=-10\\ E=-8\\ F=4\end{cases}$

当 $\begin{cases}D=-2\\ E=0\\ F=-12\end{cases}$ 时，$r=\sqrt{13}<5$；当 $\begin{cases}D=-10\\ E=-8\\ F=4\end{cases}$ 时，$r=\sqrt{37}>5$（舍）

∴ 所求圆的方程为 $x^2+y^2-2x-12=0$

(2) 设 l 为 $x+y+m=0$

由 $\begin{cases}x+y+m=0\\ (x-1)^2+y^2=13\end{cases}$，得 $2x^2+(2m-2)x+m^2-12=0$

设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），则 $x_1+x_2=1-m$，$x_1x_2=\dfrac{m^2-12}{2}$

∵ $\angle AOB=90°$， ∴ $x_1x_2+y_1y_2=0$ [来源:学。科。网]

∴ $x_1x_2+(x_1+m)(x_2+m)=0$

∴ $m^2+m-12=0$ ∴ $m=3$ 或 -4（均满足 $\Delta>0$）

∴ l 为 $x+y+3=0$ 或 $x+y-4=0$

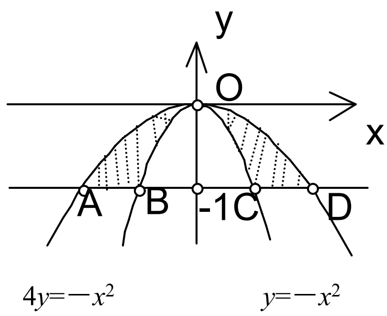
22．**（福建省四地六校2011届高三上学期第三次联考试题理）**

（13分）如图，求由两条曲线 $y=-x^2$，$4y=-x^2$

及直线 $y=-1$ 所围成图形的面积.

答案 （13分）如图，求由两条曲线 $y=-x^2$，$4y=-x^2$

及直线 $y=-1$ 所围成图形的面积.



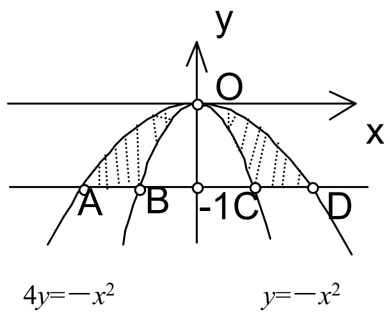
解：（理）由对称性，所求图形面积为位于y轴在侧图形面积

的2倍…2分由 $\begin{cases}y=-x^2\\ y=-1\end{cases}$ 得C（1，－1）同理得D（2，－1）……5分

∴所求图形的面积$S=2\{\int_0^1[-\frac{x^2}{4}-(-x^2)]dx+\int_1^2[-\frac{x^2}{4}-(-1)]dx\}$……8 分[来源:Zxxk.Com]

$$=2(\int_0^1\frac{3x^2}{4}dx-\int_1^2\frac{x^2}{4}dx+\int_1^2 dx)$$

$$=2(\frac{x^3}{4}\Big|_0^1-\frac{x^3}{12}\Big|_1^2+x\Big|_1^2)=\frac{4}{3}$$ ……13 分



（理科图）

23. **（福建省厦门外国语学校 2011 届高三 11 月月考理）**（本小题满分 14 分）已知圆 O：$x^2+y^2=1$，点 O 为坐标原点，一条直线：$y=kx+b(b>0)$与圆 O 相切并与椭圆$\frac{x^2}{2}+y^2=1$交于不同的两点 A、B

（1）设$b=f(k)$，求$f(k)$的表达式；

（2）若$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\frac{2}{3}$，求直线的方程；

（3）若$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=m(\frac{2}{3}\le m\le\frac{3}{4})$，求三角形 OAB 面积的取值范围.

答案 【解】（1）$y=kx+b\,(b>0)$与圆$x^2+y^2=1$相切，则$\frac{|b|}{\sqrt{1+k^2}}=1$，即$b^2=k^2+1(k\neq 0)$，

所以. $b=\sqrt{k^2+1}$ ……………………………4 分

（2）设$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则由$\begin{cases}y=kx+b\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，消去$y$

得：$(2k^2+1)x^2+4kbx+2b^2-2=0$

又$\Delta=8k^2>0\,(\because k\neq 0)$，所以$x_1+x_2=-\frac{4kb}{2k^2+1},x_1x_2=\frac{2b^2-2}{2k^2+1}$. …………6 分

则$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=\dfrac{k^2+1}{2k^2+1}$.由$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\dfrac{2}{3}$，所以$k^2=1$.所$b^2=2$.

$b>0,\therefore b=\sqrt{2}$, ……………………8 分

所以$\therefore l: y=x+\sqrt{2}, y=-x+\sqrt{2}$. ……………………9 分

（3）由（2）知：$\dfrac{k^2+1}{2k^2+1}=m.\because \dfrac{2}{3}\le m\le\dfrac{3}{4}$,所以$\dfrac{2}{3}\le\dfrac{k^2+1}{2k^2+1}\le\dfrac{3}{4}$,

$\therefore \dfrac{1}{2}\le k^2\le 1$, ……………………12 分

由弦长公式得$|AB|=\sqrt{k^2+1}\cdot\dfrac{2\sqrt{2k^2}}{2k^2+1}$,所以$S=\dfrac{1}{2}|AB|=\dfrac{\sqrt{2k^2(k^2+1)}}{2k^2+1}$,

解得$\therefore \dfrac{\sqrt{6}}{4}\le S\le\dfrac{2}{3}$. ……………………14 分

24．**（黑龙江哈九中 2011 届高三 12 月月考理）**（12 分）已知圆$\boldsymbol{M:(x+\sqrt{5})^2+y^2=36}$及定点$\boldsymbol{N(\sqrt{5},0)}$，点$\boldsymbol{P}$是圆$\boldsymbol{M}$上的动点，

点$\boldsymbol{Q}$在$\boldsymbol{NP}$上，点$\boldsymbol{G}$在$\boldsymbol{MP}$上，且满足$\boldsymbol{\overrightarrow{NP}=2\overrightarrow{NQ}}$，$\boldsymbol{\overrightarrow{GQ}\cdot\overrightarrow{NP}=0}$.

（1）求$\boldsymbol{G}$的轨迹$\boldsymbol{C}$的方程；

（2）过点$\boldsymbol{K(2,0)}$作直线，与曲线$\boldsymbol{C}$交于$\boldsymbol{A,B}$两点，$\boldsymbol{O}$为坐标原点，设$\boldsymbol{\overrightarrow{OS}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}}$，是否存在这样的直线，使四边形$\boldsymbol{OASB}$的对角线相等？若存在，求出直线的方程；若不存在，说明理由.

答案 24．（1）$\boldsymbol{|GM|+|GN|=|MP|=6}$，所以椭圆方程为$\boldsymbol{\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1}$

（2）$\boldsymbol{\because \overrightarrow{OS}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB},\therefore}$四边形$\boldsymbol{OASB}$为平行四边形，又其对角线相等，则$\boldsymbol{OA\perp OB}$

当直线的斜率不存在时，四边形的对角线不相等；

当直线的斜率存在时，设直线$\boldsymbol{l: y=k(x-2), A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)}$，联立

$$\boldsymbol{\begin{cases}y=k(x-2)\\4x^2+9y^2=36\end{cases}\Rightarrow(4+9k^2)x^2-36k^2x+36(k^2-1)=0}$$

$$\boldsymbol{\therefore x_1+x_2=\frac{36k^2}{4+9k^2}, x_1x_2=\frac{36(k^2-1)}{4+9k^2}}$$

$\because x_1x_2+y_1y_2=x_1x_2+k^2(x_1-2)(x_2-2)=0$，

整理得$(1+k^2)x_1x_2-2k^2(x_1+x_2)+4k^2=0$（*）

代入得$\dfrac{36(k^4-1)}{4+9k^2}-\dfrac{72k^4}{4+9k^2}+4k^2=0,\therefore k^2=\dfrac{9}{4},\therefore k=\pm\dfrac{3}{2}$

所以存在直线$l;y=\pm\dfrac{3}{2}(x-2)$

25．（**黑龙江哈九中 2011 届高三 12 月月考理**）（12 分）已知直线$l:y=k(x+2\sqrt{2})$与圆$O:x^2+y^2=4$相交于A,B两点，O为坐标原点，ΔAOB的面积为S．

（1）试将S表示成k的函数$S(k)$，并求出其定义域；

（2）求S的最大值，并求取得最大时k的值．

答案 25.（1）设圆心O到直线的距离为d，则$d=\dfrac{|2\sqrt{2}k|}{\sqrt{k^2+1}}$，所以

$(\dfrac{|AB|}{2})^2=r^2-d^2=4-\dfrac{8k^2}{k^2+1}$，故

$S(k)=\sqrt{\dfrac{1}{2}|AB|d}=\dfrac{4\sqrt{2(1-k^2)k^2}}{k^2+1},k\in(-1,0)\cup(0,1)$

（2）$S(k)=\dfrac{4\sqrt{2(1-k^2)k^2}}{k^2+1},k\in(-1,0)\cup(0,1)$

$\because(1-k^2)\cdot 2k^2\le(\dfrac{1-k^2+2k^2}{2})^2=\dfrac{(k^2+1)^2}{4}$当且仅当$k=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$时取等号，此时

$S_{\max}=2$

题组二

一、选择题

1．（**广东省河源市龙川一中 2011 届高三理**）

平面内称横坐标为整数的点为“次整点”．过函数$y=\sqrt{9-x^2}$图象上任意两个次整点作直线，则倾斜角大于 45° 的直线条数为（　　）[来源:Z&xx&k.Com]

A．10　　　　B．11　　　　C．12　　　　D．13

答案 B.

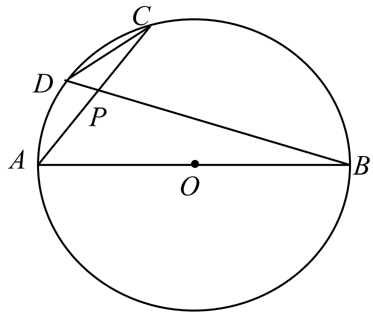
二、填空题

2．**（江苏泰兴市重点中学 2011 届高三理）**函数 $y=|x-a|$ 的图象关于直线 $x=3$ 对称．则 $a=$____________.

答案　2.

3．**（广东省湛江一中 2011 届高三 10 月月考理）**
如图，AB 为圆 O 的直径，弦 AC、BD 交于 P，若 $AB=3$，$CD=1$，则

$\cos\angle APD=$________ .



答案 3．答: $\frac{1}{3}$．连结 AD,OD,OC,则 $\cos\angle APD=\sin\angle DAP=\sin\frac{1}{2}\angle DOC=\frac{\frac{1}{2}DC}{OD}=\frac{1}{3}$

4．**（2011 湖南嘉禾一中）**（本题满分 13 分）
已知椭圆的右焦点 F 与抛物线 $y^2=4x$ 的焦点重合，短轴长为 2．椭圆的右准线 l 与 x 轴交于 E，过右焦点 F 的直线与椭圆相交于 A、B 两点，点 C 在右准线 l 上，BC//x 轴．
（1）求椭圆的标准方程，并指出其离心率；
（2）求证：线段 EF 被直线 AC 平分．

答案 解：（1）由题意，可设椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^3}{b^2}=1(a>b>0)$ ……1 分

$\because y^2=4x$ 的焦点为 F（1，0）

$\therefore c=1,又2b=2,$

$\therefore b=1,a^2=b^2+c^2=2,$ ……………………3 分

所以，椭圆的标准方程为$\frac{x^2}{2}+y^2=1$.

其离心率为$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ……………………5 分

（2）证明：∵椭圆的右准线 1 的方程为：x=2，

∴点 E 的坐标为（2，0）设 EF 的中点为 M，则$M(\frac{3}{2},0)$

若 AB 垂直于 x 轴，则 A（1，y_1），B（1，$-y_1$），C（2，$-y_1$）

∴AC 的中点为$N(\frac{3}{2},0)$

∴线段 EF 的中点与 AC 的中点重合，

∴线段 EF 被直线 AC 平分，…………………………6 分

若 AB 不垂直于 x 轴，则可设直线 AB 的方程为

$y=k(x-1),k\neq 0,A(x_1,y_1),B(x_2,-y_2)$

则$C(2,-y_2)$ …………………………7 分

把$y=k(x-1)$代入$\frac{x^2}{2}+y^2=1$ [来源:学科网 ZXXK]

得$(1+2k^2)x^2-4k^2x+2(k^2-1)=0$. ………………8 分

则有$x_1+x_2=\frac{4k^2}{1+2k^2},x_1x_2=\frac{2(k^2-1)}{1+2k^2}$ ………………9 分

$$\therefore k_{AM}=\frac{y_1}{x_1-\frac{3}{2}}=\frac{k(x_1-1)}{x_1-\frac{3}{2}}$$

$$=\frac{2k(x_1-1)}{2x_1-3},k_{CM}=\frac{y_2}{2-\frac{3}{2}}=2k(x_2-1).$$ ……………………10 分

$$\because k_{AM}-k_{CM}=2k\frac{(x_1-1)-(x_2-1)}{2x_1-3}2(x_1-3)$$

$$=2k\frac{3(x_1+x_2)-2x_1x_2-4}{2x_1-3}=0$$

$\therefore k_{AM}=k_{CM}$，

∴A、M、C 三点共线，即 AC 过 EF 的中点 M，

∴线段 EF 被直线 AC 平分。·································13 分

5．**（江苏泰兴 2011 届高三理）**（本小题满分 14 分）

已知：在函数的图象上，$f(x)=mx^3-x$ 以 $N(1,n)$ 为切点的切线的倾斜角为 $\frac{\pi}{4}$.

（I）求 m,n 的值；

（II）是否存在最小的正整数 k，使得不等式 $f(x)\le k-1993$ 对于 $x\in[-1,3]$ 恒成立？

如果存在，请求出最小的正整数 k，如果不存在，请说明理由。

答案 5．依题意，得 $f'(1)=\tan\frac{\pi}{4}$，即 $3m-1=1, m=\frac{2}{3}$.

因为 $f(1)=n$，所以 $n=-\frac{1}{3}$.············6分

（II）令 $f'(x)=2x^2-1=0$，得 $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.············8分

当 $-1<x<-\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$f'(x)=2x^2-1>0$;

当 $-\frac{\sqrt{2}}{2}<x<\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$f'(x)=2x^2-1<0$;

当 $\frac{\sqrt{2}}{2}<x<3$ 时，$f'(x)=2x^2-1>0$;

又 $f(-1)=\frac{1}{3}, f(-\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{\sqrt{2}}{3}, f(\frac{\sqrt{2}}{2})=-\frac{\sqrt{2}}{3}, f(3)=15.$

因此， 当 $x\in[-1,3]$ 时，$-\frac{\sqrt{2}}{3}\le f(x)\le 15$.············12分

要使得不等式 $f(x)\le k-1993$ 对于 $x\in[-1,3]$ 恒成立，则 $k\ge 15+1993=2008$.

所以，存在最小的正整数 $k=2008$. 使得不等式 $f(x)\le k-1993$ 对于 $x\in[-1,3]$ 恒成立

6．**（福建省福州八中 2011 届高三文）**（本小题满分 14 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点（0，1），离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（I）求椭圆 C 的方程；

（II）设直线 $x=my+1$ 与椭圆 C 交于 A，B 两点，点 A 关于 x 轴的对称点为 A’.试问：当 m 变化时直线 $A'B$ 与 x 轴是否交于一个定点？若是，请写出定点坐标，并证明

你的结论；若不是，请说明理由。

答案 6．解：（I）依题意可得$\begin{cases} b=1, \\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}, \\ a^2=b^2+c^2, \end{cases}$ …………2 分

解得$a=2, b=1.$ …………3 分

所以椭圆 C 的方程是$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1.$ …………4 分

（II）由$\begin{cases} \dfrac{x^2}{4}+y^2=1, \\ x=my+1, \end{cases}$

得$(my+1)^2+4y^2=4,$即$(m^2+4)y^2+2my-3=0.$且△>0 恒成立. …………6 分

记$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，则$A'(x_1,-y_1),$

且$y_1+y_2=-\dfrac{2m}{m^2+4}, y_1y_2=-\dfrac{3}{m^2+4}.$ …………8 分

$\therefore A',B$ 的直线方程为$y+y_1=\dfrac{y_2+y_1}{x_2-x_1}(x-x_1).$ …………9 分

令 y=0，得$x=\dfrac{x_2-x_1}{y_2+y_1}y_1+x_1$ …………10 分

又$x_2-x_1=m(y_2-y_1)$，$x_1=my_1+1$ …………11 分

$\therefore x=\dfrac{x_2-x_1}{y_2+y_1}y_1+x_1=\dfrac{m(y_2-y_1)y_1}{y_2+y_1}+my_1+1=\dfrac{2my_2y_1}{y_2+y_1}+1$ …………12 分

$x=\dfrac{2m(-\dfrac{3}{m^2+4})}{-\dfrac{2m}{m^2+4}}+1=3+1=4$ …………13 分

这说明，当 m 变化时，直线$A'B$与 x 轴交于点 S（4，0） …………14 分

7. （**河北省唐山一中 2011 届高三理**）已知过点A（1, 1）且斜率为$-m$（$m>0$）的直线与x,y轴分别交于P,Q两点，分别过P,Q作直线$2x+y=0$的垂线，垂足分别为$R,S,$求四边形$PRSQ$的面积的最小值.

答案 4. 设直线 l 方程为$y-1=-m(x-1)$, 则 P（$1+\dfrac{1}{m}$），$Q(0,1+m)$ …………2 分

从而 PR 和 QS 的方程分别为$x-2y-\frac{m+1}{m}=0$和$x-2y+2(m+1)=0$，·····5 分[来源:学科网 ZXXK]

又$PR//QS$ $\therefore |RS|=\frac{\left|2m+2+1+\frac{1}{m}\right|}{\sqrt{5}}=\frac{3+2m+\frac{1}{m}}{\sqrt{5}}$，又$|PR|=\frac{2+\frac{2}{m}}{\sqrt{5}},|QS|=\frac{m+1}{\sqrt{5}}$

$\because$四边形 PRSQ 为梯形································9 分[来源:学科网 ZXXK]

$\therefore S_{PRSQ}=\frac{1}{5}(m+\frac{1}{m}+\frac{9}{4})^2-\frac{1}{80}\geq\frac{1}{5}(2+\frac{9}{4})^2-\frac{1}{80}=\frac{18}{5}$

$\therefore$四边形 PRSQ 的面积的最小值为$\frac{18}{5}$ ·················· 12 分

8. （**福建省四地六校联考 2011 届高三理**）（本小题满分 14 分）本题（1）、（2）、（3）三个选答题，每小题 7 分，任选 2 题作答，满分 14 分，如果多做，则按所做的前两题计分。作答时，先用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑，并将所选题号填入括号中。

（1）（本小题满分 7 分）选修 4-2:矩阵与变换

已知$a,b\in R$，若$M=\begin{pmatrix}-1 & a\\ b & 3\end{pmatrix}$所对应的变换$T_M$把直线$L:2x-y=3$变换为自身，求实数$a,b$，并求$M$的逆矩阵。

（2）（本题满分 7 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

已知直线的参数方程：$\begin{cases}x=t\\ y=1+2t\end{cases}$（为参数）和圆$C$的极坐标方程：$\rho=2\sqrt{2}\sin(\theta+\frac{\pi}{4})$。

①将直线的参数方程化为普通方程，圆C的极坐标方程化为直角坐标方程；

②判断直线和圆C的位置关系。

（3）（本题满分 7 分）选修 4-5：不等式选讲

已知函数$f(x)=|x-2|$

①解不等式$f(x)<5$；

②证明：对任意$x\in[-2,\ 3]$，不等式$f(x)+f(x+3)\leq 5$成立.

答案 5、（1） 设$P(x,y)$为直线$2x-y=3$上任意一点其在 M 的作用下变为(x',y')

则$\begin{pmatrix}-1 & a\\ b & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-x+ay\\ bx+3y\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x'\\ y'\end{pmatrix}\Rightarrow\begin{cases}x'=-x+ay\\ y'=bx+3y\end{cases}$

代入$2x-y=3$得：$-(b+2)x+(2a-3)y=3$ ……………3 分

其与$2x-y=3$完全一样得$\begin{cases}-b-2=2\\2a-3=-1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}b=-4\\a=1\end{cases}$

则矩阵$M=\begin{pmatrix}-1 & 1\\-4 & 3\end{pmatrix}$ 则$M^{-1}=\begin{pmatrix}3 & -1\\4 & -1\end{pmatrix}$ ……………7 分

（2） 解：①消去参数，得直线的普通方程为$y=2x+1$ ……………3 分

$\rho=2\sqrt{2}\sin(\theta+\dfrac{\pi}{4})$，即$\rho=2(\sin\theta+\cos\theta)$，

两边同乘以ρ得$\rho^2=2(\rho\sin\theta+\rho\cos\theta)$，

得⊙C的直角坐标方程为$(x-1)^2+(x-1)^2=2$ ………5 分

②圆心C到直线的距离$d=\dfrac{|2-1+1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}<\sqrt{2}$，所以直线和⊙$C$相交…7 分

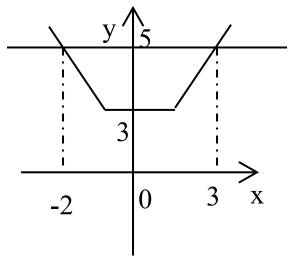
（3）①由$|x-2|<5$，解得$-3<x<7$

∴原不等式的解集为$\{x|-3<x<7\}$ ……………………3 分

②证明：$f(x)+f(x+3)\le 5$即$|x-2|+|x+1|\le 5$

令$y=|x-2|+|x+1|$及$y=5$由图得

当$x\in[-2,\ 3]$，不等式成立. ……………………7 分



2010年联考题

1.（马鞍山学业水平测试）如果方程$x^2+ky^2=2$表示焦点在y轴上的椭圆,那么实数k的取值范围是

A.（0,+∞） B.（0,2） C.（1,+∞） D.（0,1）

答案 D

2.（池州市七校元旦调研）已知直线 y=x+1 与曲线$y=\ln(x+a)$相切，则α的值为（ ）

(A)1 (B)2 (C) -1 (D)-2

答案 B

解:设切点$P(x_0,y_0)$，则$y_0=x_0+1, y_0=\ln(x_0+a)$, 又$\because y'|_{x=x_0}=\dfrac{1}{x_0+a}=1$

$\therefore x_0+a=1 \therefore y_0=0, x_0=-1 \therefore a=2$. 故答案选 B

3. 曲线 $y=\dfrac{x}{2x-1}$ 在点 $(1,1)$ 处的切线方程为 （　　）

A. $x-y-2=0$　B. $x+y-2=0$　C. $x+4y-5=0$　D. $x-4y-5=0$

答案 B

解：$y'|_{x=1}=\dfrac{2x-1-2x}{(2x-1)^2}|_{x=1}=[-\dfrac{1}{(2x-1)^2}]|_{x=1}=-1$，

故切线方程为 $y-1=-(x-1)$，即 $x+y-2=0$　　故选 B.

4. （昆明一中三次月考理）$P(x,y)$ 是圆 $x^2+(y-1)^2=1$ 上任意一点，若不等式 $x+y+c\geq 0$ 恒成立，则 c 的取值范围是

A. $[-1-\sqrt{2},\sqrt{2}-1]$　　B. $[\sqrt{2}-1,+\infty)$

C. $[1-\sqrt{2},+\infty)$　　D. $(-1-\sqrt{2},\sqrt{2}-1)$

答案：B

5. （岳野两校联考）若直线 $mx+ny=4$ 和圆 O：$x^2+y^2=4$ 没有交点，则过点 (m,n) 的直线与椭圆 $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 的交点个数为（　　）

A. 至多一个　　B. 2 个　　C. 1 个　　D. 0 个

答案 B

6. （昆明一中四次月考理）已知直线 $x+y=a$ 与圆 $x^2+y^2=4$ 交于 A、B 两点，O 是坐标原点，向量 $\overrightarrow{OA}$、$\overrightarrow{OB}$ 满足 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}|$，则实数 a 的值是（　　）

（A）2　　（B）-2　　（C）$\sqrt{6}$ 或 $-\sqrt{6}$　　（D）2 或 -2

答案：D

7. （哈师大附中、东北师大附中、辽宁省实验中学）圆 C 的方程为 $(x-2)^2+y^2=4$，圆 M 的方程为 $(x-2-5\cos\theta)^2+(y-5\sin\theta)^2=1\ (\theta\in R)$，过圆 M 上任意一点 P 作圆 C 的两条切线 PE、PF，切点分别为 E、F，则 $\overrightarrow{PE}\cdot\overrightarrow{PF}$ 的最小值是　（　）

A. 12　　B. 10　　C. 6　　D. 5

答案 C

8．（马鞍山学业水平测试）如果过两点 $A(a,0)$ 和 $B(0,a)$ 的直线与抛物线 $y=x^2-2x-3$ 没有交点，那么实数 a 的取值范围是___________________.

答案 $(-\infty,-\frac{13}{4})$．

9．（安庆市四校元旦联考）已知点 M（－3，0），N（3，0），B（1，0），圆 C 与直线 MN 切于点 B，过 M、N 与圆 C 相切的两直线相交于点 P，则 P 点的轨迹方程为__________________.

答案 $x^2-\frac{y^2}{8}=1(x>1)$

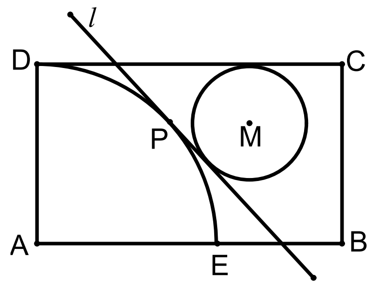
10．（安庆市四校元旦联考）设直线 l_1 的方程为 $x+2y-2=0$，将直线 l_1 绕原点按逆时针方向旋转 90° 得到直线 l_2，则 l_2 的方程是_____________。

答案 $2x-y+2=0$

11．（安庆市四校元旦联考）（本题满分 16 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=\sqrt{3},BC=1$，以 A 为圆心 1 为半径的圆与 AB 交于 E（圆弧 DE 为圆在矩形内的部分）

（Ⅰ）在圆弧 DE 上确定 P 点的位置，使过 P 的切线平分矩形 $ABCD$ 的面积；

（Ⅱ）若动圆 M 与满足题（Ⅰ）的切线及边 DC 都相切，试确定 M 的位置，使圆 M 为矩形内部面积最大的圆．



解（Ⅰ）以 A 点为坐标原点，AB 所在直线为 x 轴，建立直角坐标系．

设 $P(x_0,y_0)$，$B(\sqrt{3},0)$，$D(0,1)$，圆弧 DE 的方程 $x^2+y^2=1(x\ge 0,y\ge 0)$

切线 l 的方程：$x_0x+y_0y=1$（可以推导：设直线的斜率为 k，由直线与圆弧 DE 相